

# ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ

---

BULLETIN  
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE L'URSS  
SÉRIE PHYSIQUE

Т. XI, № 1

---

---

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР  
МОСКВА · 1947 · MOSCOU

Ответственный редактор  
академик **Н. Д. НАПАЛЕКСИ**  
Зам. ответственного редактора  
член-корреспондент АН СССР **Б. М. ВУЛ**

Ответственный секретарь  
доктор физико-математических наук  
**В. Л. ГИНЗБУРГ**

Редактор издания **Б. Н. Татаринов**

6<sup>1</sup>/<sub>4</sub> печ. л. + 1 вклейка      Уч.-изд. л. 9,25      Тираж 3000 экз.  
А04760      Заказ 323.      Подписано к печати 5.VII.1947 г.      Цена 12 руб.  
2-я тип. Издательства Академии Наук СССР. Москва, Шубинский, 10

ИЗВЕСТИЯ  
АКАДЕМИИ НАУК СССР

СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ

BULLETIN  
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE L'URSS  
SÉRIE PHYSIQUE

Т. XI, № 1





**Академик Н. Д. ПАПАЛЕКСИ**

(1880—1947)



## НИКОЛАЙ ДМИТРИЕВИЧ ПАПАЛЕКСИ

3 февраля 1947 г. скончался выдающийся советский ученый, крупнейший специалист в области физики и радиотехники, действительный член Академии Наук СССР, лауреат Сталинской премии Николай Дмитриевич Папалекси. Н. Д. Папалекси — один из пионеров радио и один из создателей нашей отечественной радиотехники.

Н. Д. Папалекси родился в 1880 г. в Симферополе. По окончании Полтавской гимназии в 1899 г. Н. Д. для продолжения образования уехал за границу. Научную работу в области радио Н. Д. начал еще будучи студентом Страсбургского университета. В 1904 г. он получил степень доктора Страсбургского университета и до 1914 г. продолжал работать в этом университете в качестве приват-доцента. В 1914 г., при возникшей угрозе войны, Н. Д. вернулся в Россию и немедленно принял деятельное участие в работах, связанных с обороной страны. В течение 1914—1917 гг. Н. Д. руководил разработкой ряда важных для радиотехники задач, ставших особенно актуальными в связи с потребностями войны. Под руководством Н. Д. в России была впервые осуществлена радиотелефонная связь, разработаны методы радиопеленгации, созданы первые русские электронные лампы и т. д. После Октябрьской революции Н. Д. участвовал в создании научной базы для молодой советской радиопромышленности. Находясь во главе одного из отделов Центральной радиолаборатории, Н. Д. руководил рядом важных научных исследований и практических разработок, нашедших широкое применение в радиопромышленности.

Научные работы Н. Д. (которые он вел совместно с покойным акад. Л. И. Мандельштамом) сделали его имя широко известным всему научному миру. Н. Д. является одним из создателей нового направления в физике колебаний — так называемой теории нелинейных колебаний. Наряду с разработкой теоретических вопросов, Н. Д. уделял чрезвычайно большое внимание практическим применениям результатов научного исследования. Под его руководством были разработаны новые типы электрических генераторов (так называемые параметрические машины) и ряд других радиотехнических приборов. За эти научные работы Н. Д. (совместно с Л. И. Мандельштамом) в 1936 г. была присуждена первая премия имени Д. И. Менделеева.

В течение последних лет Н. Д. (совместно с Л. И. Мандельштамом) руководил обширными работами по исследованию распространения радиоволн. Созданные им новые радиоинтерференционные методы исследования распространения радиоволн и основанные на них способы точного измерения расстояний выдвинули советскую радиотехнику в этой области на первое место в мире. За эти выдающиеся по своему научному и практическому значению работы Н. Д. (совместно с Л. И. Мандельштамом) в 1942 г. был награжден Сталинской премией первой степени.

Н. Д. был не только выдающимся ученым, но и крупнейшим педагогом и воспитателем молодежи. Сотрудники и ученики Н. Д., все, кому приходилось с ним вместе работать, потеряли в его лице отзывчивого и внимательного руководителя и друга. Он вел большую общественную работу в качестве одного из организаторов Всесоюзного научно-технического общества радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова и председателя Всесоюзного научного совета по радиофизике и радиотехнике Академии Наук СССР. Крупнейшие заслуги Н. Д. перед советской наукой и техникой были отмечены высокой наградой — в 1945 г. Н. Д. был награжден орденом Ленина.

Смерть Н. Д. — тяжелая утрата для советской страны. Академия Наук лишилась одного из выдающихся своих членов, который весь свой талант ученого, все свои силы и знания отдавал делу развития советской науки и техники.

Образ Н. Д., его беззаветная преданность науке, весь его облик советского ученого всегда будут служить примером для его сотрудников и учеников.

*Президиум Академии Наук СССР, Отделение физико-математических наук, Отделение технических наук, Физический институт им. П. Н. Лебедева Академии Наук СССР, Всесоюзный научный совет по радиофизике и радиотехнике при Академии Наук СССР, Энергетический институт им. Г. М. Кржижановского Академии Наук СССР, Редакционная коллегия журнала „Известия АН СССР, Серия физическая“.*

*Материалы Октябрьской Сессии  
Отделения физико-математических  
наук АН СССР*

(г. Москва 21 октября 1946 г.)

21 октября 1946 г. в Москве состоялась очередная сессия ОФМН АН СССР. На сессии были заслушаны следующие доклады:

А. Ф. Иоффе. — План научных работ Отделения физико-математических наук АН СССР на 1947 г.

М. П. Воларович. — Работы Пуазейля о течении жидкости в трубах. (К столетию со времени опубликования.)

В. Г. Фесенков. — Определение высоты эмиссионного слоя ионосферы фотометрическими методами.

А. И. Шальников и А. Г. Мешковский. — Структура сверхпроводников в промежуточном состоянии.

Н. Н. Боголюбов. — К теории сверхтекучести.

Соответствующие доклады печатаются в этом номере. Краткое содержание доклада А. Ф. Иоффе публикуется в разделе «Хроника».

М. П. ВОЛАРОВИЧ

## РАБОТЫ ПУАЗЕЙЛЯ О ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

(К столетию со времени опубликования)

В 1946 г. исполнилось сто лет со времени опубликования в Известиях Парижской академии наук классической работы Пуазейля [1], где описаны его экспериментальные исследования течения воды в капиллярах, на основании которых им было установлено уравнение, носящее название закона Пуазейля. Как известно, этот закон служит основой для той области гидродинамики и гидравлики, где рассматривается ламинарное течение жидкостей по трубам.

Кроме того, закон Пуазейля является основным принципом вискозиметрии. Хотя Кулон [2] в 1801 г. впервые определил в относительных единицах вязкость воды и масла по методу колебаний, однако этот метод не получил в дальнейшем широкого распространения. Связано это прежде всего с тем, что метод колебаний не стационарен. Поэтому измерения вязкости по методу колебаний производятся в настоящее время лишь в исключительных случаях, когда какой-либо иной способ применять неудобно (например для расплавленных металлов). Шире применяются в вискозиметрии стационарные методы: вращение цилиндра и падение шарика по Стоксу. Ротационные вискозиметры получили в последнее время значительное распространение, но они применяются в основном для жидкостей высокой вязкости и для дисперсных систем. Метод же Стокса удобно применять лишь для истинных жидкостей высокой вязкости.

В итоге около 80% всех работ по измерению вязкости разнообразных жидкостей выполнено по методу истечения из капилляров, основанному на законе Пуазейля. Огромное большинство первичных и вторичных (требующих градуировки) абсолютных вискозиметров, применяющихся как в институтах для научно-исследовательских работ, так и в заводских лабораториях для контрольных испытаний, представляет собою капиллярные приборы. В честь Пуазейля, по предложению Диляя и Парра [3], единица измерения динамической вязкости в системе CGS получила название «пуаз».

Имеется сравнительно мало сведений из биографии Пуазейля [4]. Жан Леонар Мари Пуазель родился 23 апреля 1797 г. в Париже (его отец был плотником) и умер там же 26 декабря 1869 г. В 1815 г. он состоял учеником Ecole Polytechnique, но через полгода должен был ее покинуть, возможно, в связи с реставрацией монархии во Франции. Во время краткого пребывания в Ecole Polytechnique Пуазель имел возможность слушать лекции ряда выдающихся ученых того времени: Коши, Ампера, Араго, Пти, Тениара. Большой интерес был проявлен им к математике и физике. Повидимому, у Пти и Дюлонга, работавшего, как известно, совместно с Пти, Пуазель получил стремление к точным физическим экспериментам.

Впоследствии он занялся медициной и читал одно время факультативные лекции на медицинском факультете, однако никогда не был официально профессором, хотя и представил диссертацию в 1828 г. В это время и несколько позднее им выполнен ряд работ по вопросам циркуляции крови в кровеносной системе: «Исследование давления в сердечной аорте» [5], «Изучение влияния артерий на циркуляцию (крови)» [6], «Исследование причин движения крови в венах» [7].

Уже в этих работах Пуазейль проявил свои выдающиеся экспериментаторские способности. Он применил ртутный манометр для абсолютных измерений давления крови в сосудах у лошадей и собак, причем для передачи давления пользовался раствором двууглекислой соды в воде, который не свертывал крови. Движение красных кровяных шариков в кровеносных сосудах он изучал также с помощью микроскопа. Итоги своих исследований в данном направлении Пуазейль обобщил в монографии «О причинах движения крови в капиллярах», оконченной им в 1835 г. и напечатанной в 1841 г. [8]. Эта его работа была удостоена премии Парижской академии наук по «экспериментальной физиологии». В то же время он был избран членом вновь организованной в Париже Медицинской академии. Позднее Пуазейль был членом-корреспондентом медицинских академий Швеции, Берлина и Бреслау. Он был кавалером ордена Почетного Легиона.

В связи с физиологическими исследованиями движения крови в живых организмах Пуазейль пришел к убеждению, что определенные закономерности в данном направлении можно получить, только поставив опыты с водой на моделях — стеклянных капиллярных трубках. Эти свои знаменитые исследования он начал в 1835 г. и окончил в 1842 г. Предварительные сообщения им были опубликованы ранее [9]. Парижская академия наук, заинтересовавшись результатами опытов Пуазейля, создала специальную комиссию в составе Араго, Бабине и Пиобера, которая, рассмотрев рукопись, очень высоко оценила его работу [10]. По рекомендации этой комиссии труд Пуазейля был доложен Реньо в заседании Академии и напечатан полностью в 1846 г. [1]. Американское Реологическое общество целиком перепечатало эту работу на английском языке в переводе Гершеля под редакцией Бинггама [11]\*.

Успех работы Пуазейля обусловлен, во-первых, ясной, правильной постановкой задачи. Он указывает, что необходимо было изучить зависимость количества протекающей через тонкую трубку жидкости от ее длины и диаметра, от давления, а также от температуры. Последнее обстоятельство, связанное с постоянством температуры во время каждой серии опытов, весьма важно, поскольку, как известно, температурный коэффициент вязкости жидкостей велик. Напомним, что для воды при 20° С изменение вязкости составляет 2,5% на 1°, а для масел даже до 7% на 1°.

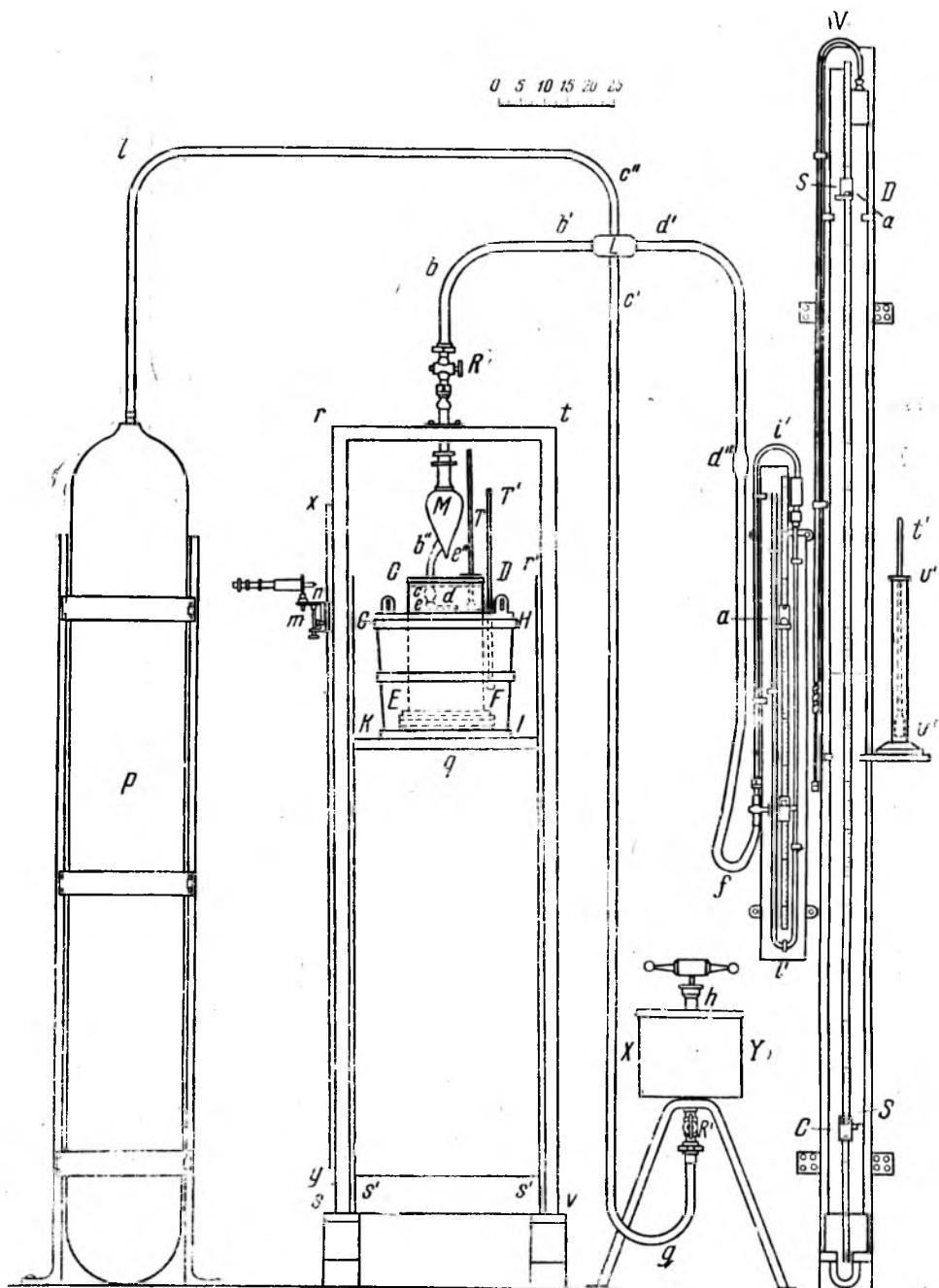
Схема установки Пуазейля была разработана весьма тщательно. Ниже приводим ее краткое описание (рис. 1). Стеклянный грушевидный сосуд *M* посредством трубы *b*" был соединен с шариком вискозиметра *ce*, который внизу соединялся с капилляром *d*, расположенным горизонтально. Внизу сосуда *M* имелся отросток *e*", в котором собиралась пыль; совсем от нее невозможно было избавиться. Попадая в вискозиметр, пыль весьма затрудняла наблюдения в случае самых узких капилляров. Во время опыта сосуд *M* посредством крана *R* и медной трубы *bb'* соединялся с источником давления. Насос *h*, создающий давление и заключенный в охлаждающий резервуар *XY*, через кран *R'*, систему трубок *bb'*, *c'l*, *d'd''f*, *gc'* и четырехходовую муфту *L*

\* В предисловии к этой серии («Реологические мемуары») Бинггам пишет, что в ближайших выпусках будут изданы работы русских ученых — Ф. Шведова по упругости жидкостей [12] и Н. П. Петрова по гидродинамической теории смазки [13].



Жан Леонар Мари Пуазейль  
(1797—1869)

соединялся с вискозиметром, маностатом  $P$  (медный сосуд емкостью около 60 л) и манометрами. Для точного измерения давления служили два манометра — ртутный *i'aci'* и водяной *VSDCS*.



Ис. 1. Общая схема установки Пуазейль

Время истечения жидкости из шарика вискозиметра при постоянном давлении определялось путем наблюдения прохождения мениска жидкости через метки  $s$  и  $e$  с помощью отсчетного микроскопа  $m$ , монтированного на штативе  $xy$ . Все основные и притом многочисленные опыты были проведены Пуазейлем с дистилированной водой. При этом

вода из шарика вискозиметра через капилляр  $d$  вытекала в стеклянный цилиндр  $CDEF$ , также наполненный дистиллированной водой. Для получения постоянной температуры, которая поддерживалась с точностью до  $0,05^\circ$ , служил термостат  $GHIK$ , расположенный на подставке  $qs's'$ , связанной с массивным штативом прибора  $rvs$ . Температура измерялась термометрами  $T$  и  $T'$ ; для контроля температуры жидкости в манометрах служил термометр  $t'$ , погруженный в сосуд  $v'v'$ .

Самый вискозиметр Пуазейля изображен на рис. 2. Как видно, резервуар  $AB$ , имеющий возможно более точную форму шара, посредством трубки  $F$ , согнутой под прямым углом, соединен с горизонтальным капилляром  $D$ . Расширение  $G$  служит для того, чтобы можно было точно определить длину капилляра. Для выяснения влияния длины трубки на количество вытекающей жидкости Пуазейль после каждой серии опытов обрезал часть капилляра.

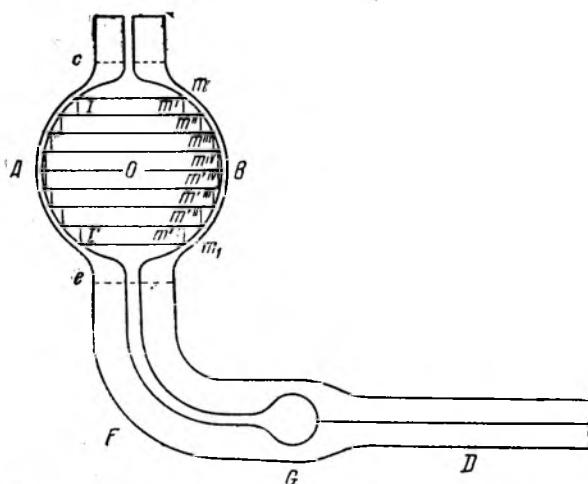


Рис. 2. Схема капиллярного вискозиметра Пуазейля

Измерение давления производилось Пуазейлем с большой степенью точности. Для уменьшения влияния гидростатического давления самой воды он располагал в начале опыта вискозиметр так, чтобы метка  $c$  (рис. 2) лежала на уровне воды в резервуаре  $CDEF$  (рис. 1). Изменение гидростатического давления за счет опускания уровня воды от метки  $c$  до метки  $e$  во время опыта (рис. 2) и соответственное небольшое поднятие уровня в резервуаре им учитывалось. Горизонтальные черточки, а также буквы  $m$  и  $m_1$  и т. д. на рис. 2 связаны с его методом расчета этой поправки, которая в общем была невелика — обычно менее  $1\%$ . Для определения величины поправки на поверхностное натяжение им были поставлены специальные опыты. К манометрическому давлению он вводил поправки на плотность воздуха, а также на разность барометрического давления для уровней жидкости в открытом конце манометра и вискозиметра.

Большое внимание уделил Пуазейль точному определению длины и в особенности диаметра капиллярных трубок. Капилляры тщательно калибровались ртутью; проверялось отсутствие конусности по длине с точностью до  $2\%$ . Отсутствие значительной эллиптичности устанавливалось путем наблюдения поперечного сечения концов капилляра в микроскоп (с точностью до  $3\%$ ). Эти небольшие отклонения от цилиндричности капиллярных трубок учитывались при вычислениях.

Описание установки приведено во вводной части работы Пуазейля. Следующие четыре главы его труда (главы I—IV) заключают в себе

изложение опытов по выяснению влияния давления, длины капилляра, его диаметра и температуры на количество протекающей воды. Эксперименты были поставлены для ряда капиллярных трубок с диаметрами от 0,013949 до 0,65217 мм, т. е. последний диаметр был в 50 раз больше первого. Длина капилляров менялась от 1 м до 3 мм, т. е. в 300 раз. При опытах с длинными капиллярами прибор не помещался в термостат, а измерения производились только при комнатной температуре.

Давление изменялось от 5 мм Нг до 6 м Нг. Наблюдения велись при температурах от 0 до 45° С с интервалами в 5°. Так как температура крови у животных не превосходит 40° С, то производить опыты при более высоких температурах Пуазейль считал излишним. Здесь следует, между прочим, заметить, что результаты опытов Пуазейля не могли быть успешно использованы в физиологии для интерпретации процессов течения крови в кровеносной системе, поскольку, как выяснилось впоследствии, кровь как дисперсная система обнаруживает аномалию вязкости.

В первой части своей работы Пуазейль установил, что количество воды  $Q$ , протекающее в единицу времени через капилляр, прямо пропорционально давлению  $p$ , т. е.

$$Q = Kp, \quad (1)$$

где  $K$  — постоянная для данного капилляра величина при условии  $t = \text{const}$ . Высокую точность опытов Пуазейля можно видеть из табл. 1, приведенной в виде таблицы XXVI\* в его оригинальной работе [4].

В табл. 1, кроме экспериментального значения времени истечения, приведено также вычисленное значение, которое было получено Пуазейлем таким образом. На основании второго опыта была определена константа  $K$  уравнения (1), а затем по этому уравнению были сделаны вычисления для всех остальных опытов. Конечно, можно было бы ограничить числа, приведенные в столбцах 3, 4 и 5, четырьмя значащими цифрами, но в общем совпадение экспериментальных и вычисленных значений оказывается поразительным.

В следующей части работы, исследуя влияние длины капилляра  $L$  на величину  $Q$ , Пуазейль пришел к такому уравнению:

$$K = \frac{K'}{L} \text{ или } Q = \frac{K'p}{L}, \quad (2)$$

где  $K'$  — функция только диаметра трубы и температуры.

Для примера в виде табл. 2 приведена одна из таблиц второй части работы Пуазейля (табл. IV).

В этой таблице приведены результаты опытов для одного вискозиметра с первоначальной длиной капилляра 150,15 мм. Затем капилляр постепенно обрезался сначала на 50 мм, затем еще на 50 мм, затем на 25 мм и т. д. При этом каждый раз измерялся диаметр у открытого конца капилляра.  $D_1$  и  $D_2$  — два взаимно перпендикулярных диаметра; различие их указывает на некоторую эллиптичность сечения трубы. У конца капилляра, припаянного к шарику вискозиметра,  $D_1 = 0,04250$  и  $D_2 = 0,04450$ . Таким образом, у трубы длиной 3,35 мм конусности не было; при большей длине капилляра наблюдалась некоторая конусность.

Сравнение цифр двух последних столбцов табл. 2 снова показывает высокую точность измерений Пуазейля.

\* Расположение цифр в табл. 1 и последующих несколько изменено.

Таблица 1

Первая серия опытов. Трубка  $K$ . Длина трубы  $L = 364,00$  мм; диаметр трубы у открытого конца  $D = 0,1316$  мм

№ опыта	$t, {}^{\circ}\text{C}$	Давление в мм Hg	Время истечения 1 см <sup>3</sup> воды ( $\tau$ ) в секундах	
			найденное эксперимен- тально	вычисленное
1	11	54,987	8590,00	8598,20
2	11	210,129	2250,00	—
3	11	419,645	1125,75	1126,64
4	11	835,565	565,00	565,83
5	12	1576,000	286,00	—
6	11	2338,376	197,50	202,10
7	11	3095,540	154,00	152,73
8	11	3856,939	123,00	122,80
9	11	4616,534	106,24	102,40
10	11	53 6,534	88,25	87,93
11	11	6136,534	77,50	77,04
12	7	6136,534	86,75	—

В третьей части своей работы он установил зависимость  $Q = f(D)$  и написал уравнение (2) в виде

$$Q = K'' \frac{p D^4}{L}, \quad (3)$$

где  $K''$  — функция только температуры.

В табл. 3 показана сходимость результатов при вычислении константы  $K''$  вискозиметров с различными капиллярами.

Таблица 2

Давление 775 мм Hg. Температура  $10^{\circ}\text{C}$

№ опыта	Обозначение трубки	Длина трубы в мм	Диаметры трубы у открытого конца		Время истечения 0,3629 см <sup>3</sup> воды в секундах	
			$D_1$	$D_2$	найденное эксперимен- тально	вычисленное
1	$D_1 \dots \dots$	150,45	0,04600	0,04700	6900,8	—
2	$D \dots \dots \dots$	100,30	0,04466	0,04600	4839,5	4609,7
3	$D' \dots \dots \dots$	50,225	0,04380	0,04540	2504,7	2423,4
4	$D'' \dots \dots \dots$	25,175	0,04300	0,04500	1291,3	1255,5
5	$D''' \dots \dots \dots$	9,95	0,04266	0,04466	519,58	510,37
6	$D'''' \dots \dots \dots$	3,35	0,04250	0,04450	175,34	173,93

Таблица 3

Обозначение трубки . . .	$M$	$E$	$D$	$C$	$B$	$A$	$F$
$K'' \dots \dots \dots$	2495,5	2496,0	2494,4	2496,8	2496,2	2492,7	2495,0

Позднее теоретически было показано, что

$$K'' = \frac{\pi}{128\eta}, \quad (4)$$

где  $\eta$  — вязкость жидкости в пуазах, и в настоящее время закон Пуазейля пишут, как известно, в следующем виде:

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8\eta L}, \quad (5)$$

где  $R$  — радиус капилляра.

Впоследствии формула (5) была дополнена поправками [14, 15] на кинетическую энергию вытекающей из капилляра жидкости и на влияние устья капилляра; это влияние связано с постепенным развитием параболического профиля скорости. Между прочим, Пуазейль заметил, что для более широких и коротких трубок величина  $K''$  не постоянна. Как теперь выяснилось, это устраняется путем введения указанных выше поправок.

Необходимо отметить, что сам Пуазейль слово вязкость не применял. Роль вязкости, как ясно из изложенного, у него играла величина  $K''$ , согласно уравнению (4) пропорциональная текучести жидкости  $\varphi$  ( $\varphi = \frac{1}{\eta}$ ). Термин вязкость ввел, повидимому, Видеман [16] при теоретическом выводе закона Пуазейля. Физическое же определение коэффициента вязкости впервые дано Максвеллом [17].

Возвращаясь к исследованиям Пуазейля, отметим, что он, изучив влияние температуры на величину  $K''$ , дал в четвертой части своей работы следующее уравнение для воды:

$$Q = 1836,724 (1 + 0,033679t + 0,00022099t^2) \frac{\rho D^4}{L}, \quad (6)$$

где  $\rho$  выражено в мм Hg,  $D$  и  $L$  — в миллиметрах.

Таким образом, Пуазейль впервые предложил формулу зависимости вязкости воды от температуры. И здесь также точность его измерений оказалась весьма высокой. На графике  $\eta = f(t)$  для воды, построенном Торпом и Роджером [18, 19] по данным девяти авторов, точки Пуазейля\* оказались расположеными весьма близко к кривой Торпа и Роджера, значительно ближе, чем данные ряда других исследователей, работавших значительно позднее Пуазейля.

В работе Пуазейля совершенно отсутствуют графики. Повидимому, в то время графические методы обработки наблюдений были мало распространены. Между тем они значительно облегчили бы Пуазейлю интерпретацию наблюдений. На рис. 3 и 4 мы нанесли в виде графиков некоторые результаты его опытов. Как видно, точки очень хорошо ложатся на прямые линии, что еще раз характеризует большую точность исследований.

В настоящее время ясно, почему ученые, которые до Пуазейля изучали экспериментально вопрос о течении жидкостей в трубах (Прони, Дюбуа, Жирар, Якобсон и др.), не пришли к определенным результатам. Во многих случаях диаметр трубок у них был слишком велик, и режим течения в их опытах часто бывал турбулентным. В связи с этим в гидравлике возникла дискуссия о том, будет ли потеря напора при течении

\* Поскольку в работе Пуазейля приведены все необходимые данные, можно было на основании его опытов вычислить вязкость в абсолютных единицах.

жидкостей в трубах ( $p$ ) пропорциональна первой или второй степени скорости  $v$  или она подчиняется следующему уравнению:

$$p = av^2 + bv, \quad (7)$$

где средняя скорость  $v = \frac{Q}{\pi R^2}$ , а  $a$  и  $b$  — постоянные.

Позднее Сен Веннан, Буссинеск и в особенности Рейнольдс экспериментально доказали, что течение в опытах указанных авторов, действительно, было турбулентным. Тогда же выяснилось, что при ламинарном течении  $p$  в соответствии с законом Пуазейля пропорционально  $v$ , а при турбулентном — при не слишком больших числах Рейнольдса — в первом приближении пропорционально  $v^2$  (уравнения Дюпюи, Вейсбаха и др.).

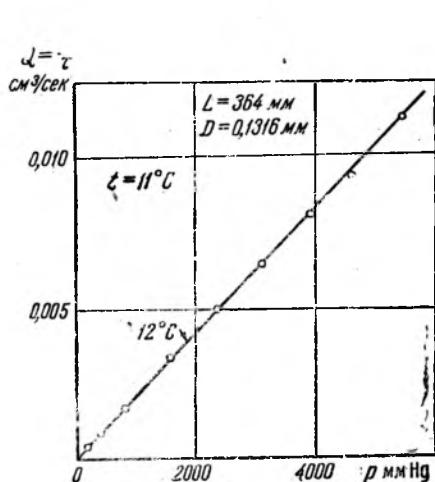


Рис. 3. Зависимость количества воды  $Q$ , протекающей в 1 сек. через капилляр, от давления  $p$  (построено по данным, приведенным в таблице XXVI работы Пуазейля)

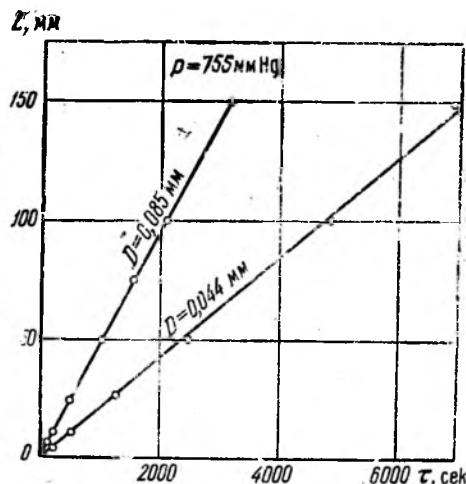


Рис. 4. Зависимость времени истечения  $\tau$  от длины капилляра  $L$  для воды для двух капиллярных трубок различного диаметра  $D$  (построено по данным, приведенным в таблицах I и IV работы Пуазейля)

Можно сказать, что только Гагена можно считать до некоторой степени предшественником Пуазейля. За год до опубликования первой работы Пуазейля [9] Гаген [20] напечатал результаты своих опытов, где он приводит выводы, сходные с уравнением (3). Однако работу последнего ни в какой мере нельзя сравнивать с исследованиями Пуазейля ни по тщательности разработки методики, ни по точности наблюдений, ни по широте эксперимента, ни по законченности выводов. Таким образом, закон, выражаемый уравнением (5), несмотря на возражения некоторых немецких авторов, называют законом Пуазейля и, иногда, законом Пуазейля—Гагена.

Как известно, в первой половине прошлого столетия Навье, Стокс, а также и Пуассон на основании гипотезы Ньютона о вязком потоке и уравнений гидродинамики идеальной жидкости вывели общие уравнения гидродинамики вязкой жидкости, носящие название уравнений Навье—Стокса. Тогда возник вопрос об экспериментальной проверке их, причем до 70-х годов не было полной уверенности в их справедливости. Возникали также сомнения в правильности граничных условий на твердой стенке (прилипание жидкости на твердой поверхности), вводимых при интегрировании уравнений Навье—Стокса для частных случаев.

Проверку необходимо было сделать прежде всего для течения жидкости в трубах. Стокс (1845 г.) дал в своих трудах выведенное им теоретически параболическое распределение скоростей в трубе круглого сечения [21], соответствующее закону Пуазейля. Повидимому, он вывел теоретически и уравнение (5), однако не опубликовал его, возможно, в связи с тем, что опыты Дюбуа, Боссю и других авторов противоречили формуле (5). Теоретический вывод закона Пуазейля опубликовали Видеман [16] и Гагенбах [22]. Н. Петров (1883 г.) в своей классической работе по гидродинамической теории смазки [13] дал весьма подробный анализ всех опытов по течению жидкостей в трубах и отметил, что исследования Пуазейля наиболее точны. Сопоставляя опыты с теорией, Н. Петров показал, что при течении обычных жидкостей по трубам на стенках имеет место прилипание\*, а не скольжение.

Таким образом, гипотеза Ньютона о вязком потоке и общие уравнения гидродинамики вязкой жидкости Навье—Стокса нашли экспериментальное подтверждение на базе закона Пуазейля.

Во второй половине XIX века получила широкое развитие вискозиметрия, и был накоплен огромный материал по вязкости самых разнообразных жидкостей в широких пределах температур [24]. Измерения в основном производились с капиллярными приборами, связанными с законом Пуазейля. Правда, в большинстве случаев применялись так называемые вторичные абсолютные вискозиметры [25], т. е. приборы, требующие градуировки, например вискозиметры Оствальда, Уббелоде и др. И в настоящее время именно капиллярные вискозиметры являются стандартными приборами для вискозиметрических измерений во всех передовых странах\*\*.

Прибор Пуазейля принадлежит к числу первичных абсолютных вискозиметров, так как его константу можно вычислить из его размеров. Позднее приборы такого рода применялись для абсолютных измерений вязкости воды и других жидкостей. Они являются дальнейшим усовершенствованием вискозиметра Пуазейля. Но, в общем, за истекшие сто лет их было построено немного; вероятно, немногим больше десятка. Изготовление их и методика работы с ними связаны с весьма большими экспериментальными трудностями. Наиболее точные из таких приборов — это вискозиметры Торпа и Роджера [18], Эрка [15] и Бингама [27].

Наконец, закон Пуазейля сыграл очень большую роль в коллоидной химии, точнее, в физической механике коллоидов и других дисперсных систем. Еще Грэм (1864 г.) назвал капиллярный вискозиметр коллоидоскопом, поскольку оказалось возможным посредством его изучать процесс старения коллоидов. Наблюдая время истечения коллоидного раствора через капилляр через сутки, двое суток и т. д., можно было заметить постепенное увеличение времени истечения, связанное с самопроизвольным повышением вязкости коллоида с течением времени.

Однако еще большее значение имеет капиллярный вискозиметр в связи с исследованиями аномалии вязкости, пластичности и тиксотропии дисперсных систем. Еще в начале текущего столетия выяснилось [14, 15, 27], что коллоиды и дисперсные системы не подчиняются закону Пуазейля (5). Вместо прямых линий, проходящих через начало координат (см. рис. 3), получающихся для обычных ньютоновских жидкостей на графиках  $Q = f(p)$ , для коллоидов на таких графиках наблюдаются кривые, выпуклостью обращенные к оси  $p$  (кривые  $b$  и  $c$  на

\* Прилипание жидкостей на твердой стенке было позднее доказано Тамманом и Гиннубером (192 г.) из наблюдений над течением ртути через стеклянные и металлические капилляры [23].

\*\* В СССР для измерения вязкости нефтепродуктов при температурах 100 и 50° С приняты в качестве стандартных капиллярные вискозиметры Оствальда—Пинкевича, а при 0° С — капиллярные вискозиметры Оствальда—Воларовича [26].

рис. 5). В результате, если вычислять вязкость дисперсных систем по уравнению (5), то она уменьшается с увеличением  $Q$ , т. е. с увеличением градиента скорости. Это связано с разрушением структуры коллоидов при течении или с ориентацией их частиц в потоке.

Теория течения коллоидов через капилляр до сих пор еще полностью не разработана. Для веществ, у которых кривая проходит через начало координат (кривая  $b$  на рис. 5) и которые принято называть ньютоновскими жидкостями (многие золи с малой концентрацией дисперсной фазы и т. п.), Оствальд, а также Де Виле и другие авторы предлагали видоизменить уравнение Пуазейля следующим образом [14]:

$$Q = kp^n, \quad (8)$$

где  $n$  — показатель степени, больший единицы. Однако выяснилось, что  $k$  и  $n$  не являются константами вещества, а зависят от размеров капилляра. Позднее Рейнер [28] развел далее вопрос о течении таких коллоидов через трубку.

Другое решение вопроса получил Букингам [29] для пластичных дисперсных систем, типичная кривая  $Q = f(p)$  которых также изображена на рис. 5 (кривая  $c$ ). Отрезок  $p_0$  на оси абсцисс связан с наличием предела текучести у пластичного тела, ниже которого течения не происходит. Интегрируя дифференциальное уравнение пластичного потока Бингама [27] для случая течения дисперсной пластичной массы через капиллярную трубку при условии прилипания ее на стенках, Букингам получил следующую формулу:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \left( p - \frac{4}{3}p_0 + \frac{p_0^4}{3p} \right), \quad (9)$$

которая переходит в уравнение Пуазейля (5), если  $p_0 = 0$  (ニュтоновская жидкость). Уравнение (9) с точностью до нескольких процентов получило экспериментальное подтверждение для ряда дисперсных систем (глины, красок, торфомассы и др.), хотя в некоторых случаях приходилось учитывать скольжение дисперсной системы на стенках трубки [30].

В настоящее время выяснилось, что применение ротационного вискозиметра более обосновано при исследованиях дисперсных систем, в особенности с высокой концентрацией дисперсной фазы [31]. Однако до сих пор капиллярный вискозиметр широко применяется при изучении вязких свойств коллоидов, и отклонение от закона Пуазейля является основным признаком наличия структурообразовательного процесса в системе.

В заключение следует сделать еще одно замечание. При изучении текучести веществ с аномальными свойствами в соответствии с задачами реологии выяснилось, что аномальные вещества разнообразны по своим свойствам. Одни из них близки к бингамовскому телу с пределом текучести, другие — к максвелловской жидкости с релаксацией, третьи — к кельвинову телу с упругим последействием и т. д. Перечисленные вещества и ряд других хорошо укладываются в единую стройную классификацию идеальных реологических тел [28]. До сих пор, однако, нет уверенности в том, что среди реальных тел природы имеются в точности тела Максвелла, Кельвина, Бингама, Шведова и т. д. Но можно утверждать, что реальные вязкие жидкости с огромной степенью

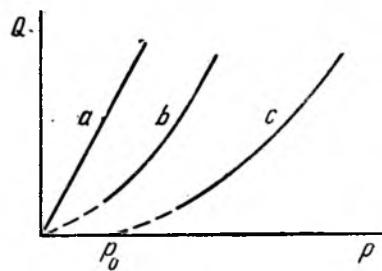


Рис. 5. Зависимость  $Q = f(p)$  в капиллярном вискозиметре для различных веществ:  
a — ньютоновская жидкость, b — ньютоновская жидкость, c — пластичное тело;  
b и c — дисперсные системы

точности тождественны с вязкой жидкостью, рассматриваемой в теоретической гидромеханике и подчиняющейся уравнениям Ньютона и Навье — Стокса. И это утверждение базируется прежде всего на законе Пуазейля.

Таким образом, за сто лет со времени опубликования закон Пуазейля получил полное подтверждение в дальнейших опытах, был выведен теоретически, послужил для проверки основных уравнений гидродинамики вязкой жидкости, получил дальнейшее развитие для веществ с аномальной вязкостью и пластичностью (коллоидов) и стал основой современной вискозиметрии.

И сейчас, через сто лет, работа Пуазейля представляет собою пример весьма точных физических измерений, которые приводят к у становлению новых физических законов.

#### Цитированная литература

1. Poiseuille J. L. M., *Mém. l'Inst. de France, Sci. Math. et Phys.*, 9, 433—545, 1846.
2. Coulomb C. A., *Mém. de l'Inst. Nat.*, 3, 246, 1801.
3. Deele y R. a. Parr, *Phil. Mag.*, 85, 26, 1913.
4. Brillouin M., *Journ. of Rheology*, 1, 4, 345, 1930; *Journal des Connaissances Médicales et Pharmaceutiques*, Fébr., 62, 1870.
5. Poiseuille J. L. M., *Journ. de Physiologie Expérimentale par Magendie*, 8, 274, 1828.
6. Poiseuille J. L. M., *ibid.*, 9, 44, 1829.
7. Poiseuille J. L. M., *ibid.*, 10, 277, 1830.
8. Poiseuille J. L. M., *Mém. des Sav. Etr.*, 7, 1841.
9. Poiseuille J. L. M., C. R. Acad. Sci. Paris, 11, 961, 1840; 12, 112, 1841.
10. C. R. Acad. Sci. Paris, 15, 11, 67, 1942; *Ann. de chim.* (3), 7, 50, 1943; *Pogg. Ann.*, 58, 424, 1843.
11. Poisseuille J. L. M., *Rheological Memoirs*, 1, 1, 1—101, 1940 (Editor E. C. Bingham).
12. Schwoedoff Th., *Journ. de phys.* (2), 8, 341, 1889.
13. Петров Н. П. *Инженерный журнал*, 27, 1—4, 1883; см. также «Гидродинамическая теория смазки», сб. под ред. Л. С. Лейбензона, Гостехиздат, 1934.
14. Гатчек Э., *Вязкость жидкостей*, пер. с англ., 2-е изд., ГОНТИ, 1935.
15. Барр Г., *Вискозиметрия*, пер. с англ., ГОНТИ, 1938.
16. Wiedemann G., *Pogg. Ann.*, 99, 221, 1856.
17. См., например, *Brit. Eng. Stand. Ass.*, Specification № 188, 1929.
18. Thorpe T. E. a. Rodger J. W., *Phil. Trans. (A)*, 185, 397, 1894.
19. Brillouin M., *Viscosité*, Paris, 1907.
20. Hagen G., *Ann. d. Phys.*, 46, 423, 1839.
21. Stokes G. G., *Trans. Cambr. Phil. Soc.*, 8, 287, 1845.
22. Hagenbach E., *Pogg. Ann.*, 109, 385, 1860.
23. Tammann G. u. Hinnüber, *ZS. anorg. u. angew. Chem.*, 167, 230, 1927.
24. См., например, *Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen*, 1, 126—186, 1923.
25. Воларович М. П., Труды Совещания по вязк. жидк. и колл., 2, 192, 1944; Завод. лабор., № 1, 49, 1945.
26. ГОСТ 33—46.
27. Bingham E. C., *Fluidity a. Plasticity*, New York, 1922.
28. Reiner M., *Ten Lecture on Theoretical Rheology*, Jerusalem, 1943.
29. Buckingham E., *Proc. Amer. Soc. Test. Mater.*, 21, 1154, 1921.
30. Scott-Blair G. M., *Introduction to Industrial Rheology*, London, 1938.
31. Воларович М. П., Завод. лабор., № 9, 832, 1945.

В. Г. ФЕСЕНКОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ВЫСОТЫ СВЕЧЕНИЯ  
НОЧНОГО НЕБА

Как известно, ночное небо отличается заметным свечением, которое, согласно многочисленным определениям, эквивалентно нескольким звездам пятой величины с каждого квадратного градуса. Это свечение зависит от различных причин, что становится очевидным из простого рассмотрения общей картины ночного неба. Опишем, например, вид ночного неба в летние дни или осенние месяцы в окрестностях Алма-Ата под широтой в  $43^{\circ}$ . Вскоре после захода солнца под горизонт, когда край солнечного диска растечется по горизонту и в последний момент перед исчезновением блеснет зеленым лучом, на противоположной части неба показывается земная тень в виде широкого темного сегмента с неясными очертаниями. При исключительно ясной погоде эта тень видна с поразительной резкостью, особенно через красный фильтр. Тень эта поднимается скорее, чем солнце опускается под горизонт, и чем дальше — тем все с большей скоростью, теряя постепенно резкость своих очертаний и захватывая, наконец, все небо, когда на западе еще заметны сумерки. При полном наступлении ночи перед наблюдателем развертывается следующая картина. Через все небо проходит Млечный путь, причем в области Стрельца, в направлении которого находится центр нашей галактики, звездные облака поразительно ярки и почти непримечательны для глаза, адаптированного на полную темноту. Яркость неба заметно уменьшается в обе стороны от Млечного пути, так что последний явным образом представляет плоскость симметрии по отношению к звездной или галактической составляющей свечения ночного неба. Однако в частях, удаленных от Млечного пути, небо вовсе не представляется однородным. В первые часы ночи западная часть неба кажется темной, такой же, как и восточная часть, но на северо-западе можно видеть светлое пятно, несколько приподнятое над горизонтом, которое постепенно перемещается к северу вслед за движением солнца. Это так называемый северный зодиакальный свет, соединяющий восточную и западную ветви зодиакального света. Во время летнего солнцестояния этот северный зодиакальный свет весьма ярок и простирается на всю северную часть неба почти до Полярной звезды.

Кроме того, в южной области неба можно видеть широкую зодиакальную полосу — слабое диффузное свечение, простирающееся вдоль эклиптики и хорошо заметное на некотором удалении от Млечного пути. В точке, противоположной солнцу, заметно мутное пятно овального вида, так называемое противосияние. Для ясной видимости этих явлений, не имеющих резких контуров и видимых лишь по контрасту с окружающим фоном неба, необходимо, чтобы они находились на достаточноном расстоянии как от горизонта, так и от Млечного пути.

После полуночи небо начинает заметно светлеть на востоке, запад

же остается попрежнему темным. Однако только после двух часов ночи по солнечному времени на восточной части неба начинают вырисовываться очертания широкой ветви зодиакального света, наклоненной к горизонту и значительно усиливающейся по яркости по мере приближения к солнцу. В предрассветные часы зодиакальный свет достигает большой яркости и значительно превосходит самые яркие части Млечного пути.

Таким образом, очевидно, что зодиакальный свет, простирающийся, повидимому, на все небо, также служит источником ночного свечения неба, причем эклиптика представляет плоскость симметрии. Отметим, наконец, что в любой час ночи в областях неба, удаленных как от Млечного пути, так и от эклиптики, яркость небесного свода между зенитом и горизонтом увеличивается приблизительно в 2 раза. Таким образом, при прочих равных условиях, небо значительно темнее в зените и светлеет к горизонту. На это впервые обратил внимание ученик Каптейна—Интема [1], объяснивший это явление наличием „земного света“ — свечением высоких слоев земной атмосферы. Действительно, в настоящее время хорошо известно, что свечение ночного неба обусловлено главным образом ионосферой на большой высоте над земной поверхностью. Как показывают наблюдения, спектр ночного неба характеризуется главным образом эмиссионными линиями метастабильного кислорода 5577, 6300, 6330 Å, желтой натриевой линией 5892 Å и рядом полос в более преломляемой части спектра, принадлежащих молекулярному азоту. Эти полосы проявляются лишь при значительной экспозиции или слабо выделяются на непрерывном фоне.

Таким образом, уже беглый осмотр картины ночного неба показывает, что яркость его зависит от трех основных причин: интегрального блеска всех звезд, входящих в состав нашей галактики, свечения метеорной пылевой материи, заполняющей межпланетное пространство, и излучения высоких ионосферных слоев. Для суждения о суммарном излучении нашей галактики, природе зодиакального света, а также и в ряде других астрономических проблем необходим тщательный учет ионосферной составляющей светимости ночного неба. Для этого необходимо прежде всего определить высоту ионосферного эмиссионного слоя.

Мною было применено два способа. Первый заключается в фотографировании спектра ночного неба при помощи светосильного спектрографа одновременно на нескольких зенитных расстояниях, начиная от зенита и вплоть до зенитного расстояния  $80^\circ$ . Измеряя отношение яркостей отдельных эмиссионных линий, можно определить высоту их свечения. Другой способ совершенно аналогичен и требует фотометрических измерений яркости ночного неба в общих, например в визуальных или фотографических, лучах, также на разных зенитных расстояниях. Последний способ требует, чтобы измерения велись в абсолютных единицах, например выражались в числе звезд пятой величины на квадратный градус неба, так как получаемые оценки должны оправдываться от суммарной яркости звезд и других космических источников света.

Заметим, что изменение яркости ночного неба от зенита к горизонту зависит не только от высоты эмиссионного слоя, но и от его толщины. Однако влияние последнего обстоятельства почти незаметно. Действительно, принимая во внимание, что яркость эмиссионного слоя пропорциональна его толще в направлении луча зрения, находим в случае бесконечно малой толщины слоя высоты  $h$

$$dl = \sec z (1+h) dh \left[ 1 - \frac{1}{2} \sec^2 z (2h+h^2) + \dots \right],$$

где  $z$  — зенитное расстояние наблюдаемой точки неба.

Для слоя конечной толщины, аналогично расположенного между высотами  $h_1$  и  $h_2$ , находим

$$l_2 - l_1 = \sec z (1 + \bar{h}) \Delta h \left[ 1 - \frac{1}{2} \sec^2 z \left( 2\bar{h} + \frac{h_1^2 + h_2^2}{2} \right) \right],$$

где

$$\Delta h = h_2 - h_1, \quad 2\bar{h} = h_2 + h_1$$

(радиус земного шара принят за единицу).

Если для примера положить, что  $h_1=0,01$ ,  $h_2=0,05$ , т. е. что эмиссионный слой простирается между 64 и 320 км, то находим в обоих случаях для члена, заключенного в квадратные скобки, практически одинаковые значения, неразличимые фотометрическими средствами (различие меньше 1%). Таким образом, распределение яркости ионосферы при изменении зенитного расстояния зависит от высоты эмиссионного слоя, но фактически совершенно не зависит от его толщины.

Итак, предположим, что на некоторой высоте  $h$  над земной поверхностью, подлежащей определению, расположен слой ионосферы, производящий ночную эмиссию. Толщина этого слоя не может быть значительна. Действительно, согласно Митра [2], главные эмиссионные линии, принадлежащие кислороду в метастабильном состоянии, возникают в результате диссоциации и рекомбинации кислородных атомов под действием солнечной радиации. Днем солнечная энергия диссоциирует  $O_2$ ; ночью атомы кислорода рекомбинируются и снова образуют  $O_2$ , так что

$$O_2 \rightleftharpoons O + O.$$

При этом участвует третья частица —  $N_2$  или  $O$ . Энергия, выделяемая при рекомбинации, передается этой третьей частице, например  $O$ , и возбуждает ее для производства эмиссионной линии 5577 Å. Этот процесс может происходить лишь в сравнительно тонком слое, где вероятность одновременного столкновения трех частиц все еще достаточно велика, но где вместе с тем имеется достаточное количество атомарного кислорода.

В этом ионосферном слое распределение эмиссионных частиц имеет часто облакообразный характер, вследствие чего яркость ночного неба не всегда однородна. Это особенно резко проявляется при сравнении яркости двух близких областей неба, взятых одна от другой на расстоянии нескольких градусов, с отдаленной областью, например около Полярной звезды, где конфигурация звезд всегда одна и та же. При этом часто можно констатировать параллельное изменение яркости в близких областях неба, отличное от изменения яркости в отдаленной области. Таким образом, колебания яркости ночного неба не происходят в одинаковой степени в его различных точках, но оказываются связанными с отдельными областями, где проявляются ионосферные облака, более или менее ясно выраженные.

Несмотря на это обстоятельство, мы будем в дальнейшем предполагать правильное изменение светимости ионосферного слоя без каких бы то ни было случайных неоднородностей.

С другой стороны, можно предположить, что яркость ионосферного слоя более значительна на севере, как, повидимому, показывают прямые наблюдения, поставленные мною с однотипными фотометрами одновременно в Бухте Тихой (Земля Франца Иосифа), в Кучино под Москвой и в Симеизе в Крыму. Вопрос этот, однако, все еще представляется спорным. Поскольку высота ионосферы очень значительна, наличие широтного градиента должно повести к значительно большей яркости неба вблизи северного горизонта, чем на той же высоте вблизи

южного горизонта. Подобное явление часто наблюдается, но оно далеко не всегда носит закономерный характер. Если, как это обычно бывает, яркость неба вблизи горизонта практически постоянна в южных азимутах, увеличиваясь лишь к северу, то это служит указанием на то, что это явление обусловлено не широтным градиентом, а зодиакальным светом. Вопрос нельзя решить, если наблюдения не производятся в местности с совершенно одинаковой подстилающей поверхностью на протяжении многих сотен километров и если не ведется тщательный учет зодиакальной и галактической составляющих светимости ночного неба. В связи с этим заметим, что наблюдения Рэлея [3], произведенные им в южных широтах, повидимому, не обнаруживают явственного широтного эффекта, как видно из дискуссии по этому поводу, имевшей место в Королевском астрономическом обществе в 1945 г.

Из изложенного видно, что широтный эффект, если он вообще существует, должен быть весьма мал. Пусть на некоторой широте  $\varphi_0$ , где яркость ионосферы в зените  $j_0$ , относительный градиент свечения неба

$$\gamma = \frac{1}{j_0} \left( \frac{\partial j}{\partial \varphi} \right)_0.$$

В таком случае наблюдаемая яркость свечения эмиссионного слоя в направлении  $(z, A)$  — при отсутствии поглощения и рассеяния в промежуточных слоях — представляется выражением

$$J = j_0 \frac{(1+h) \left( 1 - \gamma \frac{h}{1+h} \cdot \frac{180}{\pi} \operatorname{tg} z \cos A \right)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}}.$$

Из этого выражения следует, что для исключения широтного эффекта наблюдения над светимостью неба должны производиться в первом вертикале, где  $\cos A = 0$ .

Таким образом, наблюдаемая яркость неба может быть представлена в виде

$$J = \frac{j_0 (1+h) (abs)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}},$$

где  $(abs)$  — фактор, выражающий поглощение и рассеяние света в среде между ионосферой и наблюдателем. В случае источника света небольшой угловой протяженности поглощение света определяется обычным фактором  $p^{\sec z}$ , где  $p$  — коэффициент прозрачности. Для протяженных объектов, а тем более для ионосферы, светящейся во всех точках видимой небесной сферы, положение совершенно иное, так как в данном случае значительное влияние имеет свет, рассеянный в тропосфере. На это обстоятельство впервые было обращено внимание Дюфе [4] в 1927 г., который предложил метод учета диффузного света тропосферы, не отлигавшийся, впрочем, точностью. В 1938 г. Дюфе, Кабан и Гозит при попытке определения высоты эмиссионного слоя также применяли для этой цели довольно громоздкий полуэмпирический метод.

Заметим, что в тех случаях, когда учет диффузного света совершенно не производился, как это было в исследованиях Абади и Васси [5], результаты определений оказывались весьма странными. Эльви [6] в своем недавнем исследовании высоты эмиссионного слоя применял чисто эмпирический способ учета диффузного света, не давая ему никакого теоретического обоснования. Оценивая обычный коэффициент прозрачности  $p = e^{-k}$ , он редуцировал наблюдаемую яркость эмиссионных линий при помощи фактора

$$p_1^{\sec z} = e^{-\frac{k}{2} \sec z}.$$

Единственным подтверждением этой процедуры было лишь то обстоятельство, что, по словам Эльви, этим обеспечивалось наилучшее согласие между результатами, полученными на различных высотах и в разных местностях Америки.

В 1944 г. Д. Барбье [7] предложил аналитический метод учета тропосферного диффузного света, основанный на применении уравнения переноса в предположении чисто рассеивающих свойств атмосферы. Не входя в изложение этого метода, заметим, что в основе его лежит ряд упрощающих предположений, ставящих под сомнение применимость метода в реальных условиях. Так, например, индикатору рассеяния берут в форме Рэлея, что соответствует идеальной обесцвеченной атмосфере; предполагают, что атмосфера отличается одинаковым диффузным свечением во всей ее толще, пренебрегают фактором поглощения при вычислении некоторых интегралов и т. д. Несомненно, что при строгом применении уравнения переноса, даже в случае чистого рассеяния света, решение потребует очень обширных и громоздких числовых вычислений. Насколько я могу судить, предлагаемый Барбье способ никем не применялся на практике.

До настоящего времени высота эмиссионного слоя ионосферы не может считаться известной. Имеющиеся определения разных авторов сильно разнятся между собою, именно в пределах от 80 до 500 км и более. В 1943 г. Эльви на Обсерватории Макдональда нашел для этой высоты значение, превышающее 500 км, при довольно плохом внутреннем согласии своих наблюдений. В самое последнее время Дюффе и Ченг получили для высоты свечения линий 5577 и 5892 Å значения между 65 и 100 км, в то время как красная кислородная линия 6300 Å показала вполне определенную высоту, именно 160 км. Подробности этой работы мне не известны и, повидимому, еще не приводились в печати. Подобные расхождения зависят от случайных причин, именно от неравномерности свечения ионосферы — ионосферных облаков, упомянутых выше, — непостоянства светимости ионосферы во времени, но главное — от слишком грубой оценки прозрачности тропосферы и неправильного учета диффузного тропосферного свечения. Можно поэтому весьма сомневаться в том, имеют ли произведенные определения какое-либо реальное значение.

Для получения надежных результатов необходимо прежде всего построить правильную теорию светимости ночного неба, включая все упомянутые выше составляющие. Кроме того, нужно применять надежные и быстрые методы определения коэффициента атмосферной прозрачности, характеризующего тропосферу.

В соответствии с указанным выше наблюдаемая светимость ионосферы может быть представлена выражением

$$J = \frac{j_0 (1+h) p^{\sec z} \left( 1 - \gamma \frac{180}{\pi} \frac{h}{1+h} \operatorname{tg} z \cos A \right) (1+x)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}}$$

или

$$J = j_0 F(z, A) (1+x) p^{\sec z},$$

где  $j_0$  — яркость ионосферы в зените,  $x$  — приращение яркости за счет диффузного света в тропосфере.

Задача заключается в том, чтобы вычислить величину  $x$  — дополнительный диффузный свет в тропосфере.

Если бы имел место лишь один светящийся элемент ионосферы, то происходящий от него диффузный тропосферный свет можно было бы уподобить яркости дневного неба, обусловливаемой рассеянием солнечных лучей.

Теория, учитывающая рассеяние лишь первого порядка, показывает, что яркость дневного неба может быть представлена формулой

$$J = L \frac{\mu}{k} f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sec z,$$

т. е. определяется произведением двух функций, из которых первая  $f(\vartheta)$  зависит только от углового расстояния от солнца  $\vartheta$ , а вторая  $\varphi(z, z_1)$  есть функция, симметричная относительно  $z$  и  $z_1$ , зенитного расстояния наблюдаемой области неба и солнца, и зависит от атмосферной массы в направлении луча зрения, т. е. от  $\sec z$ , а именно

$$\varphi(z, z_1) = \frac{p \sec z - p \sec z_1}{\sec z_1 - \sec z}.$$

Первая функция — индикаторика рассеяния — характеризует долю света, рассеянного единицей массы воздуха под любым углом  $\vartheta$  между падающим и рассеянным лучами. Эта функция не может быть известна из каких-либо теоретических соображений. Поэтому вычислить  $J$  чисто теоретически, вводя ограниченное количество параметров, не представляется возможным. Причина этого заключается в том, что атмосфера представляет коллоид неоднородного строения, меняющийся от места к месту, а также с течением времени. Поэтому приходится обратиться к наблюдениям.

Для этой цели нами построен специальный прибор — фотометр дневного неба, позволяющий сравнивать яркость любой точки неба с зенитом, а также с солнцем, и вместе с тем отсчитывать обе координаты  $\vartheta$  и  $z$  при помощи разделенных кругов. Это особенно удобно для быстрого определения  $f(\vartheta)$  и  $\varphi(z, z_1)$ . Большое количество наблюдений над яркостью дневного неба с этим прибором, а также и с другими инструментами произведено и проанализировано Е. В. Фесенковой. В частности, оказалось возможным сделать следующие заключения:

1. При постоянном  $\vartheta$  яркость неба меняется совершенно одинаково в функции  $z$ , каково бы ни было  $\vartheta$ . Это значит, что  $J$  действительно представляется произведением функций, из которых одна зависит только от  $\vartheta$ , другая же только от  $z$ .

2. Вид функции  $f(\vartheta)$ , полученный из наблюдений, не зависит от зенитного расстояния солнца и меняется только при изменении оптических свойств атмосферы. Эту функцию можно условно назвать индикаторикой рассеяния.

3. Функция  $\varphi(z, z_1)$ , в которую в качестве параметра входит коэффициент прозрачности  $p$ , действительно имеет вид, указанный теорией. При хорошем состоянии неба и высокой прозрачности отклонения не превышают нескольких процентов.

Таким образом, при дальнейших расчетах можно пользоваться приведенной выше формулой яркости дневного неба.

Суммируя диффузный свет, производимый каждым элементом ионосферы, находим в общей сложности

$$\sec z \frac{\mu}{k} j_0 \int \int F(z, A_1) f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sin z_1 dz dA.$$

Не представляет затруднений вычислить это выражение числовым путем для всех возможных  $h$ ,  $p$  и для разных зенитных расстояний. Затруднение заключается лишь в том, что индикаторика рассеяния  $f(\vartheta)$  в реальных условиях может значительно отличаться от своей средней формы и размеров. Это затруднение можно обойти при помощи дополнительных наблюдений, основанных на следующей вспомогательной теореме.

Обозначим через  $K$  функцию от  $z$ , представляющую отношение освещенности горизонтальной поверхности от дневного безоблачного неба к освещенности той же поверхности только солнцем при зенитном расстоянии его, равном  $z$ .

Эту функцию можно вычислить по возможности в реальных условиях рассеяния света в атмосфере и проверить прямыми наблюдениями или же ограничиться эмпирическими данными при разных  $p$ . Можно доказать строгое соотношение

$$X(z_1, A_1) = K(z_1) \frac{\overline{F(z_1)}}{F(z_1, A_1)},$$

где  $\overline{F(z_1)}$  — значение функции, усредненное по всем  $z$  и  $A$ .

Принимая во внимание, что освещенность от солнца на горизонтальную поверхность представляется выражением

$$L \cos z_1 p^{\sec z_1},$$

где  $p$  — показатель прозрачности атмосферы, находим для искомой функции  $K$  выражение

$$K = \frac{\mu}{k} \sec z_1 p^{-\sec z_1} \int \int f(\vartheta) \varphi(z, z_1, p) \sin z dz dA. \quad (*)$$

Будем рассматривать элемент ионосферы яркости  $j_0 F(z, A)$  как самостоятельный источник света, расположенный вне атмосферы. Яркость тропосферы, производимая всей ионосферой в направлении  $(z_1, A_1)$ , есть

$$\Pi = \frac{\mu}{k} j_0 \int \int F(z, A) f(\vartheta) \varphi(z, z_1, p) \sec z_1 \sin z dz dA.$$

Яркость ионосферы без учета диффузного света

$$I = j_0 F(z, A_1) p^{\sec z_1}.$$

Отношение этих величин есть искомая функция  $X$ , равная

$$X = \frac{I}{I} = \frac{\mu}{k} \sec z_1 p^{-\sec z_1} \frac{\int \int F(z, A) f(\vartheta) \varphi(z, z_1, p) \sin z dz dA}{F(z, A_1)}. \quad (**)$$

Сравнивая равенства  $(*)$  и  $(**)$ , имеем

$$\frac{X}{K} = \frac{\overline{F(z_1)}}{F(z, A_1)} = \frac{\int \int F(z, A) f(\vartheta) \varphi(z, z_1, p) \sin z dz dA}{F(z, A_1) \int \int f(\vartheta) \varphi(z, z_1, p) \sin z dz dA}.$$

В случае равномерной яркости ионосферы  $F(z, A) = \text{const}$  и  $X = K$ .

Таким образом, знание индикатрисы рассеяния  $f(\vartheta)$  требуется только для того, чтобы найти отношение усредненного значения  $\overline{F(z_1)}$  к его значению в данной точке неба  $F(z, A_1)$ , поскольку индикатриса рассеяния входит под интеграл, как составная часть веса. Для этой цели можно, не делая заметной погрешности, пользоваться средней индикатрисой, полученной для данной местности, и даже пренебречь ее ореольной частью. В соответствии с наблюдениями Е. В. Фесенковой мы принимаем, что

$$f(\vartheta) = a_0 + a_1 \cos \vartheta + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta,$$

причем коэффициенты имеют следующие значения:

$$a_0 = 1, a_1 = 0, a_2 = 1,652, a_3 = 1,214.$$

Итак, требуется вычислить выражение

$$\iint F(z) f(\vartheta) \varphi(z, z_1, p) \sin z dz dA,$$

причем

$$\cos \vartheta = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos A.$$

Введем обозначения

$$N_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(z) \varphi(z, z_1, z) \sin z dz,$$

$$N_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(z) \varphi(z, z_1) \cos z \sin z dz,$$

$$N_l = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F(z) \varphi(z, z_1) \cos^l z \sin z dz.$$

Можно показать, что

$$\begin{aligned} \iint F(z) f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sin z dz dA = & \pi N_0 + a_2 \cos^2 z_1 N_2 + \\ & + \sin^2 z_1 a_2 \frac{\pi}{2} (N_0 - N_1) + \cos^3 z_1 a_3 N_3 + \\ & + \frac{3}{2} \pi a_3 \cos z_1 \sin^2 z_1 (N_1 - N_3) + \dots \end{aligned}$$

Вычисления  $N_0, N_1, \dots, N_l$  ведутся методом механической квадратуры для различных значений показателя прозрачности  $p$  и высоты эмиссионного слоя  $h$ .

Аналогично этому вычисляем интегралы типа

$$\begin{aligned} \iint f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sin z dz dA = & \pi n_0 + a_2 \cos^2 z_1 n_2 + \sin^2 z_1 a_2 \frac{\pi}{2} (n_0 - n_1) + \\ & + \cos^3 z_1 a_3 n_3 + \frac{3}{2} \pi a_3 \cos z_1 \sin^2 z_1 (n_1 - n_3) + \dots, \end{aligned}$$

где

$$n_l = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(z, z_1) \cos^l z \sin z dz.$$

Отношение обоих двойных интегралов есть искомая величина  $\overline{F(z_1)}$ .

Результаты вычислений сгруппированы в табл. 1.

Перейдем к определению  $K$ . Это определение было произведено сначала экспериментально, при помощи упомянутого выше фотометра дневного неба. Подвижной тубус фотометра был снабжен небольшим объективом и направлен на зеркало, фиксированное над ним на достаточной высоте и отражающее свет от белой матовой поверхности, освещенной солнцем и небом. Поверхность устанавливалась по уровню горизонтально и могла затеняться небольшим экраном, устраняющим прямую освещенность от солнца, но сохраняющим общую освещенность от всего небесного свода.

Таблица 1

p	sec z					
	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0
$h = 0,04$						
0,77	1,66	1,2555	1,015	0,782	0,677	0,589
0,80	1,68	1,271	1,027	0,792	0,684	0,597
0,83	1,70	1,285	1,04	0,804	0,696	0,605
0,86	1,71	1,295	1,052	0,812	0,705	0,615
0,89	1,73	1,315	1,066	0,822	0,716	0,621
$h = 0,06$						
0,77	1,58	1,195	0,993	0,797	0,708	0,638
0,80	1,59	1,210	1,003	0,803	0,717	0,646
0,83	1,610	1,216	1,012	0,812	0,722	0,652
0,86	1,62	1,232	1,020	0,820	0,728	0,660
0,89	1,63	1,238	1,032	0,827	0,737	0,665

Наблюдения производились аспирантом Института астрономии и физики АН КазССР М. Г. Каримовым на площадке астрономической обсерватории, расположенной на окраине г. Алма-Ата, где горизонт открыт почти полностью. Применялись зеленый и красный фильтры Шотта с эффективными длинами волн соответственно 547 и 625 мк. Первый фильтр очень близко соответствует максимуму чувствительности глаза.

Параллельно велись определения прозрачности земной атмосферы по методу, разработанному Е. В. Фесенковой. Для этой цели применялся ореольный фотометр с различными фильтрами Шотта, определяющий с большой точностью как прямую солнечную радиацию, так и рассеянный свет в узкой кольцевой зоне вокруг солнца. Приемником служил селеновый фотоэлемент, температура которого тщательно контролировалась в течение всего времени наблюдений. Это давало возможность приводить все отсчеты гальванометра к постоянной чувствительности фотоэлемента и таким образом определять изменение солнечной радиации от момента восхода до значительной высоты над горизонтом. Чувствительность фотоэлемента была исследована в Государственном оптическом институте. Эффективная длина волны зеленого фильтра, применявшегося в соединении с этим фотоэлементом, оказалась по определению Е. В. Фесенковой равной 546 мк. Таким образом, коэффициент прозрачности, определенный этим прибором, в точности соответствовал визуальному коэффициенту прозрачности с тем же фильтром. Интересно отметить, что полученные результаты очень близко соответствуют аналогичным определениям А. П. Кутыревой, произведенным при помощи пиранометра Янишевского на горной площадке Института в окрестностях г. Алма-Ата. Наблюдения с пиранометром Янишевского имеют тот принципиальный недостаток, что представляют свет, прошедший через поверхностный слой приемника, а не отраженный от него. При больших углах падения доля энергии, действующей на термоэлемент в приборе Янишевского, может быть значительно понижена, и потому значения  $K$  могут оказаться систематически неправильными. Если же поверхность покрыта копотью магния, отражающей свет согласно закону Ламберта, то наблюдаемые отношения яркостей довольно близко соответствуют искомому отношению освещенностей. Вследствие этого

согласие между результатами фотометрических и пиранометрических наблюдений представляется несколько неожиданным.

Произведенные фотометрические наблюдения позволяют вывести при разных значениях атмосферной прозрачности отношение освещенности от солнца и от неба горизонтальной площадки, хотя наличие частичной облачности, с одной стороны, и легких перистых облаков — с другой, может внести некоторые систематические погрешности. На рис. 1 показаны, для примера, наблюдения в редуцированной форме указанных отношений освещенности  $\left(\frac{\text{солнце}}{\text{небо}}\right)$  горизонтальной пло-щадки для одного дня (15. VI. 1946). Наблюдения производились только в дневные часы, когда атмосферная прозрачность наиболее устойчива и наименее отличается от своего ночного значения. Тем не менее при зенитных расстояниях солнца, меньших  $60^\circ$ , атмосферные условия обычно нарушались, и отношение  $\frac{\text{солнце}}{\text{небо}}$  обычно оказывалось меньше действительного. Поэтому, начиная с этого значения  $z$  и вплоть до зенита, кривая на графике проводилась по приблизительному расчету; учитывалось главным образом изменение наклона солнечных лучей к плоскости горизонта. При помощи некоторой интерполяции можно построить кривые, представляющие искомые отношения освещенности для равнотстоящих значений коэффициентов прозрачностей, именно 0,77, 0,80, 0,83, 0,86, 0,89. Кривые для крайних значений коэффициентов прозрачности получены путем экстраполяции и потому являются предположительными. Эти кривые изображены на рис. 2.

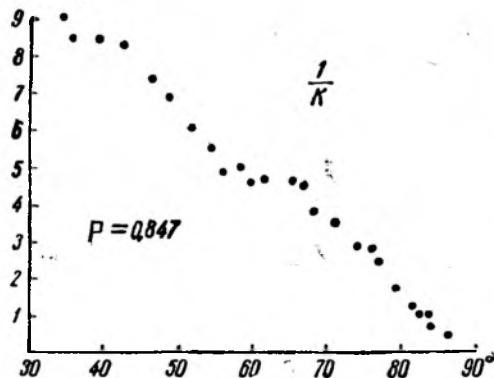


Рис. 1

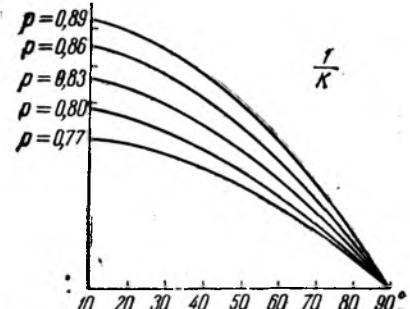


Рис. 2

Полученные в результате определений значения функции  $K$  приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Значения функции  $K$ 

P	sec z					
	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0
0,77	0,123	0,185	0,250	0,400	0,556	0,909
0,80	0,109	0,164	0,222	0,345	0,477	0,769
0,83	0,092	0,139	0,185	0,294	0,400	0,667
0,86	0,078	0,115	0,154	0,238	0,345	0,588
0,89	0,069	0,099	0,130	0,208	0,294	0,500

Таблица 3

Значения функции  $X$ 

$p$	$F(z)$					
	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0
$h = 0,04$						
0,77	0,204	0,232	0,254	0,313	0,376	0,634
0,80	0,183	0,209	0,227	0,273	0,326	0,459
0,83	0,156	0,178	0,192	0,236	0,278	0,403
0,86	0,133	0,149	0,162	0,193	0,243	0,361
0,89	0,119	0,130	0,138	0,171	0,210	0,310
$h = 0,06$						
0,77	0,194	0,221	0,249	0,318	0,394	0,580
0,80	0,173	0,198	0,222	0,277	0,342	0,495
0,83	0,148	0,169	0,187	0,238	0,288	0,434
0,86	0,126	0,142	0,157	0,195	0,251	0,387
0,89	0,112	0,123	0,134	0,172	0,216	0,332

При помощи этих данных и приведенных выше значений  $\frac{F(z_1)}{F(z, A_1)}$  находим функцию  $X$  при различных зенитных расстояниях исследуемой области ночного неба и разных значениях коэффициента прозрачности  $p$  (табл. 3).

Итак, редукция за поглощающее и рассеивающее влияние тропосферы выражается фактором

$$p^{F(z)}(1 + X).$$

Сделаем попытку представить это достаточно сложное выражение при помощи эмпирической формулы  $ap_1^{F(z)}$  так, чтобы в пределах точности фотометрических наблюдений для любого значения  $z$  имело бы место равенство

$$p^{\sec z}(1 + x) = ap_1^{\sec z}.$$

Результаты графического решения этого уравнения приводятся в табл. 4.

Таблица 4

Решения уравнения  $p^{\sec z}(1 + x) = ap_1^{\sec z}$ 

$p$	$h = 0,04$		$h = 0,06$	
	$p_1$	$\Delta p$	$p_1$	$\Delta p$
0,77	0,808	0,04	0,814	0,04
0,80	0,829	0,03	0,839	0,04
0,83	0,858	0,03	0,863	0,03
0,86	0,889	0,03	0,889	0,03
0,89	0,919	0,03	0,923	0,03

Заметим, что практически не представляется возможным определять значения показателя прозрачности изочных наблюдений каждой данной ночи с точностью большей, чем до 0,01.

Точность до одной единицы третьего знака можно получить лишь из фотоэлектрических наблюдений при полной устойчивости атмосферных условий. Таким образом, находим весьма простой способ учета влияния диффузного света тропосферы на распределение яркости в ионосфере

в функции атмосферной массы: нужно только коэффициент прозрачности увеличить на 0,03, если атмосфера отличается нормальной прозрачностью, именно если  $p > 0,80$ . Заметим, что коэффициент  $a$  зависит от  $p$ , но почти не изменяется при разных зенитных расстояниях. Действительно, представляя величины  $p^{\sec z} (1 + x)$  упрощенным выражением  $a(p + 0,03)^{\sec z}$ , находим почти не изменяющиеся для разных зенитных расстояний значения  $a$  (табл. 5).

Таблица 5

Значения  $a$ 

sec $z$	$h = 0,04$					$h = 0,06$				
	$p$					$p$				
	0,77	0,80	0,83	0,86	0,89	0,77	0,80	0,83	0,86	0,89
1,0	1,16	1,14	1,12	1,09	1,08	1,15	1,13	1,11	1,09	1,08
1,5	1,16	1,14	1,12	1,09	1,08	1,15	1,13	1,11	1,08	1,07
2,0	1,16	1,14	1,11	1,08	1,07	1,16	1,14	1,11	1,08	1,06
3,0	1,17	1,14	1,11	1,08	1,06	1,17	1,14	1,11	1,08	1,06
4,0	1,18	1,15	1,11	1,08	1,06	1,18	1,16	1,12	1,09	1,07
6,0	1,22	1,17	1,13	1,11	1,07	1,24	1,20	1,16	1,13	1,09
Среднее . .	1,18	1,15	1,12	1,09	1,07	1,17	1,15	1,12	1,09	1,07

Таким образом,  $a$  незначительно изменяется с  $p$ , но для данного состояния атмосферы остается постоянным в пределах точности наблюдений для всех зенитных расстояний вплоть до  $80^\circ$ . На больших зенитных расстояниях, по ряду соображений, нет смысла производить наблюдения даже при хорошем состоянии атмосферы. Итак, для всех практических расчетов принимаем для учета влияния тропосферы следующее эмпирическое выражение:

$$(p + 0,03)^{\sec z} [1,18 - 0,03(p - 0,77)].$$

Для контроля полученных результатов вычислим функцию  $K$  теоретически, исходя из нашей формулы, представляющей яркость дневного неба.

Согласно нашей теореме, для этой цели достаточно вычислить яркость тропосферы, обусловленную ионосферным свечением, и разделить ее на первичную яркость ионосферы, исправленную только на величину атмосферного поглощения. Первая величина представляется выражением

$$J = L \frac{\mu}{k} \sec z_1 \int f(\vartheta) \varphi(z, z_1) d\tau,$$

где  $L$  — яркость ионосферы;  $\mu$ ,  $k$  — коэффициенты рассеяния и поглощения;  $f(\vartheta)$  — индикаторика рассеяния;  $z_1$  — зенитное расстояние наблюдаемой точки неба.

Функция

$$\varphi(z, z_1) = \frac{p^{\sec z} - p^{\sec z_1}}{\sec z_1 - \sec z}$$

весьма мало меняется в зависимости от  $z$ . Ее среднее значение, примерно, соответствует  $z = 60^\circ$ . Усредняя ее и вынося за знак интеграла, находим

$$J = L \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} \int f(\vartheta) d\tau$$

или

$$J = L \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\pi} (1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta) \sin z dz dA,$$

где

$$\cos \vartheta = \cos z \cos z_1 + \sin z \sin z_1 \cos A.$$

Этот интеграл может быть легко вычислен. Принимая во внимание, что

$$k = 2\pi \mu \int_0^{\pi} (1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$$

или

$$\frac{\mu}{k} = \frac{1}{4\pi \left( 1 + \frac{a^2}{3} + \frac{a^4}{4} \right)},$$

где

$$a_2 = 1,652, \quad a_3 = 1,214,$$

находим

$$J = L \overline{\varphi(z, z_1)} 0,417 (1 + 0,3 \cos z_1 - 0,1 \cos^3 z_1) \sec z_1.$$

Средние значения  $\varphi(z, z_1)$  можно принять для  $p = 0,83$  такие:

$\sec z_1$	1	2	3	4	6
$\overline{\varphi(z, z_1)}$	0,14	0,13	0,12	0,11	0,09

или

$$\varphi(z, z_1) = 0,15 - 0,01 \sec z_1.$$

Таким образом, отношение яркости тропосферы к наблюдаемой яркости ионосферы будет в этом случае равно

$$\frac{J}{L \mu \sec z_1} = 0,0625 p^{-\sec z_1} (1 + 0,3 \cos z_1 - 0,1 \cos^3 z_1) \left( 1 - \frac{1}{15} \sec z_1 \right) \sec z.$$

Согласно нашей теореме, это выражение должно представлять отношение освещенностей от неба и от солнца горизонтальной поверхности. Сравнение с наблюдениями показывает довольно хорошее согласие (табл. 6).

Таблица 6

Отношение освещенностей от неба и солнца (вычисленное и наблюденное)

$\sec z_1$	1	2	3	4	5
Выч.	0,084	0,179	0,288	0,413	0,720
Набл.	0,09	0,19	0,29	0,40	0,66

Перейдем теперь к вопросу об освещении неба всеми звездами, входящими в состав нашей галактики. В данном случае первичный источник света представляет интегральный блеск звезд, который можно учесть с известной точностью на основании имеющихся звездно-статистических подсчетов. Вторичный источник света — это диффузный свет тропосферы,

рассеивающий галактическую составляющую. Интегральный блеск звезд можно представить в пределах от  $m$ -й звездной величины до бесконечно большой в виде:

$$L_m^{\infty} = \int_m^{\infty} \frac{dN_m}{dm} \cdot 2,512^{5-m} dm,$$

где  $N_m$  — число всех звезд на площади в 1 кв. градус вплоть до  $m$ -й звездной величины. Поскольку данные Сирса [8] относятся к фотографическим величинам, необходимо, разумеется, ввести поправку за средний колор-индекс для редукции к визуальным величинам, соответствующим человеческому глазу. Путем числовой интеграции находим для разных галактических широт интегральный блеск звезд, выраженный числом звезд 5-й величины на 1 кв. градус (табл. 7).

Таблица 7

## Интегральный блеск звезд для различных галактических широт

$\Delta m$	$b$									
	15°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
7—8	0,082	0,070	0,062	0,054	0,044	0,040	0,036	0,034	0,030	0,030
8—10	0,192	0,162	0,140	0,128	0,104	0,088	0,080	0,072	0,064	0,064
10—12	0,216	0,184	0,156	0,134	0,106	0,086	0,072	0,064	0,056	0,054
12—14	0,220	0,174	0,142	0,120	0,086	0,068	0,052	0,044	0,040	0,038
14—16	0,192	0,136	0,102	0,080	0,054	0,040	0,030	0,024	0,020	0,020
16—18	0,130	0,084	0,056	0,040	0,026	0,016	0,012	0,010	0,010	0,008
18—20	0,068	0,034	0,022	0,016	0,008	0,006	0,004	0,004	0,002	0,002

Отсюда находим:

$\Delta m$	$b$	°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
7—20	1,002	0,848	0,680	0,572	0,428	0,350	0,288	0,250	0,224	0,208	
7— $\infty$	1,136	0,865	0,691	0,580	0,432	0,353	0,292	0,252	0,225	0,209	

Этими данными нужно, однако, пользоваться с большой осторожностью, так как они относятся лишь к усредненному числу звезд в функции галактической широты. Реальное распределение может значительно отличаться от среднего, в особенности в областях, занятых темными поглощающими туманностями. Характерным примером этого может служить область неба около Полярной звезды. Эта область охвачена обширными темными туманностями, которые при благоприятных обстоятельствах можно видеть непосредственно глазом в виде темных прогалин в стороне от Млечного пути. Многочисленные определения числа звезд в этой области неба показывают, что суммарный блеск звезд вплоть до последних входящих в состав нашей галактики на 0,18 меньше среднего значения, соответствующего этой галактической широте. С другой стороны, определения суммарного блеска звезд в низких галактических широтах не вызывают доверия вследствие чрезвычайной неоднородности звездного распределения и огромной густоты звездных изображений, не позволяющих производить надежные определения звездных величин.

Рассмотрим теперь влияние галактики на светимость тропосферы. Предположим, что Млечный путь проходит через зенит места наблюдения, так что полюс галактики лежит на горизонте или находится близко от него. Интегральный блеск всех звезд в функции галактической широты можно представить с достаточным приближением при помощи следующей простой формулы

$$L(b) = c - c_1 \sin b + c_2 \sin^2 b.$$

Если за единицу яркости принять одну звезду 5-й величины на 1 кв. градус, то постоянные, входящие в эту формулу, имеют следующие числовые значения:

$$c = 1,92; \quad c_1 = 3,42; \quad c_2 = \frac{c_1}{2}.$$

Эта формула представляет наблюдаемый блеск звезд достаточно точно; именно находим следующие значения:

	0°	15°	30°	60°	90°
Выч. . . .	1,92	1,14	0,64	0,24	0,21
Набл. . . .	1,8	1,14	0,58	0,29	0,21

Яркость неба в некоторой точке с зенитным расстоянием  $z_1$  равна

$$J(z_1) = \int L(b) d\tau \frac{\mu}{k} f(\vartheta) \varphi(z, z_1) \sec z_1,$$

или, усредняя  $\varphi(z, z_1)$ ,

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \int L(b) d\tau f(\vartheta).$$

Индикаторика рассеяния берется в обычном виде:

$$f(\vartheta) = 1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta,$$

где

$$\cos \vartheta = \sin b \sin b_1 + \cos b \cos b_1 \cos l$$

( $b, l$  означают текущие галактические координаты).

В рассматриваемом частном случае удобно интегрировать в пределах

от  $b = -\frac{\pi}{2}$  до  $b = \frac{\pi}{2}$ . Поскольку

$$d\tau = \cos b db dl,$$

проблема сводится к вычислению простого интеграла

$$\begin{aligned} J(z_1) = & \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( c - c_1 \sin b + \frac{c_1}{2} \overline{\sin b} \right) \cos b db \cdot \\ & \cdot \left[ 1 + a_2 \left( \sin^2 b \sin^2 b_1 + \frac{1}{2} \cos^2 b \cos^2 b_1 \right) + \right. \\ & \left. + a_3 \left( \sin^3 b \sin^3 b_1 + \frac{3}{2} \sin b \sin b_1 \cos^2 b \overline{\cos b_1} \right) \right]. \end{aligned}$$

Находим следующее выражение:

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \pi \left[ 2c \left( 1 + \frac{a_2}{3} \right) - \frac{c_1}{3} \left( 2 + \frac{11}{20} a_2 \right) - c_1 a_2 \sin^2 b_1 \right].$$

Аналогично можно рассмотреть другой крайний случай, когда плоскость галактики совпадает с горизонтом. В этом случае с тем же

приближением яркость тропосфера на зенитном расстоянии  $z$  представляется выражением

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} \int_0^{\pi} L(b) f(\vartheta) d\tau,$$

причем

$$d\tau = \sin z dz dA,$$

$$L(b) = c - c_1 \cos z + \frac{c_1}{2} \cos^2 z,$$

$$f(\vartheta) = 1 + a_2 \cos^2 \vartheta + a_3 \cos^3 \vartheta,$$

с теми же значениями  $c$ ,  $c_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ . Вычисляя интеграл, получаем

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} 2\pi \left[ c - \frac{c_1}{3} + a_2 \left( \frac{7c}{16} - \frac{11c}{120} \right) + \right. \\ \left. + \frac{3}{8} a_3 \left( c - \frac{c_1}{5} \right) \cos z_1 - \left( \frac{5c}{48} - \frac{c_1}{120} \right) a_2 \cos^2 z_1 - \frac{1}{8} a_3 \left( c + \frac{c_1}{3} \right) \cos^3 z_1 \right].$$

Подставляя числовые значения, находим

$$J(z_1) = \frac{\mu}{k} \sec z_1 \overline{\varphi(z, z_1)} 2\pi [1,68 + 0,56 \cos z_1 - 0,28 \cos^2 z_1 - 0,46 \cos^3 z_1],$$

или, окончательно,

$$J(z_1) = \frac{\overline{\varphi(z, z_1)}}{3,7} [1,68 + 0,56 \cos z_1 - 0,28 \cos^2 z_1 - 0,46 \cos^3 z_1] \sec z_1.$$

Применение этой формулы и сравнение ее с предыдущей для случая Млечного пути, проходящего через зенит, показывает примерно одинаковый ход свечения тропосферы с зенитным расстоянием.

Остается рассмотреть влияние на тропосферу зодиакальной составляющей. Заметим, что яркость зодиакального света чрезвычайно быстро возрастает по мере приближения к солнцу. Поэтому наиболее яркие части зодиакального света, превосходящие по яркости Млечный путь, могут наблюдаться лишь короткое время вскоре после захода или в другое время года незадолго до восхода солнца. Однако в течение ночи наблюдатель имеет дело со сравнительно слабой зодиакальной составляющей, которая, как можно считать, чрезвычайно мало изменяется на небесном своде и только в плоскости эклиптики дает заметную зодиакальную полосу. Повидимому, можно утверждать, что не существует уменьшения яркости неба с расстоянием от зодиакальной полосы. Итак, при расчете рассеяния света в тропосфере практически во всех случаях можно считать, что первичная зодиакальная составляющая отличается равномерной яркостью. В таком случае дополнительный фактор, служащий для исправления яркости зодиакального света за тропосферное рассеяние, представляется просто функцией  $K$ , полученной из наблюдений над освещением горизонтальной площадки светом неба и солнца. Поэтому полная наблюдаемая яркость зодиакальной составляющей будет

$$(LZ) p^{\sec z} (1 + K).$$

Складывая все три составляющие, получаем для яркости ночного неба следующее общее выражение, в котором учтено также рассеяние света в тропосфере:

$$J = \frac{c(1+h)r \sec z(1+x)}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}} + L(b) p \sec z + \frac{\mu}{k} \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \pi \left[ 2c \left( 1 + \frac{a^2}{3} \right) - \right. \\ \left. - \frac{c_1}{3} \left( 2 + \frac{11}{20} a_2 \right) - c_1 a_2 \sin^2 b_1 \right] + (LZ) p \sec z (1 + K),$$

или, с достаточной точностью,

$$J = \frac{c_1(1+h)(p+0,03) \sec z}{\sqrt{(1+h)^2 - \sin^2 z}} + L(b_1) p \sec z + \\ + 0,355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1 \left( 1 - \frac{1}{4} \sin^2 b_1 \right) + (LZ) p \sec z (1 + K).$$

Величины  $c_1, L(b_1), (LZ)$  представляют значения ионосферной, галактической и зодиакальной составляющих;  $z_1, b_1$  характеризуют положение наблюдаемой области неба; коэффициент прозрачности  $p$  должен быть получен из самих наблюдений над состоянием тропосферы;  $h$  — эффективная высота свечения ночного неба, представляет фактор, который должен быть известен для применения приведенной формулы. Функция  $K$  берется из табл. 2. Наконец, значения функции  $0,355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1$  приводятся в табл. 8.

Т а б л и ц а 8  
Значения функции  $0,355 \overline{\varphi(z, z_1)} \sec z_1$

p	sec z <sub>1</sub>					
	1	1,5	2	3	4	6
0,77	0,063	0,088	0,110	0,146	0,170	0,204
0,80	0,057	0,081	0,101	0,132	0,163	0,200
0,83	0,050	0,072	0,091	0,124	0,152	0,191
0,86	0,042	0,062	0,079	0,110	0,136	0,179
0,89	0,035	0,051	0,066	0,094	0,116	0,158

Напомним, что в последней формуле предполагается, что за единицу яркости принята звезда 5-й величины на 1 кв. градус. Это и будет служить нашей основной формулой, которой мы будем пользоваться при дискуссии наблюдений над яркостью ночного неба.

Применим эту формулу для определения эффективной высоты свечения ионосферы. Для этой цели были предприняты наблюдения над яркостью ночного неба на различных зенитных расстояниях в западной и восточной частях первого вертикала при помощи построенного для этой цели фотометра. Фотометр имеет простейшую конструкцию и удобно приспособлен для ночных наблюдений. В цилиндрическом тубусе длиной около 20 см и шириной около 4 см, монтированном на азимутальном штативе с уровнем и разделенными кругами, движется барабанчик, внутреннее дно которого покрыто составом постоянного свечения из сернистого цинка с примесью радиоактивного вещества. На задней поверхности крышки, надетой на переднюю часть тубуса, монтирован матовый рассеивающий экран, освещаемый флюоресцирующим дном подвижного барабана. Рядом с экраном сделано отверстие той же формы и размеров, которое вырезывает небольшой участок ночного неба, видимый через заднюю часть тубуса. Для этой цели к тубусу монтирована призма полного внутреннего отражения — единственная оптическая деталь во всем приборе, и в центре осветительного барабана сделано отверстие, достаточное для того, чтобы свободно видеть рассеивающий экран при всех его положениях.

Яркость матового экрана изменяется при передвижении барабана и уравнивается с яркостью наблюдаемого участка неба, что регистрируется на ленте из плотной бумаги, проложенной на линейке по внешней образующей тубуса. Приспособление для регистрации устроено так, чтобы можно было наблюдать значительное количество объектов разной яркости, не смешивая их между собой. Установка тубуса производится при помощи небольшого искателя или же по кругам, разделенным через каждые  $5^\circ$ . Штрихи этих кругов также выложены светящимся веществом и хорошо заметны в темноте. Таким образом, все наблюдения могут производиться в полной темноте с сохранением адаптации глаза при максимальных размерах зрачка. Для необходимых записей применяется фонарик подобного же люминесцентного свечения, достаточно яркий для ориентировки в темноте, смены лент, отсчета часов и т. п.

Тот же фонарик может служить и для стандартизации фотометра, т. е. для выражения отсчетов его шкалы в абсолютных единицах, принятых нами — в числе звезд 5-й величины на 1 кв. градус. Для этой цели на фонарик надевается крышка с небольшим круглым отверстием, примерно, в 2 мм диаметром. На расстоянии в несколько метров это отверстие имеет настоящий звездообразный вид и может легко сравниваться по блеску с различными звездами известной яркости. Крышку фонарика рекомендуется оклеить белой бумагой, для того чтобы искусственная звезда представлялась на фоне, примерно, той же яркости, как и звезды сравнения. С другой стороны, можно, сняв крышку с отверстием, определить яркость равномерно светящегося дна фонарика при помощи описанного выше фотометра. Вследствие значительной яркости фонарика приходится применять диск Тальбота, уменьшающий яркость в несколько десятков раз. Этим фонариком можно пользоваться и как точечным объектом, сравнивая его со звездами, и как поверхностным объектом, наблюдая его при помощи описанного фотометра. Сопоставление этих наблюдений позволяет выразить шкалу фотометра в указанных выше абсолютных единицах.

Вследствие значительных рефлексов от внутренних стенок тубуса нет, конечно, никакой возможности для суждения об изменении яркости в шкале фотометра применить закон обратных квадратов. В действительности шкала фотометра оказывается гораздо более пологой и притом почти в точности линейной. Поэтому шкала была проектирована на всем ее протяжении при помощи адаптометра Нагеля в оптической лаборатории Института астрономии и физики АН КазССР.

С этим инструментом производились наблюдения по намеченной программе младшим научным сотрудником Института астрономии и физики Н. Б. Дивари на горе Лаптев Курган, высотой в 1400 м, в 10 км к востоку от селения Талгар (Алма-Атинская область), и на Каменском плато в 10 км к югу от Алма-Ата на высоте в 1350 м. К сожалению, плохая погода и исключительно сильные возмущения, нарушившие оптическую однородность ионосферы, в значительной степени обесценили июльские наблюдения. В августе установились во всех отношениях более стабильные условия, и было произведено несколько десятков серий определений яркости ночного неба на разных зенитных расстояниях по возможности в стороне от Млечного пути и вместе с тем в западном или восточном вертикале. Вычисляя галактические координаты точек наблюдения, можно определить в числе звезд 5-й величины на кв. градус влияние галактической составляющей. Из предосторожности выбирались лишь те серии наблюдений, для которых галактические широты были не меньше  $30^\circ$ . Влиянием зодиакальной составляющей в исследуемых точках неба оказалось возможным пренебречь. Таким образом легко вывести распределение яркости на разных зенитных расстояниях, обусловленное только наличием ионосферы. Сравнивая эта

распределение с теоретическими кривыми, соответствующими различным эффективным высотам, находим ту кривую, которая наилучшим образом соответствует наблюдениям. Результаты наблюдений Н. Б. Дивари и их редукции (среднее из ряда серий) приводятся в табл. 9.

Таблица 9

**Яркость ионосферы, видимая яркость и поправки за галактическую составляющую**  
( $z$  — зенитное расстояние наблюдаемой точки первого вертикала,  $j_{app}$  — видимая яркость, выраженная в числе звезд 5-й величины на 1 кв. градус,  $red$  — поправка за галактическую составляющую,  $j$  — яркость ионосферы)

24.VII		26.VII				27.VII			
$z$	$j$	$z$	$j_{app}$	$red$	$j$	$z$	$j_{app}$	$red$	$j$
$h = 0,04$		$h = 0,035$				$h = 0,04$			
18°	0,53	18°	1,09	0,55	0,54	18°	1,16	0,44	0,72
38	1,03	28	1,20	0,43	0,77	28	1,30	0,35	0,95
58	1,21	38	1,45	0,36	1,09	38	1,41	0,30	1,11
68	1,54	48	1,62	0,31	1,31	48	1,60	0,27	1,33
78	1,68	58	1,78	0,28	1,50	58	1,78	0,25	1,53
		68	2,02	0,26	1,76	68	2,02	0,25	1,77
		78	2,22	0,26	1,96	78	2,02	0,24	1,78
<hr/>									
30.VIII					31.VIII				
$z$	$j_{app}$	$red$	$j$		$z$	$j_{app}$	$red$	$j$	
$h = 0,05?$					$h = 0,06$				
18,5°	1,55	0,48	1,07		28,5°	1,79	0,46	1,33	
28,5	1,78	0,38	1,40		38,5	1,81	0,37	1,44	
38,5	1,62	0,32	1,30		48,5	1,92	0,32	1,60	
48,5	2,00	0,28	1,72		58,5	2,06	0,28	1,78	
58,5	2,23	0,25	1,98		68,5	2,28	0,27	2,01	
68,5	2,33	0,25	2,08		78,5	2,30	0,26	2,04	
78,5	2,49	0,25	2,24						

В среднем находим  $h=0,044$ , что соответствует 280 км.

Аналогичные наблюдения над распределением яркости на разных зенитных расстояниях в отдельных длинах волн были произведены при помощи небулярного спектрографа \* аспирантом Института астрономии и физики АН КазССР М. Г. Каримовым.

Коллиматор с длиной щелью имеет светосилу 1:6, камера с оптикой системы Шмидта — светосилу 1:1. Перед щелью устанавливалась система призм, позволяющая одновременно фотографировать спектр ночного неба в пяти его точках на разных зенитных расстояниях, от зенита до 78°. Экспозиция производилась на пленках Isopan SS или Isopan F и продолжалась обычно около 10 часов. За это время яркими выходили эмиссионные линии 5577, 6300, 6330 Å и несколько слабее натриевая линия 5892 Å. Линии в более преломляемой части спектра оставались неразличимыми. Слабо намечался непрерывный спектр, слегка увеличивающий общий фон пленки.

\* Этот небулярный спектрограф конструкции Леситовского подробно описан в Бюллете Астрономического института [9] (теперь Института теоретической астрономии АН СССР).

Обычно наблюдатель следил за состоянием погоды, ограничивая экспозицию совершенно ясным небом. Параллельно с этим производилось определение коэффициента прозрачности атмосферы по способу Пикеринга. Поскольку этот способ, основанный на глазометрических оценках, не может дать точных результатов, атмосферная прозрачность, как об этом упоминалось выше, определялась еще при помощи ореольного фотометра, в утренние часы после ночных наблюдений. Подробное изложение всех обстоятельств наблюдений Каримова и способа редукции полученных спектрограмм будет опубликовано позднее. Теоретическая интерпретация подобных наблюдений довольно проста, так как влияние галактической и зодиакальной составляющих на эмиссионные линии почти отсутствует и сказывается только в некотором усилении непрерывного спектра, находящегося на границе различимости. Таким образом, можно ограничиться применением только первого члена нашей формулы общей яркости ночного неба. Неоднородность строения ионосферы не могла иметь существенного значения вследствие большой продолжительности экспозиции. Регулярные изменения ее с течением времени также исключались, так как все области неба снимались одновременно.

В табл. 10 приводится сводка логарифмов яркости эмиссионной линии 5577 Å для разных зенитных расстояний (по определениям Каримова).

Таблица 10

## Логарифмы яркостей линии 5577 Å для различных зенитных расстояний

Дата	$p$	$p_1$	0°	45°	60°	70°	75°	78°	$h$
26.XI	0,80	0,84	0,00	—	0,170	—	0,215	—	0,040
28.XII	0,81	0,84	0,00	—	0,193	—	0,220	—	0,040
26.II	0,85	0,88	0,00	—	0,199	—	0,250	—	0,043
23.VI	0,85	0,88	0,00	—	0,196	—	0,255	—	0,042
30.VII	0,85	0,88	0,00	0,107	0,176	0,217	0,250	—	0,047
22.VIII	0,82	0,85	0,00	0,093	0,164	0,218	—	0,210	0,044
24.VIII	0,87	0,90	0,00	0,121	0,210	0,276	—	0,310	0,040
1—2.IX	0,84— 0,85	0,87— 0,88	0,00	0,107	0,155	0,255	—	0,258	0,040
4—5.IX	0,82?	0,85	0,00	0,086	0,164	0,176	—	0,199	0,05?

В среднем  $h = 0,043$ , что соответствует высоте 270 км.

Таким образом, оба способа определения дают практически одинаковую эффективную высоту для светящегося слоя ионосферы. Несмотря на то, что эти определения не могут претендовать на значительную точность, тем не менее можно сказать с полной определенностью, что слой  $E$  не имеет отношения к ночному свечению неба и что светящийся слой находится на высоте слоя ионизации  $F$ .

## Цитированная литература

1. Intema, Groningen Publications, No 22, 1909.
2. Mitra, Observatory, Febr. 1945.
3. Rayleigh, Observatory, Febr. 1945.
4. Dufay V., C. R., 185, 142, 1927.
5. Abdalie, Vassy, C. R., 217, 610, 1943; 218, 164, 1944.
6. Elvey, Astrophys. J., 96, 610, 1942.
7. Barbiere, Annales de Géophysique, 1, No 2, 144, 1945.
8. Searcs, Contributions from M. Wilson Observatory, No 346.
9. Леонтовский, Бюлл. астроном. ин-та, 1944.

А. Г. МЕШКОВСКИЙ и А. И. ШАЛЬНИКОВ

## СТРУКТУРА СВЕРХПРОВОДНИКОВ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СОСТОЯНИИ. II

## Введение

Как было показано ранее одним из нас [1], при переходе оловянного шара из нормального в сверхпроводящее состояние удается наблюдать специфическую картину расслоения сверхпроводника на нормальные и сверхпроводящие области при наступлении промежуточного состояния. Возможность такого расслоения была предсказана Ландау [2, 3] и доказана нами путем измерения индукции в узкой щели между двумя оловянными полусферами, расположенной перпендикулярно направлению внешнего магнитного поля.

Поместив в такой щели висмутовую ленту, изменение сопротивления которой зависит от величины магнитного поля некоторым нелинейным образом, нам удалось обнаружить, что магнитное поле в щели неоднородно. Последнее обстоятельство служит однозначным доказательством существования областей нормальной и сверхпроводящей фазы в промежуточном состоянии, как это и было предсказано теорией Ландау. Увеличив расстояние между оловянными полусферами, т. е. увеличив ширину щели, нам удалось показать, что поле в «широкой» щели снова становится однородным.

Критическая ширина щели, при которой расположенная в щели висмутовая лента начинала показывать однородность поля, оказалась, согласно нашим измерениям, порядка 50  $\mu$ . Исходя из этой величины, мы смогли рассчитать, пользуясь теорией Ландау, величину поверхностного натяжения между сверхпроводящей и нормальной фазами для олова, а также суммарную толщину нормальных и сверхпроводящих областей. Для шара диаметром 28 мм эта толщина оказалась порядка 0,5 мм, т. е., примерно, в 10 раз больше критической ширины щели. Такие размеры областей, как и вполне осуществимая ширина щели (50  $\mu$ ), позволяли, казалось бы, непосредственно измерить топографию поля в щели. В этом направлении мы и сосредоточили наши усилия.

## § 1. Поиски метода

Если исходить из тех размеров нормальных и сверхпроводящих областей, которые были вычислены на основании теории Ландау, и из наблюденной нами критической ширины щели, то наиболее естественным путем для дальнейших опытов была бы попытка непосредственного измерения магнитных полей, пересекающих щель между оловянными полусферами, с помощью подвижного висмутового измерителя поля. В то время как в среднем индукция в щели  $B = 3H - 2H_k$ , где  $H$  — внешнее поле,  $H_k$  — критическое поле, напряженность поля в данном месте щели может быть равна только 0 или  $H_k$ , в зависимости от того, пересекает ли щель в этом месте сверхпроводящая или нормальная область. На рис. 1 изображена возможная картина подобного

чередования полей (увеличена, примерно, в 50 раз) для внешних полей, равных  $0,75 H_k$  и  $0,9 H_k$ . Из этой картины ясно, что если передвигать в щели достаточно малый висмутовый измеритель поля, то можно ожидать, что он будет попадать попаременно целиком то в сверхпроводящую, то в нормальную область и измерять, соответственно,  $H = 0$  и  $H = H_k$ .

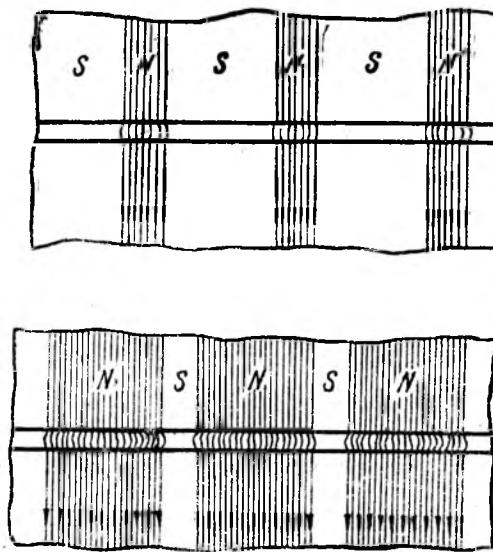


Рис. 1

Однако прежде чем предпринять точное измерение поля в щели таким методом, мы сделали вначале несколько попыток обнаружить качественным путем наличие подобной структуры поля в щели. Все эти опыты успеха не имели, но мы все же считаем необходимым о них упомянуть.

#### 1. Метод намагничивания стальной ленты

Наиболее простым, как нам казалось, было бы обнаружение чередующихся полей, из которых одно всегда равно нулю, а другое  $H_k$ , с помощью тонкой пластинки из магнитного материала с большой коэрцитивной силой, помещенной в щель между оловянными полусферами. Если шар охладить ниже критической температуры и с помощью наложенного однородного магнитного поля перевести его в промежуточное состояние, а затем выключить поле, то на заложенной в щели магнитной пластинке должна «отпечататься» картина поля, существовавшая в тот момент, когда на пластинку действовало неоднородное магнитное поле. Проводя этот эксперимент при температурах  $2,5-3^{\circ}\text{K}$ , можно было иметь дело с намагничивающим полем порядка  $100-150$  Ое. Употребляя затем суспензии, которые обычно применяются для обнаружения пороков в изделиях при магнитной дефектоскопии, можно было рассчитывать, что таким образом удастся проявить магнитное изображение слоев, «отпечатанное» на стальной пластинке. Поставленные нами опыты на магнитных моделях, изготовленных из чередующихся слоев меди и железа, дали обнадеживающие результаты. Однако все наши попытки наблюсти таким способом сверхпроводящие и нормальные слои шара в промежуточном состоянии оказались безрезультатными. Это тем более удивительно, что введение в щель между сверхпроводящими полусферами материала с  $\mu \neq 0$  не могло, казалось бы, сказаться на самом характере явления. Возможно, что неудачный ре-

зультат этого опыта был вызван тем, что намагничивание ленты, несмотря на то, что она подвергалась действию поперечного магнитного поля, происходит по направлению легкого намагничивания, совпадающего у стальной ленты с направлением ее проката. Это тем более возможно, что магнитное поле в щели, строго говоря, не совсем поперечно и в местах максимального градиента имеет форму «бочки» (см. рис. 1), т. е. обладает составляющей, лежащей в плоскости стальной ленты. Для обнаружения искомого эффекта было бы удобнее, конечно, воспользоваться листком магнитного материала, в котором ось легкого намагничивания перпендикулярна направлению прокатки. Однако мы избрали другой путь.

## 2. Метод магнитного порошка

Потерпев неудачу в опытах со стальной лентой, мы обратились к еще более простой возможности — именно к попытке обнаружения слоев с помощью магнитного порошка. Опыт в этом случае ставился следующим образом.

Перед сборкой прибора в щель между полусферами тонким слоем насыпался магнитный порошок. Мы пользовались обычно тонким чугунным порошком со средним размером частиц 10—15  $\mu$ . Для нанесения равномерного слоя порошка применялось сито, встряхиваемое с помощью камертона. Различные сорта железного порошка, изготовлен-



Рис. 2

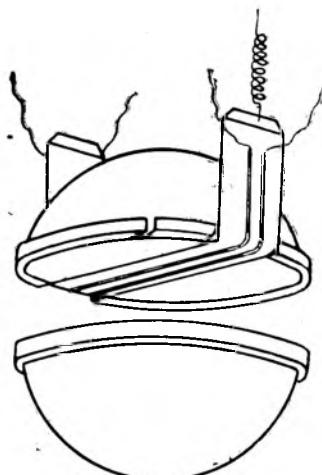


Рис. 3

ные многими способами, оказались мало пригодными из-за легкой слипаемости частиц и малой их подвижности. В дальнейшем наш опыт ничем не отличался от тех, которые ставились со стальной лентой. Обычно температура понижалась до  $3^{\circ}\text{K}$ , а затем включалось поле, по величине равное  $5/6 H_k$ . Весь прибор подвергался механическим вибрациям путем легкого постукивания или с помощью камертона. Затем поле выключалось, и после отогревания прибор разбирался. В некоторых случаях переход сферы в промежуточное состояние осуществлялся путем понижения температуры в постоянном магнитном поле.

Почти во всех экспериментах, которых мы произвели с различными шарами и при различных щелях более двадцати, наблюдалась совершенно четкая картина распределения магнитного порошка (рис. 2). Полученные картины неизменно имели резко выраженный радиальный характер распределения порошка. Такое распределение порошка при всей своей регулярности все же вряд ли отражало действительную

топографию поля и было, повидимому, как бы «тенью» того распределения, которое имеет место в действительности. Не исключена, например, возможность того, что полученные радиальные картины в действительности являются следствием аксиально-симметричного расположения слоев, так как в этом случае порошки, устанавливаясь по направлению магнитного градиента, ориентируют друг друга таким образом, что все оказываются направленными к центру сферы. Кроме чугунного порошка, мы пытались проделать этот опыт с порошком из сверхпроводника (свинец), однако не получили при этом каких-либо существенных результатов.

### § 2. Метод подвижного микроизмерителя поля

Потерпев неудачу с применением таких качественных методов, мы решили испробовать количественный метод движущегося висмутового измерителя поля, который, хотя и являлся значительно более сложным, должен был уже привести нас к более ясным результатам.

Задача состояла в том, чтобы изготовить висмутовые измерители поля достаточно малых размеров (в дальнейшем мы будем называть их микроизмерителями), а затем разработать конструкцию, позволяющую перемещать микроизмеритель в щели, не превышающей  $50 \mu$ . Ввиду того что мы вначале предполагали для создания однородного поля только обычным соленоидом, задача перемещения микроизмерителя в сравнительно узком дюаре оказалась довольно трудной.

В окончательном решении конструкция, которой мы пользовались, изображена на рис. 3.

Самый микроизмеритель представлял собой тонкую полоску висмута (длина 0,7 мм, ширина 0,1 мм, толщина  $5 \mu$ ), припаянную или приваренную к медным лентам, приклешенным шеллаком к тонкой слюдяной полоске (толщина  $15 \mu$ ). Концы слюдяной полоски за jakiлись между тонкими медными пластинками. Каждая из половинок оловянного шара приклеивалась воском к латунным разрезным кольцам-оправкам. В оправке верхней полусфера на большом диаметре были сделаны направляющие, которые позволяли осуществлять плавный поворот слюдяной полоски на  $90^\circ$ . Натяжка и возвращение полоски обратно производились с помощью пружины. Тонкий тяж, прикрепленный к другому концу слюдяной полоски, выводился через уплотнение в крышке дюара. Эта конструкция даже и в своем окончательном варианте имела ряд недостатков. Основной из них состоял в том, что даже при совершенно свободном движении слюдяной полоски между полусферами никогда нельзя было поручиться при щели в  $40 \mu$  в том, что сопротивление микроизмерителя не меняется заметно при его движении. Причины изменения сопротивления лежат не в механических защелениях, а скорее в том, что на микроизмеритель каким-то образом передаются упругие натяжения слюдяной полоски. Все же с прибором этой конструкции нам удалось поставить ряд экспериментов, которые дали прямое подтверждение неоднородности поля в щели шара и первый намек на структуру «слоев». Эти обнадеживающие результаты позволили нам заняться дальнейшим усовершенствованием методики.

Наибольшего упрощения эксперимента мы достигли бы, очевидно, в том случае, если бы расположили щель шара вертикально, а магнитное поле горизонтально. Мы осуществили это, применив для создания горизонтального поля катушки системы Гельмгольца, сечения которых представлены на рис. 4. В центре изображен в масштабе исследовавшийся шар. Однородность поля в такой системе была проверена нами с помощью висмутового измерителя магнитного поля, изготовленного в виде маленькой спирали (диаметр спирали 1,5 мм, длина 3 мм). Сопротивление спирали градуировалось по магнитному полю при темпе-

ратуре  $4,2^{\circ}\text{К}$ . Спираль могла перемещаться от центра системы по всем трем координатным осям. Измерения поля таким методом показали, что в области, заштрихованной на рисунке, отклонения поля по абсолютной величине составляют максимально  $0,5\%$ .

Далее, большим облегчением в проведении задуманных экспериментов явилась бы возможность наблюдать структуру промежуточного состояния в более широкой щели, чем та, с которой были получены предварительные результаты, упоминавшиеся выше, т. е. в щели шириной более  $50\text{ }\mu$ . Согласно теории Ландау, критическая ширина щели  $d_{\text{крит}} \sim L^{1/4}$ , где  $L$  — длина силовой линии поля, пронизывающей образец, до пересечения со щелью [3]. Исходя из этого, мы надеялись достичь увеличения критической ширины щели, изготовив шар большего

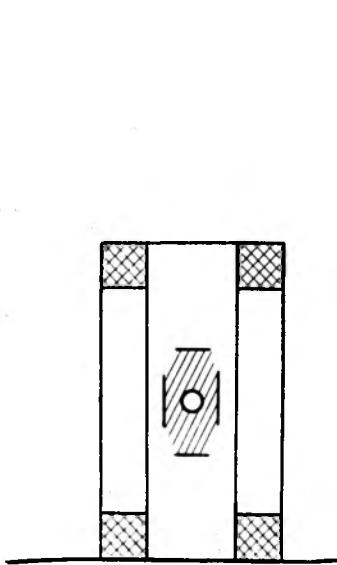


Рис. 4

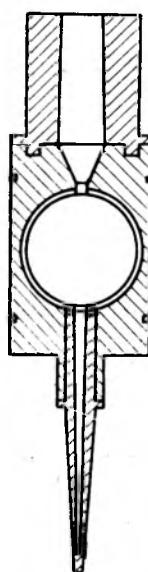


Рис. 5

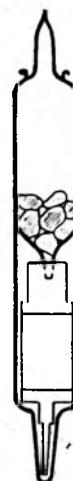


Рис. 6

размера; в предварительных опытах мы пользовались шаром, диаметр которого был 28 мм. Кроме того, нам хотелось, по вполне понятным причинам, исследовать не поликристаллический шар, как это было ранее, а монокристаллический. Исходя из всех этих соображений, мы предприняли изготовление большого монокристаллического оловянного шара.

Для этого была изготовлена цилиндрическая разборная форма из стеатита, разрез которой показан на рис. 5. При сборке между обеими половинками формы закладывалась круглая стеклянная пластина толщиной в 0,7 мм таким образом, что в форме образовывались две отдельные полусфера, впоследствии заполнявшиеся расплавленным оловом. Это заполнение, как и последующий процесс кристаллизации олова, производилось следующим образом. Собранная и скрепленная проволочными тяжами форма запаивалась в стеклянный цилиндр, показанный на рис. 6. В этот же цилиндр помещались кусочки олова «Chem-pure», предназначенного для отливки шара. После этого стеклянный цилиндр с формой присоединялся в горизонтальном положении к масляному диффузионному насосу. Для удаления окклюдированных газов и влаги олово и форма прогревались при  $400^{\circ}\text{C}$  около 2 часов. После этого прибор отпаивался от установки и приводился в вертикальное положение. Расплавленное олово протекало через воронку и заполняло форму. В таком виде прибор подвешивался к часовому механизму и

номещался внутрь цилиндрической электрической печи, где поддерживалась температура около  $300^{\circ}$  С. При помощи часового механизма прибор медленно (со скоростью 15 мм/час) опускался, что обеспечивало постепенную кристаллизацию олова в форме, начиная с ее нижнего отростка, когда тот достигал области достаточно низкой температуры. Когда процесс кристаллизации заканчивался, форма разбиралась, а излишки олова, оставшиеся от нижнего отростка формы и ее верхней части, спиливались и стравливались азотной кислотой. В результате получались две монокристаллические оловянные полусфера, легко отделявшиеся от промежуточного стекла благодаря тому, что на стекло наносился предварительно слой сажи.

Таким образом нами был получен сравнительно большой монокристаллический шар, диаметром 39 мм, в виде двух отдельных полусфер. Для образования в шаре щели между обеими полусферами вклеивались на шеллаке прокладки из бумаги требуемой толщины, в виде двух сегментов. Для большей крепости обе половинки шара склеивались еще конденсаторной бумагой.

Детали крепления шара в приборе показаны на рис. 7. Шар зажат между двумя латунными кольцами 1 с подкладками из фетра. Щель в шаре расположена вертикально, ее ширина по диаметральной плоскости ограничена вклеенными бумажными сегментами. В щели движется слюдяная лента 2 с вмонтированным в нее висмутовым измерителем магнитного поля. Ленту тянет вниз груз 3, находящийся в ограничительной трубке 4, прикрепленной к нижнему кольцу. Вверх лента вытягивается при помощи проволоки 5, проходящей через крышку гелиевого дюара наружу.

Конструкция ленты и расположение на ней микроизмерителей показаны на рис. 8. Лента состоит из двух слюдяных полос, толщиной 20  $\mu$  и шириной 10 мм, склеенных шеллаком. Верхняя полоска имеет два круглых окошечка диаметром 1 мм для монтировки в них измерителей поля. Между полосками вклеены токовые и потенциальные подводящие проводники в виде медных лент, полученных прессовкой из проволоки диаметром 50  $\mu$ . Там, где это нужно, ленты заранее вылужены небольшим количеством олова, так, чтобы залуженные места пришлились как раз против окошечек верхней полоски. Микроизмерители припаиваются в окошечках перпендикулярно подводящим медным лентам, как показано на рис. 8 слева (увеличенено в 50 раз). Максимальная толщина собранной слюдяной ленты 60  $\mu$ .

По вполне понятным причинам мы стремились изготавливать висмутовые измерители поля возможно меньших размеров. Висмутовая проволока, полученная обычным способом (выдавливанием висмута при температуре, близкой к плавлению, через отверстие в стальной матрице с помощью гидравлического пресса), имеет минимальный диаметр 30  $\mu$ . Для данной работы необходимо было иметь висмутовую проволоку или ленту значительно меньшего сечения. Вначале для изготовления такой проволоки нами был применен способ Тейлора. Кусочек висмута закладывался в стеклянную трубочку, которая потом в месте расположения висмута нагревалась в пламени газовой горелки и в расплавленном состоянии быстро растягивалась в стороны. Расплавленный висмут оставался в образующемся таким образом тонком стеклянном капилляре. Затем стекло растворялось в плавиковой кислоте. Однако таким способом удавалось получать висмутовые проволочки не тоньше 15  $\mu$ . Так как толщина верхней слюдяной полоски, предохраняющей висмутовый измеритель при движении ленты от соприкосновения с плоскостью полусферы, составляет 20  $\mu$ , то ясно, что такая проволочка оказывалась слишком толстой. Кроме того, для облегчения припайки ее к поперечным подводящим лентам желательно было получить проволочку не круглого, а прямоугольного сечения.

Поэтому нами был испробован иной метод изготовления микроизмерителя. Исходным материалом служила висмутовая проволока диаметром 30  $\mu$ , полученная обычным способом. Проволока прессовалась при помощи гидравлического пресса — между двумя закаленными стальными оптическими зеркалами. От полученной таким способом висмутовой ленты, имевшей ширину около 0,5 мм и толщину 5  $\mu$ , отрезались кусочки длиной в 2—3 мм. От этих кусочков лезвием безопасной бритвы нарезались

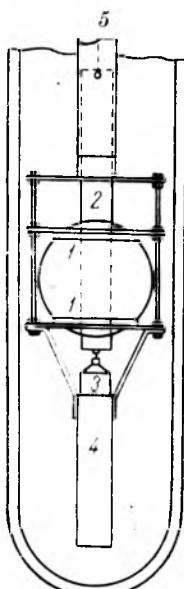


Рис. 7

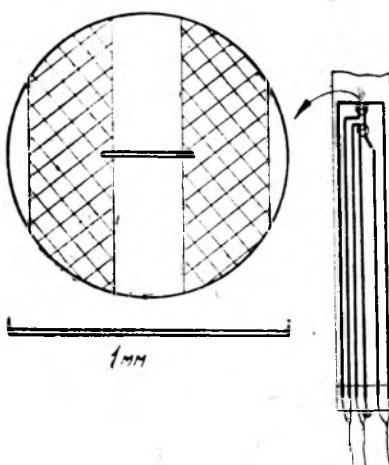


Рис. 8

вручную полоски возможно меньшей ширины. Таким образом удавалось нарезать ленточки шириной около 10  $\mu$ . Так как подводящие медные ленты укладывались на слюдяной полоске так, что просвет между ними в месте припайки висмутовых измерителей составлял 0,25—0,3 мм, то окончательные размеры измерителя составляли  $5 \times 10 \times 300 \mu$ .

Опыты с измерителями, приготовленными таким способом, показали, однако, их непригодность для наших целей. Оказалось, что измерители практически теряют свою способность изменять сопротивление в магнитном поле (при слабых полях). Объясняется это, повидимому, наличием трещин, появляющихся в висмутовой ленточке при ее прессовке и разрезании лезвием. Чтобы уничтожить эти трещины и сделать висмут снова чувствительным к магнитному полю, мы помещали нарезанные висмутовые полоски в электрическую печь, где поддерживалась температура около 300° С, т. е. большая температуры плавления висмута. Помещенные в такую печь висмутовые ленточки расплавлялись в ней, сохраняя свою форму благодаря слою окиси, покрывавшему расплавленный висмут. После вынимания из печи ленточки застывали и, повидимому, восстановливали свою целость, ибо, как показал опыт, снова приобретали обычную чувствительность к магнитному полю.

Полученные таким образом висмутовые измерители припаивались к подводящим проводникам на слюдяной ленте. К сожалению, измеритель, сохранивший свою целость после припайки, часто лопался при охлаждении прибора, и удачный эксперимент становился более или менее делом случая. Именно потому, для удвоения вероятности удачного опыта, приходилось монтировать на ленте сразу два измерителя. Сопротивление

измерителя при температуре жидкого гелия составляло обычно 0,3—0,4 Ω (примерно, в 10 раз меньше, чем при комнатной).

Передвижение ленты осуществлялось в первых опытах вручную, с помощью установленной над дюарапом кремальеры с нониусом для отсчета положения ленты. Для увеличения скорости измерений градуировка висмутового измерителя по магнитному полю производилась без компенсации на потенциометре, т. е. по прямому отклонению гальванометра. Первые же опыты с движущимся измерителем выявили резкую неоднородность магнитного поля в щели шара, находящегося в промежуточном состоянии. Поэтому оказалось, что метод передвижения измерителя вручную и визуального отсчета показаний гальванометра слишком трудоемок для детального исследования поля в щели. Так, в одном из опытов тщательное исследование поля на всем диаметре шара потребовало измерения поля в 650 точках, что заняло около 7 час. непрерывного экспериментирования. Поэтому для ускорения процесса измерения нами был применен иной метод. В этом методе световой зайчик от короткопериодного гальванометра падал на фотопленку, укрепленную на вращающемся барабане. На ось барабана насаживался шкив, наматывающий на себя проволоку, которая через уплотнение в крышке дюара тянула вверх слюдянную ленту в щели шара. Одновременное перемеще-

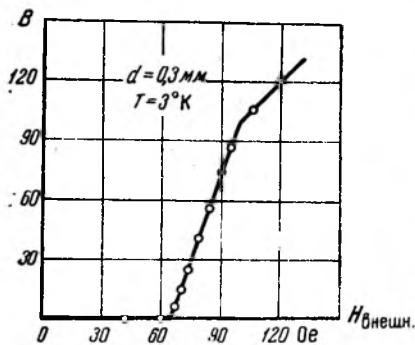


Рис. 9

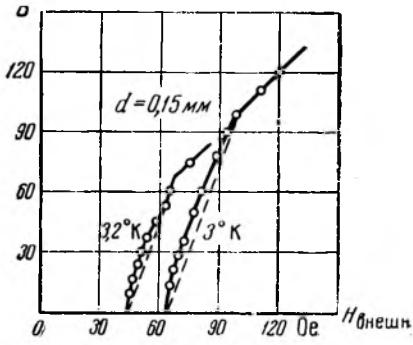


Рис. 10

ние ленты и вращение барабана с фотопленкой позволяло снимать полную картину распределения поля в щели шара в течение 5 мин. Этот метод позволил получить большое количество результатов с одним и тем же висмутовым измерителем при различных внешних полях и различных способах перехода в промежуточное состояние.

### § 3. Результаты исследований

#### 1. Определение критической ширины щели

Как было показано Шальниковым [1], магнитное поле в щели шара неоднородно, если расстояние между полусферами меньше некоторой критической величины (критической ширины щели). При расстоянии, большем критического, магнитное поле в щели однородно. Экспериментально это явление было обнаружено измерением поля с помощью большого висмутового измерителя поля («макроизмерителя») и интерпретировалось, как эффект исчезновения областей сверхпроводящей и нормальной фаз на плоскостях полусфер вследствие ветвления областей при расстояниях между полусферами, больших критического. В данной работе, чтобы выбрать ширину щели, при которой можно было надеяться отчетливо наблюдать структуру промежуточного состояния, надо было, очевидно, определить критическую ширину щели для данного шара.

Для этого были проделаны опыты, аналогичные описанным в рабо-

те [1]. Сначала была взята щель шириной 0,3 мм. В щели был смонтирован измеритель поля в виде неподвижной висмутовой ленты, расположенной по диаметру шара. Затем снималась кривая магнитной индукции в шаре в зависимости от внешнего поля. Результаты, представленные на рис. 9, свидетельствуют о том, что щель шириной 0,3 мм больше критической, так как поле в такой щели в точности соответствует средней индукции промежуточного состояния шара  $B = 3H - 2H_k$ , т. е. что сверхпроводящие и нормальные слои исчезают, повидимому, у поверхности щели. После этого была взята щель в 0,15 мм. Результаты измерения поля в такой щели для двух температурных точек показаны на рис. 10. Кривая, получившаяся на участке промежуточного состояния, свидетельствует о неоднородности поля в щели, т. е. о том, что щель шириной 0,15 мм меньше критической.

Таким образом, оказалось, что для нашего шара  $0,15 \text{ мм} < d_{\text{крит}} < 0,30 \text{ мм}$ . Поэтому для экспериментов с движущимся измерителем была взята сначала щель 0,12 мм.

## 2. Общие соображения

Нормальное, сверхпроводящее и промежуточное состояния шара удобно представить в виде фазовой диаграммы, изображенной на рис. 11. Здесь на оси абсцисс отложена абсолютная температура, на оси ординат — магнитное поле. Верхняя кривая изображает критическое поле, как функцию температуры  $H_k(T)$ . Нижняя кривая  $\frac{2}{3}H_k(T)$ . Очевидно, что все точки плоскости, расположенные справа от кривой  $H_k(T)$ , соответствуют нормальной фазе металла, все точки, находящиеся слева от кривой  $\frac{2}{3}H_k(T)$ , — сверхпроводящей фазе (для случая шара). Область, заключенная между обеими кривыми, есть область промежуточного состояния шара.

Если шар в промежуточном состоянии рассечь по экватору плоскостью, то, как известно, доля площади сечения, занятая областями в нормальной фазе, определяется, по теореме о сохранении потока магнитной индукции, отношением

$$x_n = \frac{B}{H_k},$$

где  $B = 3H - 2H_k$  ( $H$  — внешнее поле).

Легко показать, что на представленной диаграмме эта доля нормальной фазы выражается для данной точки  $B$  промежуточного состояния отношением отрезков  $BC : CD$ . Далее, точки промежуточного состояния, соответствующие заданному значению  $x_n$ , находятся на изолиниях

$$H = \frac{2+x_n}{3} H_k(T);$$

На диаграмме проведено для примера несколько таких изолиний. Для каждой из них доля площади, приходящейся на нормальное состояние, возрастает на 20%.

В данную точку  $B$  промежуточного состояния шара можно, очевидно, прити весьма различными путями. Можно, например, понизить сначала температуру до  $T_A < T_k$ , а потом увеличить внешнее поле до  $H_B > \frac{2}{3}H_k$  (путь 1 на рис. 11). Можно поступить наоборот — увеличить сначала поле, а потом уменьшить температуру (путь 2). Мыслимы также и иные пути (3 и 4). А priori нет никаких оснований полагать, что мы получим при этом в точке  $B$  одинаковую конфигурацию областей нормальной и сверхпроводящей фаз для всех четырех указанных на рисунке путей. Поэтому выяснение зависимости распределения областей в данной точке  $B$  от пути перехода является очевидной экспериментальной

ной задачей при исследовании промежуточного состояния. Далее, нет, разумеется, оснований предполагать, что даже при одном и том же пути перехода, например при пути 1, мы должны получить одинаковое распределение областей для всех точек промежуточного состояния, находящихся на одной и той же изокривой, т. е. для всех точек с одинаковыми  $x_n$ . В связи с этими соображениями задача получения картины последовательного изменения конфигурации и роста областей нормальной и сверхпроводящей фаз при изменении величины  $x_n$  от 0 до 1 может стать, очевидно, в прямую зависимость от пути, по которому идет это изменение. Другими словами, картины распределения поля в щели шара для некоторой совокупности точек, лежащих на отрезке  $CD$  (путь 1), могут оказаться иными, чем для совокупности точек, лежащих на отрезке  $CE$  (путь 2), хотя бы взятые точки обоих отрезков и лежали на одних изолиниях.

Все эти соображения легли в основу наших первых опытов по изучению структуры промежуточного состояния шара.

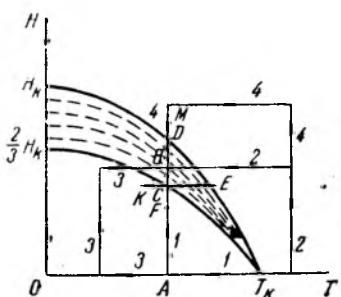


Рис. 11

### 3. Полученные результаты (щель 0,12 мм)

На всех последующих кривых ось абсцисс изображает диаметр шара; по оси ординат вычерчены отклонения гальванометра. Перед каждым опытом снималась градуировочная кривая измерителя поля, позволявшая определять значение поля. Все приведенные результаты получены с одним и тем же висмутовым измерителем, движавшимся вдоль диаметра шара.

На рис. 12 представлена серия кривых, изображающих распределение поля в щели шара (ширина щели 0,12 мм) для случая перехода типа 1, т. е. начиная с точки  $R$  на рис. 11 (сверхпроводящая фаза) и кончая точкой  $M$  (нормальная фаза). Кривые снимались при температуре 3° К. Кривая I соответствует сверхпроводящему шару. Отсутствие заметных колебаний кривой при движении измерителя внутри шара, где  $H = 0$ , служит показателем точности эксперимента, так же как и хорошее совпадение значения поля на краях шара, т. е. на его экваторе, с вычисленным по формуле  $H_{\text{экв.}} = \frac{3}{2} H_{\text{внеш.}}$  Кривая II снята в точке, где доля нормальной фазы  $x_n = 0,07$ . Мы видим, что в этом случае основная масса шара состоит из сверхпроводящей фазы, в которой, видимо, содержатся отдельные «островки» нормальной фазы. Один из таких островков был встречен движущимся по диаметру шара измерителем и отражен на кривой в виде области, где  $H \neq 0$ . На краях шара, как и следует ожидать, измерено поле  $H_k$ . При дальнейшем увеличении  $x_n$  (кривые III, IV и далее) мы видим постепенный рост поля и возникновение новых областей с  $H \neq 0$ , а также соответственное уменьшение областей сверхпроводящей фазы, пока измеритель вовсе не перестает их «разрешать» (кривая IX).

Совершенно иные картины промежуточного состояния, чем представленные на рис. 12, мы получили в случае перехода типа 2, т. е. вдоль кривой  $EC$  — рис. 11. Серия кривых для этого перехода, снятых при поле 72 Ое, изображена на рис. 13. Мы видим, что в этом случае кривые имеют гораздо менее причудливый характер, чем при переходе типа 1. Многочисленные острые пики и зубцы почти исчезли. Распределение областей для всех кривых чрезвычайно напоминает предсказанные теорией «слои». На первых кривых I и II мы видим широкие слои нормальной фазы, разделенные очень узкими сверхпроводящими слоями.

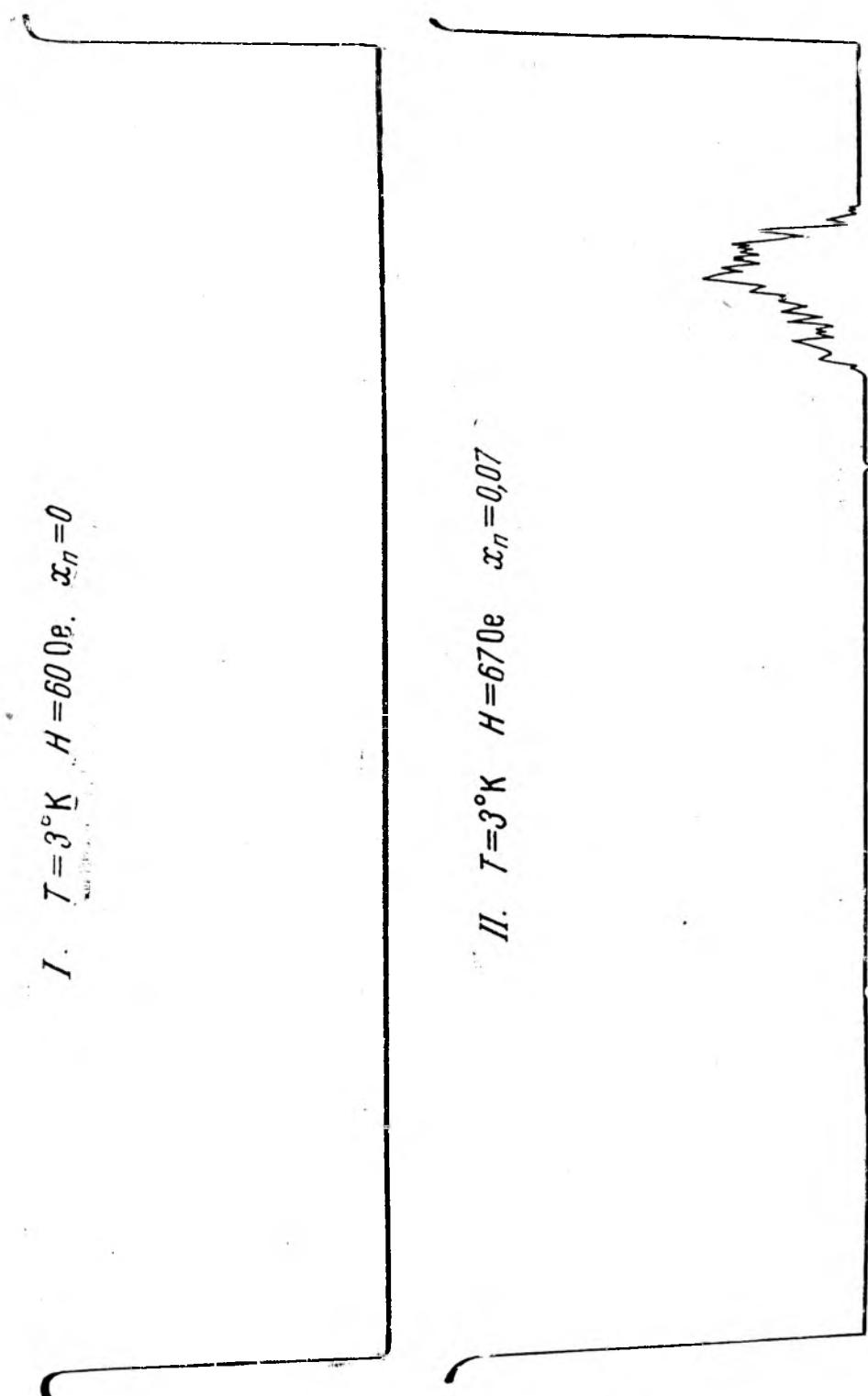


Рис. 12. Кривые I и II.

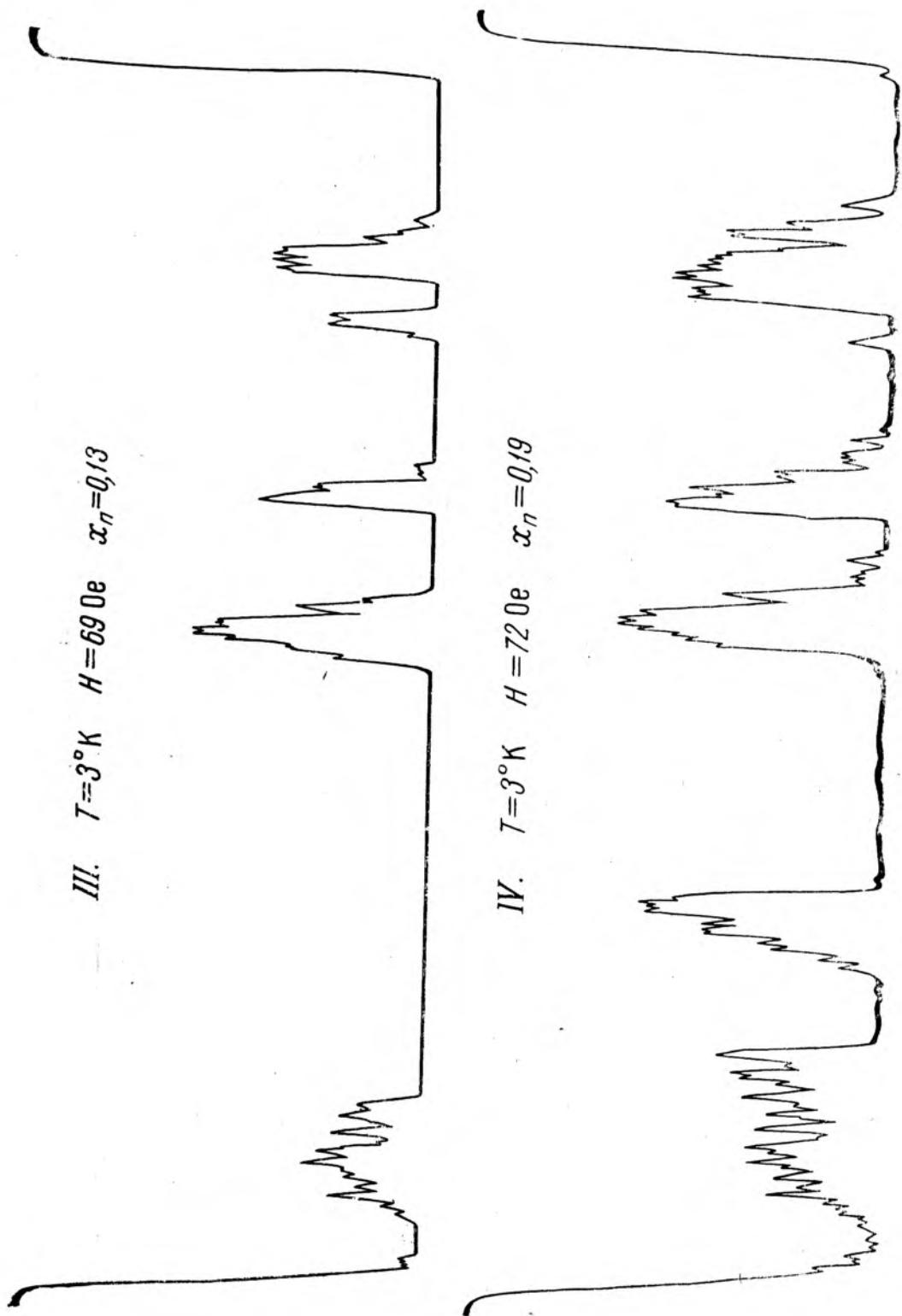
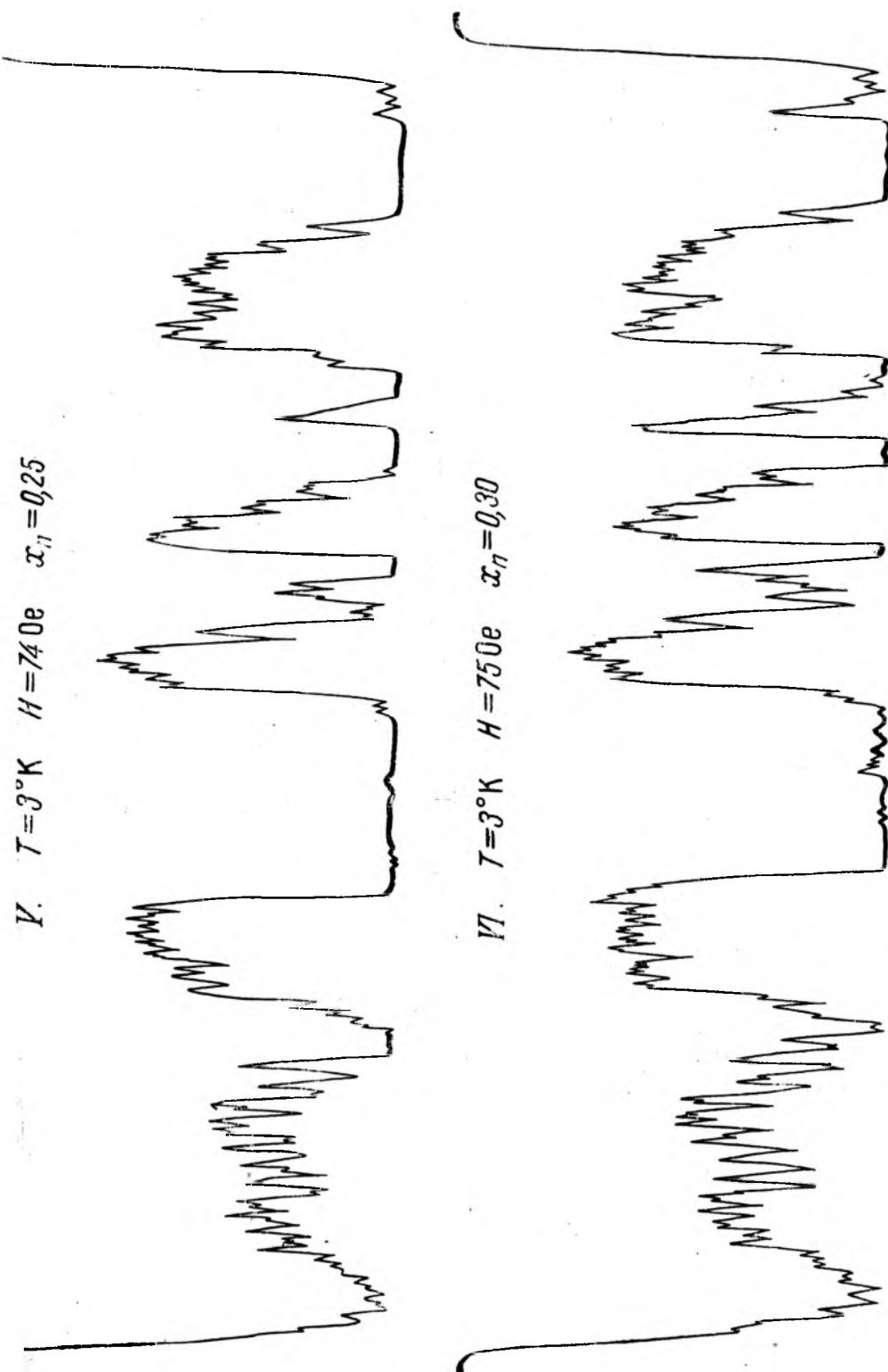
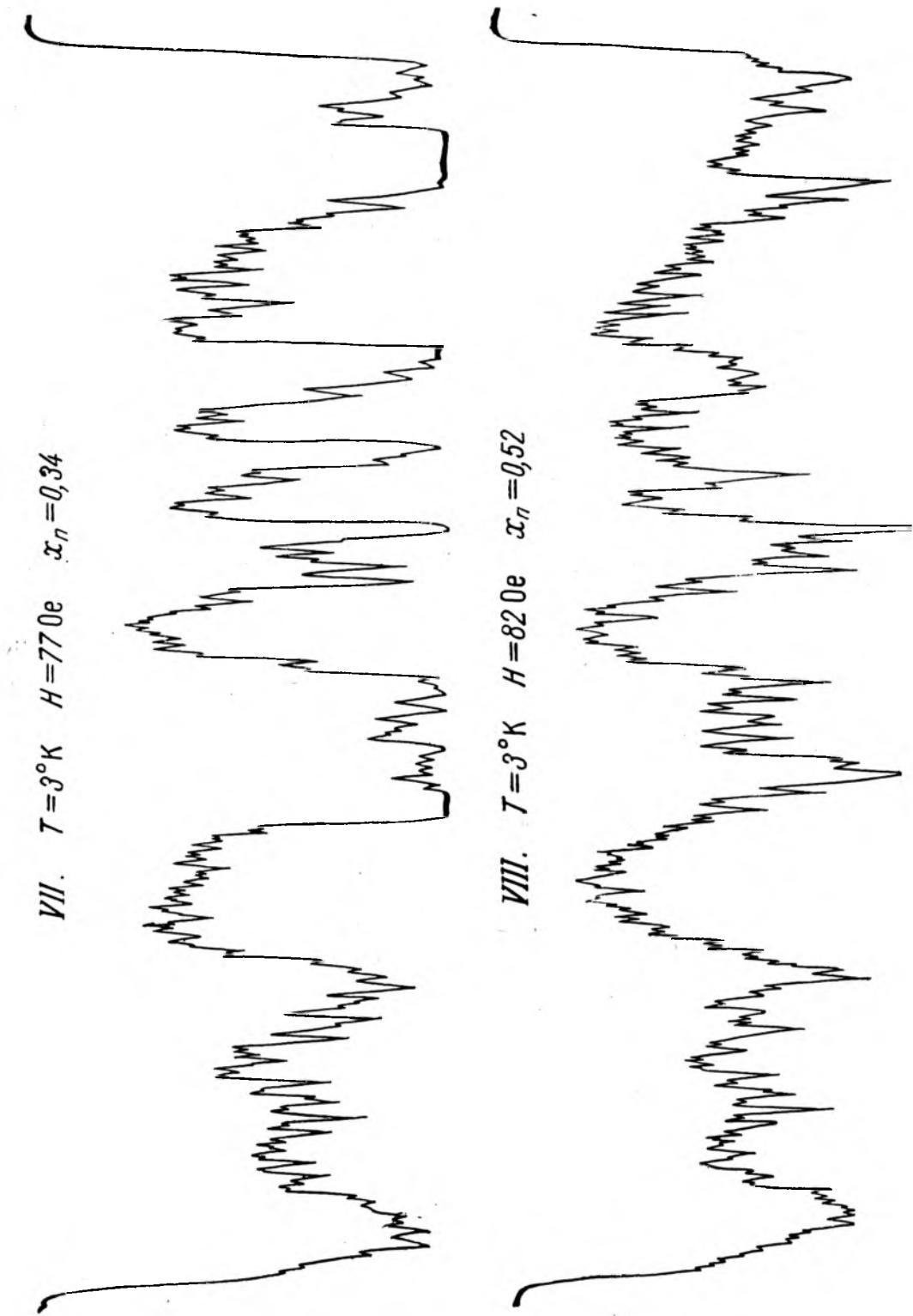


Рис. 12. Кривые III и IV

Рис. 12. Кривые  $V$  и  $I$



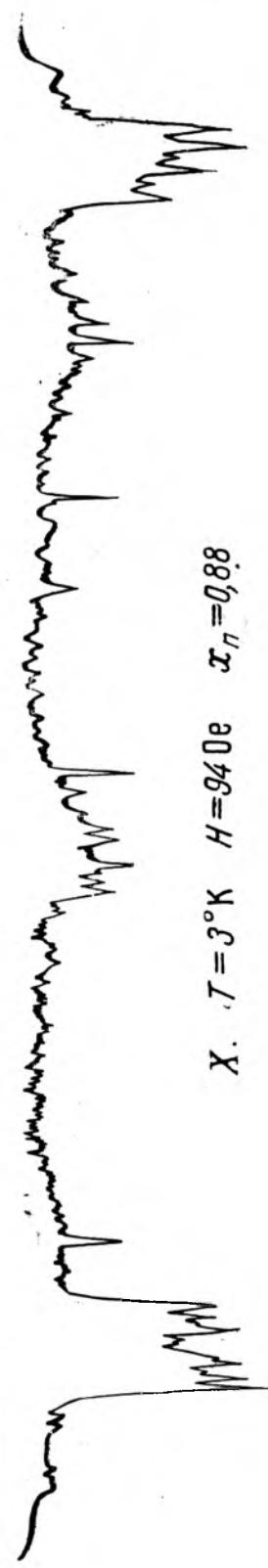
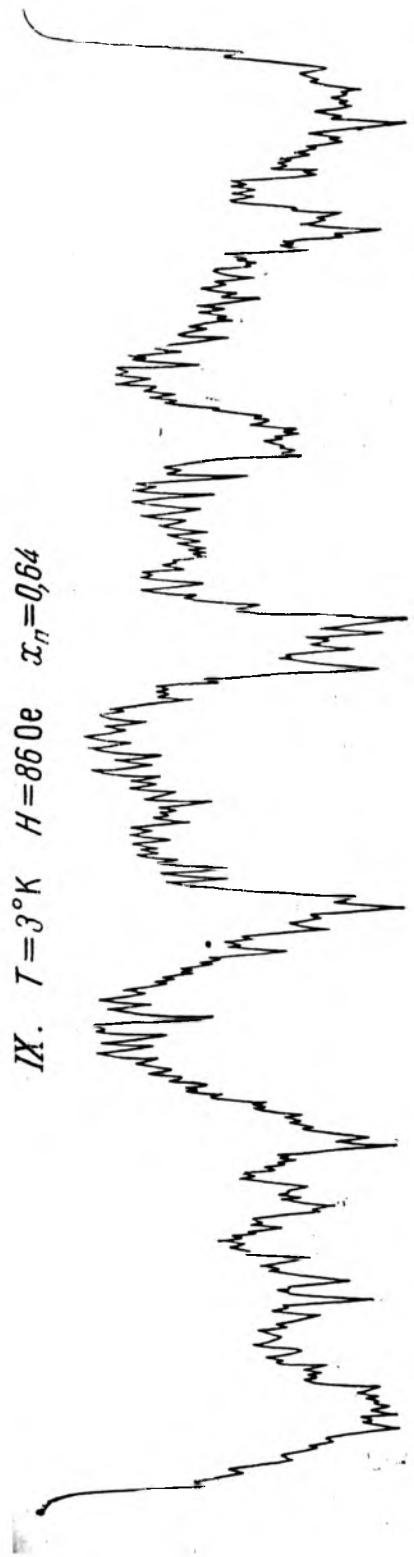
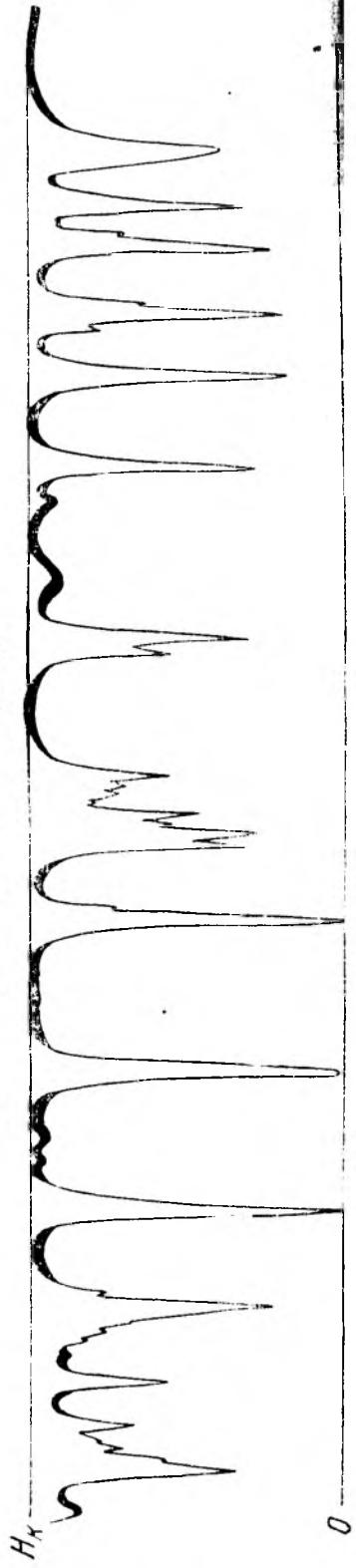


Рис. 42. Кривые IX и X

III.  $T = 3^\circ\text{K}$   $H = 100\text{ Oe}$   $x_n = 1$

Рис. 12. Кривая III

1.  $T = 3^\circ\text{K}$   $H = 720\text{ Oe}$   $x_n = 0,87$



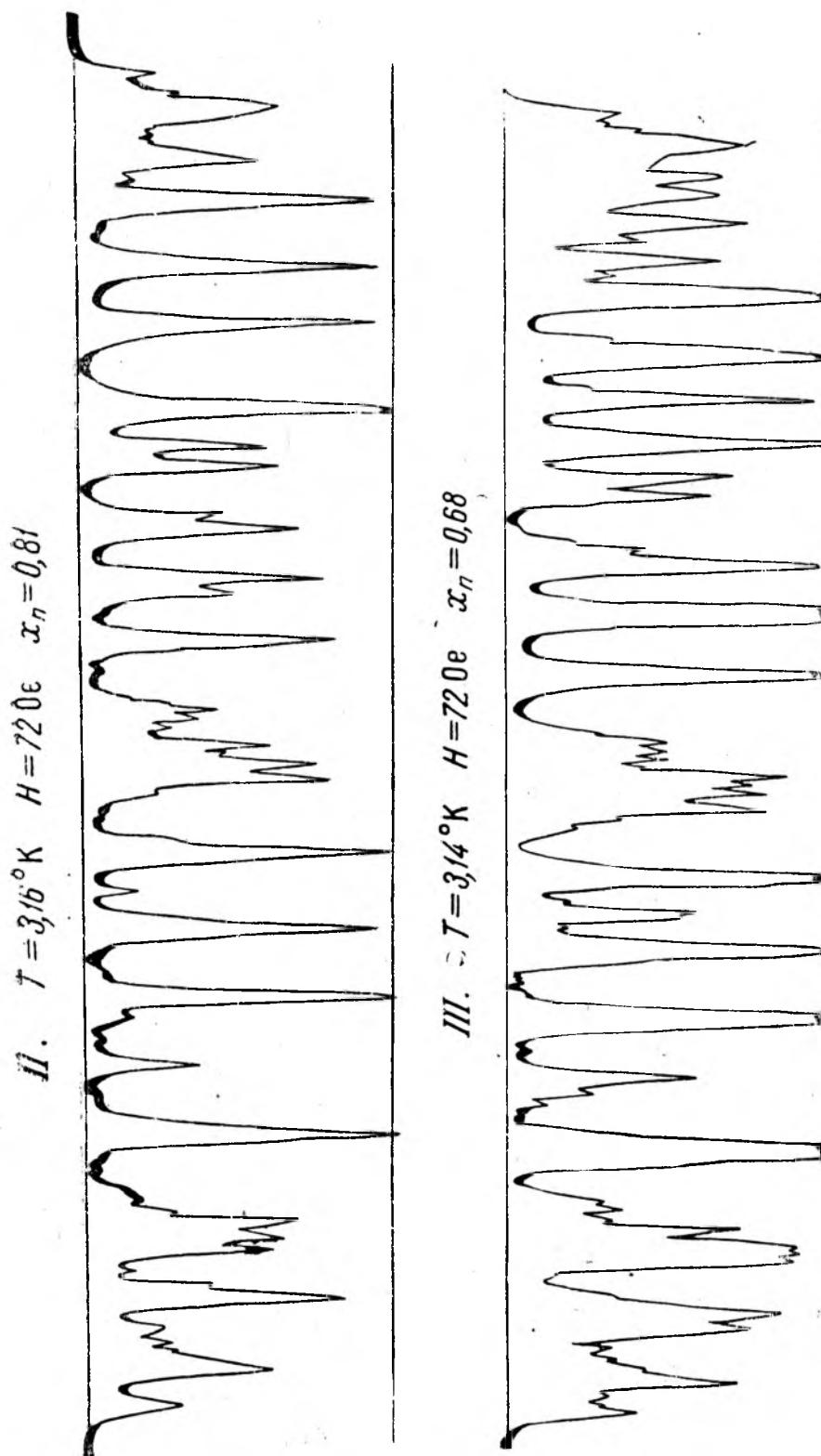
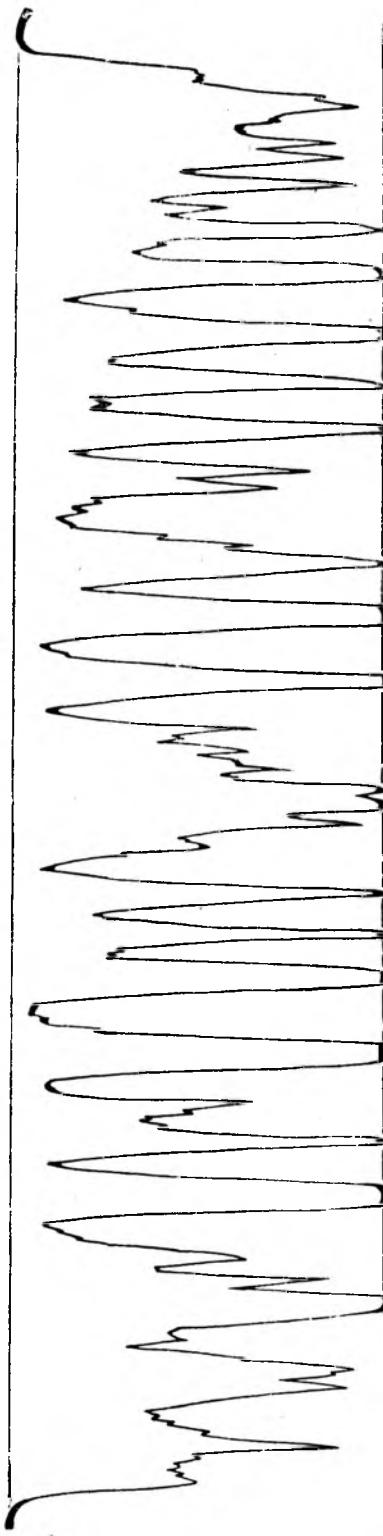


Рис. 13. Кривые II и III

IV.  $T=310^{\circ}\text{K}$   $H=720\text{e}$   $x_n=0,53$



V.  $T=305^{\circ}\text{K}$   $H=720\text{e}$   $x_n=0,36$

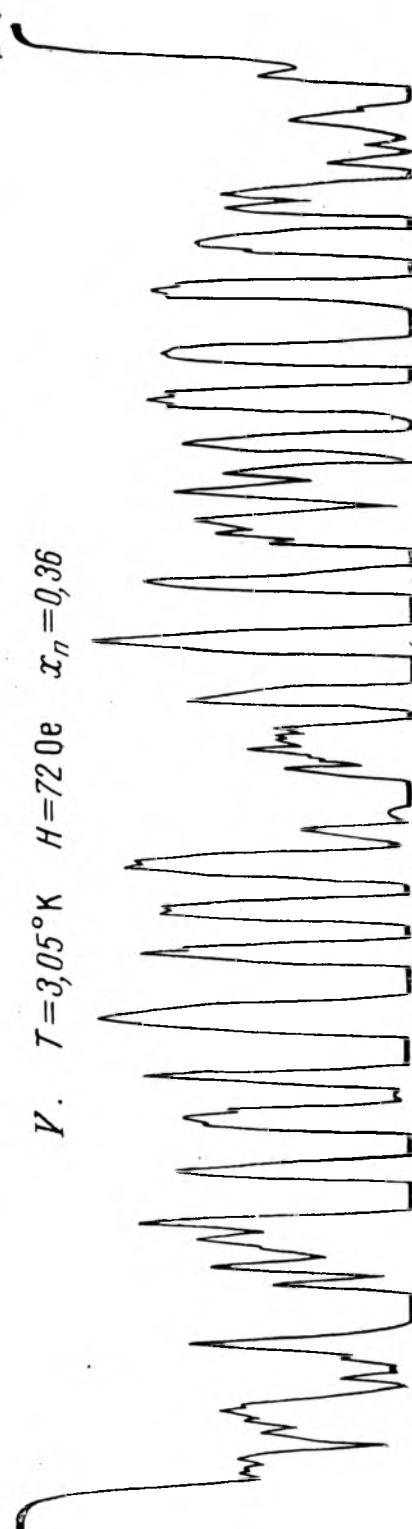


Рис. 13. Кривые IV и V

VI.  $T=3^{\circ}\text{K}$   $H=72\text{0e}$   $x_n=0,1g$

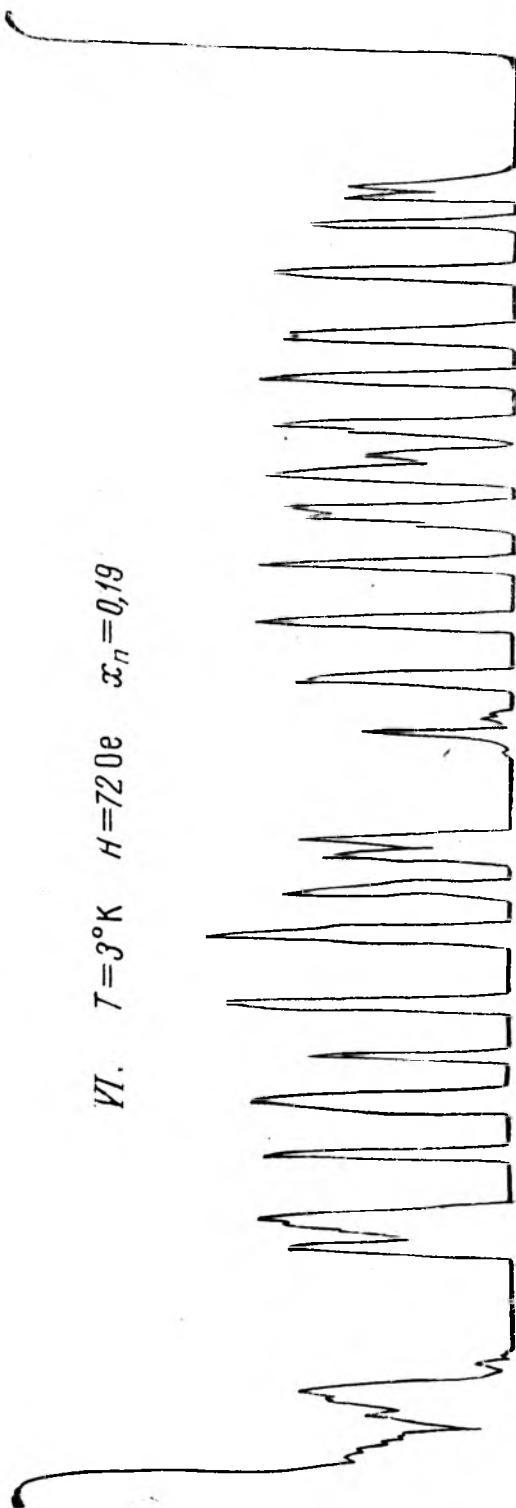


Рис. 13. Кривая VI

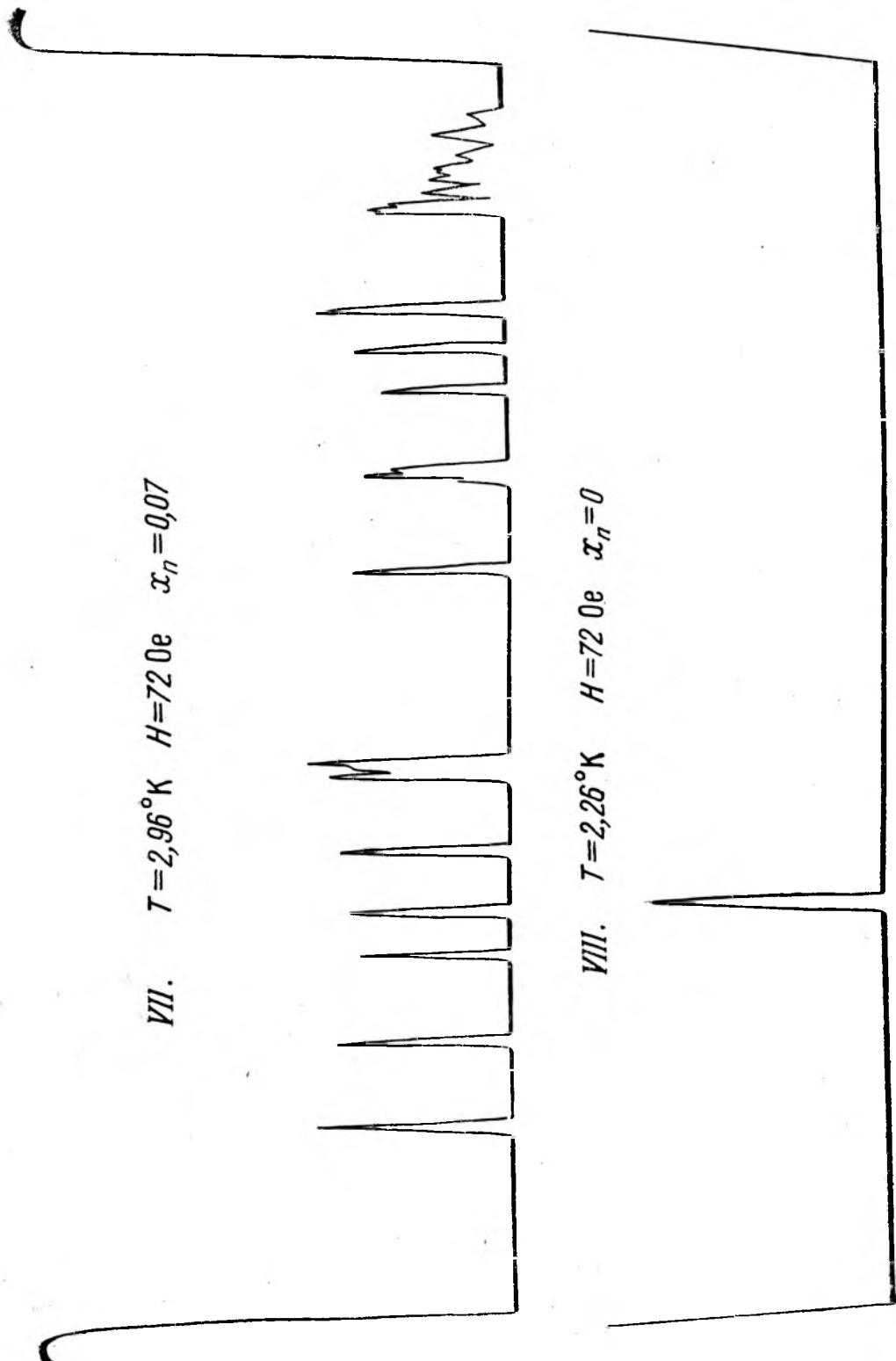


Рис. 13. Кривые VII и VIII

В последующих кривых рис. 13 сверхпроводящие слои растут в числе и размерах. Последняя кривая *VIII* этой серии соответствует точке *K* на рис. 11, т. е. сверхпроводящему шару. Мы видим, однако, что движущийся измеритель и в этом случае встретил область с отличным от нуля полем (пик слева). Это соответствует некоторому остаточному магнитному моменту шара.

При рассмотрении всех приведенных кривых обеих серий создается впечатление недостаточной «разрешающей способности» нашего измерителя поля, несмотря на его малость. Например, постепенное суживание сверхпроводящих слоев, наблюдаемое на кривых первой серии, приводит в конце концов к тому, что на месте сверхпроводящего слоя на кривой остается только узкий провал поля, не достигающий оси абсцисс. Это как бы означает, что слой стал тоньше, чем измеритель (т. е. тоньше  $10 \mu$ ), так что измеритель не находится теперь целиком в поле, равном нулю. Если же предположить, что мы имеем дело не только со слоями, но и с отдельными сверхпроводящими нитями, пронизывающими шар (по предположению Ландау [2, 3]), то явление «неразрешаемости» как бы означает, что такая нить стала тоньше, чем длина измерителя (т. е.  $0,3 \text{ мм}$ ).

Такие заключения нуждаются, однако, в существенной поправке. Несомненно, что магнитные силовые линии в нормальных областях, выходя в пространство между обеими полусферами, не остаются перпендикулярными к диаметральной плоскости, но искривляются в стороны, образуя «бочку». Таким образом, движущийся измеритель поля показывает не истинную ширину слоев (или диаметр нитей), но какую-то «эффективную» для него ширину. В частности, он перестает разрешать сверхпроводящий слой несомненно раньше, чем тот сужается до  $10 \mu$ .

Этим же эффектом «бочки» можно, видимо, объяснить, что мы нигде, за исключением состояний, близких к нормальной фазе (начало второй серии), не наблюдаем внутри шара полей, равных  $H_k$ , как это должно быть в областях нормальной фазы. Вместо этого в нормальных областях почти всегда измеряется поле, меньшее  $H_k$ , что соответствует уменьшению поля, вызванному расплыванием в стороны силовых линий, вышедших из плоскости полусферы.

Что касается многочисленных пиков, характерных для кривых первой серии, то можно предположить, что нормальные области при переходах типа 1 (рис. 11) пронизаны весьма тонкими сверхпроводящими включениями,ющими, например, иметь форму тонких нитей. Эффект «бочки» делает такие сверхпроводящие нити или слои как бы еще более тонкими, и разрешающая способность измерителя оказывается недостаточной. Измеритель, попавший в область с такой структурой, не находится целиком в однородном поле и перестает поэтому показывать истинное поле. Отклонения гальванометра не соответствуют в этом случае градуировочной кривой, и мы можем делать из наблюданной картины лишь качественные выводы.

Разумеется, все эти предположения нуждаются для своего доказательства в специальном исследовании.

Сравнение обеих приведенных серий кривых показывает, что конфигурация областей нормальной и сверхпроводящей фаз в данной точке промежуточного состояния существенно зависит от способа перехода в эту точку. В наших экспериментах мы много раз осуществляли переходы обоих типов (1 и 2) и каждый раз получали распределение областей, характерное для перехода данного типа.

Выяснилось, однако, что конфигурация областей в данной точке промежуточного состояния при данном способе перехода не повторяется в точности от опыта к опыту, т. е. зависит не только от способа перехода, но и от иных причин. Например, когда снималась серия кривых, изображенных на рис. 12 (переход типа 1), то магнитное поле

в катушке менялось с помощью движкового реостата, включенного в цепь катушки. В другом же опыте для перехода такого же типа сопротивление реостата (а с ним и магнитное поле) менялось не постепенно, а скачками — с помощью специального переключателя. При этом оказалось, что картины распределения поля в шаре в этом случае хотя имеют тот же характер, что и картины, изображенные на рис. 12, но все же весьма отличаются в деталях. Другими словами, конфигурация областей зависит не только от типа перехода, но и от способа (или времени) включения магнитного поля. Не приводя всей полученной серии целиком, достаточно проиллюстрировать сказанное лишь одной кривой, изображенной на рис. 14, — кривой *I*, которую следует сравнить с кривой *VII* рис. 12, снятой в той же точке ( $T = 3^{\circ}\text{K}$ ,  $H = 76$  Ое).

Наконец, были поставлены специальные опыты, в которых мы пытались, снимая кривые в одной и той же точке промежуточного состояния, соблюдать, хотя бы в первом приближении, идентичные условия при переходе в эту точку, в целях получения более или менее одинаковых картин распределения. Во всех случаях, однако, мы получали картины, хотя и весьма схожие по характеру и типичные для перехода данного типа, но все же отличные друг от друга, как это видно из рис. 14, где приведены три кривые, снятые при одинаковых условиях, но в различные дни.

Между тем, раз установившаяся картина распре-

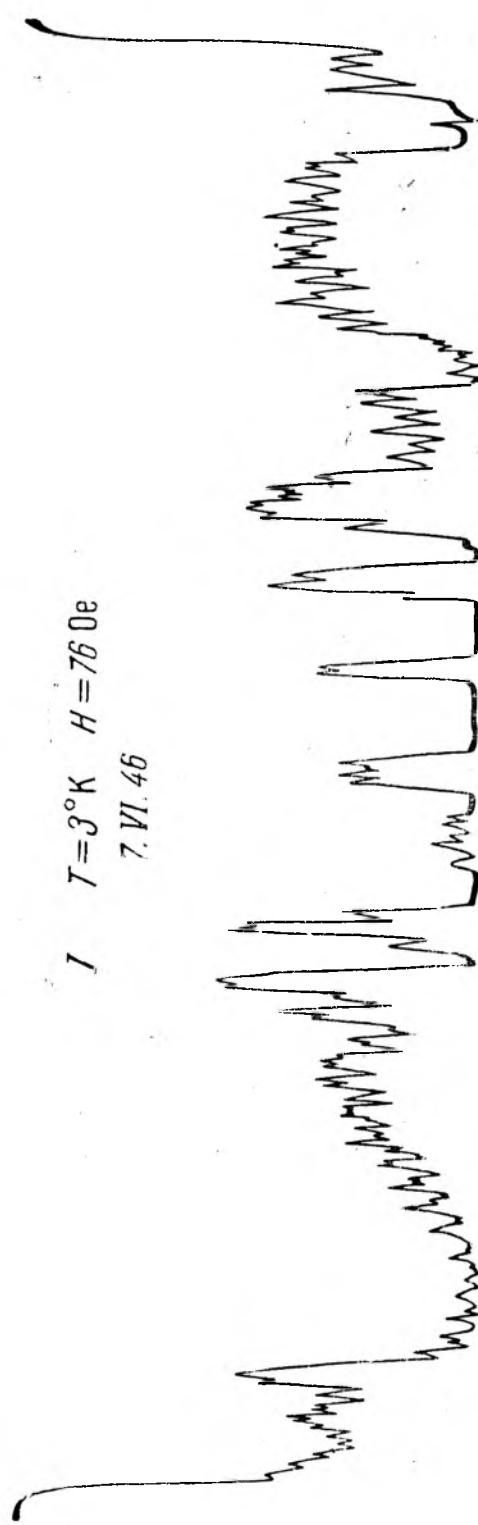


Рис. 14. Кривая *I*

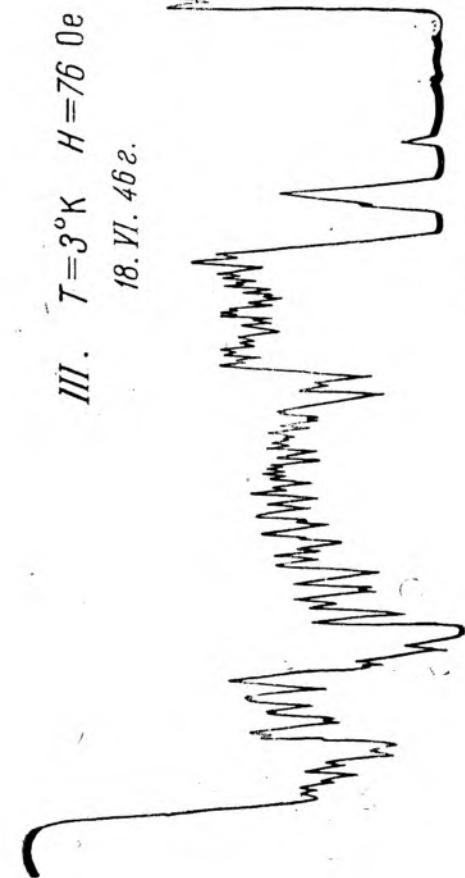
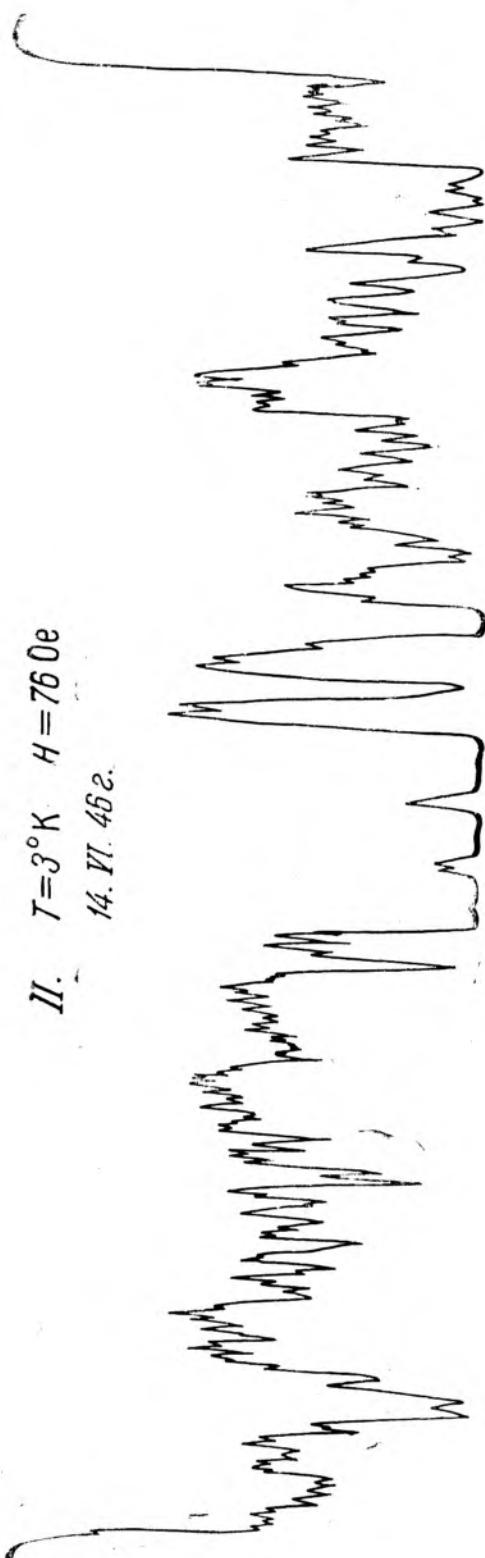


Рис. 14. Кривые II и III

деления областей в шаре весьма стационарна при условии постоянства поля и температуры. Для проверки этого мы иногда снимали одну и ту же картину по два раза, причем всегда получалось поразительное по точности совпадение снимков. Мельчайшие подробности кривых, зачастую весьма причудливые, повторялись с полной тождественностью. Это доказывало не только стационарность явления в пределах времени наблюдения (в одном из опытов второй снимок был сделан через час после первого), но и служило также превосходным контролем для всего эксперимента, указывая на его достаточную точность.

#### § 4. Явления в широких щелях

После получения описанных здесь результатов для щели шириной  $0,12 \text{ мм} < d_{\text{крит}}$  было предпринято измерение поля с помощью подвижного макроизмерителя в щели, заведомо большей критической. Так как из неоднократных опытов с макроизмерителями, расположенными в щели шириной  $d > d_{\text{крит}}$ , следовало, что поле в подобной щели должно было быть однородным и равным индукции шара в промежуточном состоянии, то на первый взгляд могло казаться, что эксперимент с макроизмерителем в такой щели является просто лишь необходимым контролем для всей работы и не может представлять какого-либо дополнительного интереса. Опыт показал, однако, что это не так.

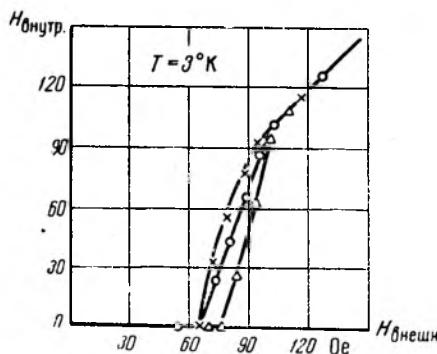


Рис. 15  
X — край, Δ — центр, O — диаметр

большого измерителя, еще два неподвижных маленьких измерителя (длиной 1,5 мм), расположенных у края шара и в центре. Кривые  $B(H)$ , снятые с помощью всех трех измерителей и приведенные на рис. 15, еще больше подчеркивают противоречие результатов макро- и микрометодов исследования поля в широкой щели.

Противоречие отнюдь не разъяснилось, когда мы произвели грубые предварительные исследования поля в широкой щели с помощью небольшого движущегося измерителя поля (при вертикальном расположении щели). Эти опыты выяснили также неоднородность поля в широкой щели (полученные кривые мы для краткости опускаем), в то время как большой измеритель, расположенный по диаметру шара, попрежнему показывал однородное поле.

Результаты всех этих опытов с широкими щелями, проделанных над двумя шарами — поликристаллическим, диаметром 28 мм (П 28), и монокристаллическим, диаметром 20 мм (М 20), суммированы в таблице, где приведены ответы на вопрос об однородности поля в широкой щели, полученные различными методами исследования.

Из этой таблицы однозначно следует, что макрометод исследования поля всегда свидетельствовал об однородности поля в широкой щели, в то время как все микрометоды (2, 3 и 4) всегда говорили обратное.

Еще ранее, в опытах с магнитным порошком, описанных выше, мы провели несколько экспериментов с поликристаллическим шаром диаметром 28 мм при щели шириной 0,2 мм. Вопреки ожиданиям, оказалось, что порошинки образуют в этой широкой щели такую же радиальную картину, как в щели меньше критической. Однако контрольный эксперимент с макроизмерителем, расположенным по диаметру шара, показал обычную кривую индукции промежуточного состояния  $B = 3H - 2H_k$ .

Для выяснения этого противоречия мы смонтировали в щели, кроме

Дата опыта	Шар	Метод исследования поля			
		1 макроизмери- тель	2 магнитный порошок	3 неподвижный микроизмери- тель	4 подвижный микроизмери- тель
10.III.1945 . . . . .	П 28	—	неоднород.	—	—
24.III.1945 . . . . .	П 28	—	неоднород.	—	—
30.III.1945 . . . . .	П 28	—	неоднород.	—	—
6.IV.1945 . . . . .	П 28	—	неоднород.	—	—
16.IV.1945 . . . . .	П 28	—	неоднород.	—	—
24.IV.1945 . . . . .	П 28	однородно	неоднород.	неоднород.	—
27.IV.1945 . . . . .	П 28	однородно	—	неоднород.	—
29.IV.1945 . . . . .	П 28	—	—	неоднород.	—
11.V.1945 . . . . .	М 20	однородно	—	неоднород.	—
28.V.1945 . . . . .	М 20	—	неоднород.	—	—
8.VI.1945 . . . . .	М 20	—	неоднород.	—	—
21.VI.1945 . . . . .	П 28	—	—	—	неоднород.
23.VI.1945 . . . . .	П 28	—	—	—	неоднород.
3.VII.1945 . . . . .	М 20	—	—	—	неоднород.
6.VII.1945 . . . . .	М 20	—	—	—	неоднород.
13.VII.1945 . . . . .	М 20	—	—	—	неоднород.
20.VII.1945 . . . . .	М 20	однородно	—	—	—

В связи с этими противоречивыми результатами становится ясным, почему тщательные исследования поля в широкой щели монокристаллического шара диаметром 39 мм представляли для нас значительно больший интерес, чем простой контрольный опыт.

Сначала нами была взята щель шириной 0,3 мм, в которой, как говорилось выше, уже была обнаружена однородность поля с помощью макроизмерителя, расположенного по диаметру шара (см. рис. 9). Движущийся измеритель в опытах с этой щелью был тем же самым, что и в опытах со щелью 0,12 мм. С его помощью нами были получены серии кривых для переходов типа 1 и 2 (рис. 11). Вторая из этих серий изображена на рис. 16.

Мы видим, что движущийся микроизмеритель, действительно, не обнаруживает однородного поля в щели, большей критической. Это доказывает, что сверхпроводящие и нормальные области не замыкаются к поверхности широкой щели, как это предполагалось ранее и как это доказывалось экспериментально с помощью макроизмерителя.

Серия, изображенная на рис. 16, весьма похожа по своему характеру на аналогичную серию, снятую при щели 0,12 мм (рис. 13). Разница между обеими сериями в основном заключается лишь в амплитуде, ставшей значительно меньше у кривых при широкой щели. Создается впечатление, что в щели 0,3 мм мы изучаем ту же самую картину, что и в щели 0,12 мм, но с измерителем как бы худшей разрешающей способности. В особенности это ясно из кривой, близкой к нормальному состоянию, показанной на рис. 17 (снята отдельно при ином поле), и на которой наблюдаются нормальные слои, но не разрешаются сверхпроводящие, или из последних кривых рис. 16, где отчетливо видны все сверхпроводящие слои, но не разрешаются нормальные.

Кривые для перехода типа 1 при щели 0,3 мм тоже оказались весьма похожими на аналогичные кривые для щели 0,12 мм. Не приводя всей серии целиком, мы ограничимся лишь одной из полученных кривых, показанной на рис. 18. Она весьма похожа на кривую IV, рис. 12, отличаясь от нее, в основном, лишь меньшей амплитудой.

Нам кажется, что это ухудшение «разрешающей способности» измерителя может быть объяснено из того эффекта «бочки», о котором говорилось выше. Искривление силовых линий должно, очевидно, усиливаться с увеличением расстояния между полусферами, если слои выходят на поверхность. Вся картина, следовательно, должна смазываться и

приобретать менее отчетливый характер, что и наблюдается на кривых рис. 16.

При дальнейшем увеличении щели можно предполагать усиление эффекта, т. е. уменьшение амплитуды. Действительно, последующие эксперименты, проделанные при щели в 1 мм, подтвердили это предположение. Щель была устроена так, что лента с измерителем двигалась в ней по плоскости одной из полусфер в зазоре 0,2 мм. Этим самым измерялось поле на расстоянии  $\leq 0,1$  мм от плоскости полусферы. Полученные результаты приведены на рис. 19. Мы видим, что и при щели в 1 мм слои выходят на поверхность и могут быть легко наблюдаемы. Амплитуда, как и ожидалось, уменьшилась соответственно еще большему расплыванию силовых линий.

Нам кажется, что эффектом «бочки» можно объяснить и противоречие в поведении макро- и микроизмерителей, о котором говорилось выше. На кривых I, II и III рис. 16 (щель 0,3 мм) вычерчены значения индукций, которые должны быть в шаре согласно формуле  $B = 3H - 2H_k$  (и которые наблюдались в опытах с макроизмерителями). Мы видим, что проведенные прямые совпадают, примерно, со средними линиями полученных кривых. Это совпадение становится еще более разительным для кривых, относящихся к щели в 1 мм, как это видно из рис. 19. Это значит, что вследствие расплывания силовых линий, выходящих из образца, микроизмеритель тоже измеряет в среднем однородное поле  $B$ , а не чередование полей, равных 0 и  $H_k$  попеременно, как это должно быть непосредственно на самой плоскости полусферы и как это наблюдалось иногда в щели 0,12 мм. Поэтому становится очевидным, что незначительные отклонения от среднего, замечаемые микроизмерителем, проходят незаметными для большой висмутовой ленты, протянутой по всему диаметру шара и измеряющей поэтому поле  $B = 3H - 2H_k$ . Эти отклонения сказываются для макроизмерителя лишь тогда, когда амплитуда кривой поля становится более значительной, т. е. при более узкой щели, где эффект «бочки» меньше. В этом случае неоднородность поля уже обнаруживается макроизмерителем, который поэтому измеряет не прямую  $B = 3H - 2H_k$ , а некоторую кривую.

Чтобы подтвердить еще более высказанные здесь соображения, мы проделали опыт со щелью в 1 мм, в котором поле измерялось не вблизи плоскости одной из полусфер, а на равном расстоянии между обеими

I.  $T = 316^\circ K$   $H = 710 e$   $B = 57 G$

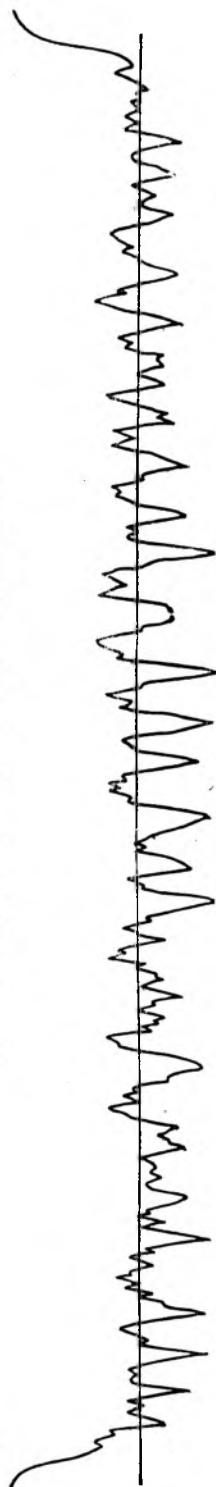


Рис. 16. Кривая I

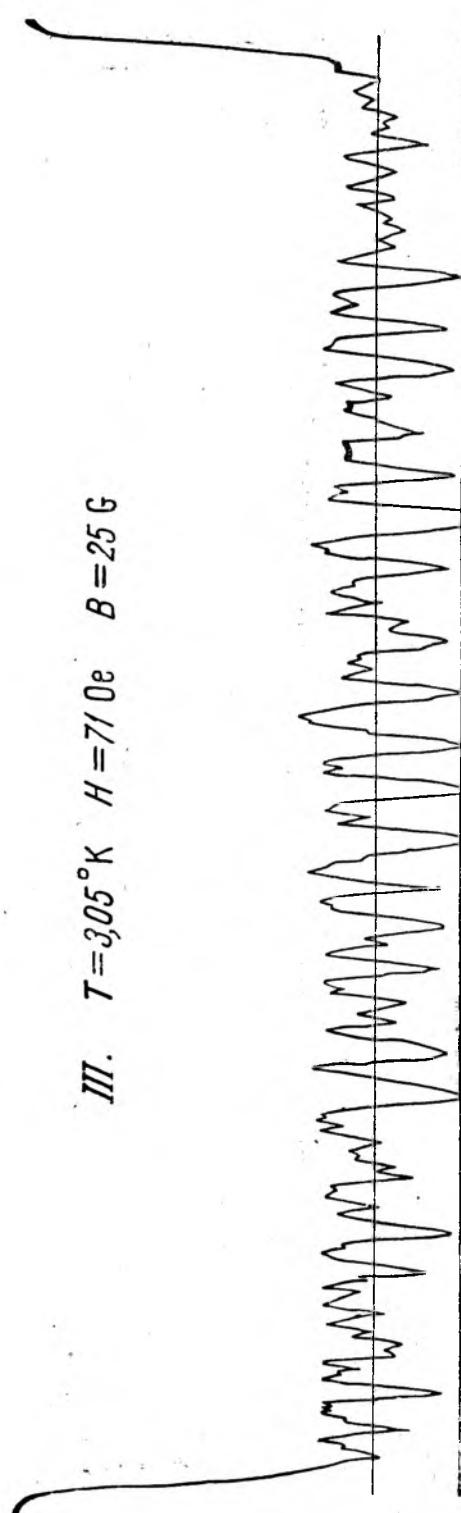
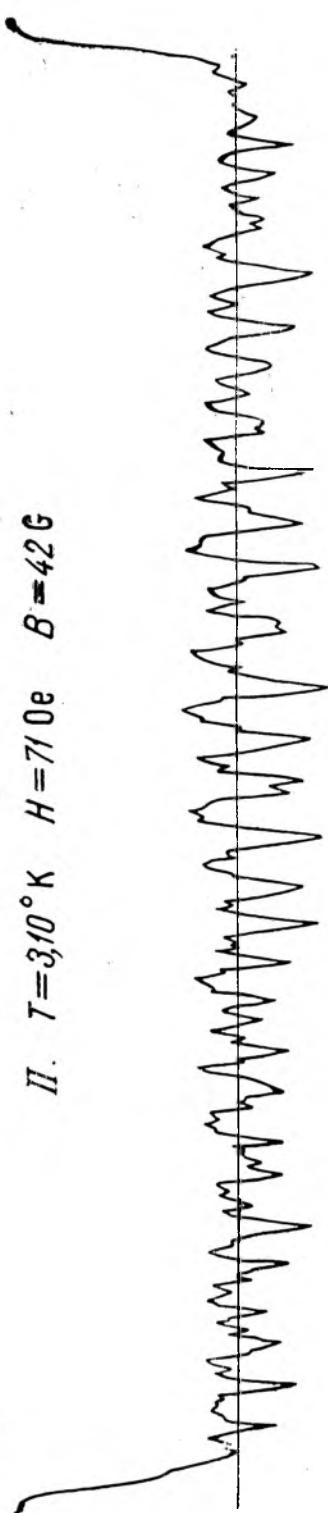


Рис. 16. Кривые II и III

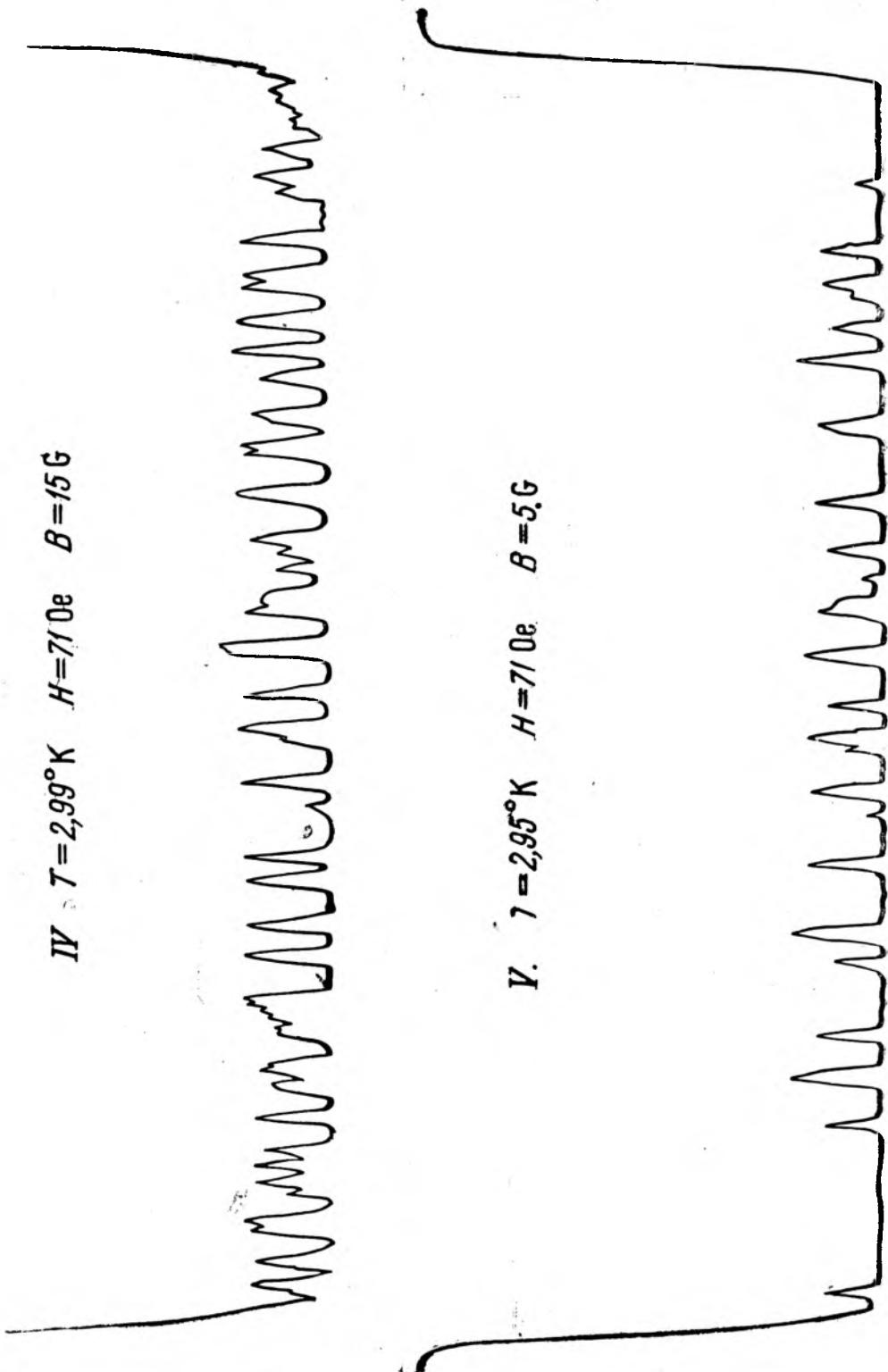


Рис. 16. Кривые IV и V

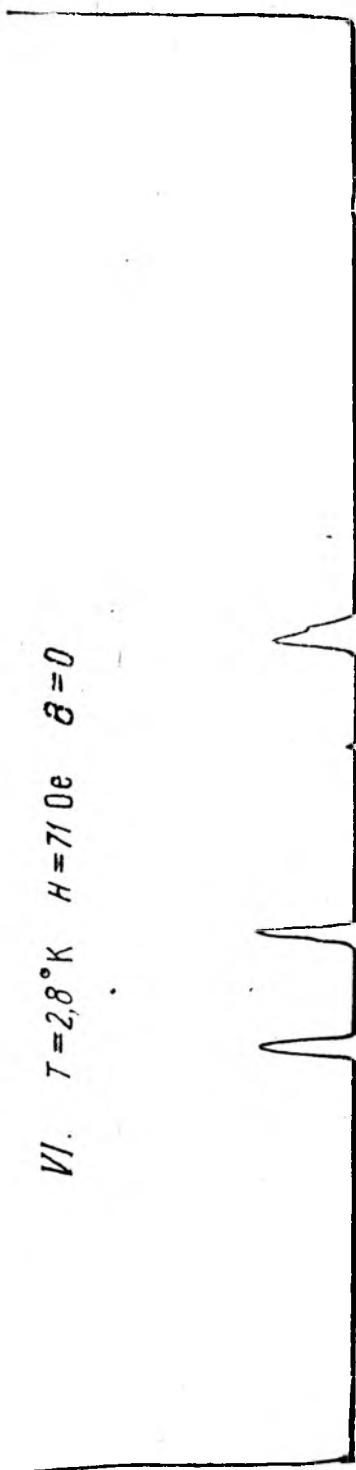
Рис. 16. Кривая  $VI$  $T = 3.05^\circ\text{K}$     $H = 890\text{ e}$     $\theta = 84$ 

Рис. 17

полусферами, т. е. по середине щели. Эффект «бочки», если он имеет место, должен, очевидно, усиливаться по мере удаления от плоскостей, т. е. картина слоев должна при этом еще более смазаться. Как показывают кривые, приведенные на рис. 20, это явление, действительно, имеет место. Слои более не удается наблюдать вовсе, зато совпадение средних линий кривых со значением индукции везде превосходное. Если принять теперь во внимание, что во всех опытах с большими измерителями они монтировались, примерно, по середине щели (благодаря изолирующей подкладке и подводящим проводникам), то становится еще более очевидным, почему в широкой щели с помощью макроизмерителей всегда наблюдалось однородное поле.

В работе [1] указывалось, что в некоторых щелях наблюдалась с помощью макроизмерителя «переходные» явления, при которых кривая  $B(H)$  представляла собою кривую, характерную для узких щелей, лишь для первой половины всего интервала промежуточного состояния, переходя во второй половине в прямую, характерную для широкой щели. В свете высказанных здесь соображений об эффекте «бочки» такое переходное явление вполне объяснимо. Неоднородность поля в щели всегда больше для участка промежуточного состояния, близкого к сверхпроводящей фазе, чем для участка, близкого к нормальной фазе, вследствие большей ширины сверхпроводящих областей на первом участке. Это ясно из картин распределения поля в щели, рассмотренных в § 3. Поэтому эффект «бочки» в недостаточно широкой щели не так сильно искажает истинную картину распределения поля в начале промежуточного состояния, как в его конце, и макроизмеритель,

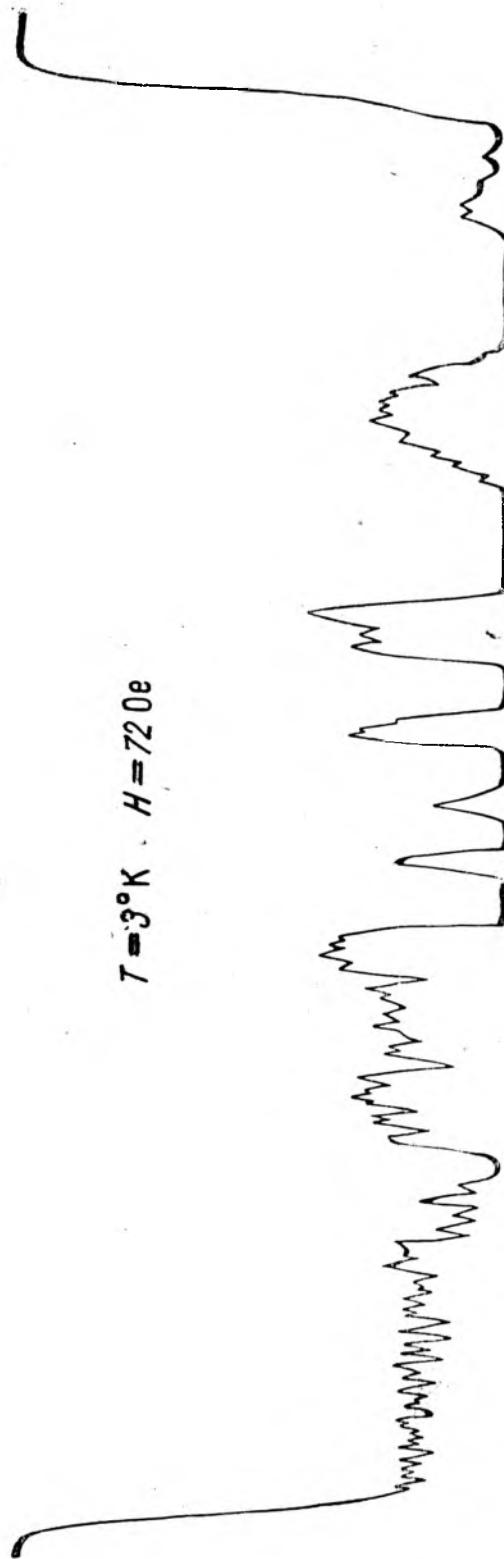
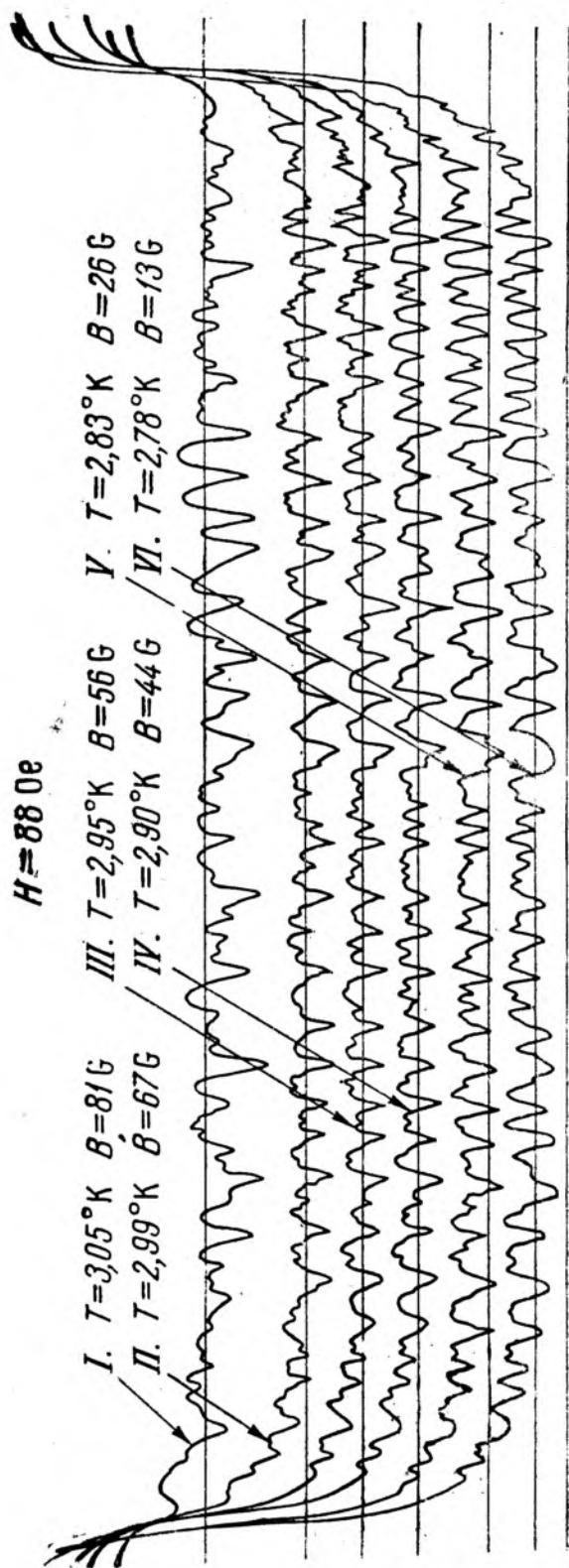


Рис. 18

Рис. 19. Кривые  $I = V/I$

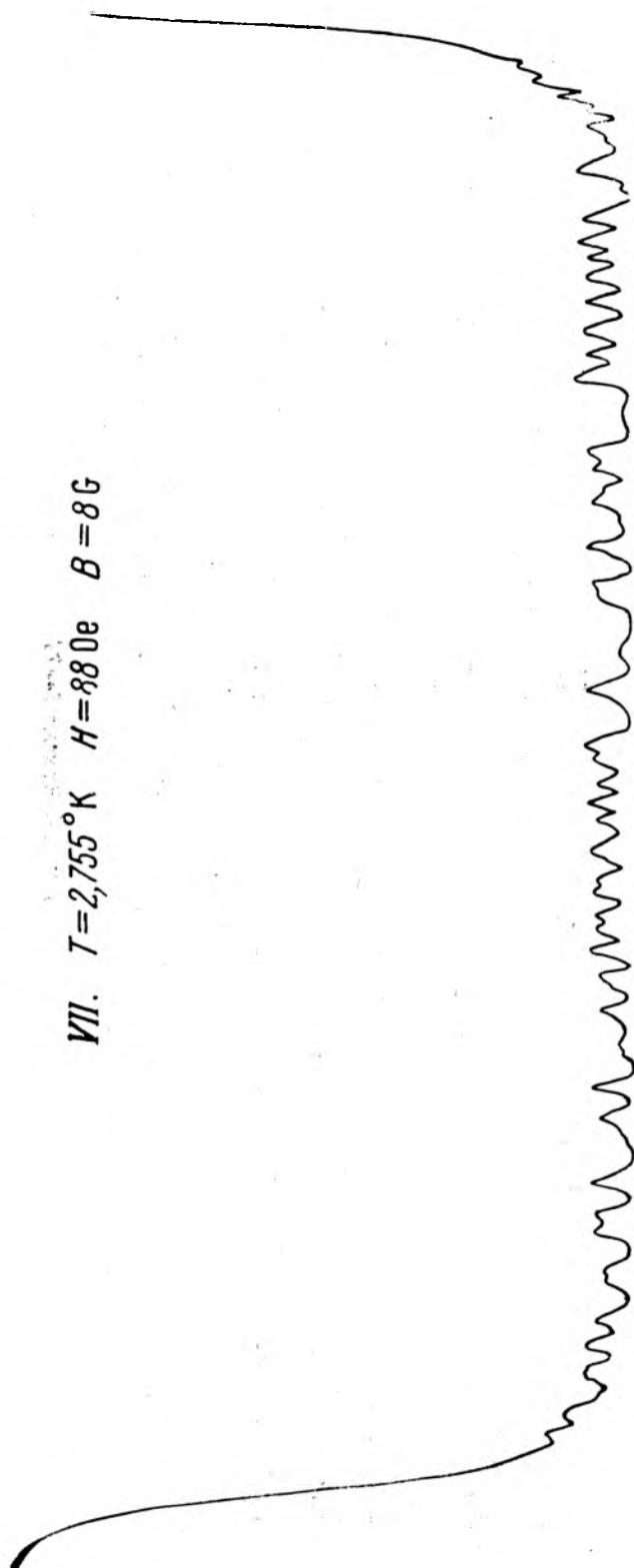


Рис. 19. Кривая VII

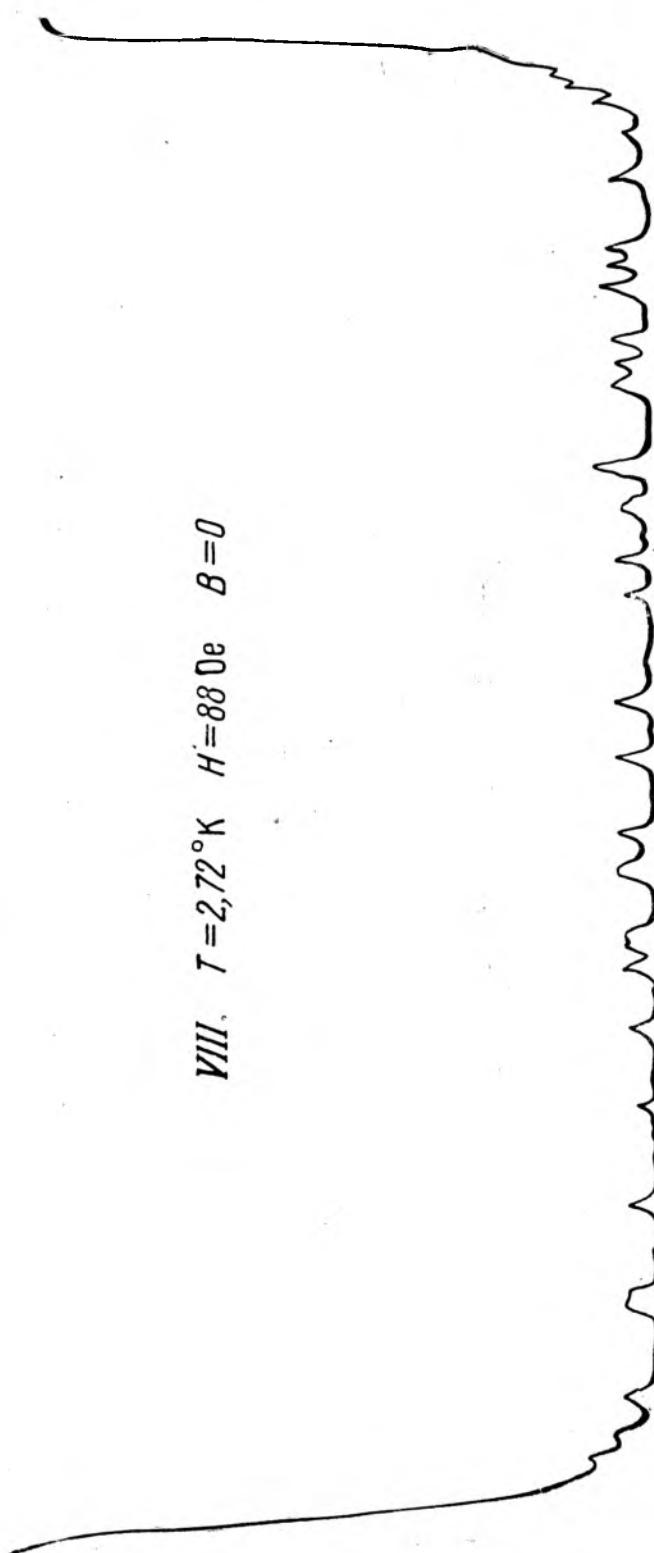


Рис. 19. Кривая VIII

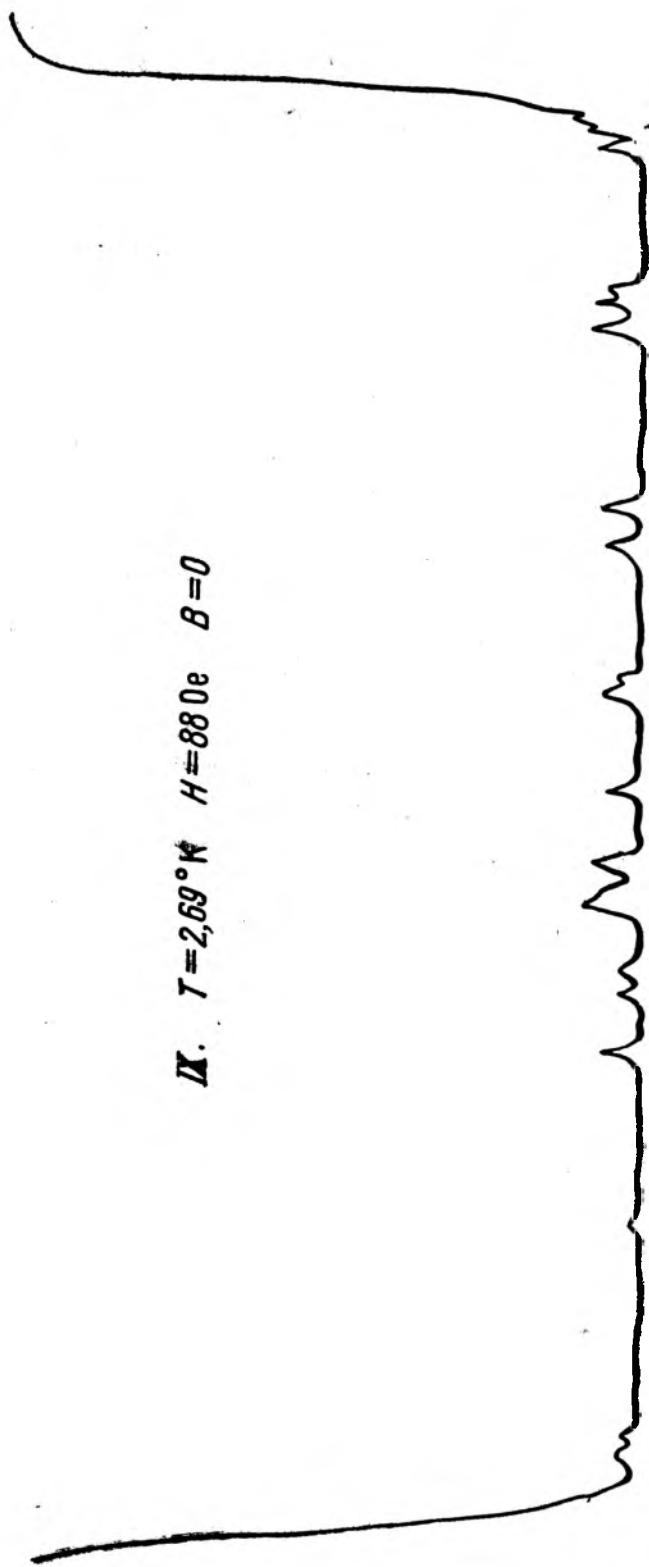


Рис. 19. Кривая IX

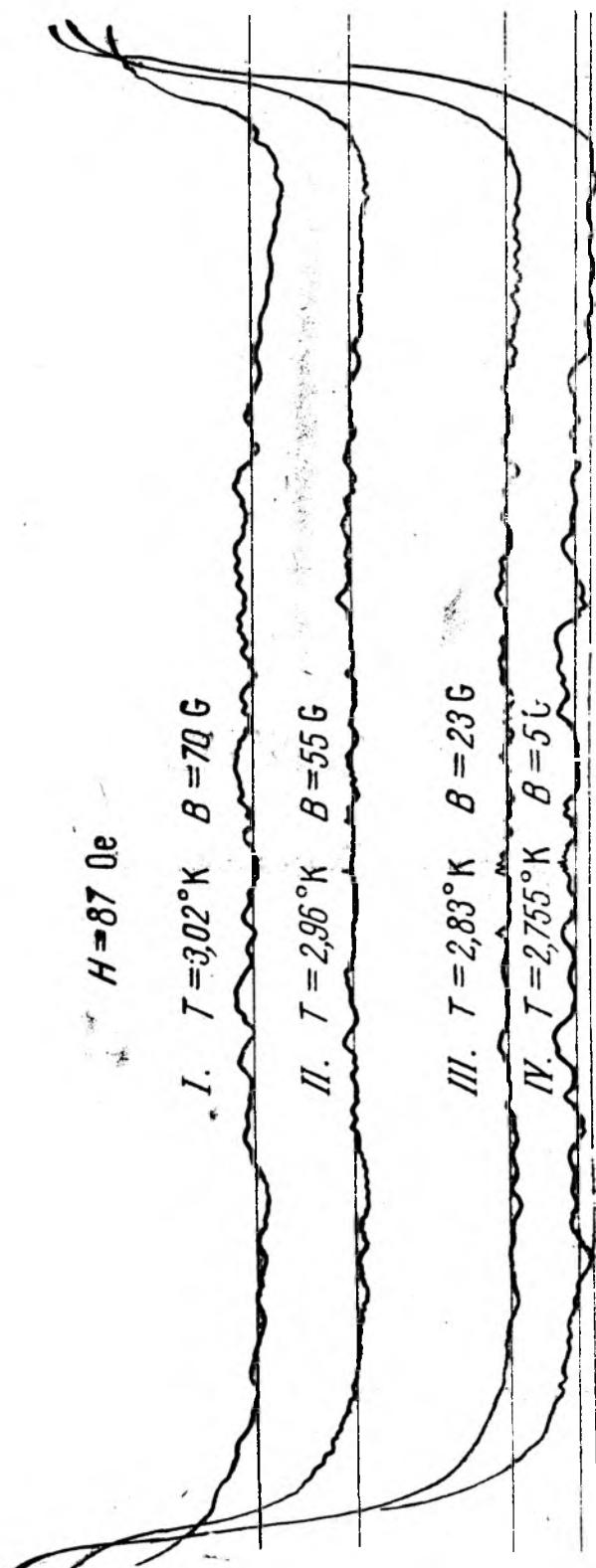


Рис. 20. Кривые I—IV

обнаруживая отклонения поля от однородного, дает на первом участке кривую, переходящую в прямую там, где точности измерений с помощью макроизмерителя уже не достаточно, чтобы обнаружить неоднородность поля.

Кроме исследования поля в шаре при щелях 0,3 и 1 мм, нами были проведены еще опыты со щелью в 2,3 мм. Поле в такой щели измерялось на расстоянии  $\leq 0,1$  мм от плоской поверхности одной из полусфер. При этом наблюдались картины, аналогичные полученным для щели 1 мм (рис. 19). Другими словами, и в этом случае удалось наблюдать области сверхпроводящей и нормальной фаз, выходящие на поверхность. Дальнейшего уменьшения амплитуды кривых по сравнению со щелью в 1 мм при этом не наблюдалось.

Таким образом, установлено, что предположение об исчезновении на плоскости полусфер областей сверхпроводящей и нормальной фаз при расстоянии между полусферами, большем некоторой критической величины, не соответствует действительности. Образовавшиеся области выходят на плоскости полусфер, и вопрос о наблюдении этих областей решается вполне положительно при достаточно точном эксперименте.

### Заключение

Суммируя полученные нами результаты, мы можем высказать следующие положения.

1. Подтверждено прямыми измерениями предсказанное теорией Ландау [2, 3] и доказанное экспериментально Шальниковым [1] наличие расслоения шара в промежуточном состоянии на сверхпроводящие и нормальные области. Выяснилось, что распределение областей в данной точке промежуточного состояния не воспроизводится точно от опыта к опыту, так как зависит, даже при одном и том же термодинамическом способе перехода в промежуточное состояние, от ряда меняющихся от опыта к опыту причин (от предшествующих состояний, от способа и скорости включения поля, от скорости изменения температуры и т. д.). Другими словами, наблюдаемое на опыте расслоение не обладает свойствами равновесного состояния, требуемого теорией Ландау. Поэтому количественная проверка теории (например, вычисление ширины слоев, коэффициента поверхностного натяжения между сверхпроводящей и нормальной фазами и т. д.) не может быть произведена, пока не будет найден способ осуществлять равновесный переход в промежуточное состояние.

2. Обнаружено, что для двух изученных случаев перехода в промежуточное состояние существует типичное отличие картин распределения областей. При переходе, осуществляемом понижением температуры при постоянном внешнем поле, получается распределение областей, наибольшим образом напоминающее предсказанные теорией «слои». При переходе, осуществляемом повышением внешнего поля при постоянной температуре, получаются гораздо менее регулярные картины распределения, сопровождающиеся к тому же наличием очень мелкой структуры, не разрешаемой измерителем поля. Все картины распределения областей изучались при движении измерителя вдоль диаметра шара, т. е. в одномерном случае. Поэтому полное заключение о том, как распределяются области по всей экваториальной плоскости шара, не может быть сделано, пока не будут получены двумерные картины распределения. Это предполагается сделать в дальнейшем.

3. Доказано, что сверхпроводящие и нормальные области, возникшие в разрезанном по экватору шаре в промежуточном состоянии, выходят на плоские поверхности полусфер даже при весьма большом расстоянии между полусферами, а не только при расстоянии, меньшем некоторой критической величины, как это предполагалось ранее. По поводу этого

явления можно высказать два логически возможных предположения. Во-первых, это может быть явление общего порядка, т. е. выход на поверхность сверхпроводящих и нормальных областей без образования макроскопически однородного «смешанного» состояния — явление, общее сверхпроводникам любой формы. Если это так, то сверхпроводящие и нормальные области могут наблюдаться, например на поверхности шара, с помощью достаточно малых микроизмерителей поля. Во-вторых, это явление может быть вызвано лишь наличием щели в шаре, т. е. обусловлено нарушением целости шара. Иными словами, может оказаться, что наличие в шаре сравнительно широкой щели и является причиной тех причудливых неравновесных картин, которые мы наблюдали. Если это так, то предположение о критической ширине щели, опровергнутое, казалось бы, описанными выше опытами, может сохранить свой смысл при столь узких щелях, что их размеры, возможно, стоят за пределами технически осуществимого опыта. Эксперименты, которые мы предполагаем поставить в дальнейшем, решат, какая из указанных двух логических возможностей имеет место в действительности.

В заключение мы выражаем нашу глубокую благодарность Н. Л. Кашице за внимание и интерес к работе, Л. Д. Ландау за первую дискуссию и Ю. В. Шарину за ряд советов и помощь в эксперименте.

Институт физических проблем  
Академии Наук СССР

#### Цитированная литература

1. Шальников А., Journ. of Physics, 9, 202, 1945.
2. Ландау Л., ЖЭТФ, 7, 371, 1937.
3. Ландау Л., ЖЭТФ, 13, 377, 1943.

#### THE STRUCTURE OF SUPRACONDUCTORS IN THE INTERMEDIATE STATE. II

By A. M. Shkovsky and A. Shalnikov

#### Summary

The structure of the intermediate state of a supraconducting sphere was investigated by the method of very small, movable bismuth field meters. Pictures were obtained of the distribution of supraconducting and normal regions of the sphere in the intermediate state. The distribution obtained was found to be of a non-equilibrium character. The authors established the dependence of the region distribution on the two studied types of transition to the intermediate state and derived the characteristic features of the distribution for each type. It is proved that the supraconducting and normal regions in a sphere, cut along its equatorial plane, have the property of emerging onto the plane surfaces of the semispheres both for small and big distances between the semispheres.



Н. Н. БОГОЛЮБОВ

## К ТЕОРИИ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ

В настоящей статье сделана попытка построения последовательной молекулярной теории явления сверхтекучести, без допущения определенных предположений о структуре энергетического спектра.

Наиболее естественно здесь исходить из модели неидеального газа Бозе — Эйнштейна со слабым взаимодействием между частицами.

Аналогичные попытки объяснения сверхтекучести с помощью явления вырождения идеального газа Бозе — Эйнштейна уже делались в свое время Тисса и Лондоном, но столкнулись с сильной критикой.

Указывалось, например, что гелий II ввиду наличия интенсивного взаимодействия между его молекулами не имеет ничего общего с идеальным газом. Это возражение, впрочем, не может считаться существенным, так как, если поставить целью создание не феноменологической теории, а молекулярной, и исходить только из общепринятых «микроскопических» уравнений квантовой механики, то совершенно ясно, что попытки теоретического расчета свойств реальной жидкости безнадежны. От молекулярной теории сверхтекучести, во всяком случае на первом этапе, можно требовать лишь принципиального, качественного объяснения, основанного на упрощенной модели.

Действительно, существенное возражение против указанного круга идей состоит в том, что в вырожденном идеальном газе Бозе — Эйнштейна частицы, находящиеся в основном состоянии, не могут вести себя как «сверхтекущие», поскольку ничто не могло бы помешать им обмениваться импульсом с возбужденными частицами при столкновениях и тем самым испытывать трение при их движении через жидкость.

В настоящей статье мы постараемся преодолеть эту основную трудность и показать, что при некоторых условиях в слабонеидеальном газе Бозе — Эйнштейна «вырожденный конденсат» может двигаться без трения относительно элементарных возбуждений с произвольной, достаточно малой скоростью. Существенно отметить, что в нашей теории эти элементарные возбуждения являются колективным эффектом и не могут отождествляться с индивидуальными молекулами. Необходимость рассмотрения «коллективных» элементарных возбуждений вместо индивидуальных молекул была впервые подчеркнута Л. Д. Ландау в его известной работе по теории сверхтекучести.

## 1

Рассмотрим систему  $N$  одинаковых одноатомных молекул, заключенных в некотором макроскопическом объеме  $V$  и подчиняющихся статистике Бозе.

Предположим, как обычно, что ее гамильтониан имеет вид

$$H = \sum_{(1 \leq i \leq N)} T(p_i) + \sum_{(1 \leq i < j \leq N)} \Phi(|q_i - q_j|),$$

где

$$T(p_i) = \frac{|p_i|^2}{2m} = \sum_{(1 \leq \alpha \leq 3)} \frac{(p_i^\alpha)^2}{2m}$$

— кинетическая энергия  $i$ -й молекулы;  $\Phi(|q_i - q_j|)$  — потенциальная энергия пары  $(i, j)$ .

Тогда, воспользовавшись методом вторичного квантования, напишем основное уравнение в следующей форме:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + \int \Phi(|q - q'|) \Psi^*(q') \Psi(q') dq' \Psi, \quad (1)$$

причем

$$\Psi = \sum_f a_f \varphi_f(q), \quad \Psi^* = \sum_f a_f^* \varphi_f^*(q).$$

В этих формулах  $a_f, a_f^*$  — сопряженные операторы с перестановочными соотношениями известного типа:

$$a_f a_{f'} - a_{f'} a_f = 0, \quad a_f a_f^* - a_f^* a_f = \Delta_{f, f} = \begin{cases} 0, & f \neq f', \\ 1, & f = f', \end{cases}$$

а  $\{\varphi_f(q)\}$  — ортонормированная

$$\int \varphi_f^*(q) \varphi_{f'}(q) dq = \Delta_{f, f'}$$

— полная система функций.

Для простоты изложения будем применять в дальнейшем систему собственных функций оператора импульса одной частицы:

$$\varphi_f(q) = \frac{1}{V^{1/3}} e^{\frac{i(f \cdot q)}{\hbar}}, \quad (f \cdot q) = \sum_{(1 \leq a \leq 3)} f^a q^a,$$

для которой оператор  $N_f = a_f^* a_f$  представляет число молекул с импульсом  $f$ . При конечном значении  $V$  вектор  $f$ , очевидно, является квантованным. Например, при обычных граничных условиях типа периодичности,

$$f^a = \frac{2\pi n^a h}{l},$$

где  $n^1, n^2, n^3$  — целые числа;  $l$  — сторона куба, объем которого  $V$ .

Поскольку, однако, мы здесь будем заниматься исследованием термодинамических, объемных свойств, мы должны всегда иметь в виду предельный переход, при котором стени сосуда раздвигаются до бесконечности,  $V \rightarrow \infty, N \rightarrow \infty$ , а удельный объем  $\varrho = \frac{V}{N}$  остается постоянным. Поэтому в конечном результате будем переходить к непрерывному спектру, заменяя суммы вида  $\sum_f F(f)$  интегралами

$$\frac{V}{(\pi\hbar)^3} \int F(f) df.$$

Уравнения (1) являются точными уравнениями задачи  $N$  тел, и, чтобы продвинуться в исследование движения рассматриваемой совокупности молекул, нам необходимо совершить некоторую аппроксимацию, основанную на допущении малости энергии взаимодействия. В соответствии с этим допущением будем считать потенциальную функцию  $\Phi(r)$  пропорциональной некоторому малому параметру  $\epsilon$ . Какое безразмерное отношение может быть принято за  $\epsilon$  — выяснится

из дальнейшего. Заметим лишь, что, строго говоря, сделанное предположение соответствует пренебрежению конечностью радиуса молекул, поскольку мы здесь не учитываем интенсивного возрастания  $\Phi(r)$  при малых  $r$ , обеспечивающего непроницаемость молекул. Впрочем, как мы увидим, результаты, которые будут получены, могут быть обобщены и на случай учета конечности радиуса.

Переходя к формулировке приближенного приема, заметим, что если бы взаимодействие полностью отсутствовало, т. е. если бы параметр  $\epsilon$  точно равнялся нулю, то при нулевой температуре мы могли бы положить  $N_0 = N$ ,  $N_f = 0$  ( $f \neq 0$ ). В рассматриваемом же случае малого  $\epsilon$  и слабо возбужденных состояний газа эти соотношения выполняются приближенно в том смысле, что подавляющая часть молекул обладает импульсами, близкими к нулю. Разумеется, выбор нулевого импульса, как предельного для частиц в основном состоянии, очевидно, соответствует специальному выбору координатной системы — именно такой, в которой «конденсат» поконится.

На этих соображениях мы основываем следующий прием для приближенного решения уравнений (1).

1 Ввиду того что  $N_0 = a_0^* a_0$  весьма велико по сравнению с единицей, выражение

$$a_0 a_0^* - a_0^* a_0 = 1$$

должно быть мало по сравнению с самими  $a_0$ ,  $a_0^*$ , и потому мы будем считать  $a_0$ ,  $a_0^*$  обычными числами\*, пренебрегая их некоммутативностью.

2<sup>o</sup> Полагая

$$\Psi = \frac{a_0}{\sqrt{V}} + \Theta, \quad \Theta = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{(f \neq 0)} a_f e^{i \frac{(f \cdot q)}{\hbar}},$$

будем считать  $\Theta$  «поправочным членом первого порядка» и пренебрежем в уравнении (1) членами, начиная с квадратичных относительно  $\Theta$ , что соответствует учету слабости возбуждения.

Тогда получим основные приближенные уравнения в виде

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \Theta}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Theta + \frac{N_0}{V} \Phi_0 \Theta + \frac{N_0}{V} \int \Phi(|q - q'|) \Theta(q') dq' + \\ &+ \frac{a_0^*}{V} \int \Phi(|q - q'|) \Theta^*(q') dq', \\ i\hbar \frac{\partial \Theta_0}{\partial t} &= \frac{N_0}{V} \Phi_0 a_0, \end{aligned} \right\} \quad (2).$$

где

$$\Phi_0 = \int \Phi(|q|) dq.$$

Для перехода от операторной волновой функции  $\Theta$  к операторным амплитудам  $a_f$  воспользуемся разложением Фурье

$$\Phi(|q - q'|) = \sum_f \frac{1}{V} e^{i \frac{(f \cdot q - q')}{\hbar}} v(f). \quad (3)$$

\* Аналогичное замечание было использовано Дираком в его монографии «Основы квантовой механики» (2-е изд.) в конце § 63 «Волны и Бозе—Эйнштейновские частицы».

Благодаря радиальной симметрии потенциальной функции, амплитуды

$$\nu(f) = \int \Phi(|q|) e^{-i \frac{(f \cdot q)}{\hbar}} dq$$

в этом разложении зависят лишь от длины  $|f|$  вектора  $f$ .

Подставив (3) в уравнение (2), найдем

$$i\hbar \frac{\partial a_f}{\partial t} = \left\{ T(f) + E_0 + \frac{N_0}{V} \nu(f) \right\} a_f + \frac{a_0^2}{V} \nu(f) a_{-f}^*, \quad E_0 = \frac{N_0}{V} \Phi_0,$$

или, полагая

$$a_f = e^{\frac{E_0}{i\hbar} t} b_f, \quad a_0 = e^{\frac{E_0}{i\hbar} t} b, \quad (4)$$

можем написать также

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial b_f}{\partial t} &= \left( T(f) + \frac{N_0}{V} \nu(f) \right) b_f + \frac{b^2}{V} \nu(f) b_{-f}^*, \\ -i\hbar \frac{\partial b_{-f}}{\partial t} &= \frac{(b^*)^2}{V} \nu(f) b_f + \left( T(f) + \frac{N_0}{V} \nu(f) \right) b_{-f}^*. \end{aligned} \quad (5)$$

Решая эту систему двух уравнений с постоянными коэффициентами, убеждаемся, что зависимость от времени операторов  $b_f, b_{-f}^*$  выражается линейной комбинацией экспоненциалов вида

$$e^{\pm \frac{E(f)}{i\hbar} t},$$

где

$$E(f) = \sqrt{2T(f) \frac{N_0}{V} \nu(f) + T^2(f)}. \quad (6)$$

Заметим теперь, что если

$$\nu(0) = \int \Phi(|q|) dq > 0, \quad (7)$$

то в рассматриваемом случае ( $\epsilon$  достаточно мало) подкоренное выражение в (6) будет положительным, и таким образом  $b_f, b_f^*$  оказываются периодическими функциями времени. Если, наоборот,  $\nu(0) < 0$ , то для малых импульсов это подкоренное выражение будет отрицательным, и, следовательно,  $E(f)$  окажется комплексным. Поэтому  $b_f, b_f^*$  будут содержать вещественный экспоненциал, возрастающий со временем, ввиду чего состояния с малыми  $N_f$  оказываются неустойчивыми.

Чтобы обеспечить устойчивость слабовоизбужденных состояний, будем рассматривать в дальнейшем только такие типы взаимодействия между молекулами, для которых неравенство (7) удовлетворяется. Интересно отметить, что неравенство (7) представляет собою не что иное, как условие термодинамической устойчивости газа при абсолютном нуле.

В самом деле, при абсолютном нуле свободная энергия совпадает со средней энергией, а главный член в выражении этой последней имеет вид

$$E = \frac{N^2}{2V} \int \Phi(|q|) dq,$$

так как поправочные члены, например средняя кинетическая энергия, будут пропорциональны высшим степеням  $\epsilon$ .

Поэтому давление  $P$  выразится формулой

$$P = -\frac{\partial E}{\partial V} = \frac{N^2}{2V^2} \int \Phi(|q|) dq = \frac{\rho^2}{2m^2} \int \Phi(|q|) dq,$$

где  $\rho = \frac{Nm}{V}$  — плотность газа.

Следовательно, неравенство (7) эквивалентно условию термодинамической устойчивости:  $\frac{\partial P}{\partial \rho} > 0$ .

Заметим, наконец, что, поскольку мы здесь учитываем лишь главные члены, то вместо (6) можем написать с тем же приближением

$$E(f) = \sqrt{2T(f) \frac{N}{V} v(f) + T^2(f)} = \sqrt{\frac{|f|^2 v(f)}{m \nu} + \frac{|f|^4}{4m^2}}, \quad (6)$$

откуда для малых импульсов

$$E(f) = \sqrt{\frac{v(0)}{m \nu} |f| (1 + \dots)} = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho} |f| (1 + \dots)},$$

где многоточие обозначает члены, исчезающие вместе с  $f$ .

Условимся теперь всегда приписывать всякому квадратному корню, с которым будем иметь дело, положительный знак.

Тогда для малых импульсов

$$E(f) = c |f| (1 + \dots), \quad (8)$$

где  $c$  — скорость звука при абсолютном нуле. Наоборот, для достаточно больших импульсов можно разложить  $E(f)$  по степеням  $\epsilon$  и написать

$$E(f) = \frac{|f|^2}{2m} + \frac{1}{\nu} v(f) + \dots \quad (9)$$

Так как  $v(f)$  стремится к нулю при увеличении  $|f|$ , то для достаточно больших импульсов  $E(f)$  приближается к кинетической энергии одной молекулы  $T(f)$ .

Возвратимся теперь к уравнениям (5) и введем вместо операторов  $b_f$ ,  $b_f^*$  новые взаимно сопряженные операторы  $\xi_f$ ,  $\xi_f^*$  с помощью соотношений

$$\xi_f = \frac{b_f - L_f b_f^*}{\sqrt{1 - |L_f|^2}}, \quad \xi_f^* = \frac{b_f^* - L_f^* b_f}{\sqrt{1 - |L_f|^2}}, \quad (10)$$

в которых  $L_f$  представляют числа, определенные равенствами

$$L_f = \frac{V b^2}{N_0 \nu(f)} \left\{ E(f) - T(f) - \frac{N_0}{V} v(f) \right\},$$

так что

$$|L_f|^2 = \left( \frac{\frac{N_0}{V} v(f)}{E(f) + T(f) + \frac{N_0}{V} v(f)} \right)^2; \quad 1 - |L_f|^2 = \frac{2E(f)}{E(f) + T(f) + \frac{N_0}{V} v(f)}. \quad (11)$$

\* Если мы здесь построим соответствующую частоту  $E \frac{f}{\hbar}$  и перейдем к пределу:  $\hbar \rightarrow 0, f \hbar = k$ , то получим классическую формулу А. Л. Власова для зависимости частоты от волнового числа.

Обращая (10), найдем

$$b_f = \frac{\xi_f + L_f \xi_f^*}{\sqrt{1 - |L_f|^2}}, \quad b_f^* = \frac{\xi_f^* + L_f^* \xi_f}{\sqrt{1 - |L_f|^2}}. \quad (12)$$

Подставляя эти соотношения в уравнения (5), получим

$$i\hbar \frac{\partial \xi_f}{\partial t} = E(f) \xi_f, \quad -i\hbar \frac{\partial \xi_f^*}{\partial t} = E(f) \xi_f^*. \quad (13)$$

Непосредственно убеждаемся также, что новые операторы удовлетворяют тем же перестановочным соотношениям, что и операторы  $a_f$ ,  $a_f^*$ :

$$\xi_f \xi_{f'} - \xi_{f'} \xi_f = 0, \quad \xi_f \xi_{f'}^* - \xi_{f'}^* \xi_f = \Delta_{f,f'}. \quad (14)$$

Отсюда уже можно заключить, что возбужденные состояния изучаемой совокупности молекул можно представить как идеальный газ из отдельных «элементарных возбуждений» — «квази-частиц» с энергией, зависящей от импульса согласно формуле  $E = E(f)$ . Подобно тому как молекулы описывались операторами  $a_f$ ,  $a_f^*$ , эти квази-частицы описываются операторами  $\xi_f$ ,  $\xi_f^*$  и потому также подчиняются статистике Бозе. Оператор

$$n_f = \xi_f^* \xi_f$$

представляет число квази-частиц с импульсом  $f$ .

Сказанное станет совершенно ясным, когда мы рассмотрим полную энергию

$$H = H_{\text{кин.}} + H_{\text{пот.}}$$

где

$$\begin{aligned} H_{\text{кин.}} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \int \Psi^*(q) \Delta \Psi(q) dq, \\ H_{\text{пот.}} &= \frac{1}{2} \int \Phi(|q - q'|) \Psi^*(q) \Psi^*(q') \Psi(q) \Psi(q') dq dq' = \\ &= \frac{1}{2V} \sum_f v(f) \int e^{-\frac{i(f \cdot q - q')}{\hbar}} \Psi^*(q) \Psi^*(q') \Psi(q) \Psi(q') dq dq'. \end{aligned}$$

Имеем для кинетической энергии:

$$H_{\text{кин.}} = \sum_f T(f) a_f^* a_f = \sum_f T(f) b_f^* b_f.$$

Потенциальную энергию вычислим в соответствии с принятым приближением, а именно в выражении

$$\begin{aligned} \Psi^*(q) \Psi^*(q') \Psi(q) \Psi(q') &= \\ &= \left( \frac{a_0^*}{V^V} + \vartheta^*(q) \right) \left( \frac{a_0^*}{V^V} + \vartheta^*(q') \right) \left( \frac{a_0}{V^V} + \vartheta(q) \right) \left( \frac{a_0}{V^V} + \vartheta(q') \right) \end{aligned}$$

отбросим члены, начиная с кубических по отношению к  $\vartheta$ ,  $\vartheta^*$ .

Тогда

$$H_{\text{пот.}} = \Phi_0 \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{N_0^2}{V} + \frac{N_0}{V} \sum_{f \neq 0} b_f^* b_f \right\} + \frac{b^2}{2V} \sum_{f \neq 0} v(f) b_f^* b_{-f}^* + \\ + \frac{(b^*)^2}{2V} \sum_{f \neq 0} v(f) b_f b_{-f} + \frac{N_0}{V} \sum_{f \neq 0} v(f) b_f^* b_f.$$

Так как здесь

$$\sum_{f \neq 0} b_f^* b_f = \sum_{f \neq 0} N_f = N - N_0,$$

то в принятом приближении

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{N_0^2}{V} + \frac{N_0}{V} \sum_{f \neq 0} b_f^* b_f = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2}{V},$$

и потому

$$H = \frac{N^2}{2V} \Phi_0 + \frac{b^2}{V} \sum_{f \neq 0} v(f) b_f b_{-f}^* + \frac{(b^*)^2}{2V} \sum_{f \neq 0} v(f) b_f b_{-f}^* + \\ + \frac{N_0}{V} \sum_{f \neq 0} v(f) b_f^* b_f + \sum_f T(f) b_f^* b_f.$$

Выразив операторы  $b_f$ ,  $b_f^*$  через операторы  $\xi_f$ ,  $\xi_f^*$  с помощью формул (12), найдем окончательно

$$H = H_0 + \sum_{f \neq 0} E(f) n_f, \quad n_f = \xi_f^* \xi_f, \quad (15)$$

где

$$H_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2}{V} \Phi_0 + \sum_{f \neq 0} \frac{E(f) - T(f) - \frac{N_0}{V} v(f)}{2} = \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2}{V} \Phi_0 + \frac{V}{2(2\pi\hbar)^3} \int \left\{ E(f) - T(f) - \frac{N_0}{V} v(f) \right\} df. \quad (16)$$

Итак, полная энергия рассматриваемого неидеального газа складывается из энергии основного состояния  $H_0$  и суммы индивидуальных энергий отдельных квази-частиц. Квази-частицы, очевидно, не взаимодействуют друг с другом и образуют идеальный газ Бозе—Эйнштейна.

Легко видеть, что отсутствие взаимодействия между квази-частицами обусловлено применявшейся аппроксимацией, в которой в выражении энергии отбрасывались члены, начиная с кубических по отношению к  $\xi_f$ ,  $\xi_f^*$ . Поэтому полученный результат относится лишь к слабо возбужденным состояниям.

Если бы мы учили, как малое возмущение, отброшенные кубические члены в выражении энергии или, соответственно, квадратичные члены в уравнениях (13), то мы обнаружили бы слабое взаимодействие между квази-частицами, обусловливающее установление статистического равновесия в их совокупности. Переходя к изучению состояния статистического равновесия, докажем, что полный импульс квази-частиц  $\sum f n$ , сохраняется. Рассмотрим для этого компоненты полного импульса совокупности молекул. Имеем:

$$\sum_{(1 \leq i \leq N)} p_i^a = \int \Psi^*(q) \left\{ -i\hbar \frac{\partial \Psi(q)}{\partial q^a} \right\} dq = \sum_f f^a a_f^* \dot{a}_f = \sum_f f^a b_f^* b_f,$$

откуда на основании формул преобразования (12) убеждаемся, что

$$\sum_{(1 \leq i \leq N)} p_i^a = \sum_f f^a \frac{(\xi_f^* + L_f^* \xi_{-f}) (\xi_f + L_f \xi_{-f}^*)}{1 - |L_f|^2}.$$

Но, ввиду инвариантности  $L_f$ ,  $L_f^*$  при замене  $f$  на  $-f$ , можно написать

$$\begin{aligned} \sum_f f^a \frac{L_f^* \xi_{-f} \xi_f}{1 - |L_f|^2} &= \sum_f f^a \frac{L_f \xi_f^* \xi_{-f}^*}{1 - |L_f|^2} = 0, \\ \sum_f f^a \frac{|L_f|^2 \xi_{-f} \xi_f^*}{1 - |L_f|^2} &= \sum_f f^a \frac{|L_f|^2 (\xi_{-f} \xi_f^* - 1)}{1 - |L_f|^2} = - \sum_f f^a \frac{|L_f|^2}{1 - |L_f|^2} \xi_f^* \xi_f, \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$\sum_{(1 \leq i \leq N)} p_i^a = \sum_f f^a n_f,$$

т. е. что полный импульс совокупности молекул равен полному импульсу совокупности квазичастиц. Поскольку полный импульс совокупности молекул сохраняется, то сумма  $\sum_f f n_f$ , действительно, представляет собою интеграл движения.

Легко заметить, что полное число квазичастиц  $\Sigma n$ , не сохраняется; они могут возникать и уничтожаться. Поэтому с помощью обычного рассуждения убеждаемся, что в состоянии статистического равновесия средние значения чисел заполнения  $\bar{n}_f$  ( $f \neq 0$ ) определяются формулой

$$\bar{n}_f = \left\{ A \exp \left( \frac{E(f) - (f \cdot u)}{\theta} \right) - 1 \right\}^{-1}, \quad A = 1, \quad (17)$$

где  $\theta$  — температурный модуль;  $u$  — произвольный вектор. Длина этого вектора, впрочем, должна быть ограничена сверху. В самом деле, так как средние числа заполнения должны быть положительны, то для всех  $f \neq 0$  должно выполняться неравенство

$$E(f) > (f \cdot u),$$

из которого следует неравенство

$$E(f) > |f| \cdot |u|.$$

Но, в силу ранее установленных свойств  $E(f)$ , отношение

$$\frac{E(f)}{|f|}$$

является непрерывной положительной функцией  $|f|$ , принимающей значение  $c > 0$  при  $|f|=0$  и возрастающей как  $\frac{|f|}{2m}$  при  $|f| \rightarrow \infty$ . Поэтому рассматриваемое отношение имеет существенно положительное минимальное значение; таким образом, условие положительности чисел  $\bar{n}_f$  эквивалентно неравенству

$$|u| \leq \min \frac{E(f)}{|f|}. \quad (18)$$

Если бы при малых импульсах  $E(f)$  убывало не пропорционально импульсу, а пропорционально его квадрату, как кинетическая энергия молекулы, то правая часть полученного неравенства равнялась бы нулю, и единственным возможным значением  $u$  был бы нуль. В нашем же случае вектор  $u$  может быть произвольным, лишь бы его длина была достаточно мала.

Заметим, что формула (17) дает такое распределение импульсов в газе квазичастиц, при котором он как целое движется со скоростью  $u$ . Вначале мы выбрали координатную систему, в которой конденсат, т. е. совокупность молекул, в основном состоянии покоятся. Если бы мы перешли к координатной системе, в которой газ квазичастиц, как целое, покоятся, мы обнаружили бы, наоборот, движение конденсата со скоростью  $u$ . Поскольку это относительное движение происходит стационарно в состоянии статистического равновесия при отсутствии внешних сил, мы видим, что оно не сопровождается трением и представляет собой, следовательно, свойство сверхтекучести\*.

Как мы видели, энергия квазичастицы при малых импульсах приближенно равна  $c \cdot |f|$ , где  $c$  — скорость звука. Поэтому квазичастица при малых импульсах представляет собою не что иное, как фонон. При увеличении импульса, когда кинетическая энергия  $T(f)$  делается большой по сравнению с энергией связи молекулы, энергия квазичастицы непрерывно переходит в индивидуальную энергию молекулы  $T(f)$ .

Таким образом, ни о каком разделении квазичастиц на два различных сорта — на фононы и ротоны — не может быть речи.

## 2

Рассмотрим теперь распределение импульсов в совокупности молекул для состояния статистического равновесия. Введем функцию  $w(f)$ , определив ее так, чтобы  $Nw(f)df$  представляло среднее число молекул с импульсами из элементарного импульсного объема  $df$ . Эта функция, очевидно, нормирована в том смысле, что

$$\int w(f)df = 1. \quad (19)$$

Пусть теперь  $F(f)$  — произвольная непрерывная функция импульса. Тогда среднее значение динамической переменной

$$\sum_{(1 \leq i \leq N)} F(p_i)$$

будет равно

$$N \int F(f)w(f)df. \quad (20)$$

Но, с другой стороны, это же среднее значение равно

$$\sum_f F(f) \bar{N}_f = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int F(f) \bar{N}_f df. \quad (21)$$

Таким образом, сравнивая (20) и (21), находим

\* Если мы возьмем систему координат, в которой конденсат движется со скоростью  $u$ , нетрудно заметить, что энергия рассматриваемой совокупности молекул будет:

$$H = \sum_f \{E(f) - (f \cdot u)\} n_f + H_0 + \frac{Mu^2}{2}.$$

Отсюда с помощью рассуждения Ландау из его энне цитированной работы свойство сверхтекучести делается непосредственно очевидным, поскольку возникновение элементарных возбуждений энергетически невыгодно, так как сопровождается увеличением энергии.

$$w(f) = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \overline{N}_f = \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} \overline{b}_f^* b_f,$$

откуда, выражая  $b_f^*$ ,  $b_f$  через  $\xi_f^*$ ,  $\xi_f$ , получим

$$\begin{aligned} w(f) &= \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} (1 - |L_f|^2)^{-1} \frac{(\xi_f^* + L_f^* \xi_{-f})(\xi_f + L_f \xi_{-f}^*)}{(2\pi\hbar)^3} = \\ &= \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{\bar{n}_f + |L_f|^2 (\bar{n}_{-f} + 1)}{1 - |L_f|^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

где на основании (17)

$$\bar{n}_f = \left\{ \exp \left( \frac{E(f) - (f \cdot u)}{\theta} \right) - 1 \right\}^{-1}. \quad (23)$$

Полученное выражение (22) для функции распределения справедливо лишь для  $f \neq 0$ . Поэтому на основании условия нормировки (19) общее выражение функции распределения импульсов молекул будет

$$w(f) = C \delta(f) + \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{\bar{n}_f + |L_f|^2 (\bar{n}_{-f} + 1)}{1 - |L_f|^2}, \quad (24)$$

где  $\delta(f)$  —  $\delta$ -функция Дирака;  $C$  — число, определенное равенством:

$$C = 1 - \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{\bar{n}_f + |L_f|^2 (\bar{n}_{-f} + 1)}{1 - |L_f|^2} df. \quad (25)$$

Величина  $C$ , очевидно, равна  $\frac{N_0}{N}$ , так как  $CN$  представляет среднее число молекул с нулевым импульсом.

В полученных формулах, на основании (14),

$$\begin{aligned} \frac{|L_f|^2}{1 - |L_f|^2} &= \frac{\left( \frac{N_0}{V} v(f) \right)^2}{2E(f) \left\{ E(f) + T(f) + \frac{N_0}{V} v(f) \right\}}, \\ \frac{1}{1 - |L_f|^2} &= \frac{E(f) + T(f) + \frac{N_0}{V} v(f)}{2E(f)}, \end{aligned} \quad (26)$$

и потому при абсолютном нуле функция распределения импульсов будет

$$w(f) = C \delta(f) + \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\left( \frac{N_0}{V} v(f) \right)^2}{2E(f) \left\{ E(f) + T(f) + \frac{N_0}{V} v(f) \right\}},$$

причем

$$1 - C = \frac{v}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{\left( \frac{N_0}{V} v(f) \right)^2}{2E(f) \left\{ E(f) + T(f) + \frac{N_0}{V} v(f) \right\}} df. \quad (27)$$

Таким образом, и при абсолютном нуле только часть молекул будет обладать точно нулевым импульсом. Остальные же непрерывно распределены по всему спектру импульса.

В соответствии с ранее сказанным, примененный нами приближенный метод пригоден лишь, пока  $\frac{N - N_0}{N} = 1 - C \ll 1$ ; поэтому взаимодействие между молекулами должно быть достаточно малым, чтобы обеспечить малость интеграла (27).

Теперь выясним, что следует понимать под малостью взаимодействия.

Пусть

$$\Phi(r) = \Phi_m F\left(\frac{r}{r_0}\right),$$

где  $F(\rho)$  — функция, принимающая со своими производными значения порядка 1 для  $\rho \sim 1$ , быстро стремящиеся к нулю при  $\rho \rightarrow \infty$ . Тогда

$$v(f) = \Phi_m r_0^3 \omega\left(\frac{|f| r_0}{\hbar}\right),$$

где  $\omega(x)$  — функция, принимающая значения  $\sim 1$  для  $x \sim 1$ , быстро стремящиеся к нулю при  $x \rightarrow \infty$ .

Переходя в (27) к безразмерным переменным и приводя трехмерный интеграл к одномерному, найдем

$$\frac{N - N_0}{N} = \frac{\nu}{r_0^3} \eta \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{\eta \omega^2(x) x dx}{\alpha(x) \{x\alpha(x) + x^2 + \eta \omega(x)\}}, \quad (28)$$

где

$$\alpha(x) = \sqrt{x^2 + 2\eta\omega(x)}, \quad \eta = \frac{r_0^3 N_0}{V} \Phi_m \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m r_0^2}} \sim \frac{r_0^3}{\nu} \Phi_m \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m r_0^2}}.$$

Нетрудно убедиться, что при малом  $\eta$  интеграл в правой части (28) будет величиной порядка  $\sqrt{\eta}$ , и условие применимости нашего метода представится неравенствами

$$\eta \ll 1, \quad \frac{\nu}{r_0^3} \eta^{\frac{3}{2}} \ll 1,$$

т. е.

$$\frac{r_0^3}{\nu} \Phi_m \ll \frac{\hbar^2}{2m r_0^2}, \quad \sqrt{\frac{r_0^3}{\nu}} \Phi_m \ll \frac{\hbar^2}{2m r_0^2}. \quad (29)$$

Для температур, отличных от нуля, аналогичное рассмотрение (общей формулы (24) приведет к дополнительному условию слабости возбуждения, требующему, чтобы температура была мала по сравнению с температурой  $\lambda$ -точки.

Как видно, условие малости взаимодействия в форме (29) автоматически исключает возможность учета коротко действующих сил отталкивания, так как для этого было бы необходимо принять во внимание интенсивное возрастание  $\Phi(r)$  при  $r \rightarrow 0$ .

Нетрудно, однако, видоизменить полученные здесь результаты с тем, чтобы распространить их на более реальный случай газа малой плотности с молекулами, обладающими конечным радиусом.

Действительно, в наших окончательных формулах потенциальная функция  $\Phi(r)$  входит лишь в выражение

$$\nu(f) = \int \Phi(|q|) e^{-\frac{i(f \cdot q)}{\hbar}} dq, \quad (30)$$

пропорциональное амплитуде борновской вероятности парного соударения. Так как при малой плотности взаимодействие между молекулами осуществляется главным образом с помощью именно парных соударений, то выражение (30) должно быть заменено\* соответствующим выражением, пропорциональным амплитуде «точной вероятности» парного соударения; иными словами, мы должны положить

$$\nu(f) = \int \Phi(|q|) \varphi(q, f) dq, \quad (31)$$

где  $\varphi(q, f)$  — решение уравнения Шредингера для относительного движения пары молекул:

$$-\frac{\hbar^2}{m} \Delta \varphi + \{ \Phi(|q|) - E \} \varphi = 0,$$

переходящее на бесконечности в  $e^{-\frac{i(f \cdot q)}{\hbar}}$ .

Замена (30) на (31) в формуле для  $E(f)$  и приведет нас к результатам, относящимся к газам малой плотности. Поэтому, например, условие существования сверхтекучести  $\nu(0) > 0$  запишется в виде

$$\int \Phi(|q|) \varphi(|q|) dq > 0, \quad (32)$$

где  $\varphi(|q|)$  — радиально симметричное решение уравнения

$$-\frac{\hbar^2}{m} \Delta \varphi + \Phi(|q|) \varphi = 0,$$

переходящее на бесконечности в 1.

Чтобы связать, как и раньше, неравенство (32) с условием термодинамической устойчивости, вычислим главный член в разложении свободной энергии газа, при абсолютном нуле, по степеням плотности. Поскольку при абсолютном нуле свободная энергия совпадает со средней энергией, имеем следующее выражение для этой энергии, отнесенной к одной молекуле:

$$\mathcal{E} = \bar{T} + \frac{1}{2v} \int \Phi(|q|) g(|q|) dq, \quad (33)$$

где  $\bar{T}$  — среднее значение кинетической энергии одной молекулы;  $g(r)$  — молекулярная функция распределения, стремящаяся к 1 при  $r \rightarrow \infty$ .

С другой стороны, по теореме вириала давление  $P$  можно определить по формуле

$$Pv = \frac{2}{3} \bar{T} - \frac{1}{6} \int \Phi'(|q|) |q| g(|q|) dq. \quad (34)$$

Заметим теперь, что главный член в разложении молекулярной функции распределения (при абсолютном нуле) по степеням плотности

\* Это важное замечание было мне любезно сообщено Л. Д. Ландау.

будет, очевидно, равен  $\varphi^2(|q|)$ . Поэтому, отбрасывая в (33) и (34) члены, пропорциональные квадрату плотности, найдем

$$\mathcal{E} = \bar{T} + \frac{1}{2\rho} \int \Phi(|q|) \varphi^2(|q|) dq, \quad P\rho = \frac{2}{3} \bar{T} - \frac{1}{6\rho} \int \Phi'(|q|) \varphi^2(|q|) dq.$$

Отсюда, принимая во внимание, что

$$P\rho = -\rho \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \rho},$$

получим уравнение для определения главного члена в выражении  $\bar{T}$ . Произведя вычисление, находим

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\rho} \int \Phi(|q|) \varphi(|q|) dq \frac{v(0)}{2\rho}, \quad P = \frac{v(0)}{2\rho^2}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае — газ малой плотности — условие существования сверхтекучести (32) эквивалентно обычному условию термодинамической устойчивости газа при абсолютном нуле:  $\frac{\partial P}{\partial \rho} < 0$ .

Кроме того, можно также убедиться в том, что при малых импульсах энергия квазичастиц опять будет переходить в  $c \cdot |f|$ , где  $c$  — скорость звука.

Рассмотрим, в качестве примера, модель, в которой молекулы являются идеально упругими шарами с диаметром  $r_0$ , так что

$$\begin{aligned} \Phi(r) &= +\infty, & r < r_0, \\ \Phi(r) &= 0, & r > r_0. \end{aligned}$$

Произведя простое вычисление, найдем

$$v(0) = 4\pi \frac{\hbar^2 r_0}{m}.$$

Если допустить здесь наличие слабого притяжения между шарами и положить

$$\begin{aligned} \Phi(r) &= +\infty, & r < r_0, \\ \Phi(r) &= \varepsilon \Phi_0(r) < 0, & r > r_0, \end{aligned}$$

где  $\varepsilon$  — малый параметр, то с точностью до членов порядка  $\varepsilon^2$  получим

$$v(0) = 4\pi \frac{\hbar^2 r_0}{m} + 4\pi \int_{r_0}^{\infty} r^2 \Phi(r) dr.$$

Таким образом, в данной модели появление сверхтекучести обусловлено соотношением между силами отталкивания и притяжения. Силы отталкивания «благоприятствуют» сверхтекучести, силы притяжения «препятствуют».

Заметим, в заключение, что переход к рассмотрению реальной жидкости по указанной здесь теории, повидимому, возможен, если использовать такие полуфеноменологические понятия, как понятие свободной энергии для слабо неравновесных состояний.

**A CONTRIBUTION TO THE THEORY OF SUPERFLUIDITY****By N. N. Bogolyubov****S u m m a r y**

The present paper is a study of the phenomenon of superfluidity on the basis of the degeneration theory of a non-ideal Bóse — Einstein gas. Employing the method of secondary quantization, together with an approximate procedure, the author proves that in the case of small interaction between the molecules the weakly excited states of the gas can be depicted as an ideal Bóse — Einstein gas, consisting of some «quasi-particles» representing elementary excitations. These quasi-particles are a collective effect and cannot be identified with the individual molecules. It is shown that the special form of the dependence of the energy of the quasi-particles on its momentum is directly associated with the property of superfluidity.

---

## *Хроника*



# ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

BULLETIN DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Серия физическая

XI, 1947, № 1

Série Physique

## ХРОНИКА

### ИЗБРАНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ И ЧЛЕНОВ-КОРРЕСПОНДЕНТОВ АН СССР В 1946 г.

29 ноября — 4 декабря 1946 г. состоялось Общее собрание Академии Наук СССР, посвященное выборам новых действительных членов и членов-корреспондентов Академии Наук СССР.

В состав Отделения избрано 8 действительных членов и 23 члена-корреспондента.

Действительными членами АН СССР по ОФМН избраны:

Лев Давыдович Ландау, профессор, доктор физико-математических наук — один из наиболее выдающихся физиков-теоретиков нашего Союза. Ему принадлежит свыше 50 научных работ по разнообразным вопросам теоретической физики, статистической физики, гидродинамики, космических лучей, элементарных частиц, физической химии, явлений магнетизма, фазовых превращений, проблемы сверхпроводимости, астрофизики и космогонии, оказавших большое влияние на развитие соответствующих областей науки. Наиболее крупным вкладом в науку являются работы Л. Д. Ландау, посвященные термодинамической теории фазовых переходов и теории явлений при низких температурах.

Им развита общая теория фазовых переходов второго рода, в которой он вскрыл связь между этими переходами и изменениями симметрии тел. В своих работах, посвященных теории сверхпроводимости, Л. Д. Ландау дал теорию промежуточного состояния сверхпроводников.

Л. Д. Ландау развита также теория явления сверхтекучести жидкости, с помощью которой ему удалось объяснить качественно и количественно свойства гелия II, а также предсказать новое явление второго звука, обнаруженное затем и экспериментально.

С 1932 г. Л. Д. Ландау ведет большую педагогическую работу в высших учебных заведениях (физико-механический факультет Харьковского механико-математического института и затем физический факультет Московского государственного университета), а также руководит аспирантами и докторантами. Им создана школа физиков-теоретиков, успешно работающих в различных областях теоретической физики. Совместно с другими Л. Д. Ландау написал оригинальный современный курс «Теоретическая физика».

За свои работы по теории фазовых переходов и сверхтекучести Л. Д. Ландау удостоен Сталинской премии.

Григорий Самойлович Ландсберг, профессор, доктор физико-математических наук, заведующий оптическим отделом Физического института им. П. Н. Лебедева. Научно-исследовательская работа Г. С. Ландсберга сосредоточена на вопросах физической оптики. Важнейшие результаты, полученные Г. С. Ландсбергом, относятся, главным образом, к молекулярному рассеянию света. В течение 20 лет Г. С. Ландсбергом и его учениками опубликован в этой области многочисленный ряд замечательных исследований. Некоторые из них получили значение классических. Сюда относятся: исследование температурной зависимости молекулярного рассеяния света, исключительное по важности открытие (совместно с акад. Л. И. Мандельштамом) явления комбинационного рассеяния света, которое дало в руки физиков совершенно новый и чрезвычайно тонкий способ исследования строения вещества, по своему значению вполне сравнимый со спектральным анализом. Комбинационное рассеяние света положило основание новому большому разделу физической оптики и физической химии.

Вторым важным направлением научной работы Г. С. Ландсберга является спектральный анализ, разработка новых методов и приборов спектрального анализа и внедрение их в промышленность. В настоящее время методы спектрального анализа,

разработанные Г. С. Ландсбергом и его сотрудниками, широко внедрены по всему Советскому Союзу и используются на множестве крупнейших заводов.

Г. С. Ландсберг — выдающийся профессор, глава большой школы физиков-экспериментаторов, автор нескольких книг.

Михаил Александрович Леонович, профессор, доктор физико-математических наук, принадлежит к числу наиболее выдающихся советских физиков, вышедших из школы акад. Л. И. Мандельштама.

Многочисленные научные работы М. А. Леоновича (около 50) относятся к самым разнообразным областям физики: теория колебаний, квантовая механика, теория относительности, оптика, статистическая физика и радиофизика. Наиболее фундаментальны его работы по оптике, статистической физике и радиофизике.

Среди оптических работ М. А. Леоновича следует отметить работы, посвященные всестороннему выяснению сложного комплекса явлений рассеивания света. Им показано теоретически и экспериментально, что выводы данной Л. И. Мандельштамом теории молекулярного рассеяния света на поверхности жидкости применимы также и к рассеянию света слабо матовыми поверхностями. М. А. Леоновичем выяснена зависимость поляризации комбинационного рассеяния от кристаллической структуры, а также связь между рассеянием в кристаллах и рассеянием в растворах соответствующих веществ; дан правильный расчет релеевского рассеяния света твердыми телами. И разрешен вопрос о рассеянии света неравномерно нагретым телом.

Фундаментальные результаты получены М. А. Леоновичем в области статистической физики и в области распространения радиоволн. Им дано обобщение статистических методов на случай непрерывных систем, а также установлено и исследовано понятие вероятности в функциональном пространстве. Сюда относится исследование законов изменения флуктуации в пространстве и во времени и анализа основных уравнений кинетической теории газов с точки зрения случайных процессов. Работы по статистической физике нашли свое отражение в монографии «Статистическая физика», вышедшей в 1944 г. К работе в области статистической физики примыкает обширный цикл исследований, посвященных поглощению ультразвука в газах, чистых жидкостях и электролитах.

С начала Великой Отечественной войны М. А. Леонович сосредоточил свое внимание на различных радио-физических проблемах, где им были получены результаты первостепенного научного и практического значения. Им был разработан общий метод рассмотрения распространения электромагнитных волн вдоль хорошо проводящих поверхностей, основанный на использовании приближенных граничных условий. Этот метод лег в основу строгого расчета антенных систем и анализа вопросов распространения радиоволн вдоль поверхности Земли, выполненных как им самим, так и совместно с акад. В. А. Фоком, а также позволил решить задачу береговой рефракции и задачу распространения радиоволн вдоль неровной поверхности Земли.

С 1928 г. М. А. Леонович ведет интенсивную педагогическую деятельность сначала в Московском государственном университете, а в настоящее время на инженерно-физическом факультете Московского механического института.

Петр Иванович Лукирский, профессор, доктор физико-математических наук. Крупнейшие работы П. И. Лукирского относятся к области электронной физики.

Характерной чертой всей этой серии — более 40 — исследований является высокая точность результатов, достигнутая вновь созданными методами. Таковы: метод шарового конденсатора для измерения скоростей электронов, определение спектров рентгеновых лучей по скоростям фотоэлектронов, метод сдвига характеристик для определения работы выхода электронов, точечное определение контактного потенциала и ряд других, широко вошедших во всеобщее употребление методов современной экспериментальной физики.

Наряду с крупнейшими теоретическими выводами, работы П. И. Лукирского привели к важным техническим результатам. Им и под его руководством создан сурьмяно-цеизиевый фотоэлемент, чувствительность которого к видимому свету в десятки раз превосходит все известные ранее. В течение многих лет П. И. Лукирский был руководителем лабораторий и консультантом завода «Светлана», создавшим советскую ядерную промышленность.

С 1935 г. П. И. Лукирский поставил, паряду с проблемами электроники, ряд исследований по физике атомного ядра. Ему удалось выяснить причину противоречий в вопросе о влиянии температуры на замедление нейтронов и в чистом виде установить этот эффект. Он обнаружил неупругие столкновения нейтронов с тяжелыми ядрами.

Важные результаты получены в последние годы П. И. Лукирским и его сотрудниками в Радиевом институте Академии Наук. Им установлен новый вид ядерной реакции с выделением большого количества энергии — присоединение нейтронов к ядру Не. Анализируя треки, полученные при взрыве ядра космическими лучами, П. И. Лукирский определил массу отрицательного мезона и подтвердил свои сообщения опытами. Он показал, что число вызванных отрицательными мезонами варынов резко усиливается при положительном заряде пластинок.

Как профессор университета П. И. Лукирский воспитал несколько поколений

физиков и сумел привить им лучшие черты своей научной школы: строгий анализ методики опыта, высокое мастерство эксперимента.

Дмитрий Владимирович Скobelцын, профессор, доктор физико-математических наук, заведующий отделом Физического института им. П. Н. Лебедева, заведующий кафедрой физического факультета Московского государственного университета.

Д. В. Скobelцын был одним из первых советских физиков, посвятивших свою научную деятельность изучению атомного ядра. С 1924 по 1932 г. он выполнил с помощью камеры Вильсона ряд исследований по эффекту Комптона, которые в настоящее время считаются классическими.

Опыты Д. В. Скobelцына дали основной экспериментальный материал для детальной проверки квантово-механической теории эффекта Комптона. Д. В. Скobelцын первый наблюдал в камере Вильсона следы космических частиц и показал значение этого метода наблюдения для изучения свойств космического излучения.

Д. В. Скobelцыным создана школа физиков, работающих в области атомного ядра и космических лучей и давших ряд ценных результатов в этой области.

Во время Великой Отечественной войны Д. В. Скobelцыным разработан новый метод рентгеновской диагностики. Он создал новый прибор для определения местонахождения инородных предметов в человеческом организме. Этот прибор получил практическое применение в военных госпиталях.

Михаил Алексеевич Лаврентьев, доктор физико-математических наук и вице-президент Академии Наук УССР, принадлежит к числу крупнейших современных ученых в области теории функций комплексного переменного и ее приложений. Важнейшие результаты достигнуты им также и в ряде других областей: в теории функций лейстнитского переменного, дифференциальных уравнениях, в различных отраслях механики.

М. А. Лаврентьев создал геометрические конструктивные методы в теории конформных отображений, позволивших ему решить ряд важных и трудных задач в этой области, поставленных им самим, а также ряд задач, поставленных другими учеными и не получивших своего решения в течение ряда лет.

Крупным достижением М. А. Лаврентьева является количественная характеристика степени непрерывности семейств однолистных функций — результат, имеющий фундаментальное значение при изучении самых разнообразных вопросов теории функций в однолистных областях. В области теории рядов многочленов комплексного переменного М. А. Лаврентьеву принадлежит ряд результатов, в том числе результат о равномерной аппроксимации непрерывных функций, заданных на нигде не плотном континууме, не разбивающем плоскость.

М. А. Лаврентьевым развита теория квазиконформных отображений, которая, помимо большого теоретического значения, имеет богатые приложения к ряду задач: задачам газовой динамики, теории конформного отображения поверхностей, и ряд приложений к теории струй.

Выдающиеся достижения принадлежат М. А. Лаврентьеву в области гидро-аэrodинамики. Им поставлены и совместно с М. В. Келдышем решены основные краевые задачи, касающиеся удара самолета о воду. Он разработал вопрос о влиянии вариации контура крыла на его аэродинамические характеристики, дал решение задачи о движении грунтовых вод в двухслойном грунте и поставил задачу о неустановившемся движении крыла. В теории волн им разработан новый метод, позволивший решить классическую задачу об одиночной волне на поверхности тяжелой жидкости.

М. А. Лаврентьев является организатором большой научной школы.

Иван Георгиевич Петровский, профессор, доктор физико-математических наук. Ему принадлежат ценные работы в различных областях математики: теории функций, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, исследования по теории классических задач уравнений математической физики. И. Г. Петровский разработал аналитический аппарат теории вероятностей. Он решил поставленную Гильбертом задачу о числе и распределении овалов вещественной алгебраической кривой.

Основным научным достижением И. Г. Петровского является создание общей теории систем дифференциальных уравнений в частных производных. Работы И. Г. Петровского в этой области были удостоены Сталинской премии 1-й степени.

И. Г. Петровский является активным руководителем большого числа научных семинаров. Он имеет много даровитых учеников и несомненно является главой зарождающейся большой научной школы.

Василий Владимирович Шулейкин, профессор, доктор физико-математических наук, известен многочисленными работами в различных областях физики моря. Основные достижения В. В. Шулейкина заключаются в следующем. Проведены пионерские работы в области молекулярной физики моря непосредственно в природных условиях. Измеряя поверхностное натяжение в различных пленках на поверхности моря, он выяснил механизм гашения мелких волн под действием молекулярного

трения. Им построена кинетическая теория испарения морской воды, подтвержденная многочисленными измерениями скоростей испарения в морях под различными широтами. Построена теория движения рыб и китообразных животных; найдена связь между длиной тела морского животного и максимальной развиваемой им скоростью движения.

В. В. Шулейкин впервые вывел уравнение спектральной кривой, характеризующей цвет моря, из которого, как частный случай, вытекает формула Римана для идеально-прозрачного моря. В. В. Шулейкин разрешил проблему рассеяния света частицами, не малыми по сравнению с длиной световой волны.

Открыв явление «голоса моря»—инфразвуковых волн, варождающихся над морем во время шторма, В. В. Шулейкин наметил перспективы инфразвуковых штормовых предупреждений. Им исследовано тепловое взаимодействие моря, атмосферы и материка, определяющее состояние климата, а также исследованы тепловые потоки с океана, проникающие в глубь Азии и Сев. Америки. Определены основные соотношения между элементами теплового бассейна моря и муссонным полем.

За книгу «Физика моря» В. В. Шулейкин удостоен Сталинской премии.

В число вновь избранных членов-корреспондентов АН СССР вошли:

**Артемий Исаакович Алиханян**, доктор физико-математических наук, действительный член Академии Наук Армянской ССР, директор Физико-математического института Академии Наук Армянской ССР, профессор и заведующий кафедрой Армянского государственного университета.

Работы А. И. Алиханяна посвящены изучению атомного ядра и космических лучей. Одним из важных результатов, полученных им, является установление связи между формой спектра электронов, испускаемых радиоактивными веществами, и зарядом ядра.

**Лев Андреевич Арцимович**, профессор, доктор физико-математических наук, заведующий отделом Физико-технического института Академии Наук СССР. Его работы посвящены физике рентгеновых лучей, физике ядра и электронной оптике.

**Николай Николаевич Боголюбов**, доктор физико-математических наук, член-корреспондент Академии Наук УССР.

Н. Н. Боголюбов является крупнейшим ученым в области механики и теоретической физики. Основные его достижения в области механики относятся к исследованию квазипериодических решений дифференциальных уравнений нелинейных колебаний, к изучению общих эргодических свойств динамических систем, к разработке новых методов асимптотических разложений.

**Владимир Иосифович Векслер**, доктор физико-математических наук, заместитель директора Физического института им. И. Н. Лебедева. Работы В. И. Векслера посвящены космическим лучам и методам ускорения заряженных частиц.

**Сергей Аркадьевич Векшинский**, доктор физико-математических наук, начальник Центральной вакуумной лаборатории Министерства электропромышленности СССР.

Наиболее важными из научных работ С. А. Векшинского являются: исследования механизма электронной эмиссии оксидно-бариевых катодов, изучение фотоэлектрических свойств гидридно-калиевых, оксидно-цециевых и сурьмяно-цециевых катодов и разработка новых методов металлографического исследования сплавов, основанных на анализе молекулярных слоев, образующихся при совместном испарении различных металлов. Исследование механизма эмиссии бариевых катодов, проведенное Векшинским, позволило создать новую технологию их изготовления в электронных лампах.

Большое научное значение имеет разработанный С. А. Векшинским новый оригинальный метод изучения сплавов, за разработку которого он был удостоен Сталинской премии 1-й степени.

**Георгий Абрамович Гринберг**, профессор, доктор физико-математических наук, один из наиболее крупных специалистов в области математической физики. Ему принадлежит большое число научных работ (свыше 40), касающихся вопросов электростатики, электроники, дифракции и распространения радиоволн, а также чисто математических вопросов.

**Евгений Федорович Гросс**, профессор, доктор физико-математических наук, лауреат Сталинской премии, принадлежит к числу выдающихся советских физиков-экспериментаторов. Его основная работа посвящена экспериментальному доказательству нового явления, теоретически предсказанного Мандельштамом и Бриллюэном и состоящего в рассеянии света от упругих тепловых волн в жидких и твердых телах. При изучении структуры линий рассеяния от жидкостей Е. Ф. Гросс открыл существование так называемых «крыльев», по характеру которых можно судить о структуре жидкости.

**Котов Борисович Зельдович**, доктор физико-математических наук, заведующий отделом горения Института химической физики Академии Наук СССР.

**Я. Б. Зельдович** — физик-теоретик, автор большого числа фундаментальных исследований. Особенное значение имеют работы Я. Б. Зельдова по теории горения и детонации, в которых выяснена тепловая и гидродинамическая картина горения, разработана теория распространения пламени и выяснены структуры детонационной волны, а также подробно исследовано протекание химической реакции в условиях взрыва и пламени. Эти работы удостоены Сталинской премии.

**Сергей Тихонович Конобеевский**, профессор, доктор физико-математических наук, декан физического факультета и директор Научно-исследовательского Института физики Московского государственного университета. Известен своими работами по теории металлов и фазовым превращениям.

**Владимир Дмитриевич Кузнецов**, доктор физико-математических наук, ветеран физики, директор Сибирского физико-технического института (Томск). Автор многочисленных трудов и экспериментальных работ, посвященных изучению механических свойств кристаллов. Монография В. Д. Кузнецова «Физика твердого тела» удостоена Сталинской премии.

**Георгий Вячеславович Курдюмов**, доктор физико-математических наук, действительный член Украинской Академии Наук, директор лаборатории металлофизики УФАИ и руководитель отдела металлофизики Института черной металлургии.

**Г. В. Курдюмов** является известным физиком-металловедом, сделавшим важный вклад в разработку основ физической металлографии своими работами по рентгенографическому исследованию кристаллической структуры закаленной и отпущененной стали, структуры мартенсита закаленной стали и механизма превращения аустенита в мартенсит.

**Илья Михайлович Франк**, профессор, доктор физико-математических наук, лауреат Сталинской премии 1-й степени.

Работы И. М. Франка относятся к физической оптике и к физике атомного ядра.

**Сергей Эдуардович Фриш**, доктор физико-математических наук, декан физического факультета Ленинградского государственного университета.

**С. Э. Фришем** выполнен ряд работ по систематике атомных спектров, спектру ионизованного натрия, а также исследованию сверхтонкой структуры спектральных линий в связи со строением атомных ядер и спектроскопии газовых разрядов.

**Юлий Борисович Харитон**, профессор, кандидат физико-математических наук, руководитель отдела Института химической физики Академии Наук СССР. Работы Ю. Б. Харитона охватывают молекулярную физику, электронную теорию, радиоактивность и химическую кинетику. Особого упоминания заслуживают его работы по окислению фосфора, по цепным ядерным реакциям и по теории горения и взрыва взрывчатых веществ.

**Александр Иосифович Шальников**, профессор, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Института физических проблем.

**А. И. Шальников** работает в области молекулярной физики. Его работы относятся к изучению свойств металлов при температуре жидкого гелия и к изучению промежуточного состояния сверхпроводников, в которых им показано, что сверхпроводники распадаются на чередующиеся сверхпроводящие и нормальные области.

**Александр Данилович Александров**, профессор, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Математического института им. В. А. Стеклова.

Одно из важнейших достижений А. Д. Александрова — создание нового направления в геометрии, которое может быть названо синтетической внутренней геометрией. Плодотворность этого направления продемонстрирована А. Д. в цикле работ по теории поверхностей.

**Родион Осипович Кузьмин**, профессор Ленинградского университета и Ленинградского политехнического института. Важнейшие достижения Р. О. Кузьмина относятся к области теории вероятностей, теории чисел; весьма значительный вклад сделан им в теорию квадратур.

**Лазарь Аронович Люстерник**, доктор физико-математических наук, заведующий отделом Математического института им. В. А. Стеклова. Основные достижения Л. А. Люстерника относятся к области развития топологических методов в вариационном исчислении.

**Вячеслав Васильевич Степанов**, профессор, доктор физико-математических наук, один из крупнейших советских математиков, работы которого в различных областях анализа — теория дифференциальных уравнений, теория функций действительного переменного и различные вопросы прикладной математики — пользуются заслуженно широкой известностью.

**Григорий Александрович Гамбурцев**, доктор физико-математических наук, заведующий отделом Института теоретической геофизики. Работы Г. А. Гамбурцева делятся на две группы: к первой, более ранней, относятся исследования по физической оптике; ко второй — экспериментальные и теоретические работы, связанные с развитием физических методов разведки полезных ископаемых и изучением строения земной коры.

В области физических методов разведки работы Г. А. Гамбурцева относятся к вопросам гравиметрии и особенно сейсмометрии, а также и к решению ряда экспериментальных и теоретических задач по физике упругих волн и теории линейных

колебательных систем. Важные работы Г. А. Гамбурцева по сейсмометрии удостоены Сталинской премии.

**Михаил Сергеевич Молоденский**, доктор технических наук, крупнейший специалист в области гравиметрии. За свою работу «Основные вопросы геодезической гравиметрии» М. С. Молоденский удостоен Сталинской премии.

**Дмитрий Дмитриевич Максутов**, доктор физико-математических наук, известен рядом крупных изобретений в области оптического приборостроения.

Д. Д. Максутов — дважды лауреат Сталинской премии.

**Михаил Федорович Субботин**, доктор физико-математических наук, директор Института теоретической астрономии Академии Наук СССР. Признанный авторитет в области теоретической астрономии и небесной механики. Значительные результаты достигнуты М. Ф. Субботиным также и в области наблюдательной астрономии. В области чистой математики им разработан новый метод определения особых точек аналитических функций и разработаны методы численного интегрирования дифференциальных уравнений.

*E. A. Коридалин*

### ОКТЯБРЬСКАЯ СЕССИЯ ОТДЕЛЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК АН СССР

21 октября 1946 г. состоялась Сессия Отделения физико-математических наук АН СССР, на которой были заслушаны следующие доклады:

**Иоффе А. Ф.** — План научных работ ОФМН АН СССР на 1947 г.

**Боларович М. П.** — Работы Пуазеля о течении жидкости в трубах. (К столетию со дня опубликования.)

**Фесенков В. Г.** — Определение высоты эмиссионного слоя ионосферы фотометрическими методами.

**Шалников А. И. и Мешковский А. Г.** — Структура сверхпроводников в промежуточном состоянии.

**Боголюбов Н. Н.** — К теории сверхтекучести.

С докладом о плане научных работ Отделения в 1947 г. выступил акад. А. Ф. Иоффе, сообщивший, что план на 1947 г. предусматривает разрешение проблем большого принципиального научного значения, а также выполнение ряда работ, имеющих непосредственное значение для народного хозяйства нашей страны.

Будут продолжены работы по изучению строения атома и природы космических лучей.

Предусматривается значительное развитие исследований по люминесценции. Одной из центральных тем будет являться изучение механизма свечения кристаллофосфоров, а также люминесценции, вызываемой жесткой корпускулярной радиацией.

Предполагается глубокое физическое изучение полупроводников. Результаты работ позволяют глубже изучить природу, электрические и тепловые свойства большого класса твердых тел и поднять коэффициент полезного действия различных приборов, использующих полупроводники (фотоэлементы, выпрямители и др.).

Ряд проблем посвящен всестороннему изучению свойств вещества с целью получения новых веществ с заданными свойствами. Будут продолжены исследования свойств вещества при низких температурах, близких к абсолютному нулю. Намечено производство и изучение материалов, обладающих сегнетоэлектрическими свойствами и состоящих из смешанных кристаллов, образованных титанатом бария и изоморфными веществами. Продолжатся работы по изучению электрической прочности газов.

Дальнейшее развитие получат работы по исследованию высокомолекулярных соединений, а также по всестороннему изучению кристаллических веществ, отличающихся своей анизотропией и симметричным строением.

Будут вестись теоретические работы по распространению радиоволн в слоистой атмосфере от произвольной системы излучателей и экспериментальные работы по изучению распространения радиоволн над морем и в ионосфере. Для развития научных основ радиофизики предположено разрабатывать теорию распространения ультракоротких электромагнитных волн.

В области геофизики предусматривается развитие исследований для познания всех трех оболочек Земли: твердой, жидкой и газообразной. Будут продолжены работы по изучению внутреннего строения верхних частей земной коры и протекающих в них физических явлений. На основе изучения законов распространения сейсмических волн, а также исследований гравитационного, электрического и магнитного полей Земли будут усовершенствованы геофизические методы разведки, с успехом применяемые в настоящее время для поисков полезных ископаемых. Продолжатся разработки физических методов исследования строения и свойств атмосферы, изучение ее общей циркуляции, а также работы по атмосферной оптике, лучистому теплообмену и атмосферной турбулентности. Будет вестись разработка теории климата и прогноза погоды. Предусматривается продолжение работ по изучению теплового и динамического взаимодействия между океаном и материком с целью установления закономерностей в изменении климата и погоды.

В области математики получат дальнейшее развитие аналитические методы теории чисел. Будут продолжены работы в области алгебры, топологии и теории вероятностей. Предусмотрены исследования по аэродинамике движений при больших скоростях. Продолжатся работы по развитию теории решения математических задач с помощью счетно-решающих устройств.

Основными задачами астрономов в 1947 году являются продолжение работ по восстановлению и реконструкции Пулковской и Крымской астрономических обсерваторий и завершение обработки наблюдений солнечного затмения 1945 г. Кроме того, будут также проводиться работы по физике звезд и Солнца, изучению слабых и переменных звезд, службе времени, развитию теории возмущенного движения, разработке новых космогонических гипотез, вычислению астрономических ежегодников и эфемерид. Получат дальнейшее развитие организация сбора метеоритов и их всестороннее изучение.

### ОЧЕРЕДНЫЕ СЕССИИ ОФМН АН СССР

20 ноября 1946 г. в Москве состоялась очередная Сессия ОФМН АН СССР. На Сессии были заслушаны доклады:

Аркадьев В. К. — Современные методы получения сверхвысоких частот.  
Тамм И. Е. — Влияние релятивистских поправок на ядерные силы.

20—21 декабря 1946 г. в Ленинграде состоялась Сессия ОФМН, посвященная 25-летнему юбилею Института теоретической астрономии АН СССР. На Сессии были заслушаны доклады:

Субботин М. Ф. — Институт теоретической астрономии за 25 лет своего существования и его работы в области небесной механики и основных эфемерид.

Жонголович И. Д. — Основные этапы работ Института теоретической астрономии за 25 лет в области гравиметрии, астрофизики и специальных эфемерид.

Фесенков В. Г. — О движении метеорной пыли в солнечной системе.

Гуревич Л. Э. и Лебединский А. И. — Ядерные взрывы в звездах как причина вспышек новых и сверхновых звезд.

Вечернее заседание 21 декабря (совместно с Комиссией по истории физико-математич. наук) было посвящено 100-летию открытия Нептуна. Были заслушаны доклады:

Дубяго А. Д. — Астрономические открытия XVIII и XIX вв.

Субботин М. Ф. — Открытие Нептуна

Идельсон Н. И. — Урбэн Леверье (1811—1877), его жизнь и научное творчество.

23 января 1947 г. на очередной Сессии ОФМН АН СССР в Москве были заслушаны доклады:

Алиханян А. И. — О существовании частиц с массой, промежуточной между массой мезотрона и протона.

Никитин С. Я. — Исследование спектров ионизации космического излучения при помощи ионизационного телескопа.

Векслер В. И. — Новые данные о составе космических лучей.

### СОВЕЩАНИЕ ПО ВОПРОСАМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

С 9 по 12 декабря 1946 г. в г. Горьком происходило Совещание по вопросам электрических колебаний и волн, созванное Всесоюзным научным советом по радиофизике и радиотехнике АН СССР совместно с Горьковским государственным университетом.

На совещании были заслушаны доклады:

Андронов А. А. и Горелик Г. С. — Радиофизика и теория автоматического регулирования.

Неймарк Ю. И. — О критерии Найквиста.

Рытов С. М. и Жаботинский М. Е. — О применении метода малого параметра к системам, близким к Штурм - Лиувиллевским.

Горожанкин Б. Н. — О взаимном захватывании на расстоянии.

Левин М. Л. — К теории антенн.

Кассених В. Н. — Эволюция взглядов на строение ионосферы.

Альперт Я. Л. — Об эффекте анизотропии ионосферы.

Гусев В. Д. — О причинах изменений амплитуды единичного импульса при отражении от ионосферы.

Фок В. А. — Фаза и амплитуда дифракционной волны над идеально отражающей сферической Землей.

Макюжинец Г. Д. — Об одной интерпретации поведения волн вблизи поглощающей поверхности.

Люстерник Л. А. и Прохоров А. М. — Определение собственных значений некоторых операторов с помощью систем RC.

Миниц А. Л. — Искровой метод формирования импульсов малой продолжительности.

Усиков А. Я. — К вопросу о получении импульсов напряжения малой продолжительности.

Гицбург В. Л. — Об излучении микрорадиоволн и их поглощении в воздухе.

Грекова М. Т., Аверков С. И. и Григораш Д. И. — Измерительная аппаратура на микроволнах.

Рытов С. М. — О термометрическом методе измерений напряженности сантиметровых волн.

Материалы Совещания печатаются в «Известиях АН СССР, Серия физическая», № 2.

---

## СОДЕРЖАНИЕ

Cmp.

Николай Дмитриевич Папалекси (некролог) . . . . .

3

Материалы Октябрьской сессии  
Отделения физико-математических  
наук АН СССР

В о л а р о в и ч М. П.—Работы  
Пуазейля о течении жидкости в  
трубах (К столетию со времени  
опубликования) . . . . .

7

Ф е с е н к о в В. Г.—Определение  
эффективной высоты свечения  
ночного неба . . . . .

19

М е ш к о в с к и й А. Г. и Ш а л ь-  
н и к о в А. И.—Структура  
сверхпроводников в промежуточ-  
ном состоянии. II . . . . .

39

Б о г о л ю б о в Н. Н.—К теории  
сверхтекучести . . . . .

67

Х р о н и к а . . . . .

93

## CONTENS

Page

Nikolai Dmitrievich Papalex (Obi-  
tuary) . . . . .

3

*Papers read at MPSA Ordinary Meet-  
ing held October 21 1946*

V o l a r o v i c h M. P.—The works  
of Poiseuille on the flow of liquids  
in pipes (Centenary of their pub-  
lication) . . . . .

7

F e s e n k o v V. G.—Determi-  
nation of effective height of the radia-  
tion of the night sky . . . . .

19

M e s h k o v s k y A. G. and S h a l-  
n i k o v A. I.—The structure  
of superconductors in the inter-  
mediate state. II . . . . .

39

N. N. B o g o l y u b o v.—A con-  
tribution to the theory of super-  
fluidity . . . . .

67

Ch r o n i c l e . . . . .

93

Цена 12 руб.