

Tadeusz Urban

PRZYKŁADY PROJEKTOWANIA ŻELBETOWYCH WSPORNIKÓW

Zeszyt 2



POLITECHNIKA ŁÓDZKA
ŁÓDŹ 2012

Tadeusz Urban

**PRZYKŁADY PROJEKTOWANIA
ŻELBETOWYCH WSPORNIKÓW**

Zeszyt 2

Łódź 2012

POLITECHNIKA ŁÓDZKA
SKRYPTY DLA SZKÓŁ WYŻSZYCH

Recenzent: **prof. dr hab. inż. Artem Czkwianianc**

KOMITET REDAKCYJNY
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

Przewodniczący: **prof. dr hab. inż. Piotr Wodziński**
Redaktor Naukowy Wydziału: **dr hab. inż. Tadeusz Urban, prof. PŁ**

© Copyright by Politechnika Łódzka 2012

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych, w tym również nie może być umieszczany ani rozpowszechniany w postaci cyfrowej zarówno w Internecie, jak i w sieciach lokalnych bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223
Tel./fax 42 684-07-93
e-mail:zamowienia@info.p.lodz.pl
www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISBN 978-83-7283-478-2

Wydanie II. Nakład 250 egz. Ark druk. 6,0. Papier offset. 80 g 70 x 100
Druk ukończono w maju 2012 r.
Wykonano w Drukarni Offsetowej „Quick-Druk” s.c. 90-562 Łódź, ul. Łąkowa 11
Nr 2020

*Autor serdecznie dziękuje
Pani Profesor Marii Kamińskiej
za cenne uwagi, które zostały
wykorzystane przy opracowywaniu
niniejszego skryptu.*

SPIS TREŚCI

1. WPROWADZENIE.....	7
2. OBLICZANIE KRÓTKICH WSPORNIKÓW METODĄ BELKOWĄ.....	8
2.1. Procedura obliczeniowa.....	8
2.2. Przykład 2.1.....	9
2.3. Przykład 2.2.....	12
3. OBLICZANIE KRÓTKICH WSPORNIKÓW ZA POMOCĄ MODELI ST.....	14
3.1. Procedura obliczeniowa	14
3.2. Przykład 3.1.....	17
4. OBLICZANIE WSPORNIKÓW BELEK.....	20
4.1. Uwagi wstępne.....	20
4.2. Modele obliczeniowe wsporników belkowych.....	20
4.3. Przykład 4.1.....	21
4.4. Przykład 4.2.....	26
5. KONSTRUOWANIE ZBROJENIA KRÓTKICH WSPORNIKÓW.....	32
5.1. Kotwienie zbrojenia.....	32
5.2. Wpływ odchyłek wykonawczych na konstruowanie wsporników.....	39
LITERATURA.....	44

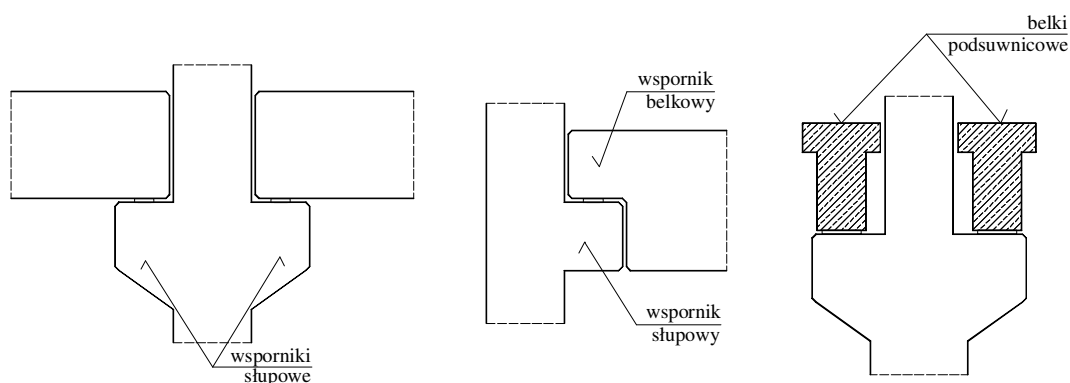
1. WPROWADZENIE

Wsporniki krótkie stanowią ważny element szkieletowych konstrukcji żelbetowych, zwłaszcza prefabrykowanych (rys. 1). Podstawowym obciążeniem wsporników krótkich są zwykle siły skupione: pionowe F i poziome H . Wartości tych sił są określane w wyniku obliczeń statycznych analizowanego ustroju szkieletowego. Jeżeli w wyniku analizy statycznej otrzymujemy $H = 0$, co zwykle jest wynikiem przyjętego schematu obliczeniowego (założenie podpory przesuwnej), lub bardzo małą wartość tej siły ($H < 0,2F$), to do wymiarowania wspornika należy przyjąć minimalną wartość $H = 0,2F$.

Przy wymiarowaniu wsporników można korzystać z dwóch modeli obliczeniowych. Pierwszy, zaproponowany w latach 20. XX wieku przez Rauscha, to model analogii belkowej. Może być stosowany zarówno przy wymiarowaniu wsporników długich jak i krótkich. W modelu tym element traktuje się jak belkę wspornikową, a więc zbrojenie wymiaruje się na zginanie i ścinanie. Preferowanym przez Rauscha zbrojeniem na ścinanie są pręty odgięte.

Drugi model to model analogii kratownicowej, może być stosowany jedynie w wypadku krótkich wsporników. Prekursorem tego podejścia był Niedenhoff, który w 1961r. w pracy doktorskiej przedstawił schemat prostej kratownicy, składającej się z pręta rozciąganego i krzyżulca ściskanego, wpisanych w obrys wspornika.

Eurokod 2 [1] umożliwia wymiarowanie wsporników dwiema podstawowymi metodami: belkową i za pomocą modeli ST (S – *strut* – pręt ściskany, T – *tie* – pręt rozciągany, ciągnio). Metoda belkowa nie ogranicza długości wsporników i może być stosowana również do wsporników o większym wysięgu ($a_v > 2d$), i w tym wypadku należy stosować podstawowe reguły wymiarowania na zginanie i ścinanie belek żelbetowych. W przypadku wsporników o wysięgu mniejszym od $2d$, Eurokod 2 wprowadził specjalne reguły obliczeniowe, które są przedmiotem rozważań rozdziału 2.



Rys. 1.1. Przykłady żelbetowych wsporników słupów i belek

W polskim piśmiennictwie fachowym używa się terminów „wsporniki słupowe” „wsporniki belkowe” [2] lub „wsporniki belek” [3], które w oryginale angielskim Eurokodu 2 określane są terminem – „half joints”. Wsporniki belkowe stosuje się w dylatacjach budynków szkieletowych i w różnych systemach konstrukcji prefabrykowanych. Na okładce niniejszego zeszytu pokazany jest węzeł słup – rygiel w pawilonie handlowym „Agata” w Łodzi, w którym występują dwa wsporniki słupowe wspierające prefabrykowane rygle z wspornikami belkowymi

Zgodnie z normą Eurokod 2 (PN-EN 1992-1-1 [1]) wsporniki zaliczamy do krótkich jeśli spełniają następujący warunek:

$$a_c < z_0$$

w którym a_c jest odległością siły od krawędzi słupa, a z_0 odległością od środka ciężkości przekroju zbrojenia głównego do punktu przecięcia osi krzyżulca ściskanego z krawędzią słupa (patrz rys. 3.2, s. 15). Szczegóły dotyczące tego typu wsporników są przedmiotem rozważań rozdziału 3.

2. OBLICZANIE KRÓTKICH WSPORNIKÓW METODĄ BELKOWĄ

2.1. Procedura obliczeniowa

Jeżeli na odcinku $0,5d \leq a_v \leq 2d$ od krawędzi podpory obciążenie jest przyłożone do górnej powierzchni elementu, to udział tego obciążenia w sile poprzecznej V_{Ed} można pomnożyć przez współczynnik $\beta = a_v / 2d$. Zmniejszenie siły poprzecznej należy stosować przy sprawdzeniu elementu zgodnie z warunkiem:

$$\beta V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = C_{Rd,c} k \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}} b_w \cdot d, \quad (2.1)$$

w którym prawa strona nierówności wyraża obliczeniową nośność na ścinanie elementu bez zbrojenia poprzecznego, czyli nośność betonowego rozciąganego krzyżulca. Poszczególne symbole oznaczają:

$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c$ – współczynnik empiryczny, według polskich postanowień krajowych

$C_{Rd,c} = 0,18 / 1,4 = 0,1286$,

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ – współczynnik skali,

d – wysokość użyteczna w [mm],

$\rho_l = \frac{A_s}{b_w d} \leq 0,02$ – stopień zbrojenia głównego w pełni zakotwionego na podporze,

b_w – najmniejsza szerokość strefy rozciąganej przekroju w [mm].

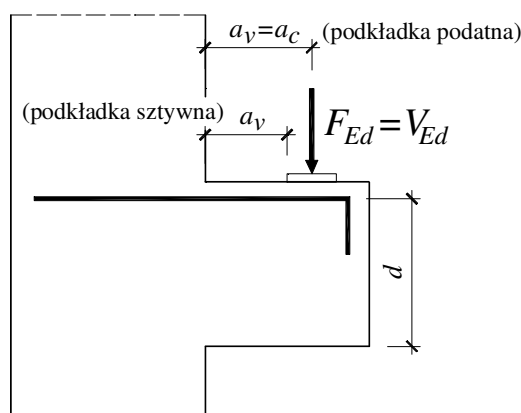
Pozostałe oznaczenia wyjaśnia rys. 2.1. Jeżeli $a_v \leq 0,5d$, to współczynnik $\beta = 0,25$.

Siła poprzeczna V_{Ed} , bez zmniejszenia za pomocą współczynnika β , powinna jednak zawsze spełniać warunek nie przekroczenia nośności krzyżulca ściskanego, zapisany jako:

$$V_{Ed} \leq 0,5 b_w d v f_{cd} \quad (2.2)$$

w którym v jest współczynnikiem redukcji wytrzymałości betonu na ściskanie po zarysowaniu ukośnym (wpływ ścinania). Wartość tego współczynnika wynika ze wzoru:

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right), \quad f_{ck} \text{ w [MPa]}. \quad (2.3)$$



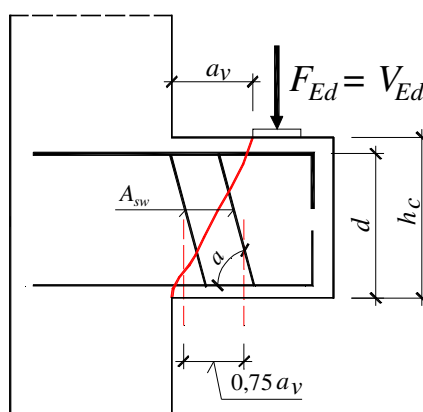
$$\beta F_{Ed} \leq V_{Rd,c}$$

Rys. 2.1. Krótki wspornik bez zbrojenia poprzecznego

Jeżeli warunek (2.1) nie jest spełniony to można zwiększyć nośność elementu za pomocą zbrojenia poprzecznego. Obliczona w ten sposób siła poprzeczna powinna spełniać warunek:

$$\beta V_{Ed} \leq A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha, \quad (2.4)$$

w którym $A_{sw} f_{ywd}$ jest nośnością zbrojenia przecinającego ukośną rysę od ścinania między obciążonymi obszarami (patrz rys. 2.2). Pod uwagę można wyłącznie brać zbrojenie na ścinanie leżące w granicach środkowego odcinka o długości $0,75a_v$. Zmniejszenie V_{Ed} za pomocą współczynnika β można stosować tylko przy obliczaniu zbrojenia na ścinanie. Powyższe zasady są właściwe tylko pod warunkiem, że zbrojenie podłużne jest w pełni zakotwione na podporze.



$$\beta F_{Ed} > V_{Rd,c}$$

Rys. 2.2. Zbrojenie na ścinanie przy bezpośrednim przekazywaniu obciążenia przez ściskany krzyżulec

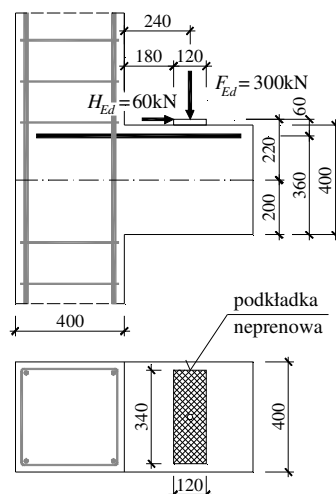
Wartość V_{Ed} bez zmniejszenia za pomocą współczynnika β nie powinna jednak przekraczać $V_{Rd,max}$:

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}, \quad (2.5)$$

- gdzie:
- α_{cw} – współczynnik zależny od stanu naprężeń w pasie ściskany, dla konstrukcji nie sprężonych wynosi 1,0,
 - z – ramię sił wewnętrznych, można przyjmować $z = 0,9d$,
 - v_1 – współczynnik redukcji wytrzymałości betonu przy ścinaniu, można przyjmować zgodnie ze wzorem (2.3); jeżeli ograniczymy naprężenie w zbrojeniu na ścinanie do 80% charakterystycznej granicy plastyczności f_{yk} to wartość v_1 można przyjmować zgodnie ze wzorami (6.10aN lub 6.10bN) normy [1].
 - θ – kąt nachylenia krzyżulca ściskanego.

2.2. Przykład 2.1

Obliczyć zbrojenie wspornika pokazanego na rys. 2.3, wykonanego z betonu klasy C30/37 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, $f_{cd} = 30/1,4 = 21,43 \text{ MPa}$), zbrojonego stalą o charakterystycznej granicy plastyczności $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ($f_{yd} = 500/1,15 = 435 \text{ MPa}$). Obciążenie obliczeniowe wspornika jest przyłożone poprzez podkładkę neoprenową do górnej powierzchni w postaci siły skupionej o wartości 300 kN, dodatkowo uwzględniono możliwość wystąpienia poziomej siły równej 60 kN.



Rys. 2.3. Geometria wspornika do przykładu 2.1.

Wspornik jest mimośrodowo rozciągany siłą $H_{Ed} = 60$ kN, której towarzyszy moment zginający $M_{Ed} = 0,24 \cdot 300 + 0,22 \cdot 60 = 85,2$ kNm. Wielkość mimośrodu wynosi:

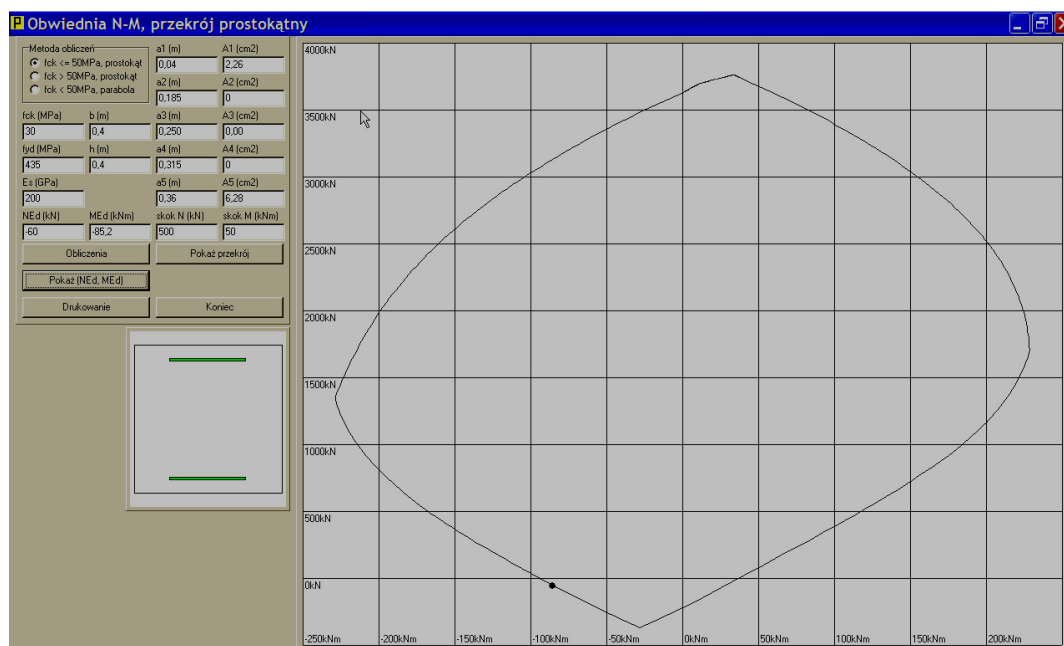
$$e = \frac{M}{N} = \frac{0,24 \cdot 300 + 0,22 \cdot 60}{60} = \frac{85,2}{60} = 1,42 \text{ m}$$

i przekracza $3,5d = 3,5 \cdot 0,36 = 1,26$ m, co oznacza podstawowy wpływ zginania na wymiarowanie przekroju. Jako pierwsze przybliżenie określamy zbrojenie rozciągane z warunku:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{85,2}{0,324 \cdot 435 \cdot 10^3} = 0,000605 \text{ m}^2 = 6,05 \text{ cm}^2.$$

gdzie: $z = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot 0,36 \approx 0,324$ m.

Przyjmujemy zbrojenie główne: $2\phi 16 + 2\phi 12 \rightarrow 4,02 + 2,26 = 6,28 \text{ cm}^2$. Przewidujemy również zbrojenie montażowe w strefie ściskanej wspornika w postaci $2\phi 12 \rightarrow 2,26 \text{ cm}^2$.



Rys. 2.4. Wyniki analizy przekroju wspornika z górnym zbrojeniem $2\phi 16 + 2\phi 12$ i dolnym $2\phi 12$ (analiza przeprowadzona za pomocą programu opracowanego w Katedrze Budownictwa Betonowego PŁ)

Na rysunku 2.4 pokazano obwiednię interakcji M – N dla analizowanego przekroju wspornika i przyjętego zbrojenia. Wartościom sił $M_{Ed} = 85,2$ kNm i $H_{Ed} = 60$ kN odpowiada punkt znajdujący się na krawędzi obwiedni. Stwierdzamy, że przyjęte zbrojenie jest do zaakceptowania.

Następnie obliczamy stosunek:

$$\frac{a_v}{d} = \frac{180}{360} = 0,5,$$

z którego wynika wartość współczynnika $\beta = \frac{180}{2 \cdot 360} = 0,25$.

Zakładamy, że zbrojenie główne będzie odpowiednio zakotwione. Stopień zbrojenia głównego (patrz s. 8)

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{6,28 \cdot 10^2}{400 \cdot 360} = 0,00436 < 0,02.$$

Współczynnik skali wynosi:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{360}} = 1,745 < 2,0.$$

Obliczamy nośność elementu bez zbrojenia poprzecznego z warunku (2.1):

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} k \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}} b_w d = 0,1286 \cdot 1,745 \cdot \sqrt[3]{100 \cdot 0,00436 \cdot 30} \cdot 400 \cdot 360 = 76138 \approx 76,1 \text{ kN}.$$

Wobec czego

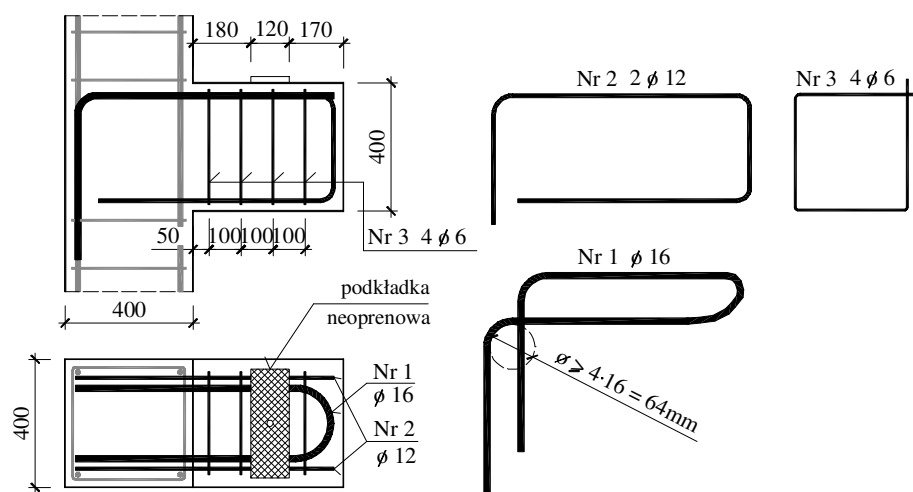
$$\beta \cdot 300 = 75,0 < V_{Rd,c} = 76,1 \text{ kN}.$$

Sprawdzamy warunek (2.2):

$$\nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left(1 - \frac{30}{250} \right) = 0,528,$$

$$F_{Ed} = 300 \leq 0,5 b_w d \nu f_{cd} = 0,5 \cdot 400 \cdot 360 \cdot 0,528 \cdot 21,43 = 814683 \text{ N} \approx 814,7 \text{ kN}.$$

Wspornik nie wymaga zbrojenia poprzecznego. Przyjęto strzemiona tylko ze względów konstrukcyjnych. Zbrojenie wspornika pokazano na rys. 2.5.



Rys. 2.5. Konstrukcja zbrojenia do przykładu 2.1

2.3. Przykład 2.2

Obliczyć nośność wspornika pokazanego na rys. 2.5, wykonanego z betonu klasy C25/30 ($f_{ck} = 25 \text{ MPa}$, $f_{cd} = 25/1,4 = 17,86 \text{ MPa}$) i zbrojonego stalą o charakterystycznej granicy plastyczności $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ($f_{yd} = 500/1,15 = 435 \text{ MPa}$).

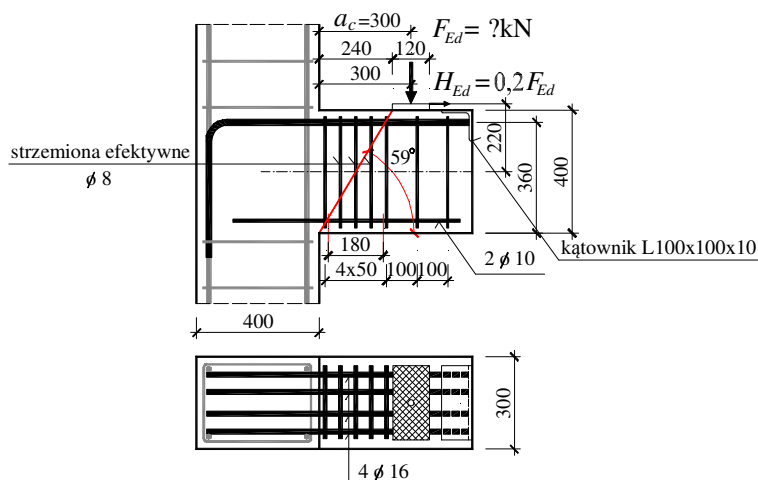
Sprawdzamy stosunek:

$$\frac{a_v}{d} = \frac{240}{360} = 0,6667$$

z którego wynika wartość współczynnika $\beta = \frac{240}{2 \cdot 360} = 0,3333$.

Zbrojenie poprzeczne efektywne stanowią 3 strzemiona dwuramienne z prętów $\phi 8$. Efektywne pole przekroju zbrojenia poprzecznego, przecinające rysę ukośną, wynosi $(3 \cdot 2 \phi 8)$ o polu przekroju $A_{sw} = 3,01 \text{ cm}^2$. Obliczamy nośność wspornika ze względu na zbrojenie poprzeczne – warunek (2.4):

$$F_{Ed} = V_{Ed} \leq \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{\beta} = \frac{3,01 \cdot 10^2 \cdot 435 \cdot 1}{0,3333} = 392844 \text{ N} = 392,8 \text{ kN}.$$



Rys. 2.6. Zbrojenie wspornika w przykładzie 2.2

Kąt nachylenia rysy ukośnej θ wynosi:

$$\arctan \theta = \frac{h_c}{a_v} = \frac{400}{240} = 1,6667 \rightarrow \theta \approx 59^\circ.$$

Sprawdzamy nośność krzyżulca ściskanego z warunku (2.5):

$$v_1 = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left(1 - \frac{25}{250} \right) = 0,54$$

$$F_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{1 \cdot 300 \cdot 0,9 \cdot 360 \cdot 0,54 \cdot 17,86}{\cot 59^\circ + \tan 59^\circ} = 413853 \text{ N} = 413,9 \text{ kN}.$$

Ramię sił wewnętrznych przyjęto $z = 0,9d$.

Sprawdzamy nośność wspornika ze względu na zbrojenie główne – $(4\phi 16) \rightarrow A_s = 8,04 \text{ cm}^2$, które przenosi siłę rozciągającą o wartości:

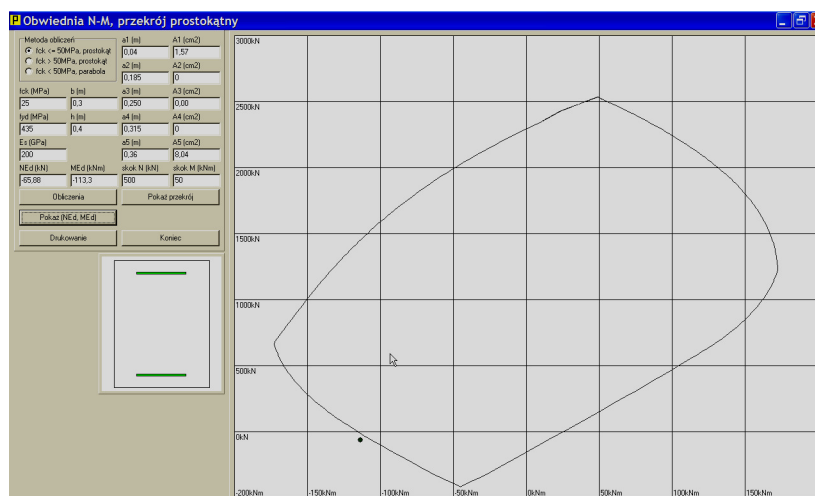
$$A_s \cdot f_{yd} = 8,04 \cdot 10^2 \cdot 435 = 349740 \text{ N} = 349,7 \text{ kN}.$$

Zakładamy minimalną wartość siły poziomej $H_{Ed} = 0,2F_{Ed}$. Z poniższej zależności obliczamy siłę F_{Ed} :

$$\frac{M_{Ed}}{z} = \frac{F_{Ed} \cdot 0,30 + 0,2F_{Ed} \cdot 0,22}{0,9d} = \frac{0,344F_{Ed}}{0,9d} = A_s f_{yd}$$

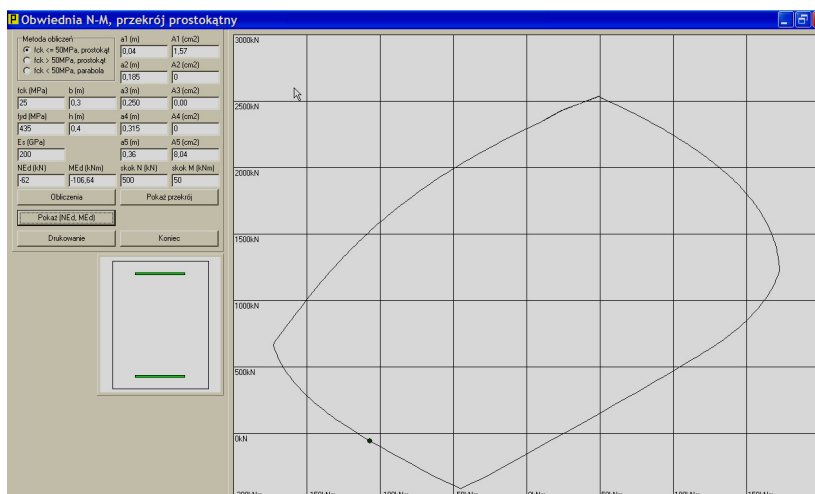
$$F_{Ed} = \frac{A_s f_{yd} \cdot 0,9d}{0,344} = \frac{349,7 \cdot 0,9 \cdot 0,36}{0,344} = 329,4 \text{ kN}.$$

W powyższych rozważaniach przyjęto szacunkową wartość ramienia sił wewnętrznych $z = 0,9d$ oraz przybliżenie polegające na tym, że przekrój jest tylko zginany. W rzeczywistości mamy do czynienia z mimośrodowym rozciąganiem. Sprawdzamy nośność przekroju wspornika zbrojonego górną $4\phi 16$ i dolną $2\phi 10$. Wyniki tej analizy pokazano na rys. 2.7. Punkt odpowiadający $M_{Ed} = 329,4 \cdot 0,344 = 113,3 \text{ kNm}$ i $H_{Ed} = 0,2 \cdot 329,4 = 65,9 \text{ kN}$ znajduje się na zewnątrz obwiedni interakcji $N - M$, co oznacza przekroczenie nośności przekroju.



Rys. 2.7

Wprowadzamy korektę siły, przyjmując $F_{Ed} = 310 \text{ kN}$, co oznacza parę sił $M_{Ed} = 310 \cdot 0,344 = 106,64 \text{ kNm}$ i $H_{Ed} = 0,2 \cdot 310 = 62,0 \text{ kN}$. Tym razem punkt odpowiadający tej parze sił znajduje się na krzywej obwiedni (patrz rys. 2.8).



Rys. 2.8

Decydujący okazał się warunek nośności zbrojenia głównego, maksymalne obciążenie obliczeniowe wspornika wynosi zatem $F_{Ed} = 310 \text{ kN}$, przy jednocześnie działającym obciążeniu poziomym o maksymalnej wartości $H_{Ed} = 0,2 \cdot 310 = 62,0 \text{ kN}$.

3. OBLICZANIE KRÓTKICH WSPORNIKÓW ZA POMOCĄ MODELI ST

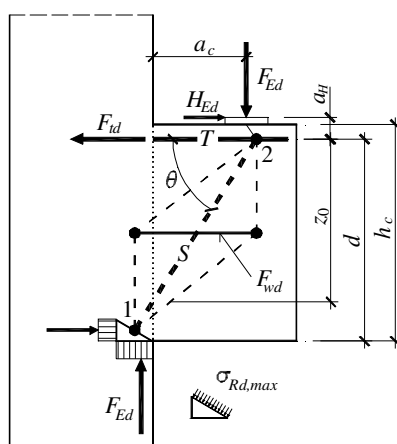
3.1. Procedura obliczeniowa

Schemat modelu ST przedstawia rys. 3.1. Pręt T jest rozciągany i siła w nim musi być w całości przeniesiona przez zbrojenie. Pręt S jest ściskany i można go przyjąć jako jednorodny (gruba kreska przerywana na rys. 3.1) lub „rozszczepiony” składający się z czterech krzyżulców ściskanych i pręta rozciąganego F_{wd} .

Nachylenie pręta S – krzyżulca ściskanego powinno spełniać warunek:

$$1,0 \leq \tan \theta \leq 2,5,$$

co oznacza, że kąt θ powinien zawierać się w przedziale $45^\circ \div \sim 68,2^\circ$.



Rys. 3.1. Model kratownicowy (ST) dla krótkich wsporników według Eurokodu 2 [1]

Obliczanie wsporników krótkich metodą kratownicową wykonuje się w trzech podstawowych krokach:

- obliczenie pola przekroju zbrojenia głównego,
- sprawdzenie nośności krzyżulca ściskanego,
- obliczenie pola przekroju zbrojenia uzupełniającego (strzemion).

Obliczanie zbrojenia głównego

Pierwszym etapem jest ustalenie geometrii modelu obliczeniowego, który wpisujemy w kontur zewnętrzny analizowanego elementu (patrz rys. 3.2).

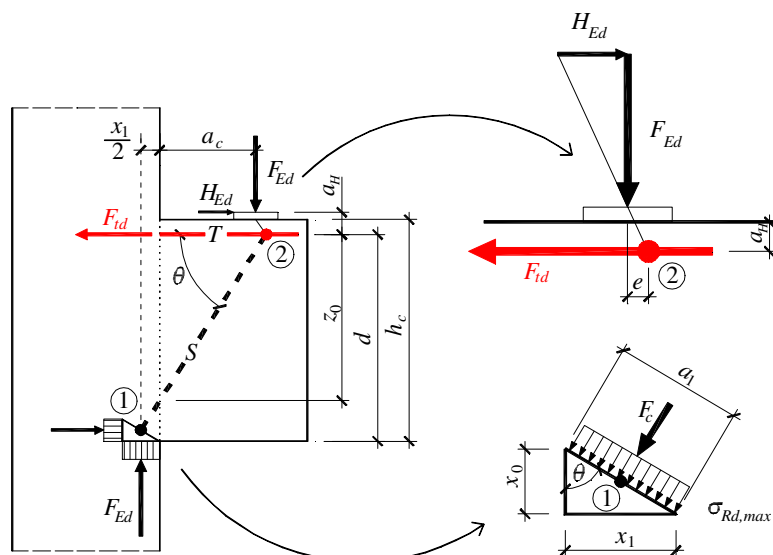
Ustalamy położenie cięgna T (wymiar a_H), zachowując jego stosowne otulenie. Przesunięcie węzła 2 względem linii działania siły F_{Ed} wynika z uwzględnienia siły poziomej H_{Ed} . Jeśli z obliczeń statycznych nie wynika siła pozioma, to należy ją przyjąć o wartości co najmniej 20% siły pionowej F_{Ed} . Z geometrii modelu wynika następująca zależność (patrz rys. 3.2):

$$e = a_H \frac{H_{Ed}}{F_{Ed}}$$

$$a_1 = x_1 \cdot \sin \theta + x_0 \cdot \cos \theta. \quad (3.1)$$

Określamy ramię sił wewnętrznych jako $z = d - \frac{x_0}{2}$ i $x_1 = \frac{F_{Ed}}{b_w \sigma_{Rd,max}}$. W węzłach ściskanych, w których nie są zakotwione żadne pręty typu T (węzeł 1 na rys. 3.2), maksymalne naprężenie, które może być przyłożone do brzegów węzła, określa wzór:

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 v' f_{cd}.$$



Rys. 3.2. Podstawowy model do obliczania zbrojenia głównego

Współczynnik $k_1 = 1,0$, jest wartością zalecaną dla tego typu węzłów. Wartość v' obliczamy jak dla prętów typu S w zarysowanych strefach ściskanych według wzoru:

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}.$$

Z podobieństwa trójkątów zauważamy, że:

$$\frac{z}{a_c + \frac{x_1}{2} + e} = \frac{x_1}{x_0}. \quad (3.2)$$

Równanie (3.2) możemy zapisać w postaci:

$$\left(d - \frac{x_0}{2}\right)x_0 = \left(a_c + \frac{x_1}{2} + e\right)x_1$$

i przekształcić je do postaci:

$$x_0^2 - 2d x_0 + x_1(x_1 + 2(a_c + e)) = 0$$

Rozwiązaniem tego równania kwadratowego jest:

$$x_0 = d - \sqrt{d^2 - x_1(x_1 + 2(a_c + e))}.$$

Znając x_0 i x_1 możemy określić kąt θ z zależności:

$$\tan \theta = \frac{x_1}{x_0}.$$

Znając położenie węzłów 1 i 2, możemy obliczyć siłę w zbrojeniu rozciągającym (pręt T) z warunku równowagi momentów względem punktu 1:

$$F_{td} = \frac{F_{Ed} \left(a_c + \frac{x_1}{2} \right) + H_{Ed} \left(d + a_H - \frac{x_0}{2} \right)}{d - \frac{x_0}{2}}. \quad (3.3)$$

Główne zbrojenie rozciągane (pręt T , patrz rys. 3.2) powinno być zakotwione na obydwu końcach. Należy je zakotwić po dalszej (od wspornika) stronie elementu podpierającego, a długość zakotwienia należy odmierzyć od zbrojenia pionowego umieszczonego przy bliższej wspornikowi powierzchni bocznej elementu podpierającego (słupa). Zbrojenie należy zakotwić we wsporniku, odmierzając długość zakotwienia od wewnętrznej krawędzi płyty przekazującej obciążenie. Można stosować zakotwienia mechaniczne lub pętle.

Sprawdzenie krzyżulca ściskanego

$$F_c = (F_{td} - H_{Ed}) \cos \theta + F_{cd} \sin \theta$$

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a_1 \cdot b_w} \leq \sigma_{Rd,max} \quad (3.4)$$

Węzeł 2 jest typu ściskanie-rozciąganie, z zakotwionymi w węźle prętami, rozciąganymi w jednym kierunku. Naprężenie, które może być przyłożone do brzegów węzła, określa wzór:

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 v' f_{cd}$$

Wartość współczynnika k_2 w tym wypadku należy przyjmować 0,85.

W odniesieniu do krzyżulca pomiędzy węzłami 1 i 2, jeżeli nie stosuje się ściślejszego podejścia, można stosować wzór:

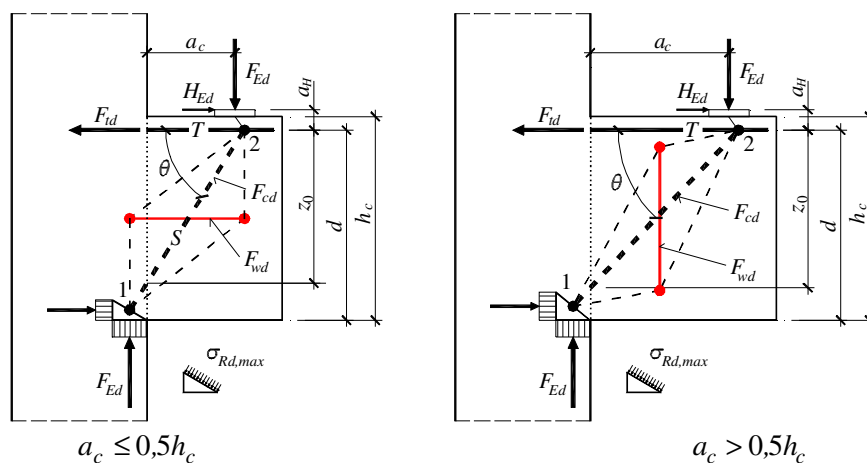
$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd}.$$

Obliczanie zbrojenia uzupełniającego

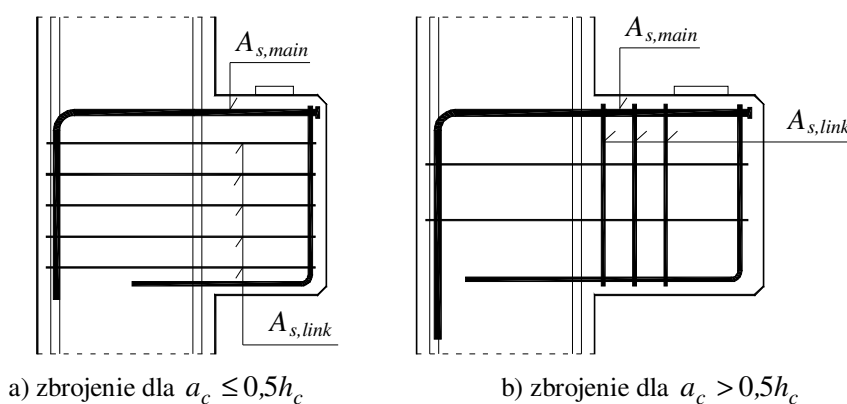
Eurokod 2 przewiduje dwa sposoby zbrojenia uzupełniającego wsporników krótkich w zależności od wysięgu – a_c . Stosowne modele pokazano na rys. 3.3.

Jeżeli $a_c \leq 0,5h_c$, to jako dodatek do głównego zbrojenia rozciąganego należy zastosować zamknięte strzemiona poziome lub nachylone o przekroju $A_{s,link} \geq k_1 A_{s,main}$ (patrz rys. 3.4a). Wartość k_1 zalecana przez Eurokod 2 wynosi 0,25. Załącznik krajowy PN-EN 1992-1-1:2008 [1] nakazuje przyjmować $k_1 = 0,5$.

Jeżeli $a_c > 0,5h_c$ i $F_{Ed} > V_{Rd,c}$, to jako dodatek do głównego zbrojenia rozciąganego należy zastosować zamknięte strzemiona pionowe o przekroju $A_{s,link} \geq k_2 F_{Ed} / f_{yd}$ (patrz rys. 3.4b), wartość $k_2 = 0,5$.



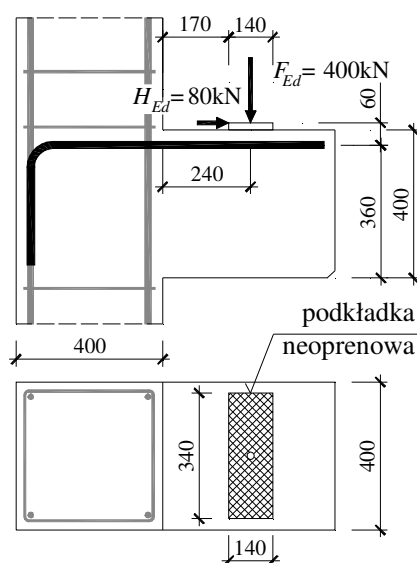
Rys. 3.3. Modele do obliczania zbrojenia uzupełniającego



Rys. 3.4. Zbrojenie wsporników krótkich

3.2. Przykład 3.1

Zaprojektować zbrojenie wspornika obciążonego siłami $F_{Ed} = 400\text{kN}$ i $H_{Ed} = 80\text{kN}$. Beton C30/37 $f_{ck} = 30$, $f_{cd} = 30/1,4 = 21,43\text{MPa}$. Pozostałe dane pokazano na rys. 3.5.



Rys. 3.5. Dane do przykładu 3.1

Obliczanie zbrojenia głównego

Obliczamy przesunięcie:

$$e = a_H \frac{H_{Ed}}{F_{Ed}} = 60 \frac{80}{400} = 12 \text{ mm}$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 v' f_{cd} = 1 \cdot 0,88 \cdot 21,43 = 18,86 \text{ MPa} - \text{dla węzła 1}$$

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 v' f_{cd} = 0,85 \cdot 0,88 \cdot 21,43 = 16,03 \text{ MPa} - \text{dla węzła 2}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} = 0,6 \cdot 0,88 \cdot 21,43 = 11,32 \text{ MPa} - \text{część środkowa krzyżulca S}$$

$$x_1 = \frac{F_{Ed}}{b_w \sigma_{Rd,max}} = \frac{400 \cdot 10^3}{400 \cdot 18,86} = 53,02 \text{ mm} \rightarrow \text{przyjęto } 54 \text{ mm}$$

$$x_0 = d - \sqrt{d^2 - x_1(x_1 + 2(a_c + e))} = 360 - \sqrt{360^2 - 54(54 + 2(240 + 12))} = 44,61 \text{ mm}$$

$$\tan \theta = \frac{x_1}{x_0} = \frac{54}{44,61} = 1,21 \rightarrow \theta = 50,44^\circ$$

$$F_{td} = \frac{F_{Ed} \left(a_c + \frac{x_1}{2} \right) + H_{Ed} \left(d + a_H - \frac{x_0}{2} \right)}{d - \frac{x_0}{2}} = \frac{400 \left(240 + \frac{54}{2} \right) + 80 \left(360 + 60 - \frac{44,61}{2} \right)}{360 - \frac{44,61}{2}} \approx 410,5 \text{ kN}$$

$$F_c = (F_{td} - H_{Ed}) \cos \theta + F_{Ed} \sin \theta = (410,5 - 80) \cos 50,44^\circ + 400 \sin 50,44^\circ = 518,9 \text{ kN}$$

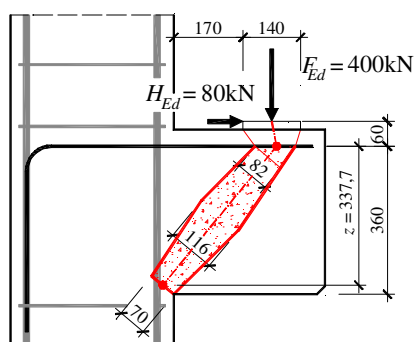
$$a_1 = \sqrt{x_1^2 + x_0^2} = \sqrt{54^2 + 44,61^2} \approx 70 \text{ mm}$$

$$a_2 = \frac{F_c}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{518,9 \cdot 10^3}{400 \cdot 16,03} \approx 81 \text{ mm}$$

$$a = \frac{F_c}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{518,9 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 115 \text{ mm} - \text{część środkowa}$$

Sprawdzenie naprężeń w betonie w węźle 1:

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a_1 \cdot b_w} = \frac{518,9 \cdot 10^3}{70 \cdot 400} = 18,53 < \sigma_{Rd,max} = 18,86 \text{ MPa}$$



Rys. 3.6. Geometria krzyżulca w przykładzie 3.1

Na rysunku 3.6 pokazano szerokości krzyżulca ściskanego, wykazując poprawność przyjętego modelu obliczeniowego.

Przekrój zbrojenia głównego:

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{410,5 \cdot 10^3}{435} = 944 \text{ mm}^2 = 9,44 \text{ cm}^2, \text{ przyjęto zbrojenie: } 2\phi 16 + 2\phi 20 \rightarrow A_s = 10,30 \text{ cm}^2.$$

Uwaga:

Przy doborze zbrojenia należy kierować się dostępnością poszczególnych średnic prętów na rynku. Obecnie najbardziej popularne są następujące średnice 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32 mm.

Obliczenie zbrojenia uzupełniającego

Sprawdzamy z jakim typem wspornika mamy do czynienia:

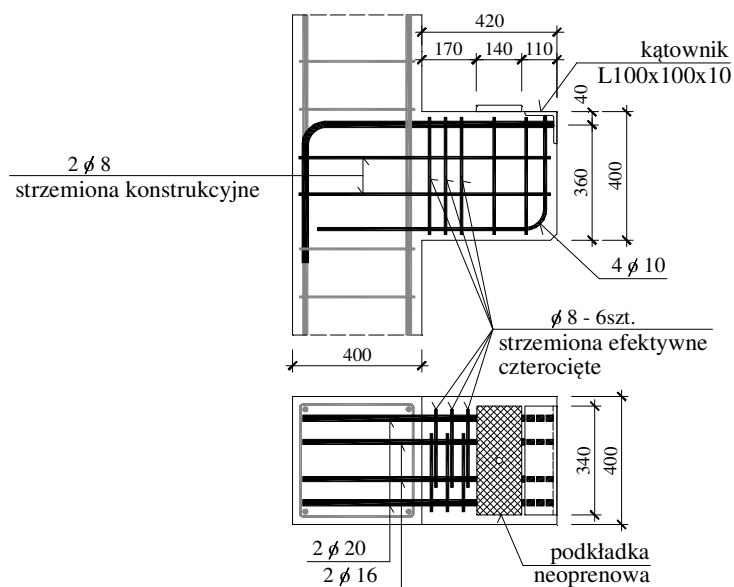
$$\frac{a_c}{h_c} = \frac{240}{400} = 0,6 > 0,5$$

Wspornik należy zbroić strzemionami pionowymi. Potrzebny przekrój strzemion wynosi:

$$A_{s,link} \geq k_2 \frac{F_{Ed}}{f_{yd}} = 0,5 \frac{400 \cdot 10^3}{435} = 459,8 \text{ mm}^2 = 4,60 \text{ cm}^2,$$

przyjęto strzemiona czteroramienne: $12\phi 8$ (6szt.) $\rightarrow A_{s,link} = 6,00 \text{ cm}^2$.

Konstrukcję zbrojenia wspornika pokazano na rys. 3.7. Zbrojenie główne od strony końca wspornika zakotwiono mechanicznie, za pomocą stalowego kątownika.

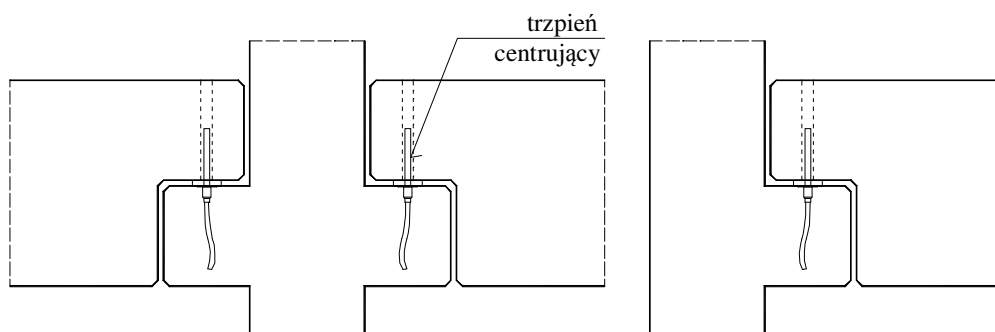


Rys. 3.7. Konstrukcja zbrojenia do przykładu 3.1

4. OBLICZANIE WSPORNIKÓW BELEK

4.1. Uwagi wstępne

Na rysunku 4.1 pokazano przykłady prefabrykowanych wsporników belkowych z trzpieniami centrującymi. Rolą tych trzpieni jest zapewnienie bezpiecznego montażu elementów. W górnych płaszczyznach wsporników słupowych zostały zainstalowane nagwintowane tuleje z odcinkami prętów kotwiących, w które przed montażem belek wkręca się odcinki prętów. We wspornikach belkowych są wykonane pionowe otwory, umożliwiające nanizanie belek na wystające trzpień. W ten sposób belki są zabezpieczone przed przypadkowym upadkiem w trakcie robót montażowych. Wielkość otworu w belce powinna umożliwić montaż z uwzględnieniem tolerancji wykonawczych.

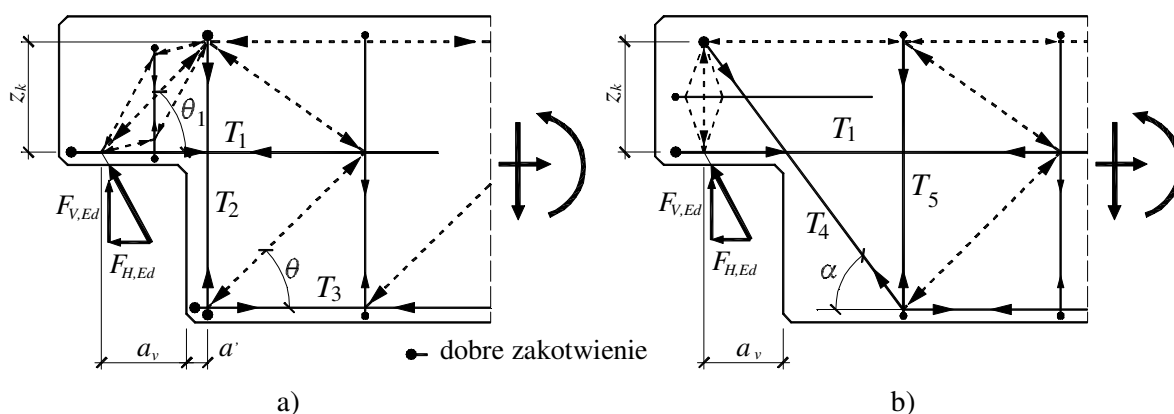


Rys. 4.1. Wsporniki krótkie w węźle słup-rygiel

Ukształtowanie konstrukcyjne wsporników krótkich może być trudne, zwłaszcza jeżeli ze względów architektonicznych wysokość tych elementów jest ograniczona.

4.2. Modele obliczeniowe wsporników belkowych

Eurokod 2 [1] zaleca stosowanie modeli ST do projektowania złączy elementów podciętych. Przedstawiono tam dwa alternatywne modele obliczeniowe, które pokazano na rys. 4.2. Modele te można łączyć, to znaczy stosować je jednocześnie, przypisując każdemu określoną część obciążenia.



Rys. 4.2. Przykładowe modele do określania zbrojenia we wspornikach belek według Eurokodu 2

W polskiej normie PN-B-03264:2002 [3] przyjęto takie same modele obliczeniowe jak w Eurokodie 2 [1], opisując dodatkowo wartości sił w prętach rozciąganych. Siły te wynoszą:

$$T_1 \geq F_{V,Ed} \frac{a_v + a'}{z_k} + 0,5 F_{V,Ed} \cot \theta_1 + F_{H,Ed} \quad (\text{model 4.2a}) \quad (4.1)$$

$$T_1 \geq 0,5F_{V,Ed} + F_{H,Ed} \quad (\text{model 4.2b}) \quad (4.2)$$

$$T_2 \geq 1,3F_{V,Ed} + 0,3F_{H,Ed} \quad (4.3)$$

$$T_4 \geq \frac{F_{V,Ed}}{\sin \alpha} \quad (4.4)$$

Jeżeli do wymiarowania zbrojenia przyjmujemy kratownicę jak na rys. 4.2b, to także należy zastosować zbrojenie podwieszające (pręt T_2), zwymiarowane na siłę:

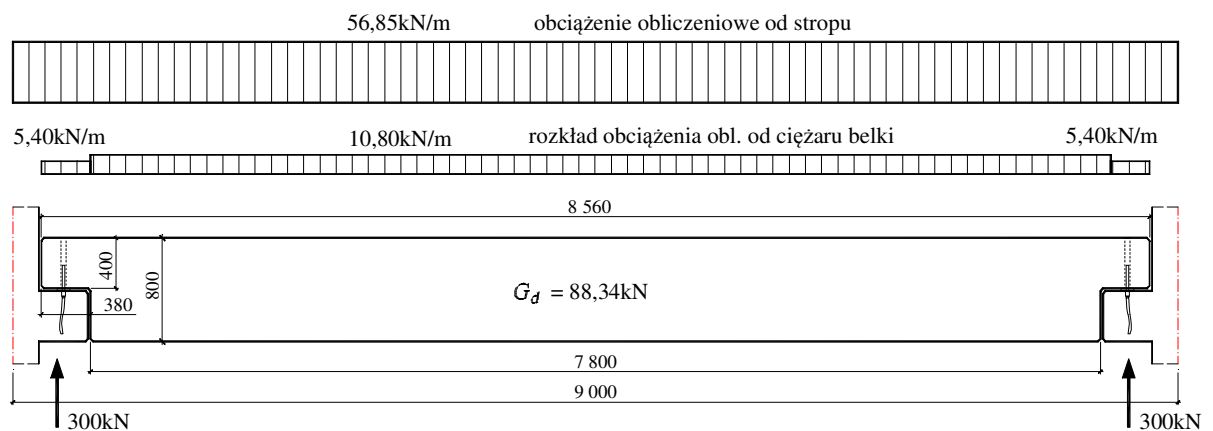
$$T_2 = 0,3 (F_{V,Ed} + F_{H,Ed}) \quad (4.5)$$

W modelu obliczeniowym (rys. 4.2a) istotne jest wyznaczenie siły T_3 . Siłę tę można określić jako:

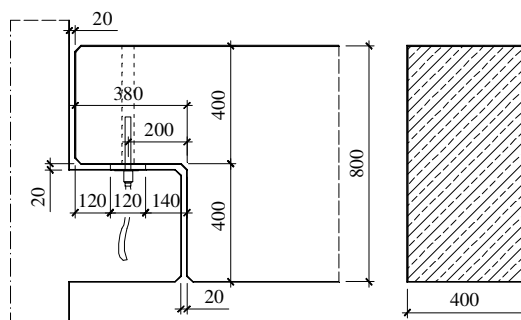
$$T_3 \geq \frac{F_{V,Ed} (a_v + a')}{0,9d} + 0,5F_{V,Ed} \cot \theta. \quad (4.6)$$

4.3. Przykład 4.1

Zaprojektować zbrojenie wspornika belkowego, na który działają obciążenia $F_{Ed} = 300$ kN i $H_{Ed} = 60$ kN. Beton C30/37: $f_{ck} = 30$, $f_{cd} = 30/1,4 = 21,43$ MPa. Pozostałe dane przedstawia rys. 4.3. Obliczeniowy ciężar belki wynosi 88,34 kN. W miejscu pełnego przekroju obciążenie od ciężaru własnego jest 10,80 kN/m, a na odcinkach krótkich wsporników – 5,40 kN/m. Pozostałe obciążenie przekazywane przez strop wynosi 56,85 kN/m. Belka przejmuje obciążenie od stropu z długości 9 m (od osi słupa do osi słupa). Szczegóły oparcia belki na słupie pokazuje rys. 4.4.



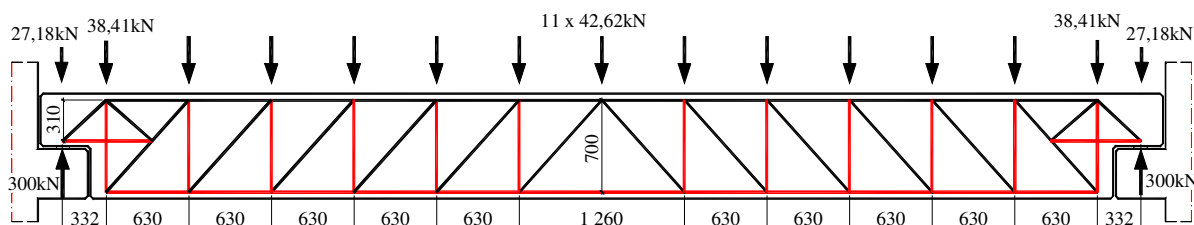
Rys. 4.3. Geometria belki i obciążenie do przykładu 4.1



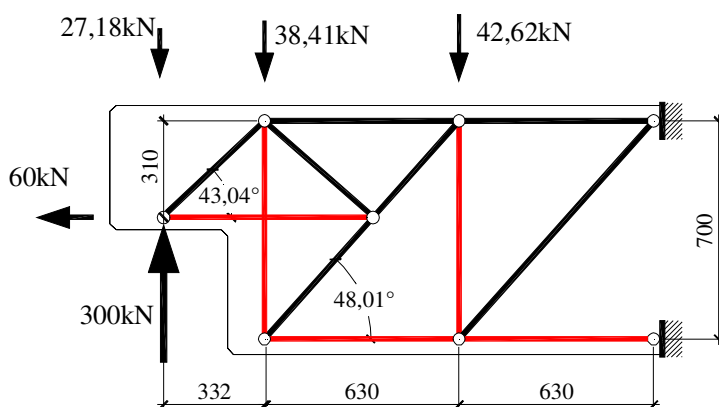
Rys. 4.4. Geometria wspornika do przykładu 4.1

Przyjęcie modelu obliczeniowego

Na rysunku 4.5 pokazano model obliczeniowy kratownicy wpisany w kontur belki. Na górne węzły przyłożono obciążenie zewnętrzne proporcjonalnie do rozstawu węzłów (w poziomie). Rozstaw węzłów w części środkowej belki nie ma znaczenia na obliczenia samej strefy podporowej. Istotne znaczenie ma natomiast oszacowanie wielkości sił działających na węzły od góry, w samej strefie podporowej. Wymiarując tylko strefę podporową belki, można model obliczeniowy ograniczyć do fragmentu kratownicy pokazanego na rys. 4.6.



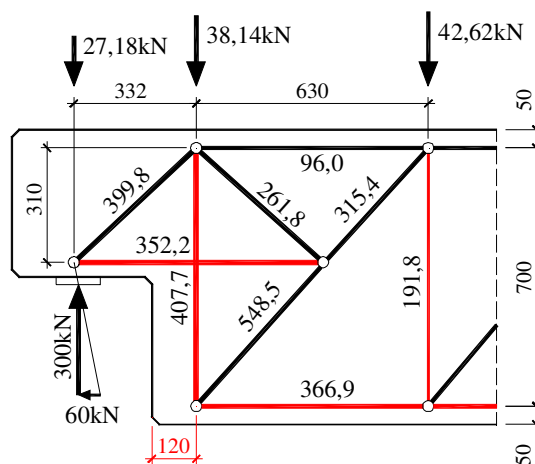
Rys. 4.5. Model kratownicowy belki do przykładu 4.1 (kolor czerwony – rozciąganie)



Rys. 4.6. Model obliczeniowy strefy podporowej belki podciętej do przykładu 4.1 (kolor czerwony – rozciąganie)

Obliczenia statyczne

Na rysunku 4.7 przedstawiono wyniki obliczeń sił w modelu kratownicowym. Na rysunku tym kolor czarny oznacza pręty ściskane, a kolor czerwony pręty rozciągane.



Rys. 4.7. Wyniki obliczeń (kolor czerwony – rozciąganie)

W celu porównania powyższych wyników z wynikami uzyskanymi według normy [3], obliczono odpowiednie siły według wzorów (4.1 ÷ 4.6):

$$T_1 = F_{V,Ed} \frac{a_v + a'}{z_k} + 0,5 F_{V,Ed} \cot \theta_1 + F_{H,Ed} = 300 \frac{332}{310} + 0,5 \cdot 60 \cdot \cot 43,04^\circ + 60 = 413,4 \text{ kN},$$

$$T_2 = 1,3 F_{V,Ed} + 0,3 F_{H,Ed} = 1,3 \cdot 300 + 0,3 \cdot 60 = 408,0 \text{ kN},$$

$$T_3 = \frac{F_{V,Ed} (a_v + a')}{0,9d} + 0,5 F_{V,Ed} \cot \theta = \frac{300 (332)}{0,9 \cdot 360} + 0,5 \cdot 60 \cdot \cot 48,01^\circ = 334,4 \text{ kN}.$$

W tablicy 4.1 porównano wyniki obliczeń według tych dwóch metod. Maksymalną różnicę odnotowano w odniesieniu do siły T_1 , która według PN-B-03264:2002 [3] jest o około 15% większa niż według Eurokodu 2 [1].

Tablica 4.1. Porównanie sił w prętach rozciąganych

Siła	Model wg rys. 4.6 [1]	PN-B-03264:2002 [3]
T_1	352,2kN	413,4kN
T_2	407,7kN	408,0kN
T_3	366,9kN	334,4kN

Norma PN [3] nakazuje rozmieszczanie zbrojenia podwieszającego na odcinku nie dłuższym niż $0,2h$ od krawędzi podcięcia, h jest wysokością belki. Jeżeli przyjmie się stosowną otulinę zbrojenia podwieszającego, to na pasmo strzemion podwieszających pozostaje stosunkowo niewielki odcinek. Należy tutaj podkreślić, że jest to dość restrykcyjny zapis, który nie występuje w Eurokodzie 2 [1]. Jeśli w modelu obliczeniowym przyjmie się odpowiednie położenie pręta pionowego (pokrywające się później ze środkiem przyjętego pasma strzemion), to warunek ten nie musi być respektowany. W analizowanym przykładzie przyjęto położenie środka zbrojenia podwieszającego (siła T_2) w odległości 0,12 m od krawędzi podcięcia.

Sprawdzenie szerokości krzyżulców ściskanych możemy wykonać, przyjmując maksymalne naprężenia w betonie z przybliżonego wzoru:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \nu' f_{cd} = 0,6 \cdot 0,88 \cdot 21,43 = 11,32 \text{ MPa},$$

gdzie $\nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,88$.

Niezbędne szerokości pasm betonu w poszczególnych krzyżulcach wynoszą:

$$S = 399,8 \text{ kN} \rightarrow a = \frac{S}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{399,8 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 88 \text{ mm},$$

$$S = 548,5 \text{ kN} \rightarrow a = \frac{S}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{548,5 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 121 \text{ mm},$$

$$S = 261,8 \text{ kN} \rightarrow a = \frac{S}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{261,8 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 58 \text{ mm},$$

$$S = 315,4 \text{ kN} \rightarrow a = \frac{S}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{315,4 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 70 \text{ mm},$$

$$S = 96,0 \text{ kN} \rightarrow a = \frac{S}{b_w \cdot \sigma_{Rd,max}} = \frac{96 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 21 \text{ mm}.$$

Obliczenie zbrojenia

Zbrojenie główne wspornika (siła T_1):

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{352,2 \cdot 10^3}{435} = 809,7 \text{ mm}^2 = 8,10 \text{ cm}^2 \quad \text{przyjęto: } 2\phi 25 \rightarrow 9,82 \text{ cm}^2.$$

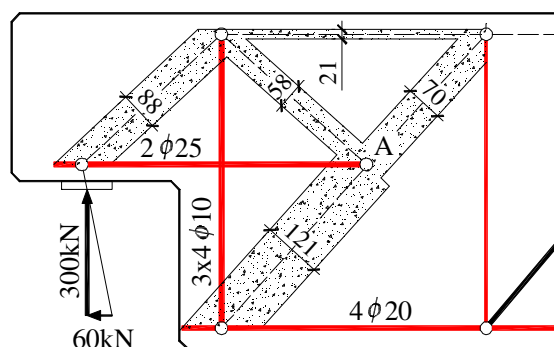
Zbrojenie podwieszające (siła T_2):

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{407,7 \cdot 10^3}{435} = 937,2 \text{ mm}^2 = 9,37 \text{ cm}^2,$$

przyjęto strzemiona czterocięte: $3 \times 4\phi 10 \rightarrow 9,42 \text{ cm}^2$.

Zbrojenie główne belki przy podporze (siła T_3):

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{366,9 \cdot 10^3}{435} = 843,4 \text{ mm}^2 = 8,43 \text{ cm}^2, \quad \text{przyjęto: } 4\phi 20 \rightarrow A_s = 12,56 \text{ cm}^2.$$



Rys. 4.8. Wyniki obliczeń głównych elementów modelu obliczeniowego

Na rysunku 4.8 przedstawiono wyniki obliczeń niezbędnej szerokości krzyżulców ściskanych oraz przyjętego zbrojenia rozciąganego. Szerokości krzyżulców ściskanych mieszczą się w obrysie konturu belki, świadcząc o poprawności rozwiązania.

Obliczenie zbrojenia uzupełniającego

Stosunek wysokości wspornika do wysokości (patrz rys. 4.4) wynosi:

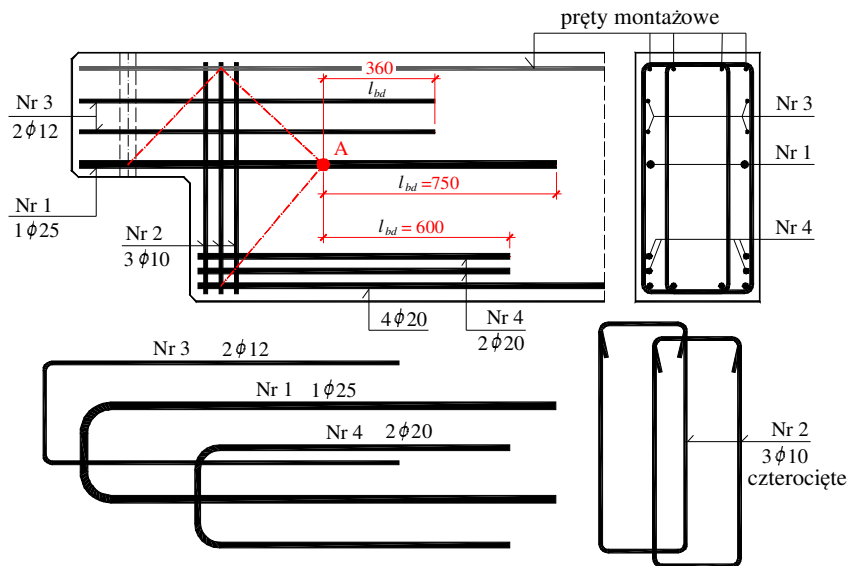
$$\frac{a_c}{h_c} = \frac{200}{400} = 0,5,$$

co oznacza, że zbrojenie uzupełniające powinno być w postaci strzemion poziomych. Przekrój strzemion określamy ze wzoru:

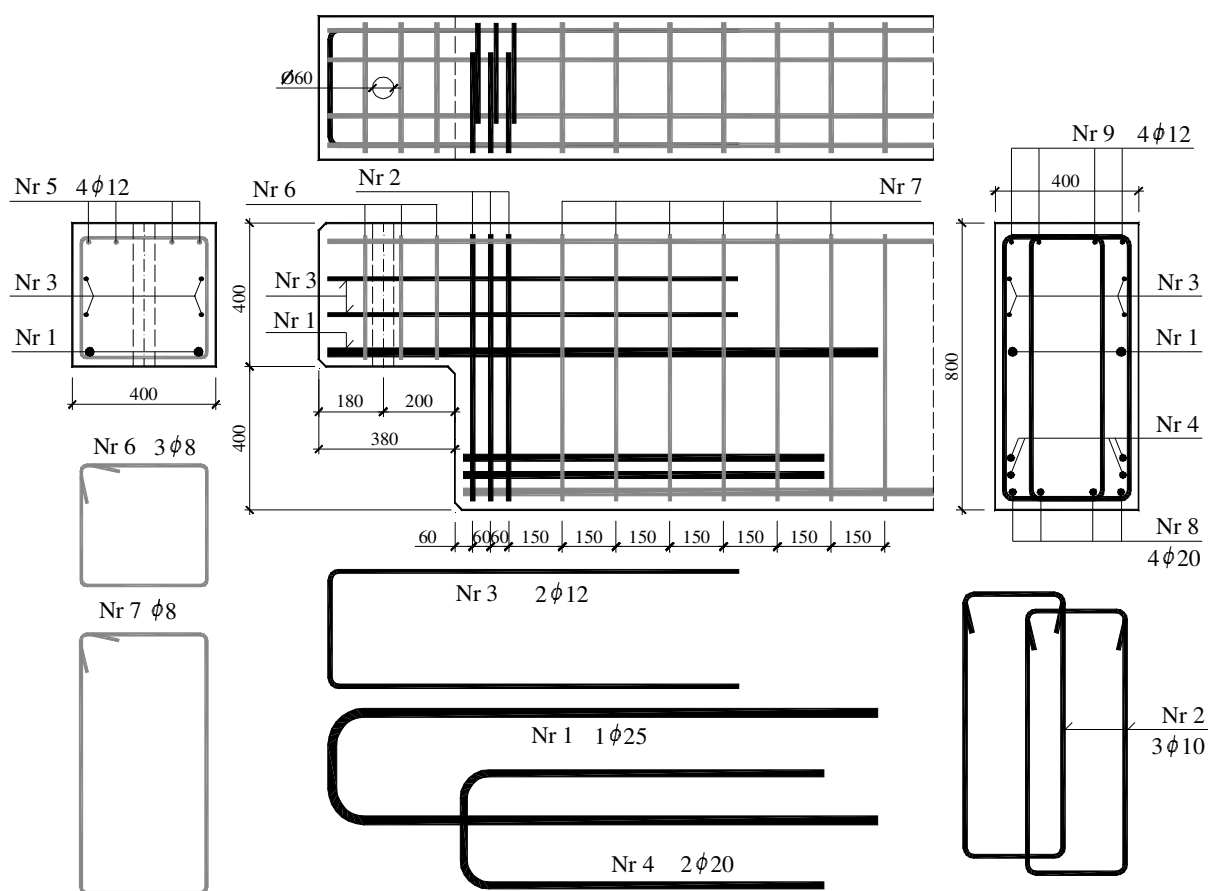
$$A_{s,link} \geq k_1 A_{s,main} = 0,5 \cdot 8,10 = 4,05 \text{ cm}^2, \quad \text{przyjęto strzemiona: } 2 \times 2\phi 12 \rightarrow A_s = 4,52 \text{ cm}^2.$$

Konstruowanie zbrojenia

Obliczone powyżej zbrojenie zostało pokazane na rys. 4.9. Oznaczony na tym rysunku element nr 1 jest zbrojeniem głównym wspornika, nr 2 to strzemiona podwieszające, nr 3 – zbrojenie uzupełniające wspornika. Zbrojenie nr 4 w kształcie litery U służy zakotwieniu zbrojenia głównego belki, obliczonego ze względu na zginanie.



Rys. 4.9. Zbrojenie do przykładu 4.1, wyznaczone obliczeniowo



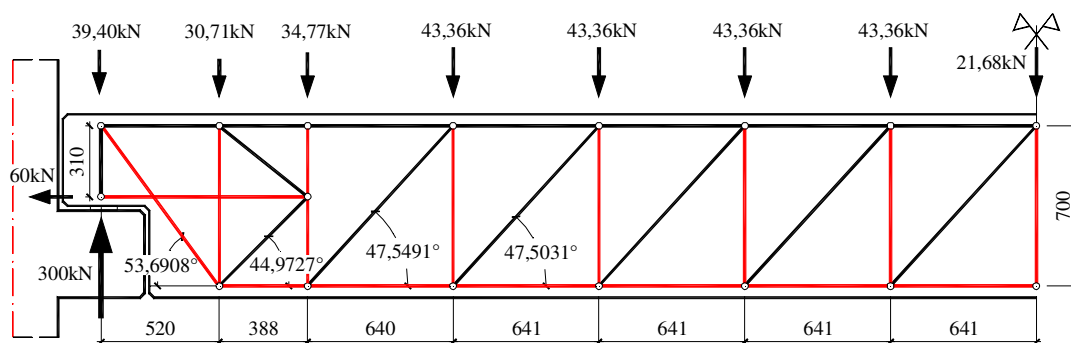
Rys. 4.10. Kompletne zbrojenie końcówki belki, kolorem szarym oznaczono dodatkowe zbrojenie konstrukcyjne

Bardzo ważną sprawą jest zapewnienie odpowiedniego zakotwienia zbrojenia. Eurokod 2 [1] nie precyzuje w tym względzie określonych zasad. Norma PN-B-03264:2002 [3] podaje zasadę kotwienia zbrojenia głównego wspornika (nr 1), które należy przedłużać poza krawędź podcięcia na odległość nie mniejszą niż $h - d_k + l_{bd}$ (h – wysokość belki, d_k – wysokość użyteczna wspornika, l_{bd} – długość zakotwienia). Na rysunku 4.9 przyjęto zasadę przedłużania prętów poziomych o długość zakotwienia l_{bd} poza przekrój wyznaczony węzłem „A”, w którym przecinają się dwa krzyżulce ściskane (patrz rys. 4.9).

Oprócz zbrojenia obliczeniowo niezbędnego, w elemencie umieszcza się również zbrojenie „montażowe” umożliwiające wykonanie stabilnego szkieletu zbrojeniowego. Na rysunku 4.10 pokazano kompletne zbrojenie fragmentu podporowego belki. Szczególną uwagę należy zwrócić na skuteczne zakotwienie strzemion podwieszających – nr 2. Pręty nr 8 należy obliczyć ze względu na zginanie belki. Są potrzebne co najmniej 4 pręty dla zakotwienia czterociętych strzemion nr 2.

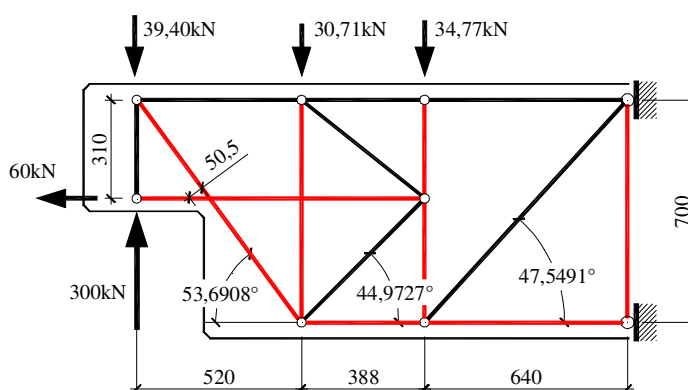
4.4. Przykład 4.2

Zaprojektować zbrojenie wspornika belkowego dla danych, jak w przykładzie 4.1, ale z wykorzystaniem drugiego modelu z rys. 4.2. Na rysunku 4.11 pokazano przyjęty do obliczeń model kratownicowy belki wraz z obciążeniami przypadającymi na węzły pasa górnego (proporcjonalnie do rozstawu słupków).



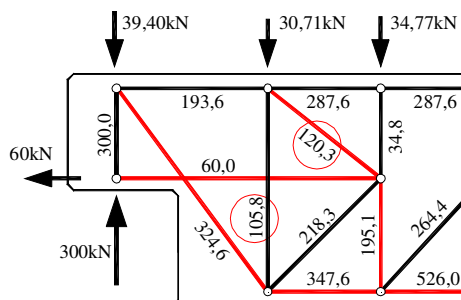
Rys. 4.11. Model kratownicowy belki do przykładu 4.2 (kolor czerwony – rozciąganie)

Do analizy statycznej można przyjąć model tylko strefy podporowej, pokazany na rys. 4.12. Konstruując ten model, kierowano się zasadą usytuowania ukośnego pręta rozciąganego maksymalnie blisko krawędzi podcięcia. Oś tego pręta przebiega w odległości około 50 mm od krawędzi podcięcia. Kąt nachylenia tego krzyżulca wynika z tego właśnie założenia. Rozmieszczenie pozostałych węzłów kratownicy przyjęto tak, aby nachylenie krzyżulców było zbliżone do kąta 45°.

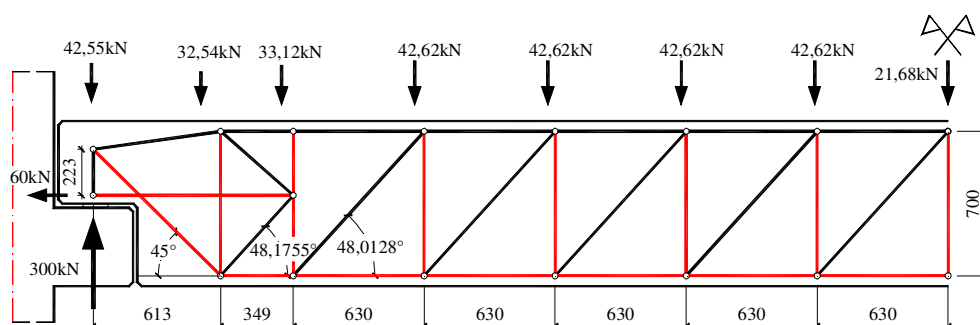


Rys. 4.12. Model obliczeniowy strefy podporowej do przykładu 4.2 (kolor czerwony – rozciąganie)

Na rysunku 4.13 pokazano wyniki obliczeń statycznych. Dwa pręty z siłami oznaczonymi kółkami, mają przeciwny znak w stosunku do sugestii przedstawionej na rys. 4.2, sporządzonym według Eurkodu 2 [1].

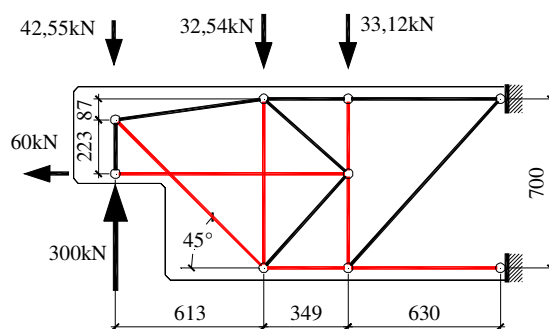


Rys. 4.13. Wyniki obliczeń (kolor czerwony – rozciąganie)

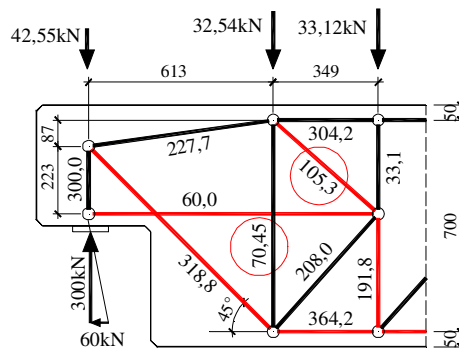


Rys. 4.14. Zmodyfikowany model kratownicowy do przykładu 4.2 (kolor czerwony – rozciąganie)

Przewidując brak miejsca na zakotwienie skrajnego krzyżulca we wsporniku belki, zmodyfikowano nieco model obliczeniowy, przesuwając górny węzeł słupka w osi podpory do dołu. Zabieg ten spowodował zmianę nachylenia krzyżulca, które wynosi teraz 45° . Chcąc zachować stosowną odległość krzyżulca od krawędzi podcięcia, należy również zmodyfikować położenie pozostałych węzłów. Skutkiem tej modyfikacji są także zmiany obciążeń. Zmodyfikowany model pokazano na rys. 4.14, a jego strefę podporową na rys. 4.15. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 4.16.



Rys. 4.15. Zmodyfikowany model strefy podporowej do przykładu 4.2 (kolor czerwony – rozciąganie)



Rys. 4.16. Wyniki obliczeń zmodyfikowanego modelu (kolor czerwony – rozciąganie)

Zmiana kąta nachylenia krzyżulca skrajnego w zmodyfikowanym modelu spowodowała zmniejszenie w nim siły o 5,8 kN, co stanowi około 1,8%. Pozostałe zmiany sił są również nieistotne dla wymiarowania zbrojenia. Do dalszej analizy przyjęto siły wynikające ze zmodyfikowanego modelu.

W tabelicy 4.2 zestawiono siły w poszczególnych prętach obliczone dla dwóch modeli (rys.4.13 i 4.15) oraz według PN-B-03264:2002 [3].

Tablica 4.2. Porównanie sił w prętach rozciąganych

Siła	Model wg rys. 4.12	Model wg rys. 4.15	PN-B-03264:2002	
			$\alpha = 53,69^\circ$	$\alpha = 45,0^\circ$
T_1	60,0 kN	60,0 kN	210,0 kN	210,0 kN
T_4	324,6 kN	318,8 kN	372,3 kN	424,3 kN

Tym razem wyniki obliczeń wykazały znaczne różnice pomiędzy modelami kratownicowymi według rys. 4.12 i 4.15, a wzorami obliczeniowymi polskiej normy. Zwłaszcza wartość siły T_1 według PN-B-03264 budzi zastrzeżenia. W wypadku ukośnej siły rozciągającej T_4 , można zauważyć, że jeśli zsumuje się wartości dwóch sił rozciągających w modelach przedstawionych na rysunkach

$$\begin{aligned}\sum T_4 &= 324,6 + 120,3 = 444,9 \text{ kN} && \text{model wg rys. 4.12,} \\ \sum T_4 &= 318,8 + 105,3 = 424,1 \text{ kN} && \text{model wg rys. 4.15,}\end{aligned}$$

to suma tych sił zbliża się do oszacowania według polskiej normy [3].

Sprawdzenie szerokości krzyżulców ściskanych

Maksymalna siła ściskająca wynosi 304,2kN i jest ona zlokalizowana w pasie górnym. Niezbędna szerokość krzyżulca w tym wypadku wynosi:

$$a = \frac{S}{b_w \cdot \sigma_{Rd, max}} = \frac{304,2 \cdot 10^3}{400 \cdot 11,32} \approx 67 \text{ mm}$$

i nie stanowi problemu konstrukcyjnego. Sprawdzanie pozostałych elementów ściskanych jest zbędne.

Obliczenie zbrojenia

Zbrojenie główne (ukośne) wspornika wymiarujemy na sumę sił w rozciąganych prętach ukośnych $F_{td} = \sum T_4$:

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{424,1 \cdot 10^3}{435} = 974,9 \text{ mm}^2 = 9,75 \text{ cm}^2 \quad \text{przyjęto: } 2\phi 25 \rightarrow 9,82 \text{ cm}^2.$$

Zbrojenie główne wspornika:

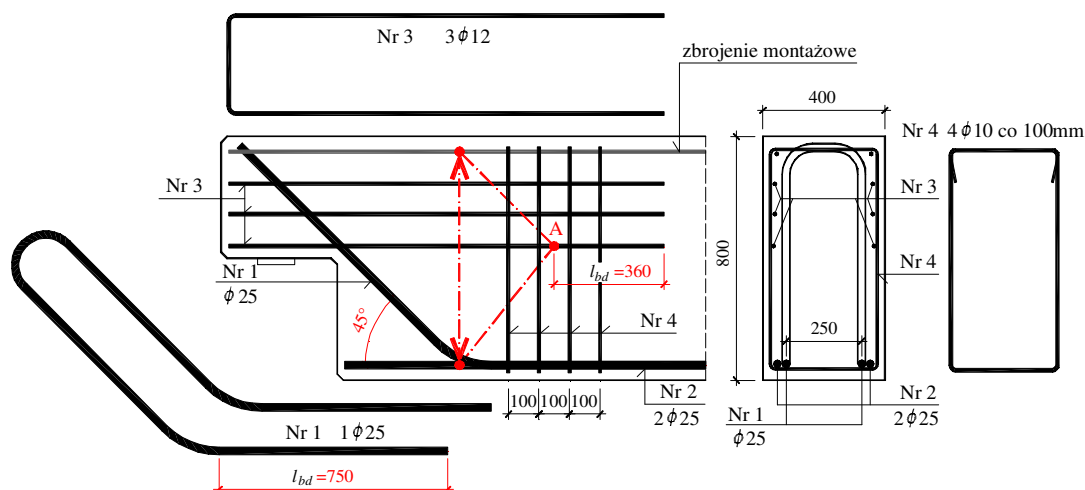
$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{60 \cdot 10^3}{435} = 137,9 \text{ mm}^2 = 1,38 \text{ cm}^2 \quad \text{przyjęto: } 2\phi 12 \rightarrow 2,26 \text{ cm}^2.$$

Zbrojenie pionowe (poprzeczne):

$$A_{sw} = \frac{F_{td}}{f_{yd}} = \frac{191,8 \cdot 10^3}{435} = 441 \text{ mm}^2 = 4,41 \text{ cm}^2 \quad \text{przyjęto strzemiona dwucięte: } 8\phi 10 \rightarrow 6,28 \text{ cm}^2.$$

Uwaga

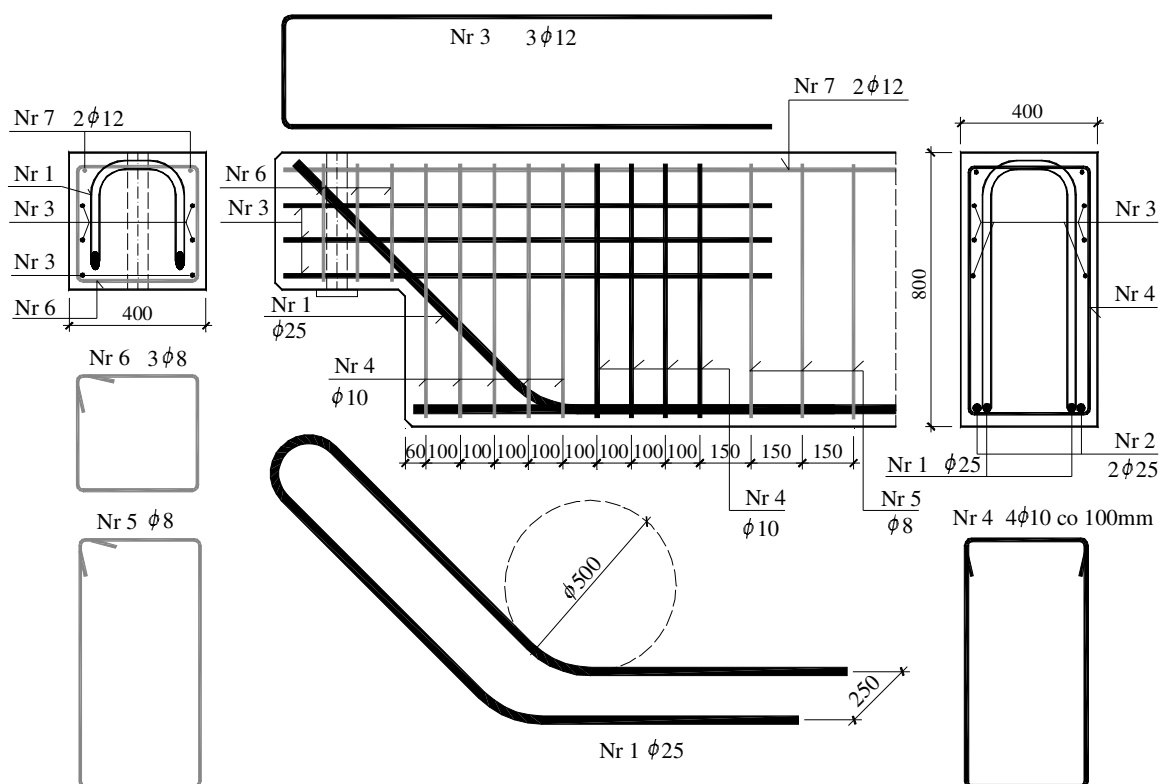
Na odcinku od podcięcia belki do miejsca zagięcia krzyżulca rozciąganego (pręt nr 1 na rys. 4.18) należy rozmieścić strzemiona konstrukcyjne – nr 4. Na rysunku 4.17 pokazano niezbędne zbrojenie obliczone zgodnie z modelem pokazanym na rys. 4.15. Na kolejnym rys. 4.18 pokazano kompletne zbrojenie końca belki. Strzemiona nr 5 należy wymiarować na ścinanie.



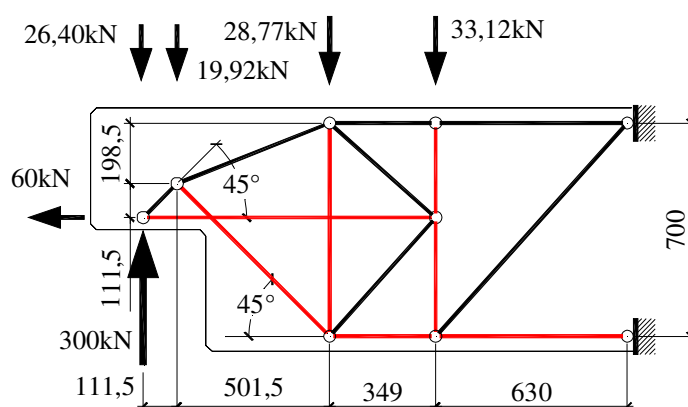
Rys. 4.17. Konstruowanie i zbrojenie do przykładu 4.2, wyznaczone obliczeniowo

Dodatkowo rozważono jeszcze dwa modele obliczeniowe pokazane na rys. 4.19 i 4.20. W modelach tych przyjęto pochylenie krzyżulca podporowego pod kątami 60° i 45° , zachowano jednak w obu przypadkach kąt nachylenia krzyżulca rozciąganego wynoszący 45° . Zmiana geometrii modeli pociągnęła za sobą również korektę obciążenia przypisanego do poszczególnych węzłów kratownicy.

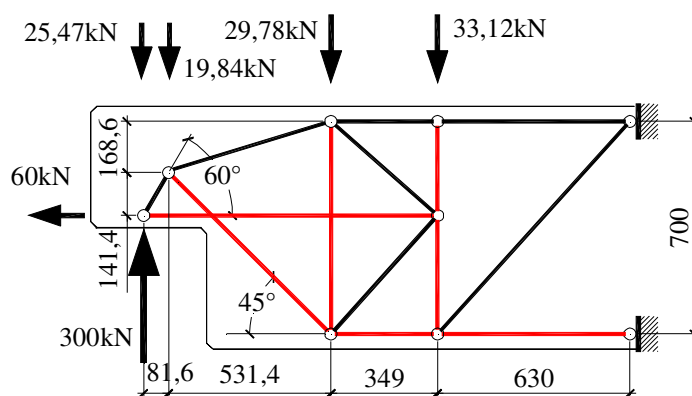
Wyniki obliczeń tych modeli przedstawiono na rys. 4.21. Porównując uzyskane wyniki obliczeń z modelem z rys. 4.15, można zauważyć zasadnicze różnice. Przede wszystkim w poziomym pręcie rozciągającym wspornika (T_1) wzrosła siła z 60 kN do 218,4 i 333,6 kN, w zależności od kąta pochylenia krzyżulca ściskanego. Wzrostowi siły w tym elemencie towarzyszy redukcja siły w krzyżulcu rozciągającym (T_4) z 318,8 kN do 219,5 lub 147,3 kN. Zmniejszeniu siły w krzyżulcu rozciągającym towarzyszy wzrost siły w elemencie pionowym (T_5 – rys. 4.2b). W wypadku modeli według rys. 4.12 i 4.15 mamy w nim ściskanie, a pochylenie krzyżulca podporowego powoduje zmianę znaku na rozciąganie. Zwiększa się rola strzemion pionowych.



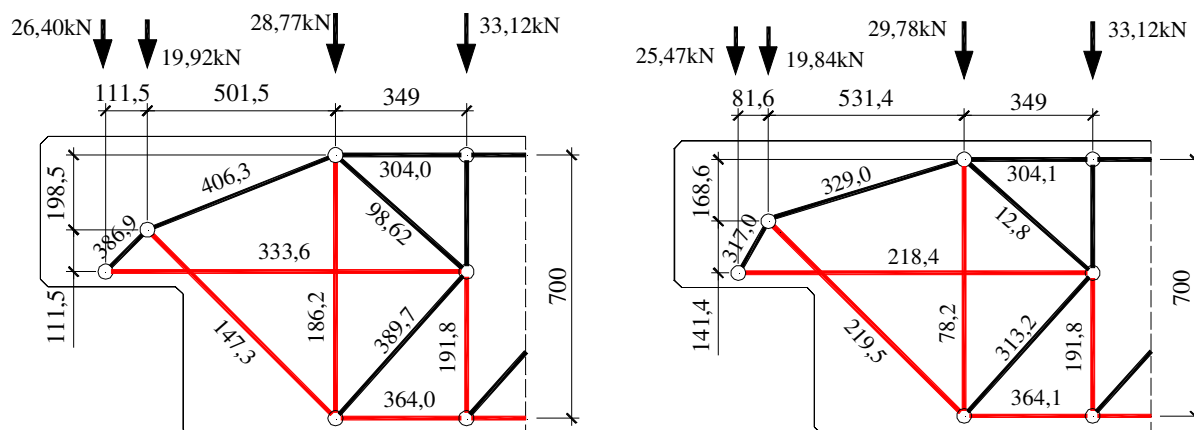
Rys. 4.18. Kompletne zbrojenie końca belki w przykładzie 4.2



Rys. 4.19. Zmodyfikowany model z kątem pochylenia krzyżulca podporowego 45° (kolor czerwony – rozciąganie)



Rys. 4.20. Zmodyfikowany model z kątem pochylenia krzyżulca podporowego 60° (kolor czerwony – rozciąganie)



Rys. 4.21. Wyniki obliczeń modeli z kątem pochylenia krzyżulca podporowego 45° i 60° (kolor czerwony – rozciąganie)

Reasumując, należy stwierdzić, że nie ma jednego skutecznego ukształtowania zbrojenia wspornika. Od konstruktora zależy dobór odpowiedniego modelu obliczeniowego i wynikającego z niego odpowiedniego zbrojenia. Konstrukcja dostosuje się do zastosowanego rozwiązania.

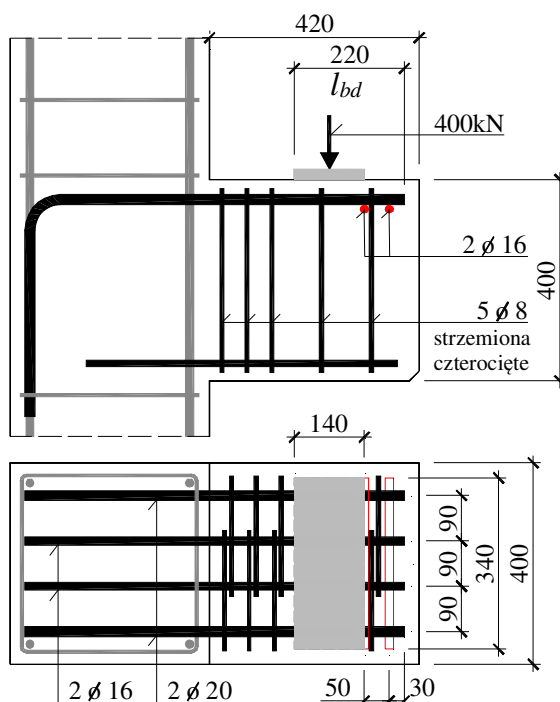
Sposób ukształtowania zbrojenia wpływa na morfologię rys. Pierwsza rysa zawsze wybiega z narożnika wklęsłego, może to wystąpić już przy obciążeniu 0,15 siły niszczącej. Modelując konstrukcję metodą analogii kratownicowej, nie kontrolujemy zarysowania. Aby nie dopuścić do nadmiernego rozwarcia rys, należy oprócz zbrojenia wynikającego z analizy wytrzymałościowej przewidywać zbrojenie konstrukcyjne. Na rysunku 4.18 zbrojenie takie zostało pokazane szarym kolorem.

5. KONSTRUOWANIE ZBROJENIA KRÓTKICH WSPORNIKÓW

5.1. Kotwienie zbrojenia

Główne zbrojenie rozciągane powinno być zakotwione na obydwu końcach. O ile z zakotwieniem po dalszej (od wspornika) stronie elementu podpierającego na ogół nie ma większego problemu, to zwykle mamy kłopot ze spełnieniem stosownych wymagań z drugiej strony (od końca wspornika). W tym wypadku zbrojenie należy zakotwić we wsporniku, odmierzając długość zakotwienia od wewnętrznej krawędzi płyty przekazującej obciążenie. Można stosować zakotwienia mechaniczne lub pętle. Na rysunku 5.1 długość zakotwienia l_{bd} , jest uzyskana za pomocą przyspojonych prętów poprzecznych.

Kotwienie za pomocą przyspojonego zbrojenia poprzecznego



Rys. 5.1. Wspornik z przykładu 3.1 z zakotwieniem zbrojenia głównego za pomocą przyspojonych prętów (kolor czerwony)

Długość zakotwienia zbrojenia głównego zostanie sprawdzona według zasad Eurokodu 2 [1] zawartych w p. 8.6. Wykorzystamy w tym celu wyniki obliczeń zbrojenia głównego z przykładu 3.1, którego przekrój ustalono o powierzchni $9,44 \text{ cm}^2$, a przyjęto $2 \text{ } \varnothing 16 + 2 \text{ } \varnothing 20$, czyli $A_s = 10,30 \text{ cm}^2$. W przykładzie 3.1 zastosowano zakotwienie mechaniczne za pomocą kątownika, które teraz zostanie zastąpione prętami poprzecznymi. Jeżeli przyjąć gabaryty wspornika takie same, jak w przykładzie 3.1, to długość zakotwienia zbrojenia głównego, możliwa do osiągnięcia, wynosi tylko 220 mm (patrz rys. 5.1).

Obliczamy obliczeniową wartość graniczną naprężenia przyczepności ze wzoru:

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot 1,45 = 2,284 \text{ MPa},$$

w którym: $\eta_1 = 0,7$ – złe warunki przyczepności (patrz rys. 8.2c [1]), $\eta_2 = 1,0$ – $\varnothing \leq 32 \text{ mm}$,

$f_{ctd} = \frac{0,7 f_{ctm}}{1,4} = \frac{0,7 \cdot 2,9}{1,4} = 1,45 \text{ MPa}$ – obliczeniowa wytrzymałość betonu na rozciąganie dla klasy C30/37.

Następnie obliczamy podstawowe długości zakotwienia dla obu średnic zbrojenia głównego $\varnothing 16$ i $\varnothing 20$, wykorzystując wzór (8.3) [1]:

$$l_{b,rqd}(\varnothing 16) = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} = \frac{16 \cdot 408}{4 \cdot 2,284} = 715 \text{ mm},$$

$$l_{b,rqd}(\varnothing 20) = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} = \frac{20 \cdot 408}{4 \cdot 2,284} = 893 \text{ mm},$$

w którym $\sigma_{sd} = f_{yd} \frac{A_s - \text{wymagane}}{A_s - \text{przyjęte}} = 435 \frac{9,66}{10,30} = 408,0 \text{ MPa}$.

Eurokod 2 [1] w p. 8.6 umożliwia uzyskać dodatkową siłę kotwiącą za pomocą przyspojonych prętów poprzecznych przenoszących tę siłę na beton. Jeden pręt poprzeczny (o średnicy od 14 do 32 mm), przyspojony od wewnętrznej strony pręta głównego, zwiększa siłę kotwiącą o F_{btd} . Wartość σ_{sd} w wyrażeniu na podstawową długość zakotwienia ($l_{b,rqd} = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}}$) można zatem zmniejszyć o $\frac{F_{btd}}{A_s}$, (A_s oznacza tu pole przekroju pręta głównego).

$$F_{btd} = l_{td} \phi_t \sigma_{td} \leq F_{wd}$$

F_{wd} – nośność obliczeniowa spoiny na ścinanie, którą można obliczyć ze wzoru $F_{wd} = 0,5 A_s f_{yd}$,

w którym A_s oznacza pole przekroju kotwionego pręta,

l_{td} – długość obliczeniowa pręta poprzecznego, wyznaczona ze wzoru:

$$l_{td} = 1,16 \phi_t \sqrt{\frac{f_{yd}}{\sigma_{td}}} \leq l_t,$$

l_t – długość pręta poprzecznego, ale nie większa niż rozstaw prętów,

ϕ_t – średnica pręta poprzecznego,

σ_{td} – naprężenie w betonie:

$$\sigma_{td} = \frac{f_{cd} + \sigma_{cm}}{y} \leq 3 f_{cd},$$

σ_{cm} – naprężenie ściskające w betonie prostopadłe do obu prętów (wartość średnia),

$$y = 0,015 + 0,14 e^{-0,18x}$$

$$x = 2 \frac{c}{\phi_t} + 1$$

c – grubość otulenia betonem mierzona w kierunku prostopadłym do obu prętów.

Jeżeli dwa pręty o tej samej średnicy są przyspojone po przeciwnych stronach pręta kotwionego, to można podwoić graniczną siłę kotwiącą określoną w powyższy sposób, pod warunkiem że otulenie zewnętrznego pręta spełnia wymagania określone w rozdziale 4 Eurokodu 2 [1].

Jeżeli dwa pręty są przyspojone po tej samej stronie z minimalnym rozstawem 3ϕ , to graniczną siłę kotwiącą mnożymy przez współczynnik 1,41.

Jeżeli nominalne średnice prętów nie przekraczają 12 mm, to graniczna siła kotwiąca przyswojonego pręta poprzecznego zależy głównie od obliczeniowej wytrzymałości połączenia spajanego. Można ją obliczyć ze wzoru:

$$F_{btd} = F_{wd} \leq 16 A_s f_{cd} \frac{\phi_t}{\phi_l}$$

w którym: F_{wd} – obliczeniowa wytrzymałość spoiny na ścinanie,

ϕ_t – nominalna średnica pręta poprzecznego, $\phi_t \leq 12$ mm,

ϕ_l – nominalna średnica pręta kotwionego, $\phi_l \leq 12$ mm.

Jeżeli stosuje dwa pręty o minimalnym rozstawie ϕ_l , to można nośność zakotwienia zwiększyć, mnożąc przez 1,41.

Zastosujemy powyższe zasady do analizowanego przykładu:

$$x = 2 \frac{c}{\phi_t} + 1 = 2 \frac{30}{16} + 1 = 4,75,$$

$$y = 0,015 + 0,14e^{-0,18x} = 0,015 + 0,14e^{-0,18 \cdot 4,75} \approx 0,0745,$$

$$\sigma_{cm} = \frac{400 \cdot 10^3}{340 \cdot 220} = 5,35 \text{ MPa} \quad \text{– średnie naprężenia dociskające na długości zakotwienia,}$$

220 – długość zakotwienia, 340 – wymiar podkładki, patrz rys. 5.1,

$$\sigma_{td} = \frac{f_{cd} + \sigma_{cm}}{y} = \frac{21,43 + 5,35}{0,0745} = 359 > 3f_{cd} = 3 \cdot 21,43 \approx 64,3 \text{ MPa, decyduje wartość mniejsza;}$$

$$l_{td} = 1,16 \phi_t \sqrt{\frac{f_{yd}}{\sigma_{td}}} = 1,16 \cdot 16 \sqrt{\frac{435}{64,3}} \approx 125,6 > l_t = 90 \text{ mm, przyjmujemy wartość mniejszą;}$$

$$F_{btd} = l_{td} \phi_t \sigma_{td} = 90 \cdot 16 \cdot 64,3 = 92592 \text{ N} = 92,6 \text{ kN} \leq F_{wd},$$

$$F_{wd}(\phi 16) = 0,5 A_s f_{yd} = 0,5 \cdot 201 \cdot 435 = 43718 \text{ N} \approx 43,7 \text{ kN} \quad \text{– wartość decydująca,}$$

$$F_{wd}(\phi 20) = 0,5 A_s f_{yd} = 0,5 \cdot 314 \cdot 435 = 68295 \text{ N} \approx 63,3 \text{ kN} \quad \text{– wartość decydująca,}$$

$$\text{dla } 2\phi 16 + 2\phi 20 \text{ mamy: } \sum F_{btd} = 2 \cdot 43,7 + 2 \cdot 63,3 = 214,0 \text{ kN,}$$

$$\text{Ponieważ zastosowano dwa pręty poprzeczne to: } 1,41 \sum F_{btd} = 1,41 \cdot 214,0 = 301,7 \text{ kN}$$

$$\frac{1,41 \sum F_{btd}}{\sum A_s} = \frac{301700}{1030} \approx 293 \text{ MPa,}$$

$$l_{b,rqd}(\phi 20) = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} = \frac{20 \cdot (408 - 293)}{4 \cdot 2,284} \approx 252 \text{ mm,}$$

Dla prętów $\phi 16$ podstawowa długość zakotwienia jest mniejsza, dalej obliczenia prowadzimy dla wartości bardziej niekorzystnej, czyli prętów o średnicy 20 mm.

Obliczeniową długość zakotwienia l_{bd} wyznaczamy ze wzoru:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}$$

α_1 – współczynnik zależny od kształtu prętów, $\alpha_1 = 1$ dla prętów prostych,

α_2 – współczynnik zależny od otulenia betonem, dla prętów prostych rozciąganych wyznaczamy ze wzoru:

$$0,7 \leq \alpha_2 = 1 - 0,15 \frac{c_d - \phi}{\phi} \leq 1$$

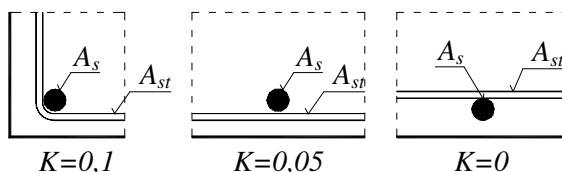
w którym: c_d – wielkość otuliny betonem – 30 mm,

$$0,7 \leq \alpha_2 = 1 - 0,15 \frac{30 - 20}{20} \leq 1 \rightarrow \alpha_2 = 0,925,$$

α_3 – współczynnik zależny od zbrojenia poprzecznego nieprzyspójonego do zbrojenia głównego ograniczającego odkształcenia, dla prętów rozciąganych należy go ustalić z zależności:

$$0,7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda \leq 1,0$$

Wartość K zależy od sytuacji pokazanej na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Wartości współczynnika K

$$\lambda = \frac{\sum A_{st} - \sum A_{st,min}}{A_s}$$

$\sum A_{st}$ – pole przekroju zbrojenia poprzecznego wzdłuż obliczeniowej długości zakotwienia l_{bd} ,

$\sum A_{st,min}$ – $0,25A_s$ – dla belek, 0 – dla płyt,

A_s – pole przekroju pojedynczego kotwionego pręta (dotyczy pręta o największej średnicy),

W rozważanym przykładzie dla dwóch strzemion czteroramiennych $\phi 8$ wartości współczynników wynoszą:

$$\lambda = \frac{\sum A_{st} - \sum A_{st,min}}{A_s} = \frac{4 - 0,25 \cdot 3,14}{3,14} = \frac{3,215}{3,14} = 1,024$$

$$0,7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda = 1 - 0,1 \cdot 1,024 = 0,899 \leq 1,0$$

α_4 – współczynnik zmniejszający ze względu na ograniczenie odkształceń przez przyspójone zbrojenie poprzeczne, $\alpha_4 = 0,7$,

α_5 – współczynnik zmniejszający ze względu na ograniczenie odkształceń przez nacisk poprzeczny, należy ustalić z zależności:

$$0,7 \leq \alpha_5 = 1 - 0,04p \leq 1,0$$

p – nacisk poprzeczny [MPa] wzdłuż l_{bd} w stanie granicznym nośności.

W rozważanym przykładzie przyjmujemy $p = \sigma_{cm} = 5,35$ MPa, stąd $\alpha_5 = 1 - 0,04 \cdot 5,35 = 0,786 > 0,7$.

Eurokod 2 ogranicza iloczyn trzech współczynników $\alpha_2\alpha_3\alpha_5 \geq 0,7$, co oznacza, że w analizowanym przykładzie należy przyjąć 0,7, ponieważ $0,925 \cdot 0,899 \cdot 0,786 = 0,654$.

Ostatecznie długość zakotwienia powinna wynosić co najmniej:

$$l_{bd} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5l_{b,rqd} = 1 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 252 \approx 123 \text{ mm.}$$

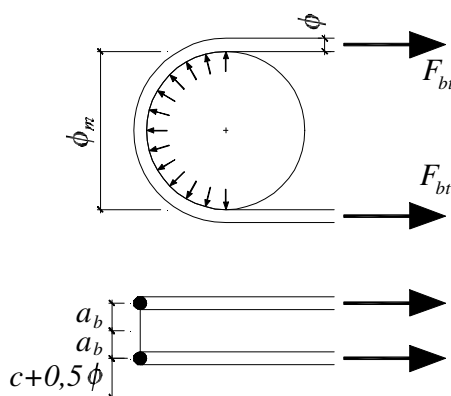
Na rysunku 5.1 długość zakotwienia została przyjęta ze znacznym zapasem – 220 mm.

Kotwienie za pomocą pętli według Eurokodu 2

Średnica wewnętrznego zagięcia pętli ze względu na zniszczenie betonu powinna spełniać warunek:

$$\phi_{m,min} \geq \frac{F_{bt}}{f_{cd}} \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2\phi} \right) \quad (5.1)$$

w którym: F_{bt} – jest siłą rozciągającą w stanie granicznym nośności w pręcie na początku zagięcia,
 a_b – jest dla rozpatrywanego pręta połową odległości między osiami prętów odmierzanej prostopadłe do płaszczyzny zagięcia: dla pręta bezpośrednio sąsiadującego z powierzchnią elementu należy przyjmować a_b równe grubości otulenia plus $0,5\phi$ (patrz rys. 5.3).



Rys. 5.3. Objasnienia oznaczeń do wzoru (5.1)

W rozważanym przykładzie siła w zbrojeniu głównym wynosi $F_{td} = 410,5$ kN. Rozdzielając ją proporcjonalnie do pól powierzchni przekrojów prętów o średnicy 16 i 20 mm, otrzymamy:

- dla pętli $\phi 16$ siły $F_{bt} = 2,01/10,30 \cdot 410,5 = 80,1$ kN,
- dla pętli $\phi 20$ siły $F_{bt} = 3,14/10,30 \cdot 410,5 = 125,1$ kN.

Ustalamy wartości a_b :

$$a_b = c + 0,5\phi = 30 + 0,5 \cdot 16 = 38 \text{ mm} \quad \text{– dla pętli } \phi 16$$

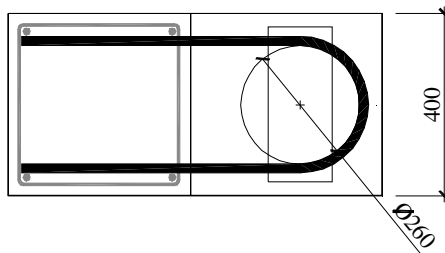
$$a_b = c + 0,5\phi = 30 + 0,5 \cdot 20 = 40 \text{ mm} \quad \text{– dla pętli } \phi 20.$$

Minimalne średnice zagięcia pętli wynoszą:

$$\phi_{m,min} \geq \frac{F_{bt}}{f_{cd}} \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2\phi} \right) = \frac{80100}{21,43} \left(\frac{1}{38} + \frac{1}{2 \cdot 16} \right) = 215,2 \text{ mm} \quad \text{– dla pętli } \phi 16,$$

$$\phi_{m,min} \geq \frac{F_{bt}}{f_{cd}} \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2\phi} \right) = \frac{125100}{21,43} \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{2 \cdot 20} \right) = 291,9 \text{ mm} \quad \text{– dla pętli } \phi 20.$$

Okazuje się, że ze względów geometrycznych nie można ich umieścić w przyjętych gabarytach wspornika (patrz rys. 5.4). Maksymalna średnica wewnętrzna pętli wykonana z prętów $\phi 20$, jaką można zmieścić we wsporniku wynosi tylko 260 mm. Chcąc wykorzystać w pełni zbrojenie pętlowe, należałoby zwiększyć wymiary wspornika.



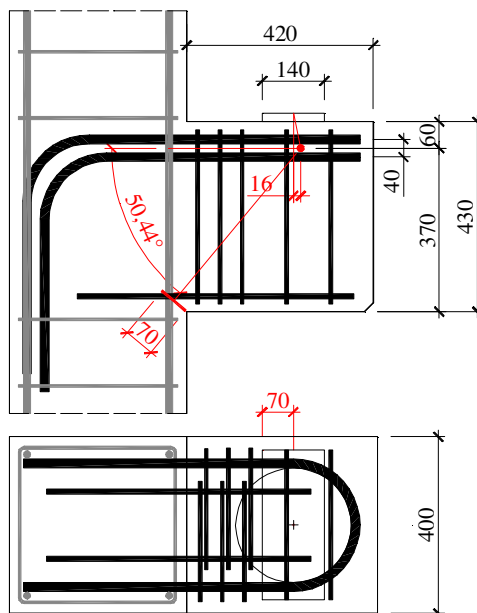
Rys. 5.4. Wspornik z przykładu 3.1 z próbą zakotwienia zbrojenia głównego za pomocą pętli z pręta Ø20

Dla przyjętej pętli, jak na rys. 5.4 ustalono maksymalną siłę kotwiącą, wykorzystując przekształconą zależność (5.1).

$$F_{bt} \leq \frac{\phi_m f_{cd}}{\left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2\phi} \right)}$$

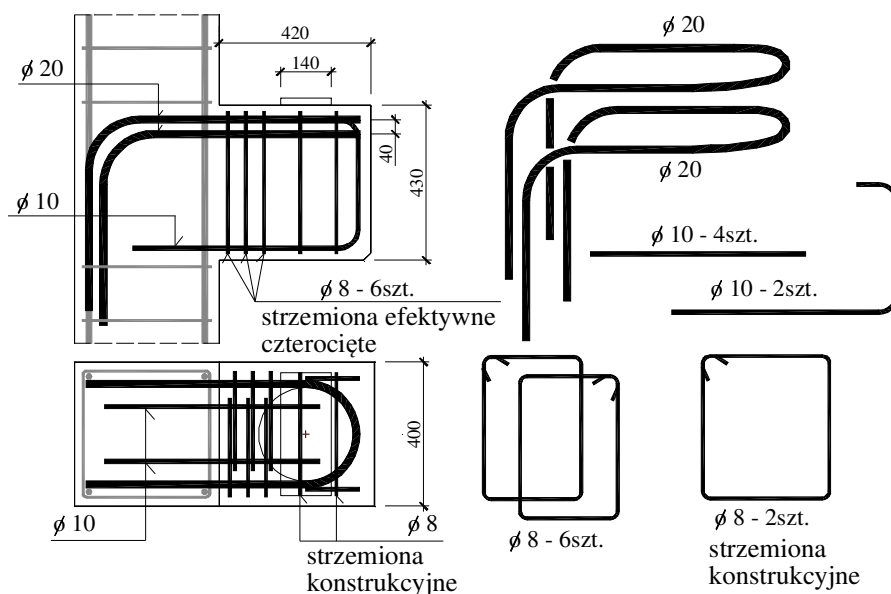
$$F_{bt} \leq \frac{260 \cdot 21,43}{\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{2 \cdot 20} \right)} = 111436 \text{ N} = 111,4 \text{ kN} \quad \text{– dla pętli } \text{Ø}20.$$

Nośność zakotwienia generowana przez dwie pętle Ø20 wynosi: $4 \cdot 111,4 = 445,6 \text{ kN}$ jest większa od wymaganej siły $F_{td} = 410,5 \text{ kN}$. Należy jednak zauważyć, że dwie pętle muszą być umieszczone w wsporniku w dwóch warstwach, co spowoduje zmniejszenie ramienia sił wewnętrznych i wzrost siły w zbrojeniu głównym. Żeby uniknąć ponownego obliczania sił należy zwiększyć wysokość wspornika, tak aby zachować ten sam kąt nachylenia krzyżulca ściskanego $50,44^\circ$, co wymusza zwiększenie wysokości wspornika o około 25 mm. Na rysunku 5.5 zwiększono wysokość z pewnym zapasem o 30 mm.



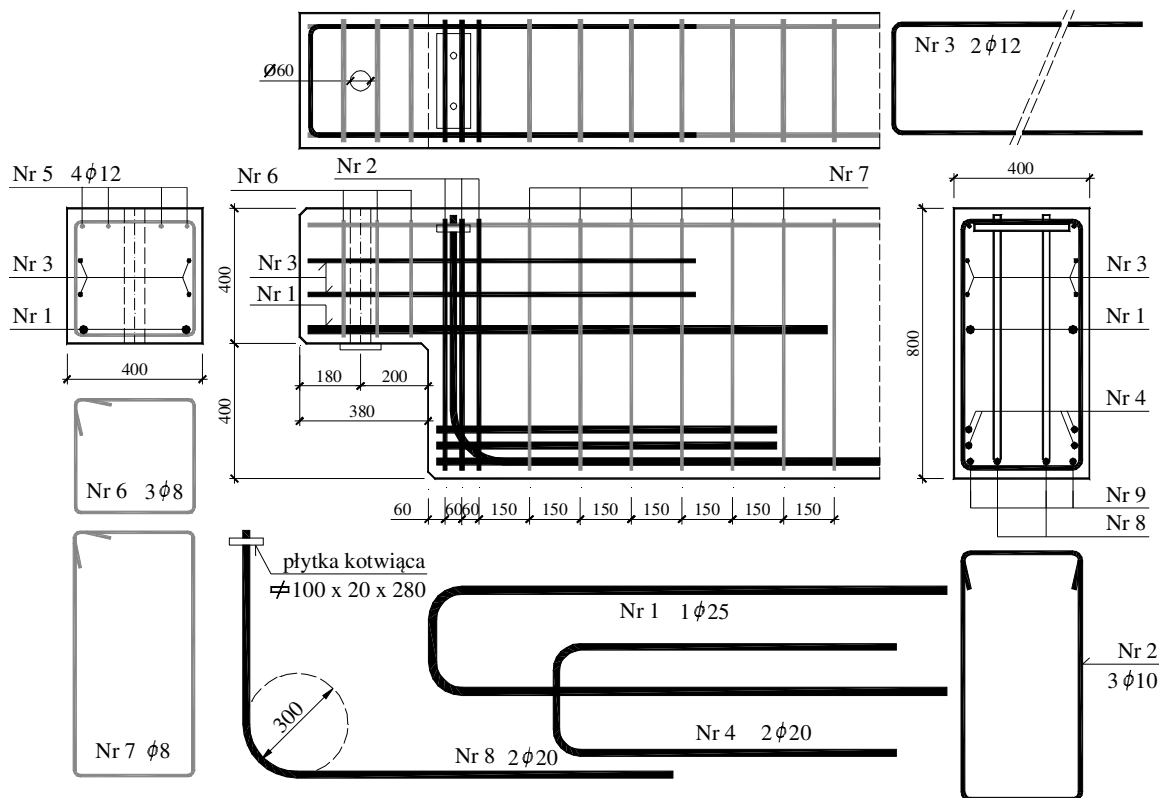
Rys. 5.5. Wymiary wspornika ze zbrojeniem głównym w postaci dwóch pętli z prętów Ø20

Od krawędzi wewnętrznej podkładki do początków łuków pętli pozostają proste odcinki o długości 70 mm, które stanowią dodatkowe zakotwienie zbrojenia głównego. Ostateczna konstrukcja wspornika ze zbrojeniem głównym w postaci pętli została przedstawiona na rys. 5.6.



Rys. 5.6. Konstrukcja wspornika ze zbrojenie pętlowym

Kotwienie zbrojenia od strony końca wspornika nastręcza znaczne trudności konstrukcyjne, stąd bardzo często jedynym skutecznym sposobem jest stosowanie mechanicznych płytek kotwiących, tak jak to pokazano na rys. 5.7 dla wspornika belkowego. To alternatywne rozwiązanie konstrukcji zbrojenia z przykładu 4.1, polega na zastąpieniu części strzemion podwieszających zbrojeniem o większej średnicy. Pozwala to na zrezygnowanie z kłopotliwych w montażu strzemion czteroramiennych i zastąpieniu ich dwuramiennymi. Można również w tym wypadku wykorzystać zbrojenie główne, odginając część prętów do góry pod kątem prostym.

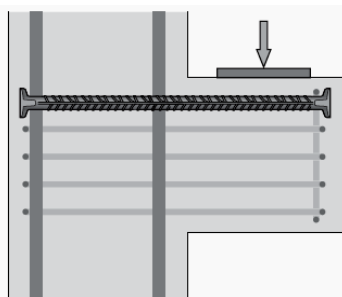


Rys. 5.7. Alternatywny sposób zbrojenia wspornika z przykładu 4.1 (por. rys. 4.9)

Innym możliwym rozwiązaniem skracającym długość zakotwienia jest wykorzystanie specjalnych systemów firmowych. Na rysunku 5.8 pokazano specjalny typ zbrojenia firmy HALFEN [4], do stosowania jako zbrojenie główne krótkich wsporników. Zakotwienie zbrojenia jest tutaj osiągane za pomocą główki, stanowiącej element zakotwienia mechanicznego. Rozwiązanie to znacznie ułatwia konstruowanie zbrojenia krótkich wsporników (rys. 5.9) i ostatnio jest przedmiotem badań ośrodków naukowych między innymi [5].



Rys. 5.8. Elementy zbrojenia głównego systemu HSC firmy HALFEN ze specjalnie dobraną główką kotwiącą



Rys. 5.9. Przykład konstrukcji wspornika z zastosowaniem zbrojenia HSC

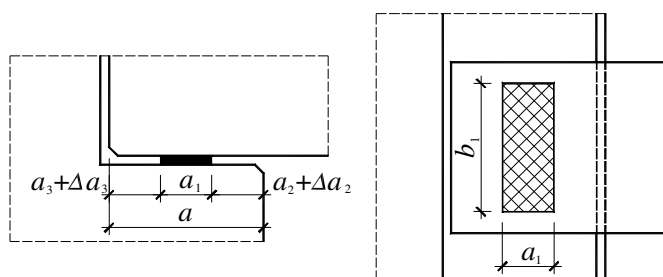
5.2. Wpływ odchylek wykonawczych na konstruowanie wsporników

Jednym z często spotykanych w praktyce projektowej błędów jest nieuwzględnianie przy konstruowaniu zbrojenia odchylek wykonawczych (produkcyjnych i montażowych). Eurokod 2 [1] w odniesieniu do projektowania łożysk elementów współpracujących narzuca niżej przedstawione wymagania. Nominalną długość potrzebną do umieszczenia prostego podparcia (patrz rys. 5.10) można obliczyć ze wzoru:

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + \sqrt{\Delta a_2^2 + \Delta a_3^2}$$

w którym:

- a_1 – długość podparcia netto wyznaczona ze względu na naprężenie na powierzchni podparcia:
 $a_1 = F_{Ed} / (b_1 \cdot f_{Rd})$, ale nie mniej niż minimum według tablicy 10.2EN [1],
- F_{Ed} – obliczeniowa wartość reakcji podporowej,
- b_1 – szerokość podparcia netto,
- f_{Rd} – obliczeniowa wytrzymałość na docisk,
- a_2, a_3 – patrz rys. 5.10,
- Δa_2 – poprawka ze względu na odchyłki odległości między elementami podpierającymi (patrz tablica 10.5EN [1]),
- Δa_3 – $l_n / 250$ (l_n – długość elementu).



Rys. 5.10. Przykład podparcia – oznaczenia

Tablica 10.2EN. Minimalne wartości a_1 w [mm]

Względne naprężenie na powierzchni podparcia, σ_{Ed} / f_{cd}	$\leq 0,15$	$0,15 \div 0,4$	$> 0,4$
Podpory liniowe (stropy, dachy)	25	30	40
Stropy żebrowe i płatwie	55	70	80
Podpory skupione (belki)	90	110	140

Tablica 10.3EN. Odległość a_2 w [mm] od krawędzi elementu podpierającego uznana za nieskuteczną; w przypadkach (-) należy stosować poduszki betonowe

Materiał i rodzaj podparcia	σ_{Ed} / f_{cd}	$\leq 0,15$	$0,15 \div 0,4$	$> 0,4$
Stalowe	wzdłuż linii skupione	0	0	10
		5	10	15
Żelbetowe, beton $\geq C30$	wzdłuż linii skupione	5	10	15
		10	15	25
Betonowe i żelbetowe, beton $< C30$	wzdłuż linii skupione	10	15	25
		20	25	35
Murowane	wzdłuż linii skupione	10	15	(-)
		20	25	(-)

Tablica 10.4EN. Odległość a_3 w [mm] poza zewnętrzną krawędzią elementu podpieranego, uznana za nieskuteczną

Wymagania konstrukcyjne dotyczące zbrojenia	Podparcie	
	wzdłuż linii	skupione
Pręty ciągłe nad podporami (zamocowanymi lub nie)	0	0
Pręty proste, pętle poziome blisko końca elementu	5	15, ale nie mniej niż otulenie końca
Cięgna lub pręty proste odsłonięte na końcu elementu	5	15
Pionowe pętle zbrojenia	15	Otulenie końca plus wewnętrzny promień zagięcia

Tablica 10.5EN. Poprawki Δa_2 ze względu na odchylenia w świetle między licami podpór (l = rozpiętość)

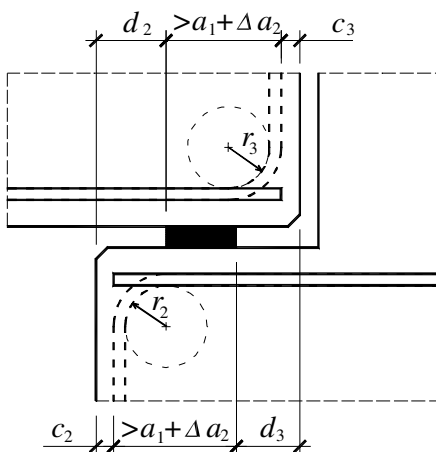
Materiał podpory	Δa_2
Stal lub beton prefabrykowany	$10 \leq \frac{l}{1200} \leq 30 \text{ mm}$
Mur lub beton układany na budowie	$15 \leq \frac{l}{1200} + 5 \leq 40 \text{ mm}$

Jeżeli nie ma innych ustaleń, to za wytrzymałość obliczeniową betonu w strefie podparcia można przyjmować:

$$f_{Rd} = 0,4 f_{cd} \quad \text{w przypadku połączeń suchych,}$$

$$f_{Rd} = f_{bed} \leq 0,85 f_{cd} \quad \text{we wszystkich pozostałych przypadkach.}$$

Jeżeli w celu uzyskania równomiernego nacisku na podporze zastosowano podkładki z zaprawy, neoprenu lub inne podobne, to za obliczeniową szerokość podpory można przyjąć jej szerokość rzeczywistą.



Rys. 5.11. Przykład konstruowania zbrojenia przy podporze

Zastosujmy te zasady do przykładu 4.1

Obliczamy potrzebny wymiar podkładki dla połączenia suchego:

$$a_1 = \frac{F_{Ed}}{b_1 \cdot f_{Rd}} = \frac{300}{340 \cdot 0,4 \cdot 21,43} \approx 103 \text{ mm,}$$

i stwierdzamy, że przyjęta podkładka o wymiarze 120 mm spełnia wymagania. Naprężenia w podkładce neoprenowej wynoszą:

$$\sigma_{Ed} = \frac{300 \cdot 10^3}{120 \cdot 340} = 7,35 \text{ MPa,}$$

a względne naprężenie jest:

$$\frac{\sigma_{Ed}}{f_{cd}} = \frac{7,35}{21,43} = 0,34,$$

dla którego z tablicy 10.2EN odczytujemy minimalny wymiar podkładki $a_1 = 110 \text{ mm}$ i stwierdzamy, że przyjęty wymiar 120 mm spełnia również wymagania normowe (patrz rys. 4.4).

Z tablicy 10.3EN odczytujemy wartość $a_2 = 15 \text{ mm}$ dla przyjętego betonu C30 i naprężeń względnych 0,34. Z tablicy 10.4EN ustalamy minimalną wartość a_3 , która dla analizowanego przypadku wynosi co najmniej 15 mm i nie mniej niż otulenie końca, które przyjęto – $c = 30 \text{ mm}$. Te ustalenia dotyczą zastosowanego zbrojenia w postaci pętli. Na podstawie tablicy 10.5EN ustalamy możliwą odchyłkę montażową, która dla belki o długości 9 m powinna spełniać warunek:

$$10 \leq \frac{l}{1200} = \frac{9000}{1200} = 7,5 \leq 30,$$

decydująca jest wartość minimalna $\Delta a_2 = 10 \text{ mm}$.

Obliczamy odchyłkę Δa_3 :

$$\Delta a_3 = \frac{9000}{250} = 36 \text{ mm}.$$

Obliczamy:

$$a_2 = 120 - \Delta a_2 = 120 - 10 = 110 \text{ mm},$$

$$a_3 = 120 - 36 = 84 \text{ mm},$$

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + \sqrt{\Delta a_2^2 + \Delta a_3^2} = 120 + 110 + 84 + \sqrt{10^2 + 36^2} = 351,4 \text{ mm}$$

i stwierdzamy, że wymagana nominalna długość podparcia jest mniejsza od przyjętej wynoszącej 380 mm (patrz rys. 4.4).

Sprawdzamy zakotwienie zbrojenia typu pętlowego na podporach z uwzględnieniem odchyłek montażowych:

$$d_2 = c_2 + \Delta a_2 = 30 + 10 = 40 \text{ mm} < 120 \text{ mm},$$

$$d_3 = c_3 + \Delta a_3 = 30 + 36 = 66 \text{ mm} < 120 \text{ mm}$$

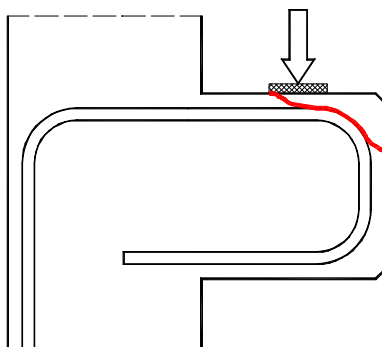
i stwierdzamy, że przyjęte wymiary są większe od wymaganych. Gdyby w złączu były zastosowane odgięcia pionowe, to dla prętów $\varnothing 25$ minimalny promień zagięcia należałoby przyjąć $r = 7 / 2 \cdot 25 = 87,5 \text{ mm}$ i wymagane wymiary wynosiłyby:

$$d_2 = c_2 + \Delta a_2 + r_2 = 30 + 10 + 87,5 = 127,5 \text{ mm} > 120 \text{ mm},$$

$$d_3 = c_3 + \Delta a_3 + r_3 = 30 + 36 + 87,5 = 153,5 \text{ mm} > 120 \text{ mm},$$

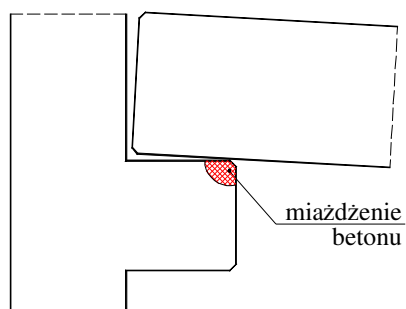
co oznaczałoby, że przyjęte wymiary nie spełniały wymagań normowych. Wniosek stąd płynący – **kotwienie za pomocą pętli poziomych jest korzystniejsze ze względów konstrukcyjnych.**

Jakie skutki może rodzić nieuwzględnienie odchyłek montażowych pokazuje rys. 5.12, na którym kolorem czerwonym zaznaczono pęknięcie betonu w górnym fragmencie wspornika.



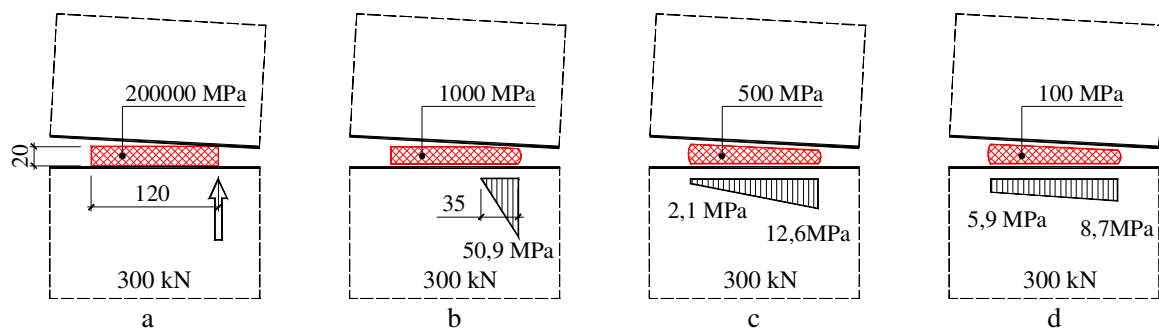
Rys. 5.12. Przykład wadliwego zakotwienia zbrojenia głównego od strony końca wspornika

Inny możliwy sposób uszkodzenia krótkiego wspornika na jego górnej zewnętrznej krawędzi może być wynikiem koncentracji naprężeń wskutek obrotu podpieranej belki na podporze (patrz rys. 5.13). Reakcja podporowa jest w takiej sytuacji przekazywana na krawędź wspornika, czego końcowym efektem jest miażdżenie betonu. Tego typu błędy należy eliminować podkładkami centrującymi usytuowanymi w miejscach ustalonych według wcześniej przedstawionych zasad.



Rys. 5.13. Przykład uszkodzenia wspornika (zmiażdżenia betonu) w wyniku obrotu elementu podpieranego

Bardzo ważny jest również odpowiedni dobór podkładki, pod względem jej odkształcalności. Na rysunku 5.14 przedstawiono wyniki analizy skuteczności podkładek o różnym module odkształcalności. Podkładka stalowa generuje przekazywanie reakcji w postaci siły skupionej (rys. 5.14a). Dopiero podkładka o module odkształcalności 100 MPa (rys. 5.14d) powoduje w miarę równomierny rozkład naprężeń. Stosunek modułów sprężystości betonu do podkładki wynosi w tym wypadku ponad 300. Chcąc chronić konstrukcję przed przypadkowymi uszkodzeniami miażdżenia betonu, należy zatem dobierać odpowiednio „miękkie” podkładki neoprenowe.



Rys. 5.14. Rozkład naprężeń pod podkładkami o różnych modułach sprężystości

LITERATURA

- [1] PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2, Projektowanie konstrukcji z betonu, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] Nagrodzka-Godycka K.: Wsporniki żelbetowe. Badania, teoria, projektowanie. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2001, s. 263.
- [3] PN-B-03264:2002 – Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [4] Materiały reklamowe firmy HALFEN.
- [5] Nagrodzka-Godycka K., Seroka D., Sikora M.: Krótkie wsporniki słupa w dwuetapowej realizacji konstrukcji wsporczych. 56 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB – Krynica 2010, s. 571÷578.

