

Monografie Politechniki Łódzkiej

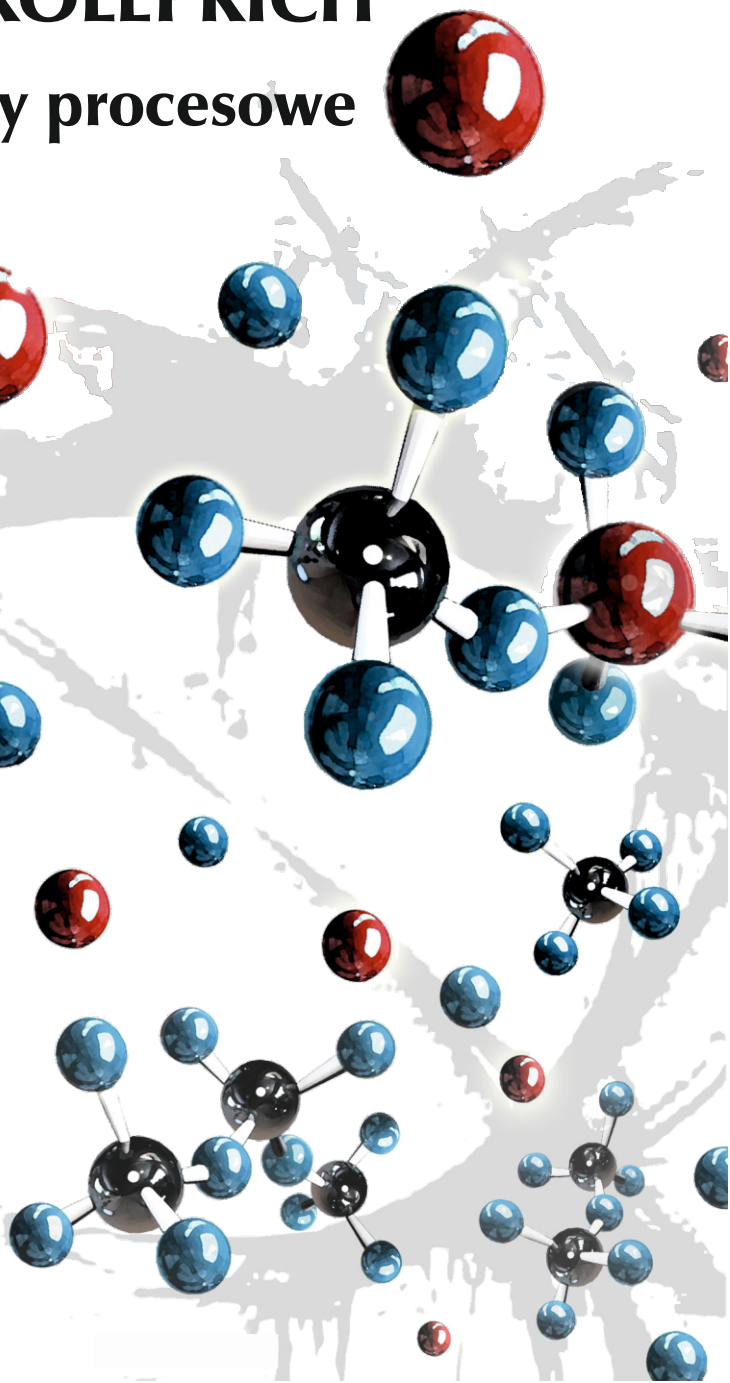
Czesław Kuncewicz

MIESZANIE CIECZY WYSOKOLEPKICH

Podstawy procesowe



Łódź 2012



CZESŁAW KUNCEWICZ

MIESZANIE CIECZY WYSOKOLEPKICH
Podstawy procesowe

Monografie Politechniki Łódzkiej

Łódź 2011

Recenzenci: **prof. dr hab. inż. Michał Dyląg**
prof. dr hab. inż. Andrzej Heim

KOMITET REDAKCYJNY
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

Przewodniczący: **prof. dr hab. inż. Piotr Wodziński**
Redaktor Naukowy Wydziału: **prof. dr hab. inż. Piotr Wodziński**
Redaktor serii Monografie: **prof. dr hab. inż. Piotr Wodziński**

Projekt okładki:
Aleksandra Pawłowska

© Copyright by Politechnika Łódzka 2012

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223
tel./fax 42-684-07-93
e-mail: zamowienia@info.p.lodz.pl
www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISBN 978-83-7283-463-8

Nakład 250 egz. Ark. druk. 19 . Papier offset. 80 g, 70 x 100
Druk ukończono w lutym 2012 r.
Wykonano w Drukarni Quick-Druk, 90-562 Łódź, ul. Łąkowa 11
Nr 2004

SPIS TREŚCI

SPIS OZNACZEŃ.....	7
1. WPROWADZENIE	11
1.1. Zakres i przeznaczenie książki	11
1.2. Pojęcie płynu, makroskopowe własności płynu	13
2. CYRKULACJA CIECZY W MIESZALNIKU	19
2.1. Intensywność mieszania	25
3. MIESZADŁA WSTĘGOWE	28
3.1. Moc mieszania mieszadeł wstępowych	28
3.1.1. Równania korelacyjne w formie funkcji potęgowych	35
3.1.2. Zastosowanie analogii przepływu Couette'a	42
3.1.3. Analiza wielkości oporu cieczy względem elementu obrotowego w mieszalniku	47
3.1.4. Wykorzystanie metod modelowania matematycznego	51
3.1.5. Wpływ poszczególnych parametrów geometrycznych mieszadła na moc mieszania	52
3.1.5.1. Wpływ prześwitu	53
3.1.5.2. Wpływ skoku wstęgi mieszadła	56
3.1.5.3. Liczba wstęp	58
3.1.5.4. Szerokość wstęgi	60
3.1.6. Nietypowe rozwiązania konstrukcyjne mieszadeł wstępowych ...	60
3.2. Czasy homogenizacji	63
3.2.1. Zależność pomiędzy czasem homogenizacji τ_m a czasem cyrkulacji τ_c	71
3.2.2. Wpływ szerokości wstęgi na czas homogenizacji	72
3.2.3. Wpływ prześwitu na czas homogenizacji	73
3.2.4. Wpływ skoku wstęgi mieszadła na czas homogenizacji	75
3.2.5. Wpływ liczby wstęp mieszadła na czas homogenizacji	76
3.2.6. Zależności korelacyjne określające czas homogenizacji	77
3.3. Mieszanie cieczy nienewtonowskich	78
3.3.1. Podział cieczy nienewtonowskich	78
3.3.1.1. Obliczanie lepkości pozornej dla płynów reostabilnych ..	85
3.3.2. Wyznaczanie szybkości ścinania w mieszalniku na podstawie uproszczonych modeli	86
3.3.3. Doświadczalne wyznaczanie średniej szybkości ścinania w mieszalniku	89
3.3.4. Zależności korelacyjne określające średnią szybkość ścinania cieczy w mieszalniku	90
3.3.5. Ciecze sprężystolepkie	98

3.4. Wymiana ciepła w mieszalniku	105
3.4.1. Współczynniki wnikania ciepła na ścianie mieszalnika	107
3.4.2. Metody pomiaru współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika	109
3.4.2.1. Metoda termiczna	109
3.4.2.2. Metoda elektrochemiczna	115
3.4.2.3. Metoda z wykorzystaniem lokalnego źródła ciepła	116
3.4.3. Zależności korelacyjne dotyczące współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika	117
3.4.4. Zastosowanie modeli fenomenologicznych do opisu wymiany ciepła	130
3.4.5. Wykorzystanie metod CFD do modelowania wymiany ciepła...	136
3.5. Mieszadła o pracy cyklicznej i zmiennym kierunku obrotów	148
4. MIESZADŁA KOTWICOWE	169
4.1. Moc mieszania	170
4.1.1. Układy złożone mieszadeł	176
4.1.2. Wpływ węzownic i prętów zamocowanych w mieszalniku na moc mieszania	180
4.2. Średnia szybkość ścinania cieczy w mieszalniku	181
4.2.1. Ciecze posiadające granicę płynięcia	191
4.3. Wymiana ciepła na ścianie mieszalnika	195
4.3.1. Ciecze newtonowskie	196
4.3.2. Ciecze nienewtonowskie	201
4.3.3. Mieszadła skrobakowe	206
4.3.4. Wymiana ciepła do węzownic	209
5. MIESZADŁA ŚLIMAKOWE	216
5.1. Czasy cyrkulacji oraz czasy zmieszania	217
5.2. Efektywność mieszania	225
5.3. Wymiana ciepła	230
5.4. Moc mieszania	233
6. MODELOWANIE HYDRODYNAMIKI MIESZALNIKA	246
6.1. Przegląd ogólny modeli	247
6.2. Modelowanie dla zakresu mieszania laminarnego	252
6.2.1. Dwuwymiarowe modele fenomenologiczne	253
6.2.2. Model 2D dla mieszadeł o łopatkach ustawionych prostopadle do płaszczyzny obrotów mieszadła	258
6.2.3. Model 2D dla mieszadeł o łopatkach ustawionych ukośnie do płaszczyzny obrotów mieszadła	261
6.2.3.1. Określenie dodatkowych sił działających na elementy cieczy w obszarze mieszadła	267

6.2.3.2. Rozwiązanie modelu	269
6.2.3.3. Rozwiązanie modelu 2D dla mieszadeł wstęgowych....	272
6.2.4. Modele 3D oraz model hybrydowy 3D/2D	275
6.3. Podsumowanie.....	283
SUMMARY	290

SPIS OZNACZEŃ

A – iloczyn liczb kryterialnych = $Lm \cdot Re$	[-]
a – dyfuzyjność termiczna = $\lambda / (c_p \rho)$	[m ² /s]
c – prześwit pomiędzy łapą (wstęgą) mieszadła a ścianką mieszalnika (D-d)/2	[m]
c _p – ciepło właściwe	[J/(kgK)]
C _n , C _t – stałe określone równaniami (6.46) oraz (6.47)	[-]
d – średnica mieszadła	[m]
d _t – średnica dyfuzora	[m]
d _w – średnica zewnętrzna rurki węzownicy	[m]
D – średnica mieszalnika	[m]
D _w – średnica podziałowa węzownicy	[m]
E – energia mieszania	[J]
E* – efektywność mieszania zdefiniowana równaniem (5.9)	[-]
F – powierzchnia	[m ²]
F _w – powierzchnia wstęgi	[m ²]
(eff) _{rel} – efektywność mieszania zdefiniowana równaniem (5.11)	[-]
H – wysokość cieczy w mieszalniku	[m]
h – wysokość łapy mieszadła	[m]
k – współczynnik konsystencji w równaniu potęgowym	[Pa·s ⁿ]
k – liczba falowa (rozdział 6)	[1/m]
K _c – bezwymiarowa liczba cyrkulacji = $N \cdot \tau_c$	[-]
K _m – bezwymiarowa liczba mieszania = $N \cdot \tau_m$ określona równaniem (2.17)	[-]
K _p – bezwymiarowa liczba cyrkulacji pierwotnej = $V_p / (Nd^3)$	[-]
K _s – współczynnik w równaniu (3.56) Metznera i Otto	[-]
K _{sc} – bezwymiarowa liczba cyrkulacji wtórnej = $V_s / (Nd^3)$	[-]
M – moment obrotowy na wale mieszadła	[Nm]
N – częstość obrotowa mieszadła	[obr/s]
N ₁ – pierwsza różnica naprężeń normalnych	[N/m ²]
N ₂ – druga różnica naprężeń normalnych	[N/m ²]
N _a – liczba prętów mocujących jedną wstęgę mieszadła	[-]
N _k – częstość obrotowa mieszadła kotwicowego	[obr/s]
N _r – liczba wstęg	[-]
N _t – częstość obrotowa mieszadła turbinowego	[obr/s]

m – stosunek odchylenia standardowego do wartości średniej	[-]
n – wskaźnik płynięcia w równaniu potęgowym	[-]
n_p – liczba łap mieszadła	[-]
p – skok wstęgi	[m]
p – ciśnienie (rozdział 6)	[N/m ²]
p^* – ciśnienie bezwymiarowe określone równaniem (6.36)	[-]
P – moc mieszania	[W]
P_ϕ, P_r, P_z – składowe dodatkowej siły w obszarze mieszadła	[N]
P_n, P_t – siły oporów kształtu oraz oporów tarcia	[N]
r – promień	[m]
r^* – promień bezwymiarowy $= r/R_2$	[-]
R_1 – promień mieszadła	[m]
R_2 – promień mieszalnika	[m]
R_c – średni promień wstęgi	[m]
R_N – stosunek N_t/N_k	[-]
q – strumień cieplny	[W]
s – stosunek d/D	[-]
T – temperatura	[K]
$T_{\acute{s}c}$ – temperatura ścianki	[K]
u – bezwymiarowa prędkość obwodowa cieczy w mieszalniku $= u_\phi/(\pi dN)$	[-]
w – bezwymiarowa prędkość promieniowa cieczy w mieszalniku $= u_r/(\pi dN)$	[-]
v – bezwymiarowa prędkość osiowa cieczy w mieszalniku $= u_z/(\pi dN)$	[-]
w, w_i – szerokość wstęgi zewnętrznej i wewnętrznej	[m]
V – objętość mieszalnika	[m ³]
V_p – cyrkulacja pierwotna w mieszalniku	[m ³ /s]
V_s – cyrkulacja wtórna w mieszalniku	[m ³ /s]
u_ϕ, u_r, u_z – odpowiednio prędkość obwodowa, promieniowa i osiowa w mieszalniku	[m/s]
z – współrzędna pionowa	[m]
α – współczynnik wnikania ciepła	[W/(m ² K)]
α_{lok} – lokalny współczynnik wnikania ciepła	[W/(m ² K)]
β – kąt	[°]
δ_t – grubość warstwy termicznej	[m]
ε – szybkość dyssypacji energii	[W/kg]
Φ – bezwymiarowa funkcja prądu $= \psi/(Nd^3)$	[-]

$\dot{\gamma}$ – szybkość ścinania	[1/s]
η – lepkość dynamiczna	[Pas]
η_{ae} – lepkość zastępcza w mieszalniku	[Pas]
η_p – lepkość plastyczna płynu Bingham	[Pas]
η^* – lepkość bezwymiarowa określona równaniem (3.156)	[-]
φ – kąt	[rad]
λ – przewodnictwo cieplne	[W/(mK)]
λ – stosunek = R_2/H (rozdział 6)	[-]
ν – lepkość kinematyczna	[m ² /s]
ρ – gęstość	[kg/m ³]
ψ – funkcja prądu (rozdział 2)	[m ³ /s]
ψ_1, ψ_2 – współczynniki naprężeń normalnych (rozdział 3)	[Ns ² /m ²]
τ – naprężenia styczne	[Pa]
τ_c – czas cyrkulacji	[s]
$\bar{\tau}_c$ – średni czas cyrkulacji	[s]
τ_m – czas zmieszania	[s]
τ_0 – naprężenia graniczne	[Pa]
ω – częstość obrotowa cieczy	[rad/s]
ω_0 – częstość obrotowa mieszadła	[rad/s]
ω^* – bezwymiarowa częstość obwodowa cieczy = ω/ω_0	[-]
ζ – współczynnik oporu	[-]

Moduły bezwymiarowe

$$\text{Re} = \frac{Nd^2\rho}{\eta}, \quad \text{Re}_{ae} = \frac{d^2N^{2-n}\rho}{k(K_s)^{n-1}}, \quad \text{Re}_n = \frac{Nd^2\rho}{k}, \quad \text{Re}^* = \frac{d^2N^{2-n}\rho}{k},$$

$$\text{Re}^* = \frac{\omega_0 \cdot R_2^2}{\nu} \quad - \text{liczby Reynoldsa},$$

$$\text{Fr}^* = \frac{\omega_0^2 \cdot R_2^2}{g \cdot H} \quad - \text{liczba Frouda}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p \eta}{\lambda} \quad - \text{liczba Prandtla},$$

$$\text{Lm} = \frac{P}{n^3 d^5 \rho} \quad - \text{liczba mocy},$$

$$K_p = \frac{V_p}{Nd^3}, \quad K_{sc} = \frac{V_s}{Nd^3} \quad - \text{bezwymiarowe liczby cyrkulacji pierwotnej i wtórnej}.$$

1. WPROWADZENIE

1.1. Zakres i przeznaczenie książki

Mieszanie płynów jest niewątpliwie jedną z najczęściej spotykanych operacji jednostkowych w szeroko rozumianym przemyśle przetwórczym. Zdaniem autora prezentowanej monografii, ze względu właśnie na częstość występowania i pewnego rodzaju jej „pospolitość”, operacja ta jest niedoceniana szczególnie w aspekcie praktycznym. Z drugiej strony, mieszanie jest procesem, który w sposób szczególny wiąże prace badawcze z praktyką przemysłową, a opracowania inżynierskie konkretnych rozwiązań nie powinny pozostawać bez wsparcia zaawansowanych analiz teoretycznych oraz badań podstawowych. Stąd też ciągle wzrastająca liczba publikacji dotyczących omawianej tematyki. W chwili obecnej, w globalnej sieci informacyjnej, jaką stanowi Internet, dostępnych jest kilkadziesiąt tysięcy czasopism oraz ponad 500000 stron internetowych o tematyce związanej z mieszaniem. Tak duża liczba informacji wymaga usystematyzowania. Ze względu na zastosowanie, zagadnienia związane z procesem mieszania podzielono na sześć kategorii:

- hydrodynamika cieczy,
- mieszalnik jako wymiennik ciepła,
- wytwarzanie zawiesiny ciała stałego w cieczy i rozpuszczanie,
- dyspersja gaz-ciecz i absorpcja,
- ciecze wzajemnie nierozpuszczalne, emulsje i ekstrakcja,
- ciecze wzajemnie rozpuszczalne i reaktory.

W związku z dużą liczbą możliwych rozwiązań teoretycznych i praktycznych w zakresie poszczególnych kategorii, istnieje konieczność ciągłego eksperymentowania, dokonywania wielokrotnych prób na modelach w różnych skalach, jak również prac w zakresie numerycznych symulacji przepływów. Coraz wyższe wymagania stawiane produktom końcowym wymagają starannego przygotowania surowców w poszczególnych stadiach produkcji. Na przykład, od właściwego i szybkiego ujednolicenia mieszaniny reakcyjnej, w przypadku szybkich reakcji egzotermicznych, zależy nie tylko jakość produktu końcowego, ale nawet kierunek przebiegu reakcji. Sposób i szybkość mieszania reagentów jest więc najistotniejszym zagadnieniem przy projektowaniu reaktorów, ponieważ proces mieszania ma bardzo ważny wpływ na przebieg reakcji. Zagadnieniami tymi zajmują się specjaliści od mikromieszania i ten obszar badań znajduje należne mu miejsce w teorii reaktorów. Analiza mikromieszania jest domeną przede wszystkim badaczy specjalizujących się w przepływach burzliwych. Dodatkowo, ważny i nierozwiązany do tej pory problem równań dymkających teorii ruchu burzliwego czyni analizę mikromieszania problemem szczególnie skomplikowanym.

Mieszanie cieczy wysokolepkich przebiega zawsze w zakresie ruchu laminarnego lub głęboko laminarnego, zwanego często przepływem pełzającym. Nie występowanie w tym przypadku problemów związanych z teorią burzliwości nie oznacza jednak, że analiza mieszania cieczy wysokolepkich jest zagadnieniem dużo prostszym. Pojawiają się bowiem problemy związane np. z koniecznością uwzględnienia właściwości całej gamy płynów nienewtonowskich oraz analizą efektywności mieszania pod względem energetycznym. Ciecze o dużych lepkościach posiadają z zasady właściwości reologiczne niepodlegające prostemu prawu Newtona. Wysoka lepkość jest również przyczyną dużego zapotrzebowania mocy do napędu mieszadła, ponieważ moc jest wprost proporcjonalna do lepkości cieczy. Duża moc mieszania wymusza konieczność określania jej wartości już na etapie projektowania, szczególnie w przypadku mieszalników o dużych wymiarach.

Na podstawie badań laboratoryjnych oraz na podstawie wieloletnich doświadczeń przemysłowych ustalono, że do mieszania cieczy wysokolepkich, takich jak stopione polimery, pasty, masy bitumiczne, lakiery, pulpy, farby, żywice, smoły itp., najlepiej nadają się mieszadła wąskoprześwitowe, czyli mieszadła wstęgowe, kotwicowe oraz ślimakowe pracujące w dyfuzorze. Nieco mniej popularnymi rozwiązaniami są w tym przypadku mieszadła ramowe, skrobakowe i ślimakowe pracujące bez dyfuzora. Z wymienionych powyżej wszystkich typów mieszadeł na szczególną uwagę zasługują mieszadła wstęgowe i ślimakowe. Podczas pracy wytwarzają dużą cyrkulację wtórną praktycznie w całym obszarze mieszalnika niezależnie od lepkości cieczy mieszanej. Duża cyrkulacja promieniowo-osiowa zdecydowała, że właśnie te typy mieszadeł znalazły największą popularność w zastosowaniach praktycznych.

Uwzględniając powyższe, w prezentowanej monografii przyjęto budowę segmentową. Poza dwoma wstępnymi rozdziałami, jej trzy następne rozdziały merytorycznie dotyczą mieszadeł wstęgowych, kotwicowych oraz ślimakowych. Każdy typ mieszadła jest rozpatrywany z punktu widzenia analizy hydrodynamiki dla danego układu mieszalnik – mieszadło, czasów zmieszania, współczynników wnikania ciepła, mocy mieszania oraz efektywności mieszania. Zależnie od typu mieszadła szczegółowość analizy jest przesunięta w odpowiednich kierunkach.

Ostatni, szósty rozdział poświęcony jest zagadnieniu modelowania hydrodynamiki w mieszalniku w ruchu laminarnym. Jest to ukłon w stronę nowoczesnych i coraz bardziej popularnych metod związanych z zastosowaniem technik CFD, wspomagających proces projektowania. W rozdziale tym skupiono się bardziej na omówieniu dostępnych w literaturze przedmiotu poszczególnych autorskich modeli, niż na omówieniu istniejących na rynku pakietów zintegrowanych. Omówienie tych ostatnich można znaleźć w stosunkowo łatwo dostępnej literaturze naukowej oraz literaturze komercyjnej.

Ze względu na obszerność omawianej tematyki, w monografii nie uwzględniono mieszania z wykorzystaniem mieszadeł statycznych oraz mieszania w układach wielofazowych. Autor uważa, iż są to samodzielne tematy, które być może doczekają się również odpowiednich opracowań.

Prezentowana monografia jest przeznaczona dla studentów wyższych lat studiów kierunków inżynierii chemicznej, technologii chemicznych, mechanicznych oraz pokrewnych. Powinna ona być szczególnie przydatna dla studentów wykonujących prace dyplomowe, jako pomoc przy opracowaniach literaturowych rozdziałów prac dyplomowych oraz dla słuchaczy studiów doktoranckich wyżej wymienionych kierunków.

Obok pomocy dla studentów, książka ta ma również ambicję być przydatną dla projektantów stykających się w swojej pracy zawodowej z problemami mieszania cieczy o dużych lepkościach, ponieważ w chwili obecnej nie istnieją uniwersalne metody pozwalające na właściwy dobór typu mieszadła i jego parametrów geometrycznych w zależności od głównego celu mieszania, lepkości cieczy oraz jej właściwości reologicznych.

1.2. Pojęcie płynu, makroskopowe własności płynu

W zależności od ciśnienia i temperatury, wszystkie ciała materialne w przyrodzie występują w trzech podstawowych stanach skupienia: **stałym, ciekłym i gazowym**. Każdy z tych stanów charakteryzuje się zdecydowanie różną ruchliwością cząsteczek lub atomów, z których ciało jest zbudowane.

Najmniejszą ruchliwością odznaczają się cząstki lub atomy ciała stałego. Atomy znajdują się w stałych odległościach od siebie i wykonują ruch drgający wokół własnych położeń równowagi. Amplituda drgań uzależniona jest od struktury wewnętrznej ciała oraz jego temperatury. Im wyższa temperatura, tym większa amplituda drgań, stąd ruch taki nazywany jest często „ruchem cieplnym”.

Jeżeli zaczniemy podgrzewać ciało stałe, czyli zwiększać jego temperaturę, będziemy jednocześnie zwiększać amplitudę wychyleń jego atomów lub cząsteczek z położeń równowagi i możemy doprowadzić do stanu, w którym wychylenia poszczególnych atomów będą ze sobą kolidowały, co w konsekwencji może doprowadzić do zmiany położeń równowagi sąsiadujących ze sobą cząsteczek lub atomów (*Prosnak, 1970*). Odpowiada to pewnej średniej energii kinetycznej cząsteczek ciała, czyli jego temperaturze. Wartość tej temperatury nazywamy *temperaturą topnienia*. Jeśli możliwość zmiany położeń równowagi dotyczyć będzie wszystkich atomów lub cząsteczek to oznacza, że osiągnęliśmy **stan ciekły**. Przechodzenie ze stanu stałego w ciekły nie odbywa się natychmiastowo, gdyż nie wszystkie cząstki muszą posiadać w tym samym czasie odpowiednie zasoby energetyczne. Dlatego podczas dostarczania energii do ciała stałego

znajdującego się w temperaturze topnienia, przez pewien czas współistnieją ze sobą faza stała i faza ciekła. W fazie ciekłej energia kinetyczna poszczególnych cząstek czy atomów jest na tyle duża, że nie posiadają one już swoich stałych położeń równowagi i są w stanie przemieszczać się w obrębie całej fazy ciekłej, chociaż w każdym nowym położeniu nadal istnieją siły spójności z sąsiednimi cząstkami.

Jeśli będziemy nadal doprowadzać do rozpatrywanego układu energię cieplną, zwiększając tym samym energię kinetyczną poszczególnych jego cząstek, to możemy doprowadzić do sytuacji, że któraś z cząsteczek cieczy znajdującej się na powierzchni swobodnej będzie posiadać tak duże zasoby energetyczne, że będzie w stanie pokonać siły spójności i wydostać się poza fazę ciekłą. Tego rodzaju incydentalne przypadki podlegają zasadom przypadkowości i dlatego mają miejsce dla dowolnego średniego stanu energetycznego cieczy. Opisane zjawisko nosi nazwę parowania cieczy i przebiega w każdej temperaturze, w której istnieje faza ciekła. Przy pewnej temperaturze zwanej *temperaturą wrzenia* średnia energia cząsteczek cieczy jest na tyle duża, że są one w stanie pokonać siły spójności z sąsiednimi cząstkami nie tylko wtedy, kiedy znajdują się na powierzchni cieczy, ale również kiedy są wewnątrz fazy stałej. Ciecz przechodzi w *fazę gazową*.

W fazie gazowej (istnieje pewna różnica pomiędzy fazą gazową a fazą parową) średnie odległości poszczególnych cząsteczek gazu od siebie są na tyle duże, że praktycznie brak jest wzajemnych oddziaływań, z wyjątkiem krótkich okresów czasu, kiedy na skutek chaotycznych ruchów cieplnych cząstki znajdują się blisko siebie, na przykład podczas zderzenia.

Opisem praw i zależności obowiązujących w fazie stałej zajmuje się dział nauki zwanej *fizyką ciała stałego*, natomiast opisem stanu gazowego zajmuje się dział fizyki zwanej *kinetyczno-molekularną teorią gazu*.

Najmniej poznaną i opisaną fazą jest faza ciekła. Wynika to z faktu, że jest ona fazą pośrednią pomiędzy dwiema krańcowymi fazami i siłą rzeczy posiada częściowo właściwości obu wspomnianych faz, które diametralnie się różnią w opisie formalnym.

Jak już wspomniano, w fazie ciekłej brak jest stałych położeń równowagi cząstek. Poszczególne cząstki tylko przez pewien czas, zwany często „czasem życia osiadłego” τ_0 , mogą znajdować się w określonym położeniu, by w następnym momencie *ruchem przeskoku* przemieścić się w nowe miejsce, oddalone od poprzedniego o pewną odległość. Jest to nowe miejsce „życia osiadłego” cząstki. Wykorzystując wielkość τ_0 , można określić cechę *plynności*. Jeśli czas t działania zewnętrznej siły odształcającej przyłożonej do fazy ciekłej jest dużo dłuższy od czasu „życia osiadłego”, to ruchliwe molekuly fazy ciekłej mają odpowiednio dużo czasu, aby ustąpić przed działaniem tej siły z większą lub mniejszą

prędkością. Wtedy nawet mała siła jest w stanie wywołać przemieszczanie się molekuł, czyli przepływ cieczy. Z powyższego rozumowania wynika, że płynność zachodzi wtedy, jeśli

$$\frac{t}{t_0} \gg 1 \quad (1.1)$$

Jeśli natomiast

$$\frac{t}{t_0} \ll 1 \quad (1.2)$$

to mamy do czynienia z ciałem stałym, gdyż w tym przypadku wartość t_0 dąży do nieskończoności.

Przykładowo, dla wody czas $t_0 \approx 10^{-11}$ s, a dla smoły $t_0 \approx 1$ s (*Puzyrewski i Sawicki, 2000*). Zatem w warunkach technicznych zawsze będzie istniał przepływ wody po przyłożeniu sił zewnętrznych. Bardziej niejednoznacznie jest w przypadku smoły. Jeśli czas t działania siły zewnętrznej jest bardzo krótki (uderzenie), to znany jest fakt pęknięcia smoły pod wpływem uderzenia, zatem układ zachowuje się jak ciało stałe. Jeżeli zaś czas działania siły jest bardzo długi w porównaniu z wartością t_0 , to smoła w tych warunkach będzie wykazywała słabe cechy płynności.

Drugą bardzo ważną cechą płynów jest **ciągłość płynu** i wiążące się z tym określeniem, pojęcie **elementu płynu**. Należy wyjść z obserwacji, że dowolne makroskopowe właściwości płynu są wielkościami statystycznymi. Gęstość, temperatura czy ciśnienie nie miałyby sensu fizycznego, jeśli dotyczyłyby na przykład pojedynczej cząstki. Zatem parametry te posiadają jedynie sens fizyczny wtedy, kiedy dotyczą objętości płynu, w której zawarta jest odpowiednio duża liczba cząsteczek. Przykładowo, gęstość płynu ρ , która jest stosunkiem masy płynu do jego objętości ΔV nie może być określona dla objętości ΔV , której wymiar liniowy jest bliski czy nawet mniejszy od średniej drogi swobodnej cząsteczki. Ze statystycznego punktu widzenia, w objętości takiej nie mogłoby się znaleźć zbyt duża liczba cząstek, a w krańcowym przypadku mogłoby tam nie być żadnej cząstki. W płynie rzeczywistym przejście $\Delta V \rightarrow 0$ nie ma zatem sensu. Nie można określić gęstości, temperatury, ciśnienia, prędkości itp. w pewnym wybranym punkcie przestrzeni, a jedynie w punkcie przestrzeni wraz z jego najbliższym otoczeniem, czyli wraz z objętością ΔV . Objętość ta pozostaje w ścisłym związku z pojęciem **elementu płynu**.

Elementem płynu rzeczywistego będziemy nazywać taką jego objętość ΔV , której wymiary liniowe są wielkościami małymi wyższego rzędu w porównaniu z wymiarami naczynia zawierającego płyn, ale która – z drugiej strony – zawiera

tak dużą liczbę cząsteczek płynu, że właściwości makroskopowe płynu określone w stosunku do tej objętości zachowują swój sens (Prosnak, 1970; Matras, 2006).

Wprowadzone pojęcie elementu płynu dotyczy przede wszystkim cieczy oraz gazów pod ciśnieniem zbliżonym do ciśnienia atmosferycznego. Dla gazów rozrzedzonych kryterium ciągłości ośrodka definiuje się za pomocą liczby Knudsen K_n , która jest stosunkiem średniej drogi swobodnej cząstki l do charakterystycznego wymiaru naczynia L

$$K_n = \frac{l}{L} \quad (1.3)$$

Ośrodek w tym przypadku uważa się za ośrodek ciągły, jeśli $K_n > 0,01$ co oznacza, że rozmiar objętości ΔV powinien być co najmniej 100 większy od średniej drogi swobodnej cząstki.

Makroskopowe właściwości płynu

Założmy, że pewna objętość V jest wypełniona w sposób ciągły płynem. Jeśli z całej objętości płynu wyodrębnimy jego element ΔV , to elementowi temu będzie przypisana pewna masa Δm oraz ciężar tego elementu ΔG , w jednorodnym polu sił ciężkości. ***Gęstością płynu*** ρ nazywamy stosunek

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1.4)$$

Jeśli płyn jest jednorodny, wtedy

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.5)$$

Podobnie definiujemy ***ciężar właściwy*** γ , który jest stosunkiem

$$\gamma = \frac{\Delta G}{\Delta V} \quad (1.6)$$

a dla płynu jednorodnego

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad (1.7)$$

Ponieważ $\Delta G = g \cdot \Delta m$, to możemy napisać

$$\gamma = \rho g \quad (1.8)$$

Jednostką gęstości jest $[\text{kg}/\text{m}^3]$, natomiast jednostką ciężaru właściwego $[\text{N}/\text{m}^3]$.

Ścisłością cieczy jest zdolność do zmiany objętości pod wpływem sił zewnętrznych (ciśnienia). Miarą tej zdolności jest współczynnik ścisłości β_p wyrażony zależnością

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V_p}{\Delta p} \quad (1.9)$$

gdzie ΔV_p oznacza zmianę pierwotnej objętości V przy wzroście ciśnienia o Δp . Po przekształceniu równania (1.9) można uzyskać zależność określającą nową objętość cieczy V_1 przy wzroście ciśnienia o wartość Δp

$$V_1 = V(1 - \beta_p \Delta p) \quad (1.10)$$

Wartości β_p [1/Pa] dla cieczy są bardzo małe. Przykładowo, w warunkach normalnych dla wody $\beta_p = 0,49 \cdot 10^{-9}$ 1/Pa, dla gliceryny $\beta_p = 0,21 \cdot 10^{-9}$ 1/Pa, dla alkoholu etylowego $\beta_p = 1,81 \cdot 10^{-9}$ 1/Pa (*Mały poradnik mechanika, 1985*). Ze względu na małe wartości współczynnika ściśliwości w obliczeniach technicznych zmiany objętości cieczy ze zmianą ciśnienia z zasady nie uwzględnia się.

Rozszerzalność cieplną płynu określa się jako jego zmianę objętości pod wpływem dodatniego lub ujemnego przyrostu temperatury. Miarą tej własności jest współczynnik rozszerzalności cieplnej β_t wyrażający względną zmianę objętości przy zmianie temperatury o 1°K

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{\Delta V_t}{\Delta t} \quad (1.11)$$

I podobnie jak poprzednio, po przekształceniu równania (1.11) możemy określić nową objętość V_1 przy wzroście temperatury o wartość Δt

$$V_1 = V(1 + \beta_t \Delta t) \quad (1.12)$$

Współczynnik rozszerzalności cieplnej w warunkach normalnych dla wody wynosi 0,0081 1/K, dla gliceryny 0,0005 1/K, dla alkoholu etylowego 0,0011 1/K. Woda wraz ze wzrostem temperatury w zakresie 0÷4° zmniejsza swoją objętość, a powyżej 4°C zaczyna się rozszerzać (*Mały poradnik mechanika, 1985*). Dla wody wartość β_t początkowo rośnie wraz ze wzrostem ciśnienia, by potem dla temperatury około 50°C maleć ze wzrostem ciśnienia (*Sobota, 1994*). Jest rzeczą ważną i ciekawą, że woda w temperaturze 4°C posiada najmniejszą objętość.

Lepkość cieczy określa jej zdolność do przenoszenia naprężeń stycznych podczas ścinania. Zgodnie z hipotezą Newtona naprężenie styczne τ w płynie jest wprost proporcjonalne do szybkości ścinania $\dot{\gamma}$ (*Kemblowski, 1973*)

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (1.13)$$

gdzie η [Pas] jest dynamicznym współczynnikiem lepkości.

Przez szybkość ścinania należy rozumieć gradient prędkości w kierunku prostopadłym do kierunku przepływu cieczy. Wyprowadzenie zależności (1.13) można znaleźć w p. 3.3.1 prezentowanej książki, w którym omówiono sposoby obliczania lepkości pozornej cieczy nienewtonowskich.

Wszystkie płyny spełniające zależność (1.13) noszą nazwę płynów newtonowskich i zazwyczaj są to ciecze o małych masach cząsteczkowych oraz wszystkie gazy. W warunkach normalnych wartość lepkości wody wynosi $1 \cdot 10^{-3}$ Pas, oleju silnikowego ok. 0,3 Pas, gliceryny (100%) 1,49 Pas. Lepkość gazów jest rzędu $2 \cdot 10^{-5}$ Pas.

Płyny, które nie spełniają zależności (1.13) są określane jako płyny nie-newtonowskie.

Literatura

1. Kembłowski Z., (1973), *Reometria płynów nieniuonowskich*, WNT, Warszawa.
2. *Mały poradnik mechanika. Tom I.*, (1985), Praca zbiorowa, WNT, Warszawa.
3. Matras Z., (2006), *Podstawy mechaniki płynów i dynamiki przepływów cieczy nienewtonowskich*, Wydawnictwa Politechniki Krakowskiej, Kraków.
4. Prosnak W., (1970), *Mechanika płynów. Statyka płynów i dynamika cieczy*, PWN, Warszawa.
5. Puzyrewski R., Sawicki J., (2000), *Podstawy mechaniki płynów i hydrauliki*, PWN, Warszawa.
6. Sobota J., (1994), *Hydraulika. Tom I*, Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Wrocław.

2. CYRKULACJA CIECZY W MIESZALNIKU

Niezależnie od tego, w jakim zakresie ruchu odbywa się przepływ cieczy w mieszalniku, pełny jego opis nastręcza wiele trudności. Nawet dla zakresu głęboko laminarnego w każdym punkcie mieszalnika obserwujemy zawsze trzy składowe prędkości. Fakt ten ma bezpośredni wpływ na wiele wielkości użytkowych, takich jak współczynniki wnikania ciepła, moc mieszania czy czasy homogenizacji. Uzyskanie dobrego wymieszania cieczy, czyli uzyskanie możliwie jednorodnej mieszaniny, odpowiedniej z technologicznego punktu widzenia, związane jest zawsze bezpośrednio ze sposobem cyrkulacji cieczy wewnątrz mieszalnika. Ogólnie można stwierdzić, że im bardziej nieuporządkowany jest ruch cieczy w mieszalniku, tym szybciej nastąpi jej wymieszanie. Ze względów oczywistych najbardziej nieuporządkowany ruch obserwujemy w ruchu burzliwym, kiedy mieszaniu podlegają ciecze o stosunkowo małej lepkości. W ruchu laminarnym, w którym burzliwość cieczy praktycznie nie istnieje, staramy się wytworzyć w mieszalniku strugi cieczy, które nakładając się powodują skomplikowany ruch przestrzenny powodując tym samym ich wzajemne wymieszanie. Kierunek przepływu każdej ze strug cieczy można zawsze rozłożyć na dwa wzajemnie prostopadłe kierunki, które z formalnego punktu widzenia nazwane są cyrkulacją pierwotną oraz cyrkulacją wtórną cieczy w mieszalniku. Pierwsza z nich związana jest z pierwotnym ruchem okrężnym cieczy i spowodowana jest obrotem elementu mieszającego, czyli obrotem łopatki mieszadła wokół osi mieszalnika. Gdyby rzutować wektory prędkości poszczególnych elementów płynu na płaszczyznę poziomą, ich obrazem byłyby linie zamknięte.

Wartość liczbowa cyrkulacji pierwotnej V_p definiuje się jako objętościowe natężenie przepływu cieczy w mieszalniku w kierunku obwodowym i jej wymiarem jest $[m^3/s]$. Ze względu na zależność funkcjonalną składowej obwodowej $u_\phi = f(r,z)$, przy zaniedbaniu jej zmian w kierunku obwodowym wartość V_p wyrazi się całką (2.1)

$$V_p = \int_0^R \int_0^Z u \, dr \, dz \quad [m^3/s] \quad (2.1)$$

gdzie R jest promieniem mieszalnika, a Z wysokością cieczy w mieszalniku.

Wartość V_p zależy od skali mieszalnika i operowanie taką wielkością bezwzględną jest niewygodne. Z tego względu w literaturze przedmiotu przyjęło się operować bezwymiarową liczbą cyrkulacji pierwotnej K_p definiowaną zależnością (2.2)

$$K_p = \frac{V_p}{Nd^3} \quad (2.2)$$

Cyrkulacja wtórna, czyli cyrkulacja promieniowo-osiowa związana jest z efektem pompującym każdego mieszadła i zgodnie z równaniem (2.3) jej wartość liczbową V_s [m^3/s] oznacza objętościowe natężenie przepływu cieczy w kierunku promieniowo-osiowym. Jeśli założymy brak rozkładu prędkości w kierunku obwodowym, wtedy dla wiru dolnego (rys. 2.1) otrzymamy

$$V_{s1} = \int_{r_{01}}^R u_z 2\pi r dr \quad (2.3)$$

gdzie r_{01} oznacza jądro cyrkulacji wtórnej wiru dolnego w mieszalniku (tę samą wartość V_{s1} wyrażoną równaniem (2.3) można również uzyskać na podstawie rozkładu wartości składowej promieniowej u_r).

Jeśli w mieszalniku istnieją dwa lub więcej wirów, wtedy całkowita cyrkulacja wtórna jest sumą wszystkich objętościowych natężeń przepływu w poszczególnych wirach

$$V_s = V_{s1} + V_{s2} + \dots V_{sn} \quad (2.4)$$

Podobnie jak w przypadku cyrkulacji pierwotnej również i tym razem posługujemy się bezwymiarową liczbą cyrkulacji wtórnej K_{sc} określonej równaniem (2.5)

$$K_{sc} = \frac{V_s}{Nd^3} \quad (2.5)$$

Cyrkulacja wtórna odgrywa bardzo ważną rolę w teorii i praktyce mieszania, gdyż decyduje ona o szybkości mieszania konwekcyjnego w mieszalniku. Gdyby założyć istnienie w mieszalniku tylko cyrkulacji pierwotnej, wtedy poszczególne elementy płynu poruszałyby się po współśrodkowych okręgach, nie powodując tym samym wzajemnego wymieszania.

Bardzo często wartość V_s dzielimy na wydajność pompowania V_{pom} oraz cyrkulację indukowaną V_i (Norwood i Metzner, 1960; Nagata i wsp., 1960).

$$V_s = V_{pom} + V_i \quad (2.6)$$

Wydajność pompowania V_{pom} należy rozumieć jako wielkość strumienia cieczy przepływającego przez obszar mieszadła (obszar zakreślony przez łopatki obracającego się mieszadła). Na rys. 2.1 strumień ten oznaczono jako obszar wypełniony szarym odcieniem. Uważa się, że właśnie w tym strumieniu cieczy następuje jej najbardziej intensywne mieszanie. Pozostała część cyrkulacji wtórnej nazwana jest cyrkulacją indukowaną V_i i jest ona efektem wtórnym wydajności pompowania V_{pom} . W tym strumieniu mieszanie cieczy jest zazwyczaj mniej intensywne. Większe znaczenie praktyczne ma wartość wydajności

pompowania, którą to wartość często wyznacza się doświadczalnie, całkując rozkład prędkości promieniowej lub osiowej wzdłuż odpowiedniego obrysu mieszańdła (*Nagata i wsp.*, 1959; *Błasiński i Tyczkowski*, 1967) lub w przypadku mieszańdła ślimakowego pracującego w dyfuzorze, mierząc objętościowe natężenie przepływu tej strugi poza obszarem mieszańdła (*Seichter*, 1981). Podobnie jak poprzednio, wymiarową wielkość V_{pom} można wyrazić za pomocą bezwymiarowej wielkości K_{pom}

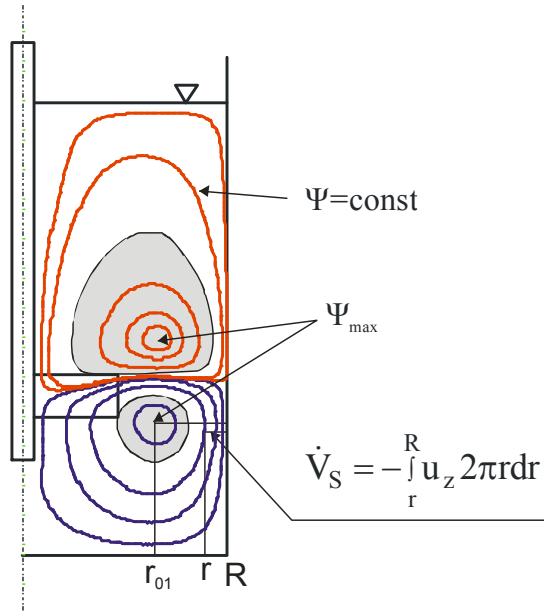
$$K_{\text{pom}} = \frac{V_{\text{pom}}}{Nd^3} \quad (2.7)$$

Badania doświadczalne niektórych autorów (*Sash i Rushton*, 1950; *Nagata i wsp.*, 1959) wskazują, że w ruchu burzliwym ogólna cyrkulacja wtórna w mieszalniku jest w przybliżeniu równa podwojonej wydajności pompowania. Można więc na podstawie znajomości wydajności pompowania wnioskować o całkowitej cyrkulacji promieniowo-osiowej w mieszalniku.

Obok metod bezpośrednich bazujących na pomiarze rozkładu prędkości w mieszalniku istnieją metody pośrednie pomiaru wydajności pompowania mieszańdeł. Polegają one na pomiarze średniego czasu cyrkulacji cieczy w mieszalniku τ_c lub w przypadku mieszańdeł o działaniu osiowym, na pomiarze siły oddziaływania strugi cieczy wypływającej z obszaru mieszańdła na dno mieszalnika. Obie wymienione metody były stosowane przez „czechosłowacką szkołę mieszania” i więcej na ten temat można znaleźć w klasycznych pracach Fořta i współpracowników (*Hruby i Žaloudik*, 1965; *Fořt*, 1967; *Fořt i Tomes*, 1967; *Fořt i Sedlakova*, 1968; *Fořt i wsp.*, 1971).

Oprócz metod czysto doświadczalnych, dzięki którym możemy wyznaczyć wartość cyrkulacji wtórnej V_s , możemy również określić jej wartość na podstawie rozważań teoretycznych, korzystając z pewnych funkcji występujących w mechanice płynów. Szczególnie przydatną funkcją jest tutaj funkcja prądu ψ . Dla ruchu ustalonego linia $\psi = \text{const}$ jest jednocześnie linią prądu, czyli trajektorią elementu płynu poruszającego się wraz ze strumieniem cyrkulacyjnym cieczy. W cylindrycznym układzie współrzędnych, przy pominięciu rozkładów prędkości w kierunku obwodowym w mieszalniku, funkcja prądu określona jest równaniem (2.8) i jest ona ściśle związana ze składowymi prędkości u_z oraz u_r

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -ru_z \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = ru_r \quad (2.8)$$



Rys. 2.1. Obliczanie wielkości cyrkulacji wtórnej w mieszalniku

Im większe jest zagęszczenie linii prądu ψ , tym większa jest wartość prędkości w kierunku prostopadłym do tych linii, czyli tym większe jest objętościowe natężenie przepływu cieczy w tym obszarze. Na podstawie rozkładu funkcji prądu w mieszalniku możemy łatwo określić wartość objętościowego natężenia przepływu w poszczególnych wirach. Wychodząc z równania (2.3), otrzymamy

$$\dot{V}_s = \int_r^R u_z 2\pi r dr = 2\pi \int_r^R u_z \cdot r dr \quad (2.9)$$

Łatwo zauważyć, że czynnik $u_z \cdot r dr$ występuje również w przekształconym równaniu (2.8). Wykorzystując to równanie oraz przyjmując dla nieruchomej ścianki i dna mieszalnika wartość funkcji prądu $\psi = 0$, a następnie całkując np. pierwsze z równań (2.8), uzyskamy bardzo użyteczną zależność pomiędzy wartością funkcji prądu a objętościowym natężeniem przepływu cieczy w przestrzeni pierścieniowej pomiędzy ścianką i rozpatrywanym punktem w mieszalniku (rys. 2.1)

$$\dot{V}_s = 2\pi \int_r^R u_z \cdot r dr = 2\pi \int_r^R d\Psi = -2\pi\Psi \quad (2.10)$$

Jeśli za pierwszą z granic całkowania przyjmimy położenie jądra cyrkulacji, wtedy dla $r=r_0$ mamy $\Psi = \Psi_{\max}$ i z równania (2.11) można obliczyć objętościowe natężenie przepływu cieczy w wirze dolnym

$$V_{s1} = -2\pi\Psi_{\max} \quad (2.11)$$

gdzie $\Psi_{\max}$ oznacza wartość funkcji prądu w jądrze cyrkulacji i w tym przypadku ze względu na kierunek obrotu wiru jest ona ujemna. Podobnie możemy wyznaczyć wartość cyrkulacji wtórnej w wirze górnym, a następnie z równania (2.4) obliczyć całkowitą cyrkulację wtórną V_s w mieszalniku.

Jeżeli obie strony równania (2.11) podzielimy przez czynnik (Nd^3) , wtedy zgodnie z równaniem (2.5) lewa strona równania (2.11) oznaczać będzie bezwymiarową liczbę cyrkulacji wtórnej K_{s1} , natomiast prawa strona bezwymiarową formę funkcji prądu Φ (Stręk, 1981). Jeśli dodatkowo w równaniu (2.11), przez sumowanie uwzględnimy całą cyrkulację wtórną w mieszalniku, wtedy możemy napisać

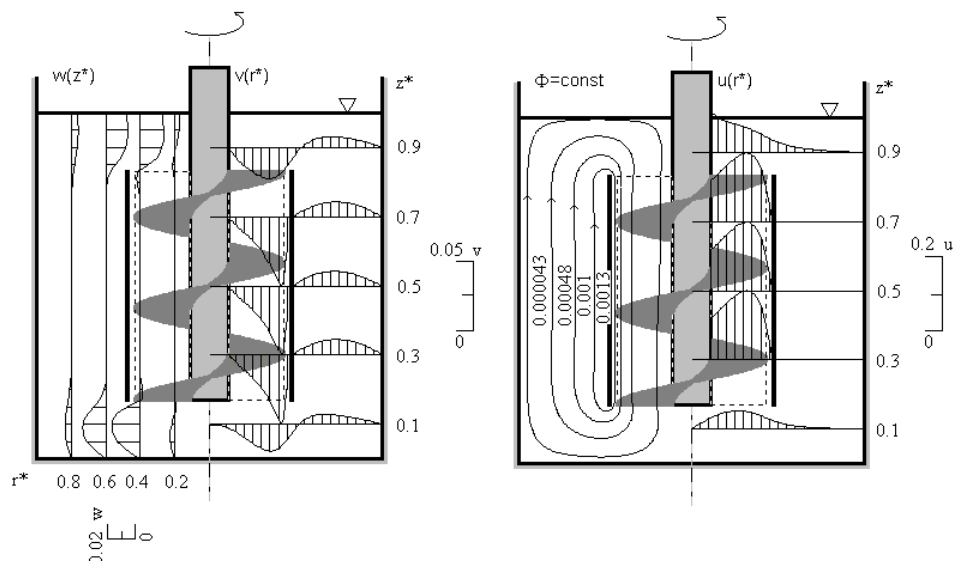
$$\Phi = -2\pi \frac{\Psi}{Nd^3} \quad (2.12)$$

gdzie Ψ oznacza sumaryczną bezwzględną wartość funkcji prądu w jądrach cyrkulacji poszczególnych wirów.

Podstawowym warunkiem do korzystania z zależności (2.10÷2.12) jest jednak znajomość rozkładu funkcji prądu w mieszalniku. Rozkłady tego typu funkcji uzyskujemy z reguły na podstawie rozwiązań modelowych lub na podstawie znanego rozkładu prędkości osiowych i promieniowych w mieszalniku. W tym ostatnim przypadku należy skorzystać z przekształconej postaci równania (2.10). Ta właśnie metoda była stosowana przez Fořta i wsp., 1972 oraz przez Nagatę, 1975 do uzyskania przebiegu linii $\Psi = \text{const}$ dla mieszadeł turbinowych o łopatkach prostych oraz łopatkach pochylonych.

Na rys. 2.2 (lewy) przedstawiono rozkłady bezwymiarowych prędkości osiowych v i promieniowych w oraz bezwymiarowej prędkości obwodowej u i bezwymiarowej funkcji prądu Φ (rysunek prawy) uzyskane z rozwiązania modelu dwuwymiarowego dla zakresu mieszania laminarnego (Kuncewicz i wsp., 2005).

Jak wynika z rys. 2.2, dla mieszadeł ślimakowych w mieszalniku tworzy się jeden wir cyrkulacji wtórnej obejmujący swym zasięgiem cały obszar mieszalnika. Jest to typowy przykład pętli cyrkulacyjnych dla mieszadeł o działaniu osiowym, czyli mieszadeł wstęgowych, ślimakowych oraz śmigłowych.



Rys. 2.2. Cyrkulacja cieczy w mieszalniku dla mieszadła ślimakowego, $Re = 1,0$

Objęściowe natężenie przepływu cieczy w kierunku promieniowo-osiowym mierzone wartością cyrkulacji wtórnej w mieszalniku bardzo łatwo jest powiązać z czasem cyrkulacji τ_c rozumianym jako średni czas potrzebny na wykonanie przez element cieczy jednej pełnej pętli cyrkulacyjnej. Znając wartość V_s , wartość τ_c można łatwo obliczyć jako stosunek objętości cieczy w mieszalniku do wartości całkowitej cyrkulacji wtórnej niezależnie od liczby tworzących się wirów

$$\tau_c = \frac{V}{V_s} \quad (2.13)$$

Czas ten można również określić na drodze doświadczalnej jako czas pomiędzy dwoma kolejnymi przejściami znacznika przez wybraną powierzchnię w tym samym kierunku (Foř, 1967). Czas cyrkulacji τ_c odgrywa dużą rolę w teorii mieszania. Wyniki wielu prac upoważniają do postawienia tezy, że czas zmieszania τ_m jest prostą wielokrotnością czasów cyrkulacji. Zazwyczaj uważa się (Nagata, 1975; Stręk, 1981; Guerin i wsp., 1984; Delaplace i wsp., 2000), że zawartość mieszalnika osiąga odpowiedni stopień zmieszania w ruchu laminarnym, gdy ciecz zakreśla w mieszalniku 3÷4 pętli cyrkulacyjnych.

Jeżeli przyjmiemy, że ciecz musi wykonać n pętli cyrkulacyjnych, aby osiągnąć odpowiedni stopień jednorodności, czyli

$$\tau_m = n \cdot \tau_c \quad (2.14)$$

oraz przyjmując, że bezwymiarowa liczba cyrkulacji K_{sc} w ruchu laminarnym jest wartością stałą (Nagata, 1975; Kuncewicz i wsp., 2005)

$$K_{sc} = \frac{V_s}{Nd^3} = k \quad (2.15)$$

to wstawiając do równania (2.14) zależności (2.13) i (2.15), otrzymamy

$$\tau_m = n \frac{V}{k \cdot Nd^3} \quad (2.16)$$

Przyjmując, że objętość mieszalnika $V \sim d^3$, z równania (2.16) po prostych przekształceniach otrzymamy

$$\tau_m \cdot N = K_m = \text{const} \quad (2.17)$$

Zależność (2.17) jest słuszna w obu zakresach ruchu (wartość iloczynu jest jednak zależna od charakteru ruchu) i jest ona podstawową formą prostego równania korelacyjnego opisującego czasy zmieszania dla poszczególnych typów mieszadeł w ruchu laminarnym i burzliwym. Więcej na ten temat można znaleźć w p. 3.2 prezentowanej monografii.

2.1. Intensywność mieszania

Pomimo, że w potocznym języku określenie „intensywność mieszania” jest zrozumiałe dla każdego, są jednak duże problemy kiedy chcemy wielkość tę określić w wartościach liczbowych. Do chwili obecnej brak jest właściwie uznanego, jednego kryterium określającego intensywność mieszania. Sprawia to duży kłopot w przypadku powiększania skali aparatów. Aby wyniki uzyskane w małej skali laboratoryjnej można było przenieść z wystarczającą dokładnością do skali przemysłowej, intensywności mieszania w dużej i małej skali powinny być podobne.

Przy braku uniwersalnego kryterium intensywności mieszania, w zagadnieniach praktycznych, stosuje się kilka kryteriów. Każde z nich ma swoje wady i zalety i każde z nich sprawdza się jedynie w ograniczonej ilości przypadków w zależności od tego co jest głównym celem mieszania (wymiana ciepła, czasy zmieszania, otrzymywanie emulsji, wytwarzanie suspensji, napowietrzanie cieczy itp.). Najczęściej stosowanymi kryteriami są takie wielkości jak:

- częstość obrotowa mieszadła N ,
- prędkość obwodowa końca łopatek mieszadła $u = \pi dN$,
- liczba Reynoldsa dla procesu mieszania $Re = Nd^2\rho/\eta$,
- moc mieszania odniesiona do jednostki objętości cieczy P/V lub do jednostki masy cieczy $P/V\rho$.

Z wymienionych powyżej kryteriów najprostszym jest kryterium uwzględniające częstość obrotową mieszadła. Jest ono jednak najrzadziej stosowanym kryterium, gdyż można je praktycznie stosować jedynie w przypadku mieszadeł tego samego

typu i mieszalników o tej samej wielkości. Wtedy gdy jest większa częstość obrotowa mieszadła, to jednocześnie jest większa intensywność mieszania. Łatwo zauważyć, że również pozostałe kryteria będą się zmieniały w tym samym kierunku. Drugie z kryteriów można stosować w niektórych przypadkach przy różnych skalach aparatów, ale dla tych samych typów mieszadeł. Kryterium prędkości końca łopatki mieszadła u uwzględnia bowiem i częstość obrotową N i podstawowy wymiar geometryczny, jakim jest średnica mieszadła d .

Częściej stosowanym od dwóch poprzednich kryteriów jest wartość liczby Reynoldsa Re . Dla tego samego typu mieszadła i tych samych liczb Reynoldsa, ale dla różnych skal aparatów cyrkulacje cieczy w obu mieszalnikach będą podobne (pomijając wpływ efektów brzegowych). Pozwala to na stosowanie liczby Reynoldsa do obliczania czasów zmieszania, współczynników wnikania ciepła czy mocy potrzebnej do podtrzymania ruchu cieczy w mieszalniku dla tego samego typu mieszadła i tego samego zakresu mieszania. Kryterium to zawodzi jednak przy porównywaniu mieszadeł różnych konstrukcji. Przykładem może być porównanie pracy mieszadła płytowego wykazującego duże opory z mieszadłem dyskowym czy zębatym, których opory są nieporównywalnie mniejsze. Pomimo równości liczb Reynoldsa, przepływy cieczy w mieszalniku w obu przypadkach będą się różniły diametralnie.

Stosunkowo najczęściej do oceny intensywności mieszania stosuje się wielkość P/V . Nie jest to kryterium uniwersalne, niemniej jest to jedyne kryterium, które z pewnymi zastrzeżeniami można stosować do porównywania pracy mieszadeł o różnych konstrukcjach. Kryterium to jest szczególnie przydatne w tych procesach mieszania, w których mamy do czynienia z wymianą masy w układach heterofazowych gaz-ciecz oraz ciecz-ciecz. W wielu zależnościach korelacyjnych określających wielkość kropeł cieczy czy pęcherzyków powietrza, a tym samym wielkość powierzchni międzyfazowej, pierwszoplanową rolę odgrywa wartość P/V (*Hobler i Zabłocki, 1966; Złokarnik i Judat, 1967; Einkenkel i Mersmann, 1977*). Ale nawet w tym przypadku kryterium P/V nie jest kryterium ogólnym. Obok wątpliwości merytorycznych (*Einkenkel i Mersmann, 1977; Mersmann i wsp., 1975*) należy wziąć pod uwagę również fakt, że pomimo równości wartości średnich P/V dla całej objętości mieszalnika, w przypadku mieszadeł o różnych konstrukcjach będzie istniał różny rozkład lokalnych wartości P/V (lub $P/V\rho$) wewnątrz mieszalnika.

Literatura

1. Błasiński H., Tyczkowski A., (1967), Hydrodynamiczna ocena niektórych parametrów geometrycznych mieszalnika. II. Analiza wydajności pompowania i energii pompowania, *Chem. Stosowana*, **IV**, 3, 275-289.
2. Delaplace G., Leuliet J.C., Relandeau V., (2000), Circulation and mixing times for helical ribbon impellers. Review and experiments, *Experiments in Fluids*, **28**, 170-182.

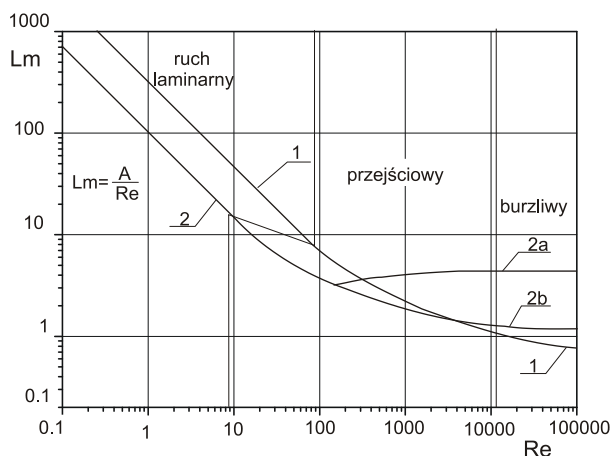
3. Einenkel W.D., Mersmann A., (1977), Erforderliche Drehzahl zum Suspendieren in Rührwerken, *Verfahrenstechnik*, **11**, 2, 90-94.
4. Fořt I., (1967), Studies on mixing. XIX. Pumping capacity propeller mixer, *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **32**, 3663-3678.
5. Fořt I., Gračková Z., Koza V., (1972), Studies on mixing. XXXV. Flow pattern in system with Aerial mixer and radial baffles, *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **37**, 2371-2385.
6. Fořt I., Sedláková V., (1968), Studies on mixing. XX. Pumping effect of high-speed rotary mixers., *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **33**, 3, 836-849.
7. Fořt I., Tómes L., (1967), Studies on mixing. XVIII. The action of a stream from a propeller mixer on the bottom of the mixing vessel, *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **32**, 3520-3529.
8. Fořt I., Valesová H., Kudrna V., (1971), Studies on mixing. XXVII. Liquid circulation in a system with axial mixer and radial baffles, *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **36**, 164-185.
9. Guérin P., Carreau P., Patterson W., Paris J., (1984), Characterization of Helical Impellers by Circulation Times, *Can. J. Chem. Eng.*, **62**, 301-309.
10. Hobler T., Zabłocki J., (1966), Über die Erzeugung von Suspensionen, *Chem. Techn.*, **18**, 11, 650-652.
11. Hruby M., Žaloudík P., (1965), Axialni silová složka míchadla, *Chem. průmysl.*, **40**, 469-472.
12. Kuncewicz C., Szulc K., Kurasiński T., (2005), Hydrodynamics of the tank with a screw impeller, *Chem. Eng. Proc.*, **44**, 766-774.
13. Mersmann A., Einenkel W.D., Käßler M., (1975), Auslegung und Massstabsvergrößerung von Rührapparaten, *Chem. Ing. Techn.*, **47**, 23, 953-964.
14. Nagata S., (1975), *Mixing principles and applications*. John Wiley & Sons, New York.
15. Nagata S., Yamamoto K., Hashimoto K., Naruse Y., (1959), Flow patterns of liquid in cylindrical mixing vessel with baffles, *Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ.*, **21**, 260-274.
16. Sachs J., Rushton J., (1954), Discharge flow from turbine type mixing impellers, *Chem. Eng. Progr.*, **50**, 12, 597-603.
17. Seichter P., (1981), Process characteristics of screw impellers with a draught tube for newtonian liquids. Pumping capacity of the impeller, *Coll. Czech. Chem. Commun.*, **46**, 2032-2042.
18. Stręk F., (1981), *Mieszanie i mieszalniki*, WNT, Warszawa.
19. Zlokarnik M., Judat H., (1969), Rohr- und Propellerrührer – eine wirkungsvolle Führerkombination zum gleichzeitigen Begasen und Aufwirbeln, *Chem. Ing. Techn.*, **41**, 23, 1270-1273.

3. MIESZADŁA WSTĘGOWE

Do mieszania cieczy wysokolepkich najczęściej stosujemy mieszadła wąskoprześwitowe, takie jak mieszadła kotwicowe, wstępowe lub ślimakowe. Mieszadła kotwicowe wytwarzają przede wszystkim okrężny strumień cieczy i charakteryzują się długimi czasami homogenizacji, a ze względu na stosowane bardzo małe prześwity pomiędzy obracającą łapą mieszadła a ścianką mieszalnika stosuje się je jedynie do intensywnej płaszczowej wymiany ciepła. Z kolei mieszadła ślimakowe i wstępowe pozwalają osiągnąć stosunkowo wysokie współczynniki wnikania ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej (Nagata, 1975; Ishibashi i wsp., 1979; Kuriyama i wsp., 1981; Kuriyama i wsp., 1983) oraz krótkie czasy zmieszania (Carreau i wsp., 1976; Takahashi i wsp., 1982a; Rieger i wsp., 1986). Mieszadła te jednak, ze względu na dużą średnicę (mieszadła wstępowe) oraz mały prześwit pomiędzy krawędzią mieszadła a ścianką mieszalnika, wymagają dużej mocy mieszania, dlatego też określenie mocy mieszania jest w tym przypadku bardzo istotne.

3.1. Moc mieszania mieszadeł wstępowych

Moc mieszania, niezależnie od sposobu uzyskania wyników, standardowo koreluje się w formie zależności liczby mocy L_m od liczby Reynoldsa Re . Na rys. 3.1 przedstawiono klasyczne przebiegi krzywych mocy $L_m = f(Re)$ dla przedstawiciela mieszadeł wąskoprześwitowych – mieszadła wstęgowego oraz dla mieszadła turbinowo-dyskowego. Jakościowo, przebiegi obu krzywych mocy są do siebie zbliżone. W obu przypadkach można mówić o zakresie ruchu laminarnego, w którym liczba mocy jest odwrotnie proporcjonalna do liczby Reynoldsa (wyjątkiem mogą być mieszadła kotwicowe) oraz o zakresie ruchu burzliwego, w którym liczba mocy przyjmuje najczęściej wartość stałą $L_m = K = \text{const.}$ Wartość liczby Reynoldsa, przy której następuje przejście z zakresu ruchu laminarnego w ruch burzliwy jest uzależniona od typu mieszadła. Dla mieszadeł o małych średnicach (mieszadła śmigłowe, turbinowe, łopatkowe), które czasami nazywane są mieszadłami otwartymi, prostoliniowa charakterystyka $L_m = f(Re)$ w układzie podwójnie logarytmicznym kończy się dla $Re \cong 10$ i zwyczajowo tę właśnie wartość liczby Reynoldsa uważa się za kres górny zakresu laminarnego. Dla mieszadeł wąskoprześwitowych ruch laminarny kończy się dla wartości $Re \cong 100$. Zwiększona wartość liczby Re wynika z większej średnicy mieszadeł wąskoprześwitowych, gdzie dla tej samej lepkości cieczy oraz tych samych częstości obrotowych N uzyskuje się większe wartości liczb Reynoldsa.



Rys. 3.1. Typowe krzywe mocy dla mieszadła wstęgowego (1), mieszadła turbinowego bez przegród (2b) oraz z przegradami (2a)

Za zakres mieszania burzliwego uważa się taki zakres liczb Reynoldsa, w którym krzywa mocy jest linią poziomą, czyli $L_m = K = \text{const}$. Dla mieszadeł o małych średnicach uzyskuje się to zazwyczaj dla $Re > 10^4$, natomiast dla mieszadeł wąskoprześwitowych i dla praktycznie stosowanych liczb Reynoldsa, krzywe mocy w układzie podwójnie logarytmicznym mają ciągłą tendencję opadającą. Jak wynika z rys. 3.1, bardzo istotną rolę w zapotrzebowaniu mocy do napędu mieszadeł odgrywają zainstalowane przegrody. Dodanie na przykład czterech przegród dla mieszadła turbinowo-dyskowego powoduje pięciokrotne zwiększenie zapotrzebowania mocy w ruchu burzliwym (*Strępek, 1981*). Pomimo jednak tak dużego zwiększenia mocy mieszania stosowanie przegród jest jednak najczęściej opłacalne.

W ruchu laminarnym dodanie przegród praktycznie nie powoduje zwiększenia mocy mieszania. Ze względu jednak na duże średnice mieszadeł wąskoprześwitowych, przegród w tym przypadku nie stosuje się. Odwrotna proporcjonalność liczby mocy od liczby Reynoldsa w ruchu laminarnym oznacza stałą wartość iloczynu obu modułów bezwymiarowych dla określonego mieszadła

$$L_m = \frac{A}{Re} \quad (L_m \cdot Re = A = \text{const}) \quad (3.1)$$

Uwzględniając definicję liczby mocy oraz liczby Reynoldsa w równaniu (3.1), uzyskujemy prostą zależność (3.2), z której możemy obliczyć moc mieszania $P[W]$, jeśli znana jest wartość stałej A dla określonego mieszadła

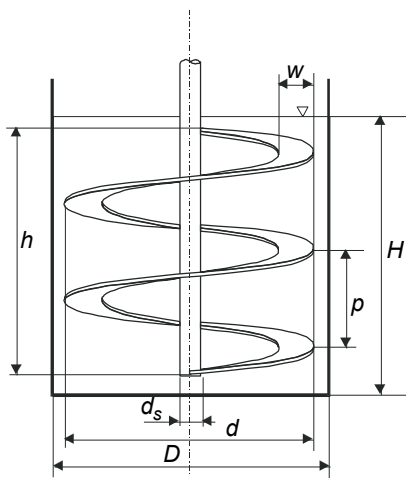
$$P = A \cdot N^2 d^3 \eta \quad (3.2)$$

W każdym przepływie laminarnym opory przepływu (moc mieszania) są niezależne od gęstości cieczy, natomiast są proporcjonalne do lepkości przepływającej (mieszanej) cieczy.

Wartość stałej A jest zależna od parametrów geometrycznych układu mieszało-mieszalnik, natomiast nie jest ona praktycznie zależna od skali aparatu (*Hall i Godfrey, 1970*), co jest dużym ułatwieniem przy projektowaniu mieszalników przemysłowych

$$Lm \cdot Re = A = f\left(\frac{d}{D}, \frac{p}{d}, \frac{w}{d}, \frac{h}{d}, \frac{l}{d}, \frac{H}{d}, N_r, \dots\right) \quad (3.3)$$

Liczba simpleksów geometrycznych uwzględnionych w równaniu (3.3) zależy w dużym stopniu od typu mieszadła. W przypadku mieszadeł wstęgowych najważniejsze parametry geometryczne przedstawione są rys. 3.2.



Rys. 3.2. Najważniejsze parametry geometryczne mieszadła wstęgowego

W tabeli 3.1 przedstawiono zebrane w literaturze przedmiotu dane dotyczące doświadczalnych wartości stałej $A = Lm \cdot Re$ dla ponad 180 różnych kombinacji geometrycznych mieszadła wstęgowego.

Tabela 3.1. Wartości stałej A w równaniu (3.1) oraz stałej K_s w równaniu (3.56) dla różnych układów geometrycznych mieszało wstęgowe-mieszalnik

Autorzy	d	D/d	w/d	p/d	h/d	H/d	N_r	K_s	A
Nagata i wsp., 1956	0,094	1,064	0,117	0,745	0,957	1,064	1		250
	0,094	1,064	0,117	1,112	0,957	1,064	1		192
	0,191	1,053	0,105	1,000	1,000	1,053	2		330
	0,285	1,053	0,105	1,000	1,000	1,053	2		302
Gray, 1963	0,216	1,059	0,118	0,753	0,941	1,176	2		420
Głuz i wsp., 1967	0,280	1,072	0,179	0,570	1,036	1,072	1	12,6	235

Hoogendoorn, den Hartog	0,240	1,042	0,091	0,610	0,938	1,090	2	480
Johnson, 1967	0,092	1,103	0,103	0,772	0,966	1,103	2	325
Ullrich i Schreiber, 1967	0,080	1,075	0,088	1,250	0,884	1,384	2	250
Zlokarnik, 1967	0,186	1,022	0,100	0,500	1,000	1,022	1	878
	0,284	1,021	0,100	1,000	1,000	1,021	1	710
	0,284	1,021	0,100	0,500	1,000	1,021	2	1000
	0,284	1,021	0,100	1,000	1,000	1,021	2	808
Bourne i Butler, 1969	0,262	1,125	0,121	0,388	1,192	1,372	2	450
	0,280	1,050	0,113	0,362	1,050	1,281	2	620
	0,872	1,048	0,109	0,362	1,048	1,279	2	620
Hall i Godfrey, 1970	0,038	1,11	0,135	0,517	1,010	1,136	1	27,0 230
	0,262	1,096	0,097	0,495	0,942	1,118	1	26,6 207
	0,262	1,096	0,097	1,000	0,996	1,118	2	26,1 250
	0,259	1,109	0,098	1,000	1,010	1,131	1	23,9 130
	0,509	1,099	0,100	1,000	1,000	1,121	2	246
Kappel i Seirbring, 1970	0,570	1,050	0,100	0,386	1,040	1,292	1	287
	0,570	1,050	0,100	0,527	1,040	1,292	1	228
	0,570	1,050	0,100	0,615	1,040	1,292	1	203
	0,570	1,050	0,100	1,054	1,040	1,292	1	144
	0,570	1,050	0,100	0,386	1,040	1,292	2	520
	0,570	1,050	0,100	0,615	1,040	1,292	2	390
	0,570	1,050	0,100	1,054	1,040	1,292	2	275
Reher i Bohm, 1970	0,210	1,190	0,114	1,280	1,000	1,190	1	130
	0,096	1,110	0,103	1,100	1,000	1,100	2	232
Zopf i Moser, 1970	0,420	1,071	0,100	0,667	1,000	1,070	1	207
Nagata i wsp., 1972		1,053	0,105	1,000	1,000		2	330
		1,053	0,105	1,000	1,000		1	210
		1,053	0,105	0,500	1,000		1	350
Ho i Kwong, 1973	1,737	1,053	0,100	0,526	1,032	1,053	1	290
		1,053	0,100	1,053	1,032	1,053	1	186
	1,737	1,053	0,100	0,526	1,032	1,053	2	426
		1,053	0,100	1,053	1,032	1,053	2	273
Rieger i wsp., 1973	0,096	1,053	0,100	1,000	1,000		2	36,7 281
	0,141	1,053	0,100	1,000	1,000		2	36,7 281
Mersmann i wsp., 1975		1,060	0,100	1,000	1,000	1,06	2	300
		1,020	0,100	1,000	1,000	1,02	2	416
		1,100	0,100	1,000	1,00	1,1	2	257
Nagata, 1975	0,190	1,053	0,105	1,000	1,000	1,050	2	330
	0,190	1,068	0,107	1,000	1,000	1,050	2	292
	0,190	1,079	0,108	1,000	1,000	1,050	2	265
	0,190	1,105	0,111	1,000	1,000	1,050	2	228
	0,190	1,158	0,116	1,000	1,000	1,050	2	200
	0,190	1,579	0,158	1,000	1,000	1,050	2	133
	0,190	1,053	0,105	0,753	1,000	1,050	2	382
	0,190	1,053	0,105	1,000	1,000	1,050	2	330
	0,190	1,053	0,105	1,253	1,000	1,050	2	292
Edwards i wsp., 1976	0,118	1,064	0,100	0,420	0,850	1,000	1	30,0 212
Havas i wsp., 1978	0,202	1,053	0,105	1,000	1,000	1,221	2	330
	0,376	1,053	0,105	1,000	1,000	1,221	2	330
	0,191	1,111	0,108	1,000	1,060	1,289	2	247

	0,356	1,111	0,108	1,000	1,060	1,289	2	247
	0,337	1,176	0,104	1,000	1,100	1,365	2	205
Błasiński, Kuncewicz, 1978	0,300	1,071	0,107	0,446	0,833	1,000	1	214
	0,300	1,111	0,090	0,463	0,925	1,000	1	214
	0,300	1,071	0,142	0,446	0,833	1,000	1	223
	0,300	1,071	0,071	0,446	0,883	1,000	1	201
	0,3000	1,071	0,107	0,357	0,883	1,000	1	238
	0,300	1,071	0,107	0,596	0,833	1,000	1	195
	0,300	1,071	0,107	0,892	0,883	1,000	1	174
Chowdhury i wsp., 1979	0,340	1,118	0,103	0,576	1,000	1,118	I	31,4 190
	0,360	1,056	0,069	0,661	1,000	1,056	1	30,9 112
	0,530	1,075	0,094	0,585	1,000	1,075	1	29,8 221
	0,900	1,111	0,09	0,683	1,000	1,111	1	30,4 176
Bourne i wsp., 1979		1,101	0,122	0,390	1,192	1,369	2	530
		1,030	0,110	0,362	1,114	1,280	2	720
		1,014	0,110	0,350	1,08	1,242	2	932
		1,102	0,121	0,571	1,174	1,355	2	407
		1,027	0,113	0,537	1,093	1,262	2	639
		1,012	0,109	0,516	1,062	1,226	2	800
		1,119	0,124	0,812	1,265	1,375	2	402
Käppel, 1979	0,330	1,021	0,100	0,500	1,000	1,100	1	334
	0,330	1,058	0,100	0,500	1,000	1,100	1	246
	0,330	1,106	0,100	0,500	1,000	1,100	1	208
	0,330	1,021	0,100	0,500	1,000	1,100	2	591
	0,330	1,058	0,100	0,500	1,000	1,100	2	416
	0,330	1,106	0,100	0,500	1,000	1,100	2	359
	0,330	1,021	0,100	1,000	1,000	1,100	1	242
	0,330	1,058	0,100	1,000	1,000	1,100	1	178
	0,330	1,106	0,100	1,000	1,000	1,100	1	142
	0,330	1,021	0,100	1,000	1,000	1,100	2	392
	0,330	1,058	0,100	1,000	1,000	1,100	2	300
	0,330	1,058	0,100	1,000	1,000	1,100	2	253
Gelus i wsp., 1979		1,111	0,111	1,000	1,000	1,000	2	265
Patterson i wsp., 1979	0,130	1,115	0,097	0,719	1,054		2	355
	0,130	1,115	0,097	1,048	1,054		2	234
	0,130	1,115	0,195	0,707	1,054		2	314
	0,105	1,381	0,121	0,848	1,305		2	199
	0,130	1,115	0,097	0,695	1,054		1	160
Błasiński i wsp., 1980		1,034	0,103	0,431	0,862	1,034	1	215
		1,070	0,107	0,446	0,893	1,071	1	210
		1,110	0,110	0,446	0,926	1,111	1	205
		1,070	0,142	0,446	0,893	1,071	1	218
		1,070	0,071	0,446	0,893	1,071	1	198
		1,070	0,107	0,357	0,893	1,071	1	234
		1,070	0,107	0,596	0,893	1,071	1	194
		1,070	0,107	0,892	0,893	1,071	1	174
Takahashi, 1980	0,120	1,067	0,108	1,046	1,042	1,067	2	37,9 351
	0,112	1,139	0,116	1,116	1,112	1,139	2	24,7 291
	0,103	1,245	0,127	1,221	1,203	1,245	2	19,3 275
	0,113	1,134	0,106	0,736	1,098	1,134	2	32,7 357
	0,114	1,125	0,105	0,549	1,098	1,125	2	37,7 425

Takahashi, 1982	0,120	1,067	0,108	1,045	1,042	1,067	1	172
	0,114	1,123	0,114	1,100	1,096	1,123	1	148
	0,104	1,232	0,125	1,207	1,203	1,232	1	152
	0,113	1,131	0,115	0,800	1,104	1,131	1	178
	0,115	1,117	0,113	0,545	1,091	1,117	1	197
	0,116	1,100	0,112	1,430	1,074	1,100	1	151
	0,116	1,106	0,112	2,157	1,080	1,106	1	148
	0,116	1,103	0,112	1,435	1,078	1,103	2	28,2 291
	0,116	1,102	0,112	2,150	1,077	1,102	2	24,3 273
	0,116	1,100	0,084	1,078	1,074	1,100	2	24,3 294
	0,117	1,096	0,140	1,074	1,070	1,096	2	28,8 332
	0,117	1,094	0,167	1,072	1,068	1,094	2	31,5 339
	0,117	1,098	0,223	1,076	1,072	1,098	2	30,5 372
Kuriyama i wsp., 1983	0,152	1,050	0,105	0,945	0,945	1,050	2	32,0 326
	0,145	1,106	0,111	0,996	0,996	1,106	2	25,0 251
	0,138	1,163	0,116	1,047	1,047	1,163	2	21,0 222
Soliman, 1985	0,602	1,053	0,100	1,000	1,000	1,005	2	29,2 315
Shamlou i wsp., 1985	0,352	1,136	0,097	1,000	1,000	1,250	1	26,9 160
	0,352	1,136	0,097	1,000	1,000	1,250	2	26,9 240
	0,352	1,136	0,097	0,500	1,000	1,250	1	26,9 215
	0,380	1,053	0,089	1,000	1,000	1,158	1	32,1 200
	0,380	1,053	0,089	0,500	1,000	1,158	1	32,1 285
	0,370	1,081	0,097	0,500	1,000	1,189	1	26,9 250
	0,135	1,111	0,096	1,000	1,020	1,222	2	30,0 280
	0,135	1,111	0,104	0,551	1,080	1,220	1	216
	0,130	1,154	0,100	1,023	1,020	1,269	1	145
Rieger i Novak, 1986	0,134	1,119	0,200	1,000	1,000	1,230	2	277
	0,141	1,106	0,200	1,500	1,000	1,166	2	304
	0,141	1,071	0,200	1,000	1,000	1,166	2	338
	0,140	1,071	0,100	1,500	1,000	1,177	3	390
	0,140	1,064	0,100	1,500	1,000	1,166	2	277
	0,138	1,087	0,200	1,000	1,000	1,200	1	191
	0,138	1,087	0,200	1,000	1,030	1,200	3	395
	0,138	1,050	0,100	1,000	1,000	1,160	2	296
Leuliet i wsp., 1992	0,185	1,135	0,162	1,000	1,000	1,140	1	23,0 137
	0,185	1,135	0,108	1,000	1,000	1,140	1	22,0 131
	0,185	1,135	0,162	1,000	1,000	1,140	1	23,0 133
	0,185	1,135	0,135	0,665	1,000	1,140	1	32,3 169
	0,185	1,135	0,108	0,500	1,000	1,140	1	34,6 206
	0,185	1,135	0,162	0,500	1,000	1,140	1	36,7 223
Masiuk i wsp., 1992	0,180	1,111	0,083	1,000	1,944		1	178
	0,180	1,111	0,167	1,000	1,944		1	234
	0,180	1,111	0,333	1,000	1,944		1	308
	0,180	1,111	0,167	0,500	1,944		1	206
	0,180	1,111	0,167	1,000	1,944		1	237
	0,180	1,111	0,167	2,000	1,944		1	274
Carreau i wsp., 1993	0,263	1,110	0,097	0,695	1,050		1	164
	0,263	1,110	0,133	0,850	1,050		1	132
	0,263	1,111	0,133	0,695	1,050		1	192
		1,111	0,083	0,686	1,030		1	161

	0,3601	1,111	0,133	1,030	1,030	1	120	
	0,3601	1,111	0,133	0,686	1,030	1	177	
Cheng i wsp., 1995	0,263	1,449	0,133	0,850	1,050	1	108	
	0,263	1,449	0,133	0,695	1,050	1	132	
	0,263	1,061	0,133	0,850	1,050	1	217	
	0,263	1,061	0,133	0,695	1,050	1	228	
Kuncewicz i wsp., 2001	0,292	1,042	0,107	0,853	0,928	1,157	1	230
	0,292	1,042	0,107	0,426	0,928	1,157	1	318
	0,292	1,042	0,107	0,284	0,928	1,157	1	390
	0,292	1,081	0,111	0,411	0,962	1,200	1	263
	0,292	1,123	0,115	0,396	1,000	1,246	1	250
Niedzielska, 2003	0,312	1,204	0,115	0,500	1,000	1,200	1	227
	0,312	1,149	0,111	0,480	0,962	1,155	1	235
	0,312	1,111	0,107	0,460	0,928	1,114	1	251
	0,312	1,075	0,103	0,450	0,896	1,075	1	283
	0,312	1,111	0,107	0,930	0,928	1,114	1	174
	0,312	1,111	0,107	0,310	0,928	1,114	1	316
Szulc, 2004	0,280	1,042	0,107	0,928	0,928	1,042	1	230
	0,280	1,042	0,107	0,464	0,928	1,042	1	318
	0,280	1,042	0,107	0,310	0,928	1,042	1	390
	0,270	1,081	0,111	0,481	0,962	1,081	1	263
	0,260	1,123	0,115	0,500	1,000	1,123	1	247

Jak wynika z powyższej tabeli w swoich badaniach autorzy stosowali różne, chociaż należące do pewnego rozsądnego zakresu, parametry geometryczne mieszadeł wstęgowych. Należy przypuszczać, że kierowano się w tym przypadku chęcią zbliżenia się do najlepszych, według autorów, parametrów geometrycznych tych mieszadeł. Policzone wartości średnie stosunków D/d , p/d oraz w/d wszystkich mieszadeł zamieszczonych w tabeli 3.1 wynoszą odpowiednio: $D/d = 1,096$, co odpowiada prześwitowi względnemu $c/D = 0,09$, $p/d = 0,81$ oraz $w/d = 0,116$. Wartości tych nie należy traktować rygorystycznie jako wartości najczęściej stosowanych w rozwiązaniach aplikacyjnych, niemniej są one zbliżone do wartości optymalnych sugerowanych przez poszczególnych autorów biorących pod uwagę różne kryteria optymalizacyjne (*Takahashi i wsp., 1982a; Guerin i wsp., 1984; Niedzielska i Kuncewicz, 2005*).

Forma zależności funkcyjnej stałej A od simpleksów geometrycznych układu mieszającego, czyli postać funkcji f w równaniu (3.3) jest zróżnicowana i zależna od metody oraz sposobu podejścia do problemu przez poszczególnych badaczy. W przypadku mieszadeł wstęgowych, generalnie można wyróżnić cztery podstawowe sposoby:

- zastosowanie funkcji potęgowej do opisu prawej strony równania (3.3),
- zastosowanie analogii przepływu Couette'a pomiędzy dwoma współosiowymi cylindrami,

- wykorzystanie wyników rozważań teoretycznych dotyczących oporów ruchu elementów obrotowych w mieszalniku z uwzględnieniem pojęcia współczynnika oporu obracającego się elementu,
- wykorzystanie modelowania matematycznego.

Przedstawiony powyżej podział jest podziałem pierwotnym i w każdym z tych punktów można byłoby wyodrębnić odpowiednie podpunkty, szczególnie dotyczy to dwóch ostatnich metod.

3.1.1. Równania korelacyjne w formie funkcji potęgowych

Jeśli interesują nas jedynie aspekty praktyczne, tzn. możliwość obliczania mocy mieszania bez wnikania w zjawiska zachodzące wewnątrz mieszalnika, wtedy wyniki badań doświadczalnych koreluje się z zasady w postaci równania potęgowego (3.4), gdzie po prawej stronie równania uwzględnia się najważniejsze simpleksy geometryczne wpływające na wartość mocy mieszania.

W przypadku mieszadeł wstęgowych są nimi najczęściej: prześwit $c = (D-d)/2$ pomiędzy obracającą się wstęgą a ścianką mieszalnika, skok wstęgi mieszadła p , szerokość wstęgi w , wysokość mieszadła h oraz liczba wstęg N_r .

$$A = Lm \cdot Re = C_1 \left(\frac{c}{d} \right)^{a_1} \left(\frac{p}{d} \right)^{a_2} \left(\frac{w}{d} \right)^{a_3} \left(\frac{h}{d} \right)^{a_4} N_r^{a_5} \quad (3.4)$$

Wybór funkcji wykładniczej do opisu wartości iloczynu $Lm \cdot Re$ nie jest przypadkowy. Funkcja ta posiada wiele praktycznych zalet, które zadecydowały o jej wyborze. *Po pierwsze*, funkcja wykładnicza w swojej formie matematycznej nie jest zbyt skomplikowana i bardzo prosto można z niej korzystać w praktycznych obliczeniach inżynierskich (miało to duże znaczenie w czasach, kiedy kalkulatory nie były ogólnie dostępne). *Po drugie*, w zależności od znaku wykładnika potęgi funkcja ma charakter rosnący, malejący lub posiada wartość stałą, a wartość bezwzględna określonego wykładnika świadczy o stopniu zależności pomiędzy lewą stroną równania (3.4) a określonym simpleksem geometrycznym. *Po trzecie*, po obustronnym logarytmowaniu równania (3.4) staje się ono równaniem liniowym wielu zmiennych. Ułatwia to znajdowanie wartości poszczególnych wykładników potęg oraz szacowanie ich przedziałów ufności.

Pomimo niezaprzeczalnych zalet takiej formy równania (3.4) należy jednak zauważyć, że nie wynika ono z jakichkolwiek rozważań teoretycznych i opisuje szukaną zależność jedynie w sposób przybliżony, a jego stosowanie jest ograniczone do ściśle określonego zakresu zmian odpowiednich simpleksów geometrycznych, dla których wykonano pomiary doświadczalne.

Klasycznym przedstawicielem tego typu podejścia jest praca Halla i Godfrey'a (*Hall i Godfrey, 1970*), którzy przeprowadzili badania mocy mieszania dla bardzo

szerokiego zakresu mieszania laminarnego $10^{-4} < Re < 10^2$. Na podstawie uzyskanych wyników, dla tego zakresu ustalili oni zależność korelacyjną (3.5)

$$Lm \cdot Re = 66 \left(\frac{c}{d} \right)^{-0,6} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,73} \left(\frac{w}{d} \right)^{0,5} \left(\frac{h}{d} \right) N_r \quad (3.5)$$

Autorzy prowadzili badania w trzech mieszalnikach z dnami płaskimi o średnicach $D = 0,042$; $0,287$ i $0,559$ m. Pomimo tego, że skala aparatu zmieniała się około czternastokrotnie, to dla układów geometrycznie podobnych wartości iloczynu $Lm \cdot Re$ były bardzo zbliżone, co świadczy o możliwości przenoszenia wyników otrzymanych w małej skali do warunków przemysłowych z zadowalającą dokładnością. Równanie (3.5) budzi jednak pewne wątpliwości. Podana wartość wykładnika 0,5 przy stosunku (w/d) jest najprawdopodobniej zbyt duża, ponieważ według wielu badaczy wpływ taki nie istnieje lub jest minimalny, natomiast proponowana przez autorów prosta proporcjonalność pomiędzy mocą mieszania a liczbą wstęg mieszadła nie znajduje potwierdzenia u innych autorów (*Nagata i wsp.*, 1972; *Błasiński i Kuncewicz*, 1978; *Delaplace i Leuliet*, 2000).

Podobne podejście zaprezentowano w pracy *Nagaty i wsp.*, 1972, gdzie dla stałej szerokości wstęgi mieszadła $w/d = 0,1$ autorzy zaproponowali równanie (3.6)

$$Lm \cdot Re = 52,5 \left(\frac{D-d}{d} \right)^{-0,5} \left(\frac{N_r d}{p} \right)^{0,5} \quad (3.6)$$

ślusne w szerokim zakresie stosunku $D/d = 1,053 \div 1,579$.

Z porównania obu wyżej prezentowanych równań wynika w przybliżeniu podobny wpływ prześwitu na moc mieszania, gdyż wykładniki potęg przy odpowiednich simpleksach są do siebie zbliżone (wartość -0,6 oraz -0,5). Mniejsze zgodności można zaobserwować przy porównywaniu wykładników potęg (ich bezwzględnych wartości) przy simpleksie (p/d) . Dwukrotna zmiana wartości tego simpleksu spowoduje różnicę w końcowych wynikach uzyskanych z obu analizowanych równań o około 17,5%. Bardzo duże różnice występują natomiast w obu równaniach przy analizie wpływu liczby wstęg N_r na moc mieszania. Na przykład dodanie drugiej wstęgi mieszadła powinno spowodować w przypadku zastosowania równania (3.5) podwojenie mocy mieszania, natomiast z równania (3.6) wynika, że nastąpi jedynie 41% wzrost zapotrzebowania mocy.

Różnice w wartościach wykładników potęg w równaniach korelacyjnych podawanych przez różnych autorów wynikają z wielu przyczyn. Do najważniejszych z nich można zaliczyć: nieuniknione błędy pomiarowe, stosowanie różnych technik pomiarowych, różne parametry geometryczne układu mieszadło-mieszalnik nieuwzględnione w proponowanych równaniach korelacyjnych (dno płaskie lub wyoblone, grubość wstęgi, sposób jej mocowania do piasty, liczba ramion mocujących, stopień wypełnienia mieszalnika cieczą itp.) lub zbyt mały zakres zmian

określonego simpleksu geometrycznego. Aby wyeliminować ostatni z wpływów, niektórzy autorzy obok wyników badań własnych biorą również pod uwagę wartości iloczynów $Lm \cdot Re = A$ podane przez innych autorów. Przykładem takiego podejścia jest praca *Błasińskiego i Rzyskiego, 1980*, którzy na podstawie wyników kilkunastu dostępnych prac ustalili zależność korelacyjną (3.7)

$$A = 34,1 \cdot N_r^{0,79} \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right)^{-0,53} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,63} \cdot \left(\frac{H}{d} \right)^{0,45} \cdot \left(\frac{h}{d} \right)^{1,01} \quad (3.7)$$

Analizując równania (3.5) ÷ (3.7) można zauważyć, że wykładniki potęg równania (3.7) przy odpowiednich simpleksach geometrycznych mieszczą się w przedziale wyznaczonym przez dwa poprzednie równania.

Podobnie jak w poprzednim przypadku, *Delaplace i Leuliet, 2000* wzięli pod uwagę wyniki badań doświadczalnych dotyczących mocy mieszania dla mieszadeł wstęgowych zawartych w ponad 30 pracach. Analizując wartości stałej A dla 145 różnych układów geometrycznych mieszadło-mieszalnik, autorzy opracowali równanie (3.8) słuszne w szerokim zakresie zmian parametrów geometrycznych mieszadła (tabela 3.1)

$$A = 91 \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right]^{-0,3} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{0,37} \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{0,16} \cdot \left(\frac{h}{d} \right) \cdot N_r^{0,79} \quad (3.8)$$

Podsumowując, można jednak stwierdzić, że uwzględnienie nawet największej liczby wyników prac doświadczalnych dostępnych w literaturze przedmiotu nie musi zapewniać opracowania bardzo dokładnych zależności potęgowych określających np. zależność mocy mieszania od parametrów geometrycznych mieszadła. Wynika to z istotnych ograniczeń funkcji potęgowej. *Po pierwsze*, przy korzystaniu z dużej liczby prac z konieczności musimy porównywać układy, które najczęściej nie są układami geometrycznie podobnymi, gdyż każdy układ mieszadło-mieszalnik będzie się różnił pewnymi szczegółami od innych i fakt ten będzie niewątpliwie wpływał na dokładność opracowywanego równania. *Po drugie*, narzucenie postaci funkcji potęgowej (3.3) nie ma żadnego teoretycznego uzasadnienia, a wynika jedynie z prostoty jej stosowania. Oznacza to, że bardzo często podczas opracowywania wyników doświadczalnych wartości liczbowe naniesione na wykres w układzie podwójnie logarytmicznym nie układają się na liniach prostych, a wykazują większą lub mniejszą krzywiznę. Zatem korelacja potęgowa (3.4) wykazuje w zasadzie zmienne wartości wykładników potęg i należałoby podać kilka zakresów zmian wartości odpowiedniego simpleksu geometrycznego wraz z przypisanymi im wartościami wykładników potęg. Zwiększyłyby to oczywiście dokładność równań korelacyjnych, ale jednocześnie utrudniłoby ich praktyczne stosowanie. Dlatego też najczęściej uzyskaną doświadczalną linię krzywą przybliżamy linią prostą, ustalając w ten sposób

jedną, średnią wartość wykładnika potęgi, aprobując jednocześnie zmniejszenie dokładności samego równania. *Po trzecie*, o wartości potęgi przy określonym simpleksie geometrycznym może również decydować wartość innego simpleksu geometrycznego, czego zazwyczaj nie bierze się pod uwagę przy praktycznym opracowywaniu równań korelacyjnych. Jako przykład można podać współzależność wpływów simpleksów (c/d) oraz (p/d) na moc mieszania mieszadeł wstęgowych przy wykorzystaniu analogii przepływu Couette'a (rozdział poniżej) lub zależności korelacyjne opracowane dla mieszadeł łapowych pracujących w ruchu laminarnym (Nagata, 1975).

Przedstawione powyżej równania korelacyjne (3.5÷3.8) są jedynie przykładami różnych sposobów analiz przeprowadzonych przez różnych autorów podczas opracowywania proponowanych przez nich odpowiednich równań dotyczących mocy mieszania. Tego typu równań można byłoby przedstawić dużo więcej, dlatego też w tabeli 3.2 zestawiono równania korelacyjne dotyczące obliczania mocy mieszania mieszadeł wstęgowych prezentowane w dostępnych opracowaniach literaturowych. Dodatkowo w tej samej tabeli zestawiono najważniejsze równania korelacyjne inne niż potęgowe, wynikające z różnego podejścia poszczególnych autorów do sposobu korelowania danych doświadczalnych.

Tabela 3.2. Równania korelacyjne określające moc mieszania mieszadeł wstęgowych w ruchu laminarnym

Autor	Zależność korelacyjna	Zakres zmian parametrów geometrycznych
Błasiński i Rzyski, 1980	$A = 34,1 \cdot N_r^{0,79} \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right)^{-0,53} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,63} \times$ $\times \left(\frac{H}{d} \right)^{0,45} \cdot \left(\frac{h}{d} \right)^{1,01}$	$1,02 \leq \frac{D}{d} \leq 1,19; 0,357 \leq \frac{p}{d} \leq 1,28;$ $0,07 \leq \frac{w}{d} \leq 0,14; 0,862 \leq \frac{h}{d} \leq 1,11;$ $1,02 \leq \frac{H}{d} \leq 1,64; N_r = 1 \text{ lub } 2$
Błasiński i Kuncewicz, 1978	$A = 75 \left(\frac{c}{d} \right)^{-0,3} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,5} \left(\frac{w}{d} \right)^{0,1} N_R^{0,8}$	$1,034 \leq \frac{D}{d} \leq 1,111; 0,431 \leq \frac{p}{d} \leq 0,892;$ $0,071 \leq \frac{w}{d} \leq 0,142; N_r = 1$
Brito-de la Fuente i wsp., 1997	$A = 173,1 \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,72} \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{0,14}$	$\frac{D}{d} = 1,135; 0,5 \leq \frac{p}{d} \leq 1; 0,108 \leq \frac{w}{d} \leq 0,162; \frac{h}{d} 1;$ $N_r = 1; \text{ (wstęga + kotwica przy dnie)}$
Bourne i wsp., 1979	$A = 134 \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right)^{-0,3} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,3} \cdot \left(\frac{h}{d} \right)$	$1,012 \leq \frac{D}{d} \leq 1,125; 0,35 \leq \frac{p}{d} \leq 0,826;$ $0,1 \leq \frac{w}{d} \leq 0,12; 1,05 \leq \frac{h}{d} \leq 1,27;$ $N_r = 2$

Chavan i Ulbrecht, 1972	$A = 10 \cdot \pi^2 \cdot N_r \cdot \left(\frac{(D/d_e)^2}{(D/d_e)^2 - 1} \right) \cdot \left(\frac{d_e}{d} \right) \cdot \frac{F}{d^2}, \text{ gdzie: } \left(\frac{d_e}{d} \right) = \frac{D}{d} - \frac{2 \cdot (w/d)}{\ln \left(\frac{D/d - (1 - 2w/d)}{D/d - 1} \right)},$ $\frac{F}{d^2} = \frac{(h/d) \cdot (p/d)}{3 \cdot \pi} \left[\left(\frac{\pi \cdot \sqrt{(p/d)^2 + \pi^2}}{(p/d)^2} \right) + \ln \left(\frac{\pi}{(p/d)} + \frac{\sqrt{(p/d)^2 + \pi^2}}{p/d} \right) \right] \cdot \left\{ 1 - (1 - 2 \cdot (w/d))^2 \right\}$	
Chavan, 1983	$A = \frac{0,532 - 0,238 \cdot p/d}{1 - 0,3 \cdot N_r} \left[\frac{2 \cdot \pi^3 \cdot (D/d)^2 h/d}{D/d - 1 + w/d} \right]$	$1,02 \leq \frac{D}{d} \leq 1,37; 0,36 \leq \frac{p}{d} \leq 1,25;$ $0,09 \leq \frac{w}{d} \leq 0,18; 0,94 \leq \frac{h}{d} \leq 1,2;$ $N_r = 1 \text{ lub } 2$
Delaplace i Leuliet, 1997	$A = 66 \cdot N_r^{0,84} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,44} \left[0,5 \left(\frac{D}{d} - 1 \right)^{-0,29} \right] \cdot \left(\frac{h}{d} \right)$	
Delaplace i Leuliet, 2000	$A = 91 \cdot N_r^{0,79} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,37} \left[0,5 \left(\frac{D}{d} - 1 \right)^{-0,31} \right] \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{0,16} \left(\frac{h}{d} \right)$	$1,012 \leq \frac{D}{d} \leq 1,38; 0,07 \leq \frac{w}{d} \leq 0,22$ $0,35 \leq \frac{p}{d} \leq 2,16; 0,88 \leq \frac{h}{d} \leq 1,30;$ $N_r = 1 \text{ lub } 2$
Hall i Godfrey, 1970	$A = 66 \cdot N_r \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right)^{-0,6} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,73} \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{h}{d} \right)$	$1,096 \leq \frac{D}{d} \leq 1,114; 0,495 \leq \frac{p}{d} \leq 1;$ $0,097 \leq \frac{w}{d} \leq 0,135; 1,00 \leq \frac{h}{d} \leq 1,01;$ $N_r = 1 \text{ lub } 2$
Hirose i Murakami, 1986	$A = \frac{4 \cdot \pi^3 \cdot 0,7}{(\pi^2 - 4)} \cdot \left(\frac{1 + \sin^2 \theta}{\sin \theta} \right) \cdot \left(\frac{h}{d} \right) \cdot N_r \cdot \ln \left[\frac{2 \cdot \pi \cdot \sin \theta}{N_r \cdot \left(\frac{D}{d} - 1 \right)} \right]$ $\text{gdzie: } \sin \theta = \left(1 + \frac{\pi^2}{(p/d)^2} \right)^{-1/2}$	$1,09 \leq \frac{D}{d} \leq 1,245; 0,084 \leq \frac{w}{d} \leq 0,223;$ $0,362 \leq \frac{p}{d} \leq 2,16;$ $1,04 \leq \frac{h}{d} \leq 1,2; N_r = 1 \text{ lub } 2$
Käppel, 1979	$A = 60 \cdot N_r^{0,8} \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right)^{-0,3} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,5}$	$1,02 \leq \frac{D}{d} \leq 1,11; 0,5 \leq \frac{p}{d} \leq 1; \frac{w}{d} = 0,1;$ $\frac{1}{d} = 1; N_r = 1 \text{ lub } 2$
Käppel i Seirbring 1970	$A = 14 \cdot N_r^{0,9} \cdot \left(\frac{(D/d)^2}{(D/d)^2 - 1} \right) \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,66}$	$\frac{D}{d} = 1,05; 0,386 \leq \frac{p}{d} \leq 1,054; \frac{w}{d} = 0,1;$ $\frac{1}{d} = 1,04; N_r = 1 \text{ lub } 2$
Kuncewicz i wsp., 2001	$A = 84 \left(\frac{c}{D} \right)^{-0,25} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,5}$	$1,042 \leq \frac{D}{d} \leq 1,12; 0,31 \leq \frac{p}{d} \leq 0,93;$ $\frac{w}{d} = 0,107; \frac{h}{d} = 0,93; N_r = 1$
Masiuk i wsp., 1993	$A = 473 \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,2} \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{0,38}$	$\frac{D}{d} = 1,11; 0,5 \leq \frac{p}{d} \leq 2; 0,044 \leq \frac{w}{d} \leq 0,33;$ $\frac{h}{d} = 1,94; N_r = 2$

Nagata i wsp., 1972	$A = 52,5 \cdot N_r^{0,5} \cdot \left(\frac{D}{d} - 1\right)^{-0,5} \cdot \left(\frac{p}{d}\right)^{-0,5}$	$1,053 \leq \frac{D}{d} \leq 1,579; 0,5 \leq \frac{p}{d} \leq 1,25;$ $\frac{w}{d} = 0,1; \frac{h}{d} = 1; N_r = 1 \text{ lub } 2$
Niedzielska, 2003	$A = 98 \cdot \left(\frac{D-d}{d}\right)^{-0,25} \left(\frac{p}{d}\right)^{-0,55}$	$1,075 \leq \frac{D}{d} \leq 1,21; 0,31 \leq \frac{p}{d} \leq 0,93;$ $\frac{h}{d} = 0,96; \frac{w}{d} = 0,107; N_r = 1$
Patterson i wsp., 1979	$A = 30 \cdot N_r \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^{-1,2} \cdot \left(\frac{h^*}{d}\right)^{1,3}$ gdzie: $\left(\frac{h}{d}\right)^* = \left(\frac{h}{d}\right) \cdot \left(1 + \frac{\pi^2}{(p/d)^2}\right)^{1/2}$	$1,15 \leq \frac{D}{d} \leq 1,38; 0,69 \leq \frac{p}{d} \leq 1,05;$ $0,097 \leq \frac{w}{d} \leq 0,195; 1,3 \leq \frac{h}{d} \leq 1,05; N_r = 1$
Rieger i wsp., 1983	$A = 82,8 \cdot (N_r)^{0,78} \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{D}{d} - 1\right)\right)^{-0,38} \cdot \left(\frac{p}{d}\right)^{-0,35} \times$ $\times \left(\frac{w}{d}\right)^{0,2} \cdot \left(\frac{h}{d}\right)$	$1,012 \leq \frac{D}{d} \leq 1,24; 0,35 \leq \frac{p}{d} \leq 2,16;$ $0,07 \leq \frac{w}{d} \leq 0,22; 1,00 \leq \frac{h}{d} \leq 1,03;$ $1 \leq N_r \leq 4$
Reher i Bohm, 1970	$A = 10,5 \cdot N_r \cdot \left(\frac{2D/d}{(D/d)-1}\right)$	$1,11 < \frac{D}{d} < 1,19; 1,1 \leq \frac{p}{d} \leq 1,28; \frac{w}{d} = 0,1;$ $\frac{h}{d} = 1,04; N_r = 1 \text{ lub } 2$
Sawinsky i wsp., 1976	$A = 19 \cdot N_r \cdot \left(\frac{2D/d}{D/d-1}\right)^{0,45} \cdot \left(\frac{h^*}{d}\right)$ gdzie: $\left(\frac{h}{d}\right)^* = \left(\frac{h}{d}\right) \cdot \left(1 + \frac{\pi^2}{(p/d)^2}\right)^{1/2}$	$1,04 \leq \frac{D}{d} \leq 1,19; 0,36 \leq \frac{p}{d} \leq 1,28;$ $0,084 \leq \frac{w}{d} \leq 0,12; 0,8 \leq \frac{h}{d} \leq 2,36;$ $N_r = 1 \text{ lub } 2$
Shamlou i Edward, 1985	$A = 150 \cdot N_r^{0,5} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(1/2 \cdot \left(\frac{D}{d} - 1\right) \cdot \frac{1}{(w/d)}\right)^{2/3}}} \cdot \left(\frac{h}{d}\right)$	$1,052 \leq \frac{D}{d} \leq 1,32; 0,53 \leq \frac{p}{d} \leq 1,02;$ $0,089 \leq \frac{w}{d} \leq 0,106; 1,00 \leq \frac{h}{d} \leq 1,08;$ $N_r = 1 \text{ lub } 2$
Takahashi i wsp., 1980	$A = \frac{h}{d} \cdot (\sin \theta)^{-0,5} \cdot \frac{16\pi^3}{\left(2 \ln \left[4 + 8 \cdot \left(\frac{(D/d)-1}{2 \cdot (w/d)}\right)\right] - 1\right)} \times$ $\times \left[1 + 0,00735 \left(\frac{2 \cdot (D/d)}{(D/d)-1}\right)^{0,832}\right] \cdot \frac{N_r}{2}$ gdzie: $\sin \theta = \left(1 + \frac{\pi^2}{(p/d)^2}\right)^{-1/2}$	$1,066 \leq \frac{D}{d} \leq 1,125; 0,1054 \leq \frac{w}{d} \leq 0,1265;$ $0,54 \leq \frac{p}{d} \leq 1,22; 1,04 \leq \frac{h}{d} \leq 1,2; N_r = 2$
Takahashi i wps., 1982	$A = \frac{h}{d} \cdot (\sin \theta)^{-0,445} \cdot \frac{16\pi^3}{\left(2 \ln \left[4 + 8 \cdot \left(\frac{(D/d)-1}{2 \cdot (w/d)}\right)\right] - 1\right)} \times$	$1,066 \leq \frac{D}{d} \leq 1,125; 0,084 \leq \frac{w}{d} \leq 0,223;$ $0,54 \leq \frac{p}{d} \leq 2,16; 1,04 \leq \frac{h}{d} \leq 1,2;$ $N_r = 1 \text{ lub } 2$

	$x \cdot \left[1 + 0,00539 \cdot \left(\frac{2 \cdot (D/d)}{(D/d) - 1} \right)^{0,876} \right] \cdot \frac{N_r}{2} +$ $+ N_a \cdot N_r \cdot \pi^3 \cdot 2,08 (d_a / d)^{0,15} \cdot (h_a / d)^{3,15}$ $\text{gdzie: } \sin \theta = \left(1 + \frac{\pi^2}{(p/d)^2} \right)^{-1/2}$	
Złokarnik, 1967	$A = 1000 \cdot \left(\frac{F_w}{d^2} \right)^{0,187}$ $\text{gdzie: } \left(\frac{F_w}{d^2} \right) = \frac{\pi \cdot \frac{h}{d} \cdot \frac{w}{d} \cdot N_r}{\frac{p}{d}}$	$\frac{D}{d} = 1,02 ; \quad 0,5 \leq \frac{p}{d} \leq 1 ; \quad \frac{w}{d} = 0,1 ;$ $\frac{h}{d} = 1,0; \quad N_r = 1 \text{ lub } 2$

Jak wynika z analizy tabeli 3.2 podejście czysto praktyczne, czyli uogólnianie wyników doświadczalnych dotyczących mocy mieszania przez zastosowanie jedynie funkcji potęgowej (3.4) jest chętnie stosowane od pierwszych badań dotyczących mocy mieszania do chwili obecnej i ze względu na swoją prostotę ma ono nadal wielu zwolenników. Łatwo zauważyć, że nie wszystkie równania korelacyjne zawarte w powyższej tabeli mają klasyczną formę równania potęgowego, gdyż niektórzy autorzy starali się znaleźć podstawy teoretyczne do proponowanych przez siebie równań. Dlatego w niektórych z nich stosowano na przykład sumy funkcji potęgowych lub zawierają inne niż klasyczne parametry geometryczne układu mieszańca-mieszalnik (powierzchnia wstęgi, kąt nachylenie wstęgi itp.).

Analizując tylko klasyczne równania potęgowe zawarte w tabeli 3.2, można określić maksymalne i minimalne wartości wykładników potęg przy czterech podstawowych simpleksach geometrycznych mieszańca wstęgowego (liczba wstęp mieszańca N_r , skok wstęgi p , prześwit c oraz szerokość wstęgi w), jak również określić ich wartości średnie. W tabeli 3.3 zestawiono uzyskane w ten sposób wartości, przy czym średnie wykładniki potęg określono z dokładnością 0,05, gdyż ze względu na duże różnice pomiędzy wartościami maksymalnymi i minimalnymi większa dokładność byłaby nieuzasadniona. W ostatnim wierszu podano ile razy zmieniłaby się moc mieszania, gdyby odpowiedni parametr geometryczny wzrósł dwukrotnie przy średnim wykładniku potęgi.

Tabela 3.3. Minimalne, maksymalne i średnie wartości wykładników potęg w równaniu 3.3

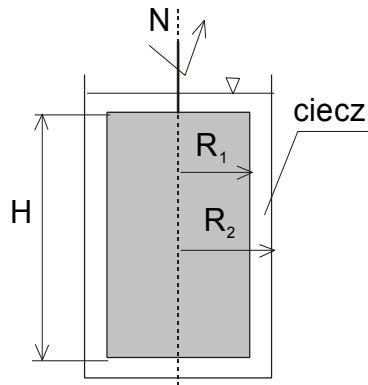
N_r			c/d			p/d			w/d		
min.	max.	śr.	min.	max.	śr.	min.	max.	śr.	min.	max.	śr.
0,5	1,0	0,8	-0,6	-0,25	-0,4	-0,72	-0,2	-0,4	0,14	0,5	0,2
$\Delta = 1,74$			$\Delta = -0,757$			$\Delta = -75,7\%$			$\Delta = 14,8\%$		

Jak wynika z tabeli 3.2 w pracach *Błasińskiego i Kuncewicza, 1978; Riegera i wsp., 1983; Delaplace i Leuliet, 1997* oraz w pracy *Käppela i Seirbringa, 1970* autorzy przedstawili równania korelacyjne, w których wykładniki potęg były najbliższej wartości średnich zawartych w tabeli 3.3. Jednocześnie dwukrotny wzrost liczby wstęp, prześwitu, skoku wstęgi oraz szerokości wstęgi powoduje odpowiednio wzrost mocy mieszania o 74%, zmniejszenie mocy o 24,3%, zmniejszenie mocy o 24,3% oraz wzrost mocy mieszania o 14,8%. Zatem na moc mieszania najbardziej wpływa liczba wstęp, natomiast minimalnie szerokość wstęgi. Obserwowany ujemny wykładnik potęgi przy stosunku p/d oznacza, że wraz ze zwiększaniem się tego stosunku, co skutkuje zmniejszaniem powierzchni czynnej mieszadła z jednoczesnym wzrostem jego oporów kształtu, moc mieszania maleje. Wynika z tego, że w ruchu laminarnym opory tarcia przewyższają opory kształtu. Więcej na ten temat można znaleźć w p. 5.2 i p. 5.4, natomiast szerszą analizę zmian wartości poszczególnych wykładników potęg w równaniu (3.4) można znaleźć w rozdziale 3.1.5.

3.1.2. Zastosowanie analogii przepływu Couette'a

Z poznawczego punktu widzenia, podczas opracowywania odpowiednich równań dotyczących mocy mieszania, bardziej właściwą metodą jest wstępne przeprowadzenie analizy zjawisk zachodzących wewnątrz mieszalnika, z jednoczesną próbą ich ilościowego opisu w formie równań matematycznych. Dopiero później, wykorzystując formę tak uzyskanych równań, można pokusić się o wyznaczenie odpowiednich nieznanymi wartości współczynników. Przy takim podejściu, najczęściej pracę mieszadła wstęgowego oraz przepływ cieczy w mieszalniku przyrównuje się do przepływu Couette'a, czyli przepływu cieczy pomiędzy dwoma współśrodkowymi cylindrami o promieniach R_1 i R_2 , z których cylinder wewnętrzny obraca się ze stałą częstością obrotową N , natomiast cylinder zewnętrzny jest nieruchomy (rys. 3.3). Ze względu na mały prześwit pomiędzy oboma cylindrami przepływ w tej przestrzeni można traktować jako proste ścinanie i z rozważań teoretycznych można wyprowadzić zależność pomiędzy momentem przyłożonym do cylindra wewnętrznego, aby utrzymać go

w ruchu a parametrami geometrycznymi oraz procesowymi analizowanego układu (Kembłowski, 1973).



Rys. 3.3. Przepływ Couette'a

Przepływ cieczy w przestrzeni pierścieniowej pokazanej na rys. 3.3 jest dość dużym przybliżeniem rzeczywistego mieszadła wstęgowego pracującego w mieszalniku, jednak ze względu na istniejące dokładne matematyczne rozwiązanie tego modelu, można go stosować do analizy jakościowej dotyczącej wpływu poszczególnych parametrów geometrycznych mieszadła na moment obrotowy M działający na mieszadło wstęgowe (wewnętrzny cylinder). Z rozwiązań reometrycznych (Kembłowski, 1973) wynika, że dla przepływu Couette'a moment obrotowy M określony jest zależnością

$$M = \frac{4\pi\eta H\Omega}{\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2}} \quad (3.9)$$

Przyjmując, że $R_1 = d/2$ oraz $R_2 = D/2$, po pewnych prostych przekształceniach można uzyskać

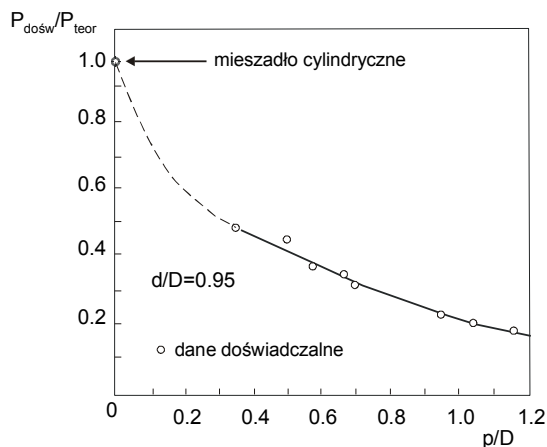
$$M = \pi^2\eta HND^2 \frac{d^2}{D^2 - d^2} \quad (3.10)$$

Uwzględniając zależność pomiędzy momentem obrotowym a mocą $P = 2\pi MN$ można otrzymać zależność (3.11) określającą moc potrzebną do napędu cylindra wewnętrznego

$$P = 2\pi^2 N^2 d^3 \eta \left(\frac{H}{d} \right) \left[\frac{1}{1 - (d/D)^2} \right] \quad (3.11)$$

Po prawej stronie równania (3.11) występuje charakterystyczny iloczyn $N^2 d^3 \eta$ pojawiający się zawsze w zależnościach określających moc mieszania dla zakresu przepływu laminarnego. Występuje tam również drugi charakterystyczny

czynnik ujęty w nawias kwadratowy, który bardzo często będzie się pojawiał w innych zależnościach dotyczących mieszadeł wąskoprześwitowych. Z równania (3.11) wynika, że moc mieszania powinna bardzo szybko rosnąć wraz ze zmniejszeniem się prześwitu, a dla granicznej wartości ilorazu $d/D \rightarrow 1,0$ moc mieszania powinna dążyć do nieskończoności. Badania doświadczalne nie są w tym przypadku całkowicie zgodne z teorią, gdyż układ dwóch współosiowych cylindrów jest tylko przybliżeniem rzeczywistego mieszadła wstęgowego. Rzeczywiste mieszadło wstęgowe tym bardziej zbliża się do układu przedstawionego na rys. 3.3, im posiada więcej wstęg o dużych liczbach zwojów i tylko dla mieszadeł o małych skokach p z pewnym przybliżeniem można w zagadnieniach praktycznych stosować model przepływu Couette'a. Jak wykazały badania doświadczalne (*Bourne i Butler, 1969*), wyniki tym bardziej różniły się od wartości teoretycznych, im skok wstęgi był coraz większy. Przy stałym stosunku $d/D = 0,95$ dla skoku wstęgi $p/D = 0,5$ doświadczalna wartość mocy mieszania stanowiła około 45% wartości teoretycznej, natomiast dla najczęściej stosowanej wartości skoku $p/D = 1,0$ wartość teoretyczna mocy była ponad czterokrotnie większa od wartości doświadczalnej (rys. 3.4).



Rys. 3.4. Zgodność wyników doświadczalnych z modelem Couette'a (*Bourne i Butler, 1969*)

Największą zaletą prezentowanego powyżej podejścia jest określenie czynnika $1/[1-(d/D)^2]$, który jak już wspomniano spełnia ważną rolę w rozważaniach teoretycznych, jak również przy opracowywaniu wyników doświadczalnych dotyczących mieszadeł wąskoprześwitowych (*Chavan i Ulbrecht, 1972; Chavan i Ulbrecht, 1974; Carreau i wsp., 1993; Cheng i Carreau, 1994b; Cheng i Carreau, 1995*). Łatwo zauważyć, że zależność (3.11) uwzględnia jedynie wpływ prześwitu oraz wysokości mieszadła na moc mieszania, nie są natomiast uwzględnione

pozostałe dwa ważne parametry geometryczne: skok wstęgi p mieszadła oraz jej szerokość w .

Model *Bornue i Butlera, 1969* rozwinęli Chavan i Ulbrecht, którzy w swojej pierwszej pracy na ten temat (*Chavan i wsp., 1972*), a dotyczącej mieszadeł ślimakowych uwzględnili wszystkie podstawowe parametry mieszadła. Autorzy zaproponowali model mieszadła ślimakowego, w którym mieszadło rzeczywiste zastąpiono obracającym się walcem o średnicy zastępczej (ekwiwalentnej) d_e . Jako średnicę d_e przyjęto „średnicę wewnętrznego cylindra, w układzie dwóch cylindrów współosiowych, na którego powierzchni szybkość ścinania jest równa średniej szybkości ścinania wewnątrz dyfuzora”. Autorzy założyli, że szybkość ścinania „wewnątrz dyfuzora” może być w przybliżeniu określana w ten sam sposób jak szybkość ścinania płynu newtonowskiego między dwiema równoległymi płytami

$$\dot{\gamma}_e = \frac{2\pi N R_e}{R_t - R_e} \quad (3.12)$$

i analogicznie w każdym innym punkcie wewnętrznym dyfuzora

$$\dot{\gamma} = \frac{2\pi N r}{R_t - r} \quad (3.13)$$

gdzie R_t , R_e oraz r oznaczają odpowiednio promień dyfuzora, promień hipotetycznego walca oraz promień bieżący. Po obliczeniu na podstawie równania (3.12) średniej wartości $\dot{\gamma}_{ae}$ w całym prześwicie i przyjęciu zgodnie z założeniem modelowym $\dot{\gamma}_e = \dot{\gamma}_{ae}$ wyznaczono ekwiwalentną średnicę walca d_e , a następnie po skomplikowanych wyprowadzeniach z wykorzystaniem rozwiązania modelu Couette’a, autorzy określili teoretyczną wartość iloczynu liczby mocy oraz liczby Reynoldsa

$$LmRe = \pi A_e \left(\frac{d_e}{d} \right) \left(\frac{d_e}{d_t} \right)^2 \left[\frac{4\pi}{(d_e/d_t)^2 - 1} \right] \quad (3.14)$$

gdzie A_e była ekwiwalentną powierzchnią walca wewnętrznego i można ją było obliczyć z odpowiednich zależności (*Chavan i wsp., 1972*). Szersze omówienie powyższego wyprowadzenia można znaleźć w p. 5.4, w rozdziale poświęconym mieszadłom ślimakowym.

Przedstawiony powyżej model pomimo dość istotnych i nie do końca wyjaśnionych założeń upraszczających dobrze sprawdzał wyniki doświadczeń. Dla dziewięciu mieszadeł ślimakowych o różnych parametrach geometrycznych *Chavan i Ulbrecht, 1973a* uzyskali różnice pomiędzy wartościami modelowymi a doświadczalnymi iloczynu $LmRe$ około $\pm 18\%$. We wcześniejszej pracy ci sami autorzy (*Chavan i Ulbrecht, 1972*) podają zależność określającą iloczyn $LmRe$

dla mieszadeł wstęgowych, która była wyprowadzona na podstawie identycznej analizy jak dla mieszadeł ślimakowych. Zależność powyższa jest podana w tabeli 3.3. Jest ona dość skomplikowana, ale jak podają sami autorzy bezwymiarowa powierzchnia (F_w/d^2) może być wyrażona uproszczoną zależnością (3.15)

$$\frac{F_w}{d^2} = \pi(h/d)(w/d)(p/d) \quad (3.15)$$

i wartość (F_w/d^2) obliczona z zależności (3.15) jest zaledwie mniejsza o 10÷15% od tej samej wartości obliczonej z pełnej zależności podanej w tabeli 3.3. Dla mieszadeł o większej liczbie wstęg niż jedna, wartość (F/d^2) należy mnożyć przez liczbę wstęg N_r . Zależności podane przez *Chavana i Ulbrechta, 1972* bardzo dobrze sprawdzały wyniki doświadczeń dla mieszadeł wstęgowych z szerokiego przedziału średnic $1,05 < D/d < 1,58$, chociaż dawały one zawyżone wyniki o około 30% w stosunku do danych *Käppela i Seibringa, 1970* oraz *Novaka, 1970*.

Podstawową teoretyczną zależność (3.11) oraz dalsze podobne zależności uzyskane na podstawie analizy przepływu Couette'a można z pewnym przybliżeniem sprowadzić do funkcji potęgowej (3.4), przekształcając wyjściowe równanie (3.11) do postaci (3.16)

$$M = 2\pi^2\eta N^2 d^3 \left(\frac{H}{d} \right) \frac{d}{D+d} \cdot \frac{d}{D-d} \quad (3.16)$$

Z ostatniego równania wynika, że moment oporowy działający na cylinder wewnętrzny jest odwrotnie proporcjonalny do wielkości prześwitu pomiędzy cylindrami (między wstęgą a ścianką). Dla rzeczywistych układów stosunek $d/(D+d)$ zmienia się nieznacznie w granicach 5÷10%. Można go zatem uważać za wartość stałą i z niewielkim przybliżeniem równanie (3.16) redukuje się do postaci (3.17)

$$M = K \frac{d}{D-d} \quad (3.17)$$

gdzie w stałej K mieszczą się wszystkie pozostałe parametry geometryczne.

Prosta proporcjonalność wyrażona równaniem (3.17) dotyczy pełnego cylindra. W przypadku mieszadeł wstęgowych tylko część przestrzeni zajętej przez pełny cylinder zajmuje wstęga miesadła. Dlatego też zależność momentu M od bezwymiarowego prześwitu powinna być słabsza niż wynika to bezpośrednio z równania (3.17). Matematycznym wyrazem tej zależności jest równanie (3.18), gdzie $0 < a < 1$

$$M = K \left(\frac{d}{D-d} \right)^a \quad (3.18)$$

lub

$$M = K \left(\frac{D-d}{d} \right)^{-a} \quad (3.19)$$

Ponieważ istnieje prosta proporcjonalność $Lm \sim P \sim M$, otrzymamy ostatecznie:

$$Lm \sim \left(\frac{D-d}{d} \right)^{-a} \sim \left(\frac{c}{d} \right)^{-a} \quad (3.20)$$

Zgodnie z przytoczonym rozumowaniem, moc mieszania dla mieszadeł wstęgowych powinna rosnąć wraz ze zmniejszaniem się prześwitu, a wartość wykładnika a w równaniu (3.20) powinna być tym bliższa wartości 1,0, im mieszadło wstępowe swoją konstrukcją będzie się zbliżało do pełnego cylindra (mniejszy skok wstęgi mieszadła). Najprawdopodobniej z tego właśnie powodu w tabeli 3.3 można obserwować różne wartości wykładnika, a w równaniu (3.20) podawane przez poszczególnych autorów.

Przedstawione powyżej dwojakię podejście do prób opisu postaci funkcji f w równaniu (3.3), tzn. wykorzystanie jedynie funkcji potęgowej lub wykorzystanie analogii przepływu Couette'a można łatwo zauważyć w tabeli 3.3, w której zestawiono najważniejsze równania dostępne w literaturze przedmiotu określające tę funkcję. W przypadku korzystania z analogii przepływu Couette'a, w odpowiednich równaniach pojawiał się zawsze czynnik $1/[1-(d/D)^2]$.

3.1.3. Analiza wielkości oporu cieczy względem elementu obrotowego w mieszalniku

Na każdy element umieszczony w poruszającej się w cieczy działa siła oporu ośrodka, wynikająca z różnicy ciśnień przed i za elementem, proporcjonalna do powierzchni tego elementu oraz do energii kinetycznej przepływającej cieczy.

$$F = \Delta P \cdot S = \zeta \frac{(\Delta u)^2}{2} \rho \cdot S \quad (3.21)$$

Ta sama zasada obowiązuje, jeśli elementem czynnym jest łopatką lub wstęgą mieszadła obracająca się w cieczy przepływającej z mniejszą prędkością obwodową niż prędkość tego elementu. Wartość Δu oznacza w tym przypadku różnicę prędkości pomiędzy cieczą a obracającym się elementem. Mając obliczoną z równania (3.21) siłę oporu F , można następnie obliczyć moment obrotowy działający na wał mieszadła oraz moc mieszania. Wielkość ζ oznacza tutaj współczynnik oporu elementu obrotowego. Tego typu podejście do sposobu określania mocy mieszania było bardzo często stosowane w latach 60. ubiegłego stulecia, szczególnie w literaturze radzieckiej (*Gzowski, 1960; Karasiew i Gzowski, 1964*) i dotyczyło tak ruchu burzliwego jak i laminarnego. Również w późniejszych

pracach innych autorów, dotyczących między innymi mieszadeł wstęgowych pracujących w ruchu laminarnym, można znaleźć identyczne podejście (*Patterson i wsp.*, 1979; *Yap i wsp.*, 1979; *Takahashi i wsp.*, 1980; *Takahashi i wsp.*, 1982).

Różnica prędkości Δu elementu obrotowego (wstęgi mieszadła) i cieczy oraz współczynnik oporu ζ występujące w równaniu (3.21) są najtrudniejszymi do wyznaczenia wielkościami i ich wartości liczbowe ustalane są najczęściej na podstawie badań doświadczalnych. Przykładem może być praca *Pattersona i wsp.*, 1979, którzy opierając się na wcześniejszych badaniach *Carreau i wsp.*, 1976, określili względną częstość obrotową cieczy N_c na promieniu równym środkowi wstęgi do częstości obrotowej N samego mieszadła

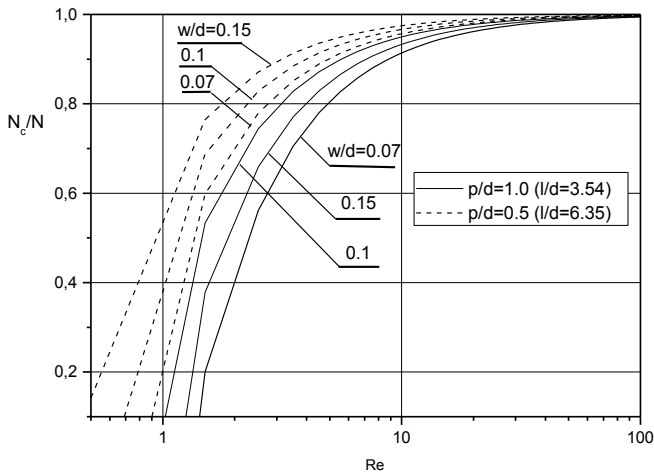
$$\frac{N_c}{N} = 1 - \frac{1}{0,9 \cdot \left[\text{Re} \left(\frac{D}{d} \right)^4 \left(\frac{d}{l} \right) \left(\frac{w}{d} \right)^{0,6} \right]^{0,176}} \quad (3.22)$$

gdzie wielkość (d/l) oznacza stosunek średnicy mieszadła do całkowitej długości wstęgi i może być obliczony z zależności (3.23)

$$\left(\frac{l}{d} \right) = \left(\frac{h}{d} \right) \cdot \left(1 + \frac{\pi^2}{(p/d)^2} \right)^{1/2} \quad (3.23)$$

Z równań (3.22) oraz (3.23) wynika, że im większa będzie liczba Reynoldsa, większa szerokość wstęgi mieszadła oraz mniejszy skok wstęgi – tym częstość obrotowa cieczy będzie się coraz bardziej zbliżała do częstości obrotowej samego mieszadła. Powyższe relacje są w dużym stopniu intuicyjnie wyczuwalne. W równaniu (3.22) występuje również stosunek średnic $(D/d)^4$, co oznacza, że mieszadła o mniejszej średnicy względnej zapewniają większą częstość obrotową cieczy w obszarze mieszadła. Należy jednak pamiętać, że dla rozwiązań przemysłowych stosunek ten zmienia się w niedużych granicach $(D/d) = 1,05 \div 1,1$, zatem wpływ średnicy jest tutaj nieznaczny.

Równanie (3.22) przedstawiono graficznie na rys. 3.5. Jak z niego wynika, im jest więcej zwojów mieszadła (mniejszy skok), tym ciecz wiruje szybciej, a dla liczby Reynoldsa $\text{Re} > 100$ ciecz w obszarze mieszadła wiruje już tylko nieznacznie wolniej od samego mieszadła. Tłumaczy to obserwacja, że dla mniejszego skoku wstęgi mieszadła uzyskujemy większe wartości współczynników wnikanie ciepła (p. 3.4.3 i p. 3.4.4).



Rys. 3.5. Względna częstość wirowania cieczy w obszarze wstęgi mieszadła

Korzystając ze współczynników oporu ζ podanych przez *Whitakera, 1968* oraz wykorzystując równania (3.2) i (3.23), *Patterson i wsp., 1979* wyprowadzili równanie (3.24) określające zależność liczby mocy L_m od podstawowych parametrów geometrycznych układu mieszadło wstępowe-mieszalnik

$$L_m = 7,9 \cdot N_r \cdot \left(\frac{w}{d}\right)^{0,16} \frac{[5,8 Re_b^{0,26} \cdot \sin \theta + 1,8 \cos \theta]}{\left[\left(\frac{Nd^2 \rho}{\mu}\right)^{0,93} \left(\frac{D}{d}\right)^{0,91} \left(\frac{1}{d}\right)^{1,23}\right]} \quad (3.24)$$

gdzie θ oznacza kąt nachylenia wstęgi do poziomu, natomiast wielkość Re_b jest liczbą Reynoldsa charakteryzującą opływ cieczy wokół wstęgi o jej średnim promieniu R_c i szerokości w

$$Re_b = \frac{2\pi(N - N_c)R_c \cdot w \cdot \rho}{\eta} \quad (3.25)$$

Zaproponowane równanie (3.24) jest dużo bardziej skomplikowane niż równania korelacyjne wykorzystujące jedynie funkcje potęgowe i według autorów sprawdzało wyniki doświadczalne z błędem poniżej 8%. Podstawową jego zaletą jest wyprowadzenie formy równania z podstawowych praw rządzących mechaniką płynów. Jak zawsze w takich przypadkach wartości współczynników występujących w równaniu końcowym musiały być określone na podstawie badań doświadczalnych.

Innym przykładem zjawiskowego podejścia do sposobu określania mocy mieszania jest praca *Takahashi i wsp., 1982b*, w której autorzy traktują mieszadło wstępowe oraz kotwicowe jako jeden typ mieszadła różniący się kątem θ pochylenia łopatki lub wstęgi względem poziomu. Dla mieszadła kotwiczowego kąt θ

wynosi 90° , natomiast dla mieszadeł wstęgowych można go obliczyć z zależności (3.26)

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{\pi^2 \left(\frac{d}{s}\right)^2 + 1}} \quad (3.26)$$

Bazując na swojej poprzedniej pracy, *Takahashi i wsp., 1980* rozwinęli opracowaną poprzednio korelację uwzględniając dodatkowo szerokość wstęgi w oraz liczbę ramion mieszadła kotwicowego lub liczbę wstęg N_r . Autorzy wyprowadzili najpierw ogólną postać równań, a następnie, na podstawie badań doświadczalnych, określili wartości występujących tam stałych. Ostatecznie podali zależność (3.27) określającą wartość iloczynu liczby mocy oraz liczby Reynoldsa dla zakresu mieszania laminarnego

$$\text{Lm} \cdot \text{Re} = \frac{16\pi^3}{2\ln(4 + 8c/w) - 1} \left(\frac{L}{d}\right) f(c/D) (\sin \theta)^{0,555} \left(\frac{N_r}{2}\right) + 2,08\pi^3 N_a N_r \left(\frac{d_a}{d}\right)^{0,15} \left(\frac{r_b}{d}\right)^{3,15} \quad (3.27)$$

gdzie:

$$f(c/D) = 1 + 0,0053 \chi(c/D)^{-0,876} \quad (3.28)$$

Funkcja f uwzględnia wpływ prześwitu c na moc mieszania, natomiast wielkość L oznacza długość ramienia. Dla mieszadła kotwicowego jest to jego wysokość, natomiast dla mieszadła wstęgowego ($L = h \cdot \sin \theta$) jest to długość rozwiniętej wstęgi mieszadła.

Równanie (3.27) jest słuszne dla zakresu mieszania laminarnego ($\text{Re} = 0,1 \div 10$), dla następującego zakresu zmian parametrów geometrycznych: $1 < N_r < 4$; $0,019 < c/D < 0,3$; $0,49 < p/D < 1,95$; $0,076 < w/D < 0,20$.

Jak wynika z równań (3.27÷3.28) dwukrotne zmniejszenie prześwitu c powoduje wzrost mocy mieszania zaledwie o około 12%. Drugi ze składników równania (3.27) oznacza wpływ ramion mocujących łapy lub wstęgi z wałem napędowym na moc mieszania. Symbol d_a oznacza średnicę pręta mocującego, r_b jego zewnętrzny promień, natomiast N_a liczbę mocujących prętów dla jednego ramienia. Jak zauważają sami autorzy, nie popełniając wielkiego błędu, wpływ ten można pominąć lub przyjąć dodatkową wartość $\text{LmRe} = 5$ dla każdego mocującego pręta, niezależnie od jego wymiarów.

Łatwo zauważyć, że równania oparte o początkowe rozważania teoretyczne mają zawsze bardziej skomplikowaną postać od klasycznych równań korelacyjnych. Jednak dokładność tych pierwszych jest z reguły większa, a ich zakres stosowności obejmuje dużo większy przedział zmienności parametrów geometrycznych mieszadła niż równania korelacyjne, bazujące na funkcjach potęgowych.

3.1.4. Wykorzystanie metod modelowania matematycznego

Jeżeli chcemy określić moc mieszania lub inną wielkość użytkową dowolnego układu mieszającego z wykorzystaniem metod symulacji numerycznych, to etapem wstępnym obliczeń jest zawsze rozwiązanie modelu hydrodynamicznego, czyli określenie rozkładu wszystkich składowych prędkości cieczy w mieszalniku. W drugim etapie obliczeń należy określić rozkłady szybkości ścinania oraz naprężeń stycznych na ścianie i dnie mieszalnika i dopiero dysponując tymi danymi można określić siły, momenty, a następnie moc mieszania.

Modelowanie matematyczne jest pozbawione istotnych ograniczeń występujących w badaniach doświadczalnych, gdyż w przypadku modeli trójwymiarowych (modele 3D) można je praktycznie prowadzić dla dowolnej geometrii układu mieszającego, a w przypadku modeli 2D należy wprowadzić dodatkowe uproszczenia dotyczące obszaru miesadła. Modele rozwiązujące pole przepływu w ruchu laminarnym są dużo prostsze niż modele przeznaczone do rozwiązań ruchu burzliwego, gdyż ze względu na pomijanie prędkości pobocznych w ruchu laminarnym nie jest konieczne wprowadzanie bardzo skomplikowanych i nie zawsze pewnych hipotez domykających dotyczących samej burzliwości. Dlatego też modelowanie ruchu laminarnego jest w chwili obecnej dynamicznie rozwijającym się kierunkiem badań, ponieważ duże szybkości oraz duże pojemności pamięci obecnych mikrokomputerów klasy PC sprawiają, że jeden człowiek może zbudować i rozwiązać model matematyczny bez konieczności stosowania metod optymalizacyjnych dotyczących samego rozwiązania. W ostatnim dwudziestoleciu stosowanie metod modelowania matematycznego stało się dominującym trendem w metodach badawczych przepływu cieczy wewnątrz mieszalnika. Należy przewidywać, że w najbliższym czasie nastąpi jeszcze większe przyspieszenie metod badawczych w tym obszarze.

Ze względu na to, że modelowaniu matematycznemu poświęcony jest rozdział 6 monografii, w tym punkcie nie będą omawiane przykłady poszczególnych modeli numerycznych oraz otrzymywane na ich podstawie wyniki.

Inne sposoby

Omówione powyżej cztery podstawowe metody opracowywania wyników doświadczalnych dotyczących mocy mieszania są najczęściej spotykanymi metodami w literaturze przedmiotu i inne sposoby należą raczej do rzadkości. Jeśli jednak są one stosowane, to najczęściej autorzy wykorzystują w takich przypadkach specyficzne właściwości określonego typu miesadła. W przypadku mieszań wstęgowych tą właściwością jest stosunkowo duża powierzchnia czynna obracającego się miesadła. Wykorzystując tę właściwość *Zlokarnik, 1967* skorelował swoje wyniki doświadczalne za pomocą bezwymiarowego

inwariantu geometrycznego (F_w/d^2), uzyskując równanie (3.29), gdzie F_w jest całkowitą powierzchnią czynną wstęgi

$$Lm \cdot Re = 1000 \cdot (F_w / d^2)^{0,197} \quad (3.29)$$

Należy jednak zaznaczyć, że powyższą zależność można jedynie stosować dla wartości $w/d = 0,1$ oraz dla $D/d = 1,021$, gdyż podczas badań doświadczalnych powyższe parametry były niezmiennie, a zmieniał się jedynie skok oraz liczba wstęg mieszadła. Powierzchnia wstęgi może na przykład wzrosnąć na skutek wzrostu szerokości taśmy, który to parametr zasadniczo nie wpływa na moc mieszania (*Patterson i wsp., 1979; Rieger i wsp., 1986; Britio-de la Fuente, 1997*).

3.1.5. Wpływ poszczególnych parametrów geometrycznych mieszadła na moc mieszania

Dla typowych mieszadeł wstęgowych można wyróżnić pięć podstawowych parametrów geometrycznych określających układ mieszadło-mieszalnik. Są to: liczba wstęg N_r , prześwit $c = 0,5 \cdot (D/d - 1)$, skok wstęgi mieszadła p , szerokość wstęgi w oraz wysokość mieszadła h . W niektórych przypadkach ostatni z wymiarów nie jest brany pod uwagę, gdyż standardowo wysokość mieszadła zmienia się w bardzo niewielkich granicach $h/d = (0,9 \div 1,1)$. Podstawowymi wielkościami wynikowymi są z kolei: liczba zwojów wstęgi $i = h/p$ oraz kąt nachylenia wstęgi θ określony równaniem (3.26). Zakres zmienności podstawowych parametrów geometrycznych mieszadła w dostępnych pracach badawczych jest bardzo duży i można go prześledzić analizując zawartość tabeli 3.1. Celem określenia najczęściej stosowanych zakresów zmienności poszczególnych parametrów geometrycznych mieszadła wstęgowego zawartość tabeli 3.1 poddano odpowiedniej analizie statystycznej.

Liczba wstęg. 40% mieszadeł posiadało pojedynczą wstęgę, 56% posiadało wstęgę podwójną i zaledwie 4% badanych układów posiadało więcej niż 2 wstęgi. Niechęć do stosowania większej liczby wstęg niż 2 wynika przede wszystkim z problemów konstrukcyjnych związanych z zamontowaniem więcej niż dwóch wstęg na jednym wale oraz ze znacznie większego zapotrzebowania mocy do napędu takiego układu mieszającego.

Wielkość prześwitu. Prześwit względny c/d zmieniał się w granicach od 0,01 do 0,29, ale tylko 6,5% mieszadeł posiadało prześwit większy niż 0,07. Stosunkowo duża średnica mieszadła wstęgowego wynika niewątpliwie z przeznaczenia tego typu mieszadła do mieszania cieczy wysokolepkich. Tylko strumień cyrkulacji wtórnej obejmujący całą przestrzeń mieszalnika łącznie z obszarem przyściennym pozwala na osiągnięcie stosunkowo krótkich czasów zmieszania oraz właściwych warunków hydrodynamicznych do efektywnej wymiany ciepła pomiędzy ścianką

mieszalnika a cieczą mieszaną. 90% mieszadeł posiadało prześwit $c/d = 0,01 \div 0,07$, w tym 25% w zawężonym przedziale $0,02 \div 0,03$ oraz 25% w innym zawężonym przedziale $0,05 \div 0,06$. Stosowanie mieszadeł o prześwicie mniejszym niż 0,01 związane jest z dużymi problemami konstrukcyjnymi oraz eksploatacyjnymi (zapewnienie współosiowości mieszadła oraz mieszalnika), natomiast mieszadła o większych prześwitach niż 0,07 wykazują małą efektywność mieszania.

Skok wstęgi mieszadła (p/d). Zmiana tego parametru występowała w szerokim zakresie $0,35 \leq (p/d) \leq 2,15$, ale najwięcej mieszadeł (41%) mieściło się w bardzo wąskim przedziale $0,9 \leq (p/d) \leq 1$ i można śmiało stwierdzić, że jest to najbardziej typowa wielkość (p/d) stosowana w badaniach laboratoryjnych i w aplikacjach praktycznych, jeśli głównym celem mieszania jest osiągnięcie możliwie krótkich czasów zmieszania. Drugim chętnie stosowanym przedziałem jest przedział $0,4 \leq (p/d) \leq 0,6$ (23%) korzystny dla przypadków płaszczowej wymiany ciepła. Zaledwie 7% mieszadeł posiadało simpleks ($p/d \geq 1,3$).

Szerokość wstęgi (w/d). Zakres zmienności tego parametru wynosił od 0,08 do 0,22 i w przeważającej liczbie przypadków dotyczył bardzo wąskiego przedziału $0,09 \leq (w/d) \leq 0,12$. Tylko 9% mieszadeł posiadało wartość ($w/d \geq 0,14$) i tylko 2% mieszadeł posiadało wartość ($w/d \leq 0,09$). Zatem najbardziej typową szerokością wstęgi mieszadła była wartość ($w/d \cong 0,1$).

Wysokość mieszadła (h/d). Zbiorniki z mieszadłami wstęgowymi nie należą do zbiorników smukłych. Wprawdzie w tabeli 3.1 zakres zmian tego parametru jest stosunkowo duży i wynosi $0,95 \leq (h/d) \leq 1,94$, jednak aż 90% mieszadeł mieści się w bardzo wąskim przedziale $0,95 \leq (h/d) \leq 1,10$. 7% mieszadeł posiadało simpleksy $1,10 \leq (h/d) \leq 1,30$, a jedynie 3% ($h/d > 1,3$).

Biorąc pod uwagę powyższą analizę statystyczną można stwierdzić, że najbardziej **typowym mieszadłem wstęgowym** jest mieszadło o parametrach:

$$N_r = 2; \quad \frac{c}{d} = 0,05; \quad \frac{p}{d} = 1; \quad \frac{w}{d} = 0,1; \quad \frac{h}{d} = 1 \quad (3.30)$$

Należy jednak podkreślić, że mieszadło to nie musi być mieszadłem najbardziej efektywnym. Podczas płaszczowej wymiany ciepła można stosować mieszadła o dużo mniejszym prześwicie, natomiast jeśli chcemy osiągnąć stosunkowo krótkie czasy homogenizacji trzeba stosować mieszadła o większej szerokości wstęgi (Rieger i Nowak, 1986; Masiuk i wsp., 1993; Delaplace i wsp., 2000a).

3.1.5.1. Wpływ prześwitu

Największe szybkości ścinania oraz największe naprężenia styczne podczas pracy mieszadła wstęgowego powstają w prześwicie pomiędzy obracającą się wstęgą mieszadła a ścianką mieszalnika. Jednak obszar o dużych naprężeniach

stycznych nie obejmuje swoim zasięgiem całego obwodu ścianki, a jedynie najbliższe otoczenie obracającej się krawędzi wstęgi (Szulc, 2004; Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010) i na każdej wysokości ścianki liczba tych obszarów jest równa liczbie wstęg (najczęściej stosujemy mieszadła jedno- lub dwuwstęgowe). Poza tymi specyficznymi obszarami ciecz w pobliżu ścianki obraca się z dużo mniejszą prędkością obwodową, zatem szybkość ścinania oraz naprężenia styczne na ścianie mieszalnika będą również dużo mniejsze. Zwiększając średnicę mieszadła, czyli zmniejszając prześwit c , zwiększamy naprężenia styczne w samym prześwicie i naprężenia te będą w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalne do wielkości prześwitu. Jednak na pozostałym obwodzie mieszalnika naprężenia wzrosną w dużo mniejszym stopniu, gdyż prędkość obwodowa cieczy w mieszalniku będzie wzrastała wraz ze wzrostem średnicy mieszadła w sposób nieznaczny (Carreau i wsp., 1976). Trudno zatem w sposób jednoznaczny określić w jakim stopniu wzrośnie średnia wartość naprężeń stycznych na całym obwodzie ścianki mieszalnika, która to wartość decyduje o momencie oporowym oraz o mocy mieszania. Można jedynie stwierdzić, że zmniejszając prześwit powinniśmy obserwować wzrost zapotrzebowania mocy do napędu mieszadła. W równaniach korelacyjnych wykorzystujących funkcje potęgowe wzrost ten odnotowany jest w formie odpowiednich wartości wykładników potęg przy stosunku (c/d) lub w wartościach czynnika $1/[1-(d/D)^2]$ w równaniach wykorzystujących analogię przepływu Couette'a. W tabeli 3.4 zestawiono dostępne w literaturze przedmiotu wartości potęg przy simpleksie geometrycznym (c/d) podanych przez różnych autorów.

Tabela 3.4. Wartości wykładnika potęgi przy simpleksie geometrycznym (c/d) w równaniu (3.4)

Praca	Wartość wykładnika potęgi przy (c/d)	Zakres zmian wartości c/d
Błasiński i Rzyski, 1980	-0,53	0,01÷0,095
Bourne i wsp., 1979	-0,3	0,006÷0,063
Delaplace i Leuliet, 1997	-0,29	
Delaplace i Leuliet, 2000	-0,31	
Hall i Godfrey, 1970	-0,6	0,048÷0,06
Käppel, 1979	-0,3	0,01÷0,055
Kuncewicz i wsp., 2001	-0,25	0,021÷0,06
Nagata i wsp., 1972	-0,5	0,027÷0,285
Niedzielska, 2003	-0,25	0,037÷0,105
Rieger i wsp., 1986	-0,38	0,006÷0,12
Reher i Bohm, 1970	-1,0	0,055÷0,095
Sawinsky i wsp., 1976	-0,45	0,02÷0,095
Shamlou i Edwards, 1985	-0,33	0,025÷0,016

Jak wynika z tabeli 3.4 wszyscy cytowani autorzy stwierdzają wzrost mocy mieszania wraz ze wzrostem względnej średnicy mieszadła (zmniejszeniem się prześwitu), ale szybkość tego wzrostu była określana na różnym poziomie. Wartości wykładnika potęgi przy simpleksie c/d mieściły się w granicach od $-0,25$ (Kuncewicz i wsp., 2001; Niedzielska, 2003) do wartości $-1,0$ (Reher i Bohm, 1970). O ile pierwsza z wartości była zbliżona do innych wartości (Bourne i wsp., 1979; Käppel, 1979; Shamlou i Edwards, 1985; Delaplace i Leuliet, 1997; Delaplace i wsp., 2000a), o tyle ostatnia z nich różniła się wyraźnie od pozostałych. Obserwowane różnice mogą częściowo wynikać z różnic w liczbie zwojów oraz liczbie wstęg badanych mieszadeł. Jeśli liczba zwojów oraz liczba wstęg mieszadła była duża, wtedy mieszadło wstęgowe było zbliżone swoją konstrukcją do pełnego walca i wykładnik potęgi przy zmiennej (c/d) mógł się zbliżać do teoretycznej wartości $-1,0$ wynikającej z równania (3.17). Przy mniejszej liczbie zwojów bezwzględna wartość wykładnika malała.

W tabeli 3.5 przedstawiono wpływ jaki wywiera zmiana względnej średnicy mieszadła na obliczaną moc mieszania mieszadła wstęgowego w zależności od równania korelacyjnego, z którego korzystamy. Na końcu tabeli 3.5 zamieszczono również stosunek mocy $P_{d/D=0,97}/P_{d/D=0,9}$, jaki wynika z określonych zależności korelacyjnych. W tym przypadku do porównania wybrano dwie krańcowe, stosunkowo małe oraz stosunkowo duże względne średnice mieszadeł $d/D = 0,9$ oraz $d/D = 0,97$, które stosuje się w praktyce przemysłowej.

Tabela 3.5. Wpływ wykładnika potęgi przy simpleksie (c/d) na moc mieszania

d/D	c/d	$(c/d)^{-0,3}$	$(c/d)^{-0,5}$	$(c/d)^{-1,0}$	$1/[1-(d/D)^2]$
0,8	0,125	1,866	2,824	3,482	2,777
0,85	0,088	2,071	3,366	4,291	3,603
0,9	0,055	2,380	4,242	5,664	5,263
0,95	0,026	2,978	6,164	8,869	10,25
0,97	0,015	3,493	8,041	12,20	16,92
0,99	0,051	4,886	14,07	23,87	50,25
$P_{d/D=0,97}/P_{d/D=0,9}$		1,47	1,89	2,15	3,21

Jak wynika z tabeli 3.5 równania oparte na analogii przepływu Ceuette'a wykazywały największą wrażliwość na zmianę parametru (d/D), natomiast równania korelacyjne były znacząco mniej wrażliwe i z oczywistych względów ich wrażliwość zmniejszała się wraz ze zmniejszaniem się bezwzględnej wartości wykładnika potęgi. Dla typowych parametrów geometrycznych mieszadeł wstęgowych średnia wartość wykładnika potęgi przy zmiennej (c/d) powinna wynosić około $-1/3$, co oznacza, że dwukrotne zmniejszenie prześwitu pomiędzy wstęgą

mieszadła a ścianką mieszalnika powinno zwiększyć moc mieszania średnio o około 26%.

Należy jednak zaznaczyć, że przeprowadzona powyżej analiza nie jest dokładna, gdyż oparta jest jedynie na równaniach korelacyjnych proponowanych przez różnych autorów dla doświadczalnych układów geometrycznych znacznie różniących się między sobą elementami wyposażenia. Drugim powodem jest brak możliwości uwzględnienia wzajemnych interakcji poszczególnych parametrów geometrycznych.

Wydaje się, że wolne od tych błędów są metody wykorzystujące modelowanie matematyczne, które wnikając w mechanizm procesów przebiegających wewnątrz mieszalnika, mogą w przyszłości odpowiedzieć na pytanie o rzeczywisty wpływ prześwitu w różnych jego zakresach na moc mieszania mieszadeł wstęgowych.

3.1.5.2. Wpływ skoku wstęgi mieszadła

Jak wynika z analizy tabeli 3.2 zmniejszenie skoku wstęgi mieszadła, czyli zwiększenie liczby zwojów wstęgi dla tej samej wysokości mieszadła, powodowało w przeważającej liczbie przypadków zwiększenie zapotrzebowania mocy do napędu mieszadła. Matematycznym wyrazem tej tendencji była ujemna wartość wykładnika potęgi przy simpleksie geometrycznym (p/d) w równaniach korelacyjnych przedstawionych w tabeli 3.2. W tabeli 3.6 zestawiono wartości tych wykładników proponowanych w różnych pracach.

Tabela 3.6. Zależność mocy mieszania od skoku wstęgi mieszadła według różnych autorów

Autor	Wartość wykładnika potęgi przy simpleksie (p/d)	Zakres zmian simpleksu (p/d)
Błasiński i Rzyski, 1980	-0,63	$0,357 \div 1,28$
Brito-de la Fuente i wsp., 1997	-0,72	$0,5 \div 1,0$
Bourne i wsp., 1979	-0,3	$0,35 \div 0,826$
Delaplace i Leuliet, 1997	-0,44	
Delaplace i Leuliet, 2000	-0,37	$0,35 \div 2,16$
Hall i Godfrey, 1970	-0,73	$0,495 \div 1$
Käppel, 1979	-0,5	$0,5 \div 1$
Käppel i Seirbring, 1970	-0,66	$0,386 \div 1,054$
Kuncewicz i wsp., 2001	-0,55	$0,31 \div 0,93$
Masiuk i wsp., 1993	-0,2	$0,5 \div 2$
Nagata i wsp., 1972	-0,5	$0,5 \div 1,25$
Niedzielska, 2003	-0,55	$0,31 \div 0,93$
Rieger i wsp., 1983	-0,35	$0,35 \div 2,16$
Shamlou i Edwards, 1985	-0,5	$0,53 \div 1,02$

W 2/3 przypadków wykładnik potęgi przy simpleksie geometrycznym (p/d) mieścił się w wąskim przedziale $(-0,5) \div (-0,73)$, w pozostałych przypadkach jego bezwzględna wartość była niższa. Można zauważyć prawidłowość, że niskie bezwzględne wartości wykładnika potęgi uzyskiwano jedynie w przypadku, kiedy badano mieszadła o dużych skokach wstęgi mieszadła (Rieger i wsp., 1983; Masiuk i wsp., 1993; Delaplace i Leuliet, 2000) – jedynym wyjątkiem jest praca (Bourne i wsp., 1979). Obserwowany efekt można wytłumaczyć analizując opory kształtu oraz opory tarcia wstęgi mieszadła.

Zmniejszenie skoku wstęgi skutkuje dwoma efektami: zwiększeniem powierzchni czynnej mieszadła oraz zmniejszeniem kąta nachylenia wstęgi względem płaszczyzny poziomej. Oba efekty można połączyć z oporami kształtu oraz oporami tarcia obracającej się wstęgi. Opory tarcia proporcjonalne do powierzchni wstęgi będą rosły wraz ze zmniejszaniem się jej skoku, natomiast opory kształtu związane z koniecznością opływu ciała o stromym kształcie przez ciecz, będą malały. Te dwie przeciwstawne tendencje mają różny wpływ na sumaryczny opór obracającej się wstęgi mieszadła w całym zakresie zmian parametru (p/d).

Jak wynika z pracy Kuncewicza i wsp., 2005, dla mieszadeł ślimakowych o stosunku (p/d) $< 1,3$ opory tarcia przeważają nad oporami kształtu, gdyż zmniejszenie tego stosunku powodowało wzrost mocy mieszania. W granicznym przypadku, kiedy mieszadło ślimakowe staje się walcem, moc mieszania wzrasta sześciokrotnie w stosunku do wartości minimalnej obserwowanej dla (p/d) $\cong 1,3$. Przy zwiększaniu z kolei skoku ślimaka dla zakresu (p/d) $> 1,3$ następuje również wzrost mocy mieszania, ale tym razem jest on spowodowany znacznym zwiększeniem oporów kształtu. W drugim granicznym przypadku dla (p/d) $\rightarrow \infty$, tzn. kiedy ślimak staje się mieszadłem łopatkowym o małej średnicy i dużej wysokości, moc mieszania ze względu na stromy kształt elementu obrotowego przyjmuje drugą z wartości maksymalnych, ale tym razem tylko 2,3 razy większą od wartości minimalnej. Biorąc pod uwagę podobieństwo budowy mieszadła ślimakowego oraz wstęgowego, należy przypuszczać, że wpływy poszczególnych parametrów geometrycznych wstęgi lub ślimaka na moc mieszania powinny być bardzo zbliżone. Ponieważ w większości prac skok wstęgi mieszadła (p/d) zmieniał się w granicach od 0,35 do 1,1, czyli zmieniał się w zakresie (p/d) $< 1,3$, to biorąc pod uwagę wyniki pracy Kuncewicza i wsp., 2005 należało się spodziewać wzrostu mocy mieszania wraz ze zmniejszaniem się skoku wstęgi, co rzeczywiście odzwierciedla tabela 3.1 oraz tabela 3.6.

Potwierdzeniem powyższego rozumowania są bardzo nieliczne dane doświadczalne dotyczące mieszadeł o dużych skokach wstęgi mieszadła. Masiuk i wsp., 1992 dla mieszadła jednozwojowego o skoku (p/d) = 2 uzyskali moc mieszania o 15,6% większą niż dla mieszadła o skoku (p/d) = 1. Uzyskano zatem

odwrotną zależność niż wynika to z ujemnych wartości wykładników potęg przedstawionych w tabeli 3.6. Również *Takahashi i wsp., 1982b* dla mieszadeł dwuwstęgowych o simpleksach (p/d) równych 1,435 oraz 2,150 otrzymali praktycznie tę samą wartość mocy mieszania, co oznacza zerową wartość wykładnika potęgi przy tym simpleksie. Zatem wartość wykładnika potęgi przy simpleksie (p/d) zależy od wartości samego simpleksu i zmienia się od wartości ujemnej dla małych stosunków (p/d) do wartości dodatniej dla (p/d) > 1,3.

3.1.5.3. Liczba wstęp

Najczęściej stosuje się mieszadła wstępowe o liczbie wstęp $N_r = 1$ lub 2 i do bardzo rzadkich przypadków należą badania mieszadeł o większej liczbie wstęp (*Rieger i Nowak, 1986; Stręk i wsp., 1994*). Ze względu na małą zmienność tego parametru (1 lub 2) większość badaczy przyjmowało prostą proporcjonalność pomiędzy mocą mieszania a liczbą wstęp mieszadła (*Hall i Godfrey, 1970; Reher i Bohm., 1970; Sawinsky i wsp., 1976; Patterson i wsp., 1979; Takahashi i wsp., 1980; Takahashi i wsp., 1982b*), chociaż zjawiskowa interpretacja wskazuje, że wpływ ten powinien być słabszy. Wynika to z prostego rozumowania. Jeśli do obracającej się jednej wstęgi, która wytwarza już pewną cyrkulację obwodową cieczy w mieszalniku dodamy wstęgę drugą, to będzie ona pracowała w istniejącym już polu prędkości i jej opór będzie mniejszy niż wstęgi pierwszej. Zatem sumaryczny opór mieszadła będzie mniej niż proporcjonalny w stosunku do liczby wstęp. Potwierdzają to badania tych samych autorów (*Takahashi i wsp., 1982b*), którzy dla trzech mieszadeł o liczbie wstęp $N_r = 1, 3$ oraz 4 (pozostałe parametry układu geometrycznego były identyczne) otrzymali wartości $A = 148,4; 416,3$ oraz $491,5$. Z prostych obliczeń wynika, że wykładnik potęgi przy liczbie wstęp N_r powinien wynosić nie 1,0 jak zakładają sami autorzy, a jedynie 0,85.

Dużo mniejszą zależność mocy mieszania od liczby wstęp podają *Nagata i wsp., 1972* oraz *Shamlou i Edwards, 1986*, którzy w proponowanych równaniach korelacyjnych dla szerokości wstęgi $w/d \cong 0,1$ umieszczają czynnik $N_r^{0,5}$. Potęgą 0,5 przy zmiennej N_r oznacza, że dodanie drugiej wstęgi powoduje wzrost mocy mieszania o 41%, a nie o 100%, jak wynika z prostej proporcjonalności $P \sim N_r$.

Wielu innych autorów (*Käppel i Seirbring, 1970; Käppel, 1979; Błasiński i Rzyski, 1980; Rieger i wsp., 1986; Delaplace i Leuliet, 2000*) proponuje wartości pośrednie wykładnika potęgi z przedziału $0,78 \div 0,9$, co wydaje się być wartością właściwą. Pewnym potwierdzeniem tej hipotezy jest zależność podana przez *Delaplace i Leuliet, 1997*

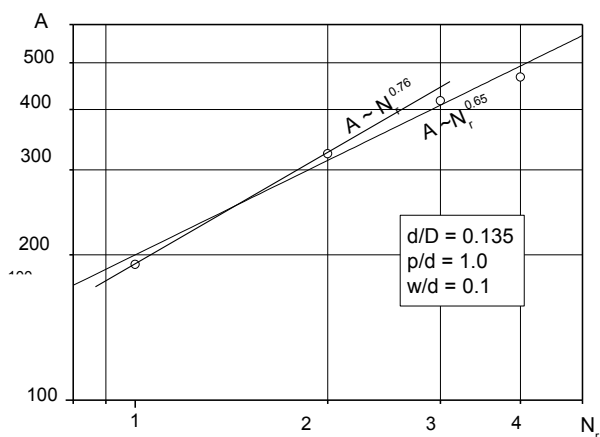
$$Lm \cdot Re = 66 \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,44} \left[0,5 \left(\frac{D}{d} - 1 \right)^{-0,29} \right] \left(\frac{h}{d} \right) N_r^{0,84} \quad (3.31)$$

lub inną pracę tego samego zespołu (*Delplace i Leuliet, 2000*), w której podano zależność

$$Lm \cdot Re = 91 \cdot N_r^{0,79} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,37} \left[0,5 \left(\frac{D}{d} - 1 \right)^{-0,31} \right] \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{0,16} \left(\frac{h}{d} \right) \quad (3.32)$$

Wykładniki potęg przy liczbie wstęg mieszadła N_r równe 0,84 oraz 0,79 bardzo dobrze zgadzałyby się z wyliczonym poprzednio wykładnikiem 0,85 ustalonym na podstawie badań *Takahashi i wsp., 1982b*.

Badaniom dotyczącym wpływu liczby wstęg na moc mieszania poświęcona była praca *Stręka i wsp., 1994*, w której określono moc mieszania dla czterech mieszadeł wstęgowych, w których jedynym zmiennym parametrem była liczba wstęg mieszadła $N_r = 1, 2, 3$ oraz 4. Wyniki badań przedstawione są na rys. 3.6. Przy czterokrotnym wzroście liczby wstęg moc mieszania wzrosła 2,45 razy, co oznacza, że średnio moc mieszania wzrastała proporcjonalnie do $N_r^{0,65}$. Jednak, jak wynika z rys. 3.6, dodanie każdej następnej wstęgi powodowało coraz mniejsze przyrosty zapotrzebowania mocy do napędu mieszadła.



Rys. 3.6. Wpływ liczby wstęg N_r na moc mieszania mieszadeł wstęgowych (*Stręka i wsp., 1994*)

W praktyce przemysłowej stosuje się najczęściej mieszadła jedno- lub dwuwstęgowe. Ze względu na trudności wykonawcze praktycznie jedynie incydentalnie stosuje się mieszadła trzywstęgowe, a mieszadła czterowstęgowe stosuje się jedynie w badaniach w celach poznawczych. Przyjmując zatem najczęściej stosowane

liczby wstęp $N_r = 1$ oraz 2 z rys. 3.6 można odczytać, że dla tego zakresu zmiany parametru N_r moc mieszania $P \sim N_r^{0,76}$. Uzyskana wartość wykładnika 0,76 jest w dobrej zgodzie z poprzednio cytowanymi pracami. Zmniejszająca się wartość wykładnika potęgi wraz ze wzrostem liczby wstęp jest dość zrozumiała, jeśli na proces mieszania patrzymy ze zjawiskowego punktu widzenia. Dodanie każdej następnej wstęgi do istniejącego już układu powoduje coraz większe ekranowanie jej działania przez wstęgi poprzednie. Teoretycznie, dla nieskończonej liczby wstęp moc mieszania dążyłaby do wartości stałej równej mocy potrzebnej do utrzymania obrotów przestrzeni pierścieniowej umieszczonej współosiowo w zbiorniku cylindrycznym.

3.1.5.4. Szerokość wstęgi

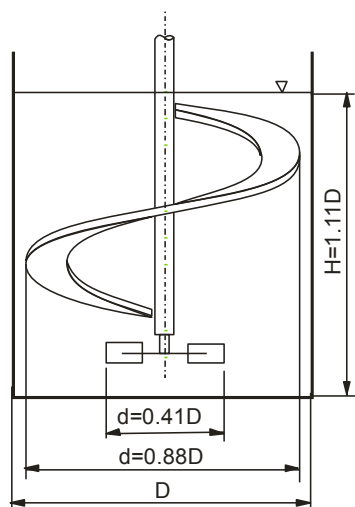
Można stwierdzić, że szerokość wstęgi mieszadła ma tylko nieznaczny wpływ na zapotrzebowanie mocy do napędu mieszadła. Skutkiem tego jest dość ograniczona liczba prac, w których badano wpływ tego parametru na wartość P . Jak wynika z badań (*Rieger i wsp., 1986; Brito-de la Fuente i wsp., 1997; Delaplace i Leuliet, 2000*) w równaniach korelacyjnych wykorzystujących funkcje potęgowe wykładnik potęgi przy simpleksie geometrycznym (w/d) wahał się w granicach $0,14 \div 0,2$. Jeśli przyjmiemy średnią wartość tego wykładnika równą 0,17, to przy podwojeniu szerokości wstęgi mieszadła moc mieszania wzrosłaby zaledwie o 12,5%. Można zatem śmiało stosować mieszadła o dużo większej szerokości wstęgi, gdyż zwiększają one cyrkulację wtórną w mieszalniku i zmniejszają czas homogenizacji (*Delaplace i wsp., 2000a*).

3.1.6. Nietypowe rozwiązania konstrukcyjne mieszadeł wstępowych

Niekiedy wymagania technologiczne zmuszają nas do stosowania nietypowych rozwiązań konstrukcyjnych układów mieszących. Przykładem może być konieczność napowietrzania układów o dużej lepkości. Zastosowanie typowego mieszadła wstęgowego nie zapewni dobrego rozprowadzenia gazu w całym mieszalniku. Generuje ono zbyt małe prędkości, aby skutecznie rozprowadzić go wewnątrz mieszalnika, a zwiększenie prędkości mieszadła spowodowałoby zbyt duży wzrost mocy mieszania ($P \sim N^2$).

Ciekawym sposobem rozwiązania tego problemu jest konstrukcja zaproponowana w pracy *Espinosa-Solaresa i wsp., 1997*, przedstawiona na rys. 3.7. Na dwóch współosiowych wałach obracających się jeden w drugim umieszczono mieszadło wstęgowe oraz turbinę Rushtona, która obracała się zawsze 6,2 razy szybciej niż mieszadło wstęgowe. Zadaniem mieszadła dolnego było dobre rozprowadzenie gazu w dolnej części mieszalnika, natomiast mieszadło górne rozprowadzało powstałą w ten sposób mieszaninę gazu i cieczy w całej objętości

mieszalnika, zapewniając tym samym w miarę równomierne obciążenie fazą gazową całą objętość mieszalnika.



Rys. 3.7. Schemat układu mieszającego do napowietrzania cieczy o dużej lepkości (*Espinosa-Solares. i wsp., 1997*)

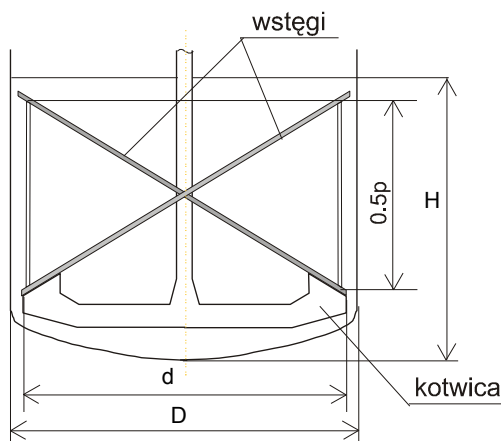
Oprócz utylitarnych aspektów pracy, ciekawą obserwacją było porównanie nakładów energetycznych układu podwójnego przedstawionego na rys. 3.7 z sumą nakładów energetycznych wykazywanych przez pojedyncze mieszadła. Dla układu podwójnego otrzymano

$$L_m \cdot Re = A = 340,45 \pm 3,4 \quad (3.33)$$

natomiast pomiary mocy mieszania pojedynczych mieszadeł określiły wartości stałej A równej 138,8 dla mieszadła wstęgowego oraz 72,0 dla turbiny Rushtona. Wynika z tego, że układ podwójny wymagał większej mocy mieszania niż suma układów pojedynczych, pomimo że oba mieszadła obracały się w tym samym kierunku. Przez analogię do poprzednich przypadków (z wstęgą pojedynczą lub wielokrotną), gdzie układ sumaryczny wykazywał mniejsze zapotrzebowanie mocy mieszania niż suma układów pojedynczych, w tym przypadku doświadczenia wykazały relacje odwrotne. Według *Tanguy i wsp., 1997* przyczyn takiego wyniku należało szukać w odmiennym sposobie pracy obu mieszadeł. Mieszadło turbinowe pracujące w dolnej części mieszalnika generowało duży strumień cieczy w kierunku promieniowym i w znaczący sposób zmniejszało efekt pompujący mieszadła wstęgowego w tym obszarze. Zatem, pomimo zgodności kierunku obrotów obu mieszadeł, główne kierunki strumieni cieczy wyrzucane z obu obszarów mieszadła nie pokrywały się, a były względem siebie prostopadłe.

Jeśli mieszadła wstęgowe pracują w mieszalniku z dnem wyoblonym, wtedy bezpośredni obszar oddziaływania mieszadła nie obejmuje najczęściej cieczy

znajdującej się w dolnej części mieszalnika. Firma *Ekato* proponuje w takim przypadku połączenie mieszadła wstęgowego oraz kotwiczowego, gdzie ostatnie z nich znajduje się poniżej mieszadła wstęgowego, zaburzając ciecz w tym obszarze (rys. 3.8).



Rys. 3.8. Mieszadło PARAVISC® firmy Ekato

Dla takiego układu mieszającego *Tanguy i wsp., 1992* zaproponowali równanie (3.34) pozwalające obliczać moc mieszania w szerokim zakresie zmian liczby Reynoldsa

$$Lm = \frac{311,3}{Re} + \frac{1,62}{Re^{0,09}} \quad (3.34)$$

W ruchu laminarnym dla małych wartości liczb Reynoldsa decyduje pierwszy składnik po prawej stronie równania (3.34) i z bardzo małym błędem można przyjąć, że dla tego zakresu ruchu iloczyn liczby mocy oraz liczby Reynoldsa jest w przybliżeniu stały i wynosi $Lm \cdot Re \cong 311,3$. W ruchu burzliwym wobec dużych liczb Reynoldsa pierwszy ze składników przestaje odgrywać jakąkolwiek rolę (dla $Re = 10000$, pierwszy składnik stanowi zaledwie około 4% sumy obu składników) i z pewnym przybliżeniem można napisać

$$Lm \cong \frac{1,62}{Re^{0,09}} \quad (3.35)$$

Oba równania są słuszne dla mieszadła dwuwstęgowego o parametrach: $d/D = 0,925$; $p/d = 1,75$; $w/d = 0,1$; $h/d = 1,06$; $H/D = 1,18$ pracującego w mieszalniku z dnem wyoblonym. Dla mieszadła wstęgowego bez kotwicy iloczyn $Lm \cdot Re = 249$, czyli był mniejszy o około 24% niż dla układu łączonego (*Delaplace i Leuliet, 1997*).

3.2. Czasy homogenizacji

Podczas analizy pracy mieszadeł z punktu widzenia możliwości uzyskania jednorodnej mieszaniny w całej objętości mieszalnika, posługujemy się najczęściej dwoma podstawowymi pojęciami: czasem homogenizacji τ_m oraz czasem cyrkulacji τ_c . Oba pojęcia odnoszą się do makromieszania i mimo niezbyt precyzyjnej definicji są stosowane od bardzo dawna.

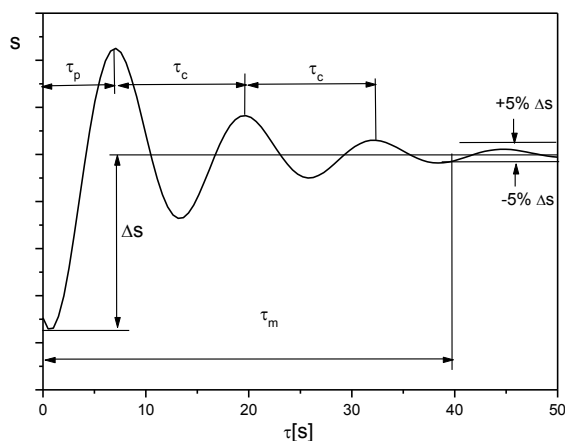
Czasem homogenizacji (czasem zmieszania) nazywamy czas, jaki jest wymagany, aby układ mieszany osiągnął odpowiednio duży stopień jednorodności, narzucony warunkami prowadzenia określonego procesu technologicznego (*Stręk, 1981*). Przez czas cyrkulacji należy rozumieć średni czas, potrzebny elementowi cieczy na wykonanie jednej pełnej pętli cyrkulacyjnej w mieszalniku. Bardziej precyzyjna definicja wartości τ_c to czas, jaki upływa pomiędzy dwoma kolejnymi przejściami wskaźnika przepływu w tym samym kierunku przez dowolną płaszczyznę poziomą w mieszalniku. Obie definicje, jak już wspomniano, nie są jednoznaczne. W przypadku wartości τ_m nie jest jednoznacznie określony stopień homogenizacji oraz sposób jego określania, stąd też stosując różne techniki pomiarowe oraz przyjmując różne definicje stopni homogenizacji, uzyskane w wyniku pomiarów, wartości τ_m dla tego samego układu geometrycznego mogą się różnić nawet ponad dwukrotnie. W przypadku określania czasu cyrkulacji τ_c pętle cyrkulacyjne nie zawsze się dokładnie zamykają, a dodatkowo wartość τ_c może zależeć od wybranego przekroju obserwacji w mieszalniku. Dlatego też bezpośrednie porównywanie obu czasów na podstawie wyników uzyskanych przez różnych autorów napotyka na poważne trudności. Obie wielkości są bezpośrednio związane z wydajnością pompowania mieszadła, czyli objętościowym natężeniem przepływu cieczy wypływającej z obszaru mieszadła w kierunku promieniowo-osłowym (rozdział 2). Im większa wydajność pompowania mieszadła, tym większa cyrkulacja wtórna w mieszalniku, tym krótszy czas homogenizacji.

Do praktycznego określania czasów homogenizacji można stosować różnorodne techniki pomiarowe. Do najczęściej spotykanych technik należą:

- *metoda konduktometryczna* polegająca na wstrzyknięciu do cieczy mieszanej roztworu elektrolitu i pomiarze czasu potrzebnego do wyrównania się jego stężenia wewnątrz mieszalnika (pomiar przewodnictwa elektrycznego),
- *metoda termiczna*, która jest podobna do poprzedniej metody, ale impulsem zakłócającym stan równowagi w mieszalniku jest określona ilość cieczy o temperaturze wyraźnie różniącej się od temperatury cieczy w mieszalniku (pomiar temperatury),
- *metoda chemiczna*, w której bardzo szybka reakcja chemiczna pomiędzy cieczą mieszaną a dodanym reagentem powoduje wyraźną zmianę koloru cieczy mieszanej,

- *metoda kolorymetryczna*, gdzie do zawartości mieszalnika dodaje się pewną ilość silnie zabarwionej cieczy i bada się szybkość wyrównywania się barwy w całym mieszalniku,
- *metoda termiczna z użyciem ciekłych kryształów*, gdzie barwa ciekłego kryształu zależy od temperatury cieczy,
- *metoda optyczna* wykorzystująca różnice w wartościach współczynników załamania światła w zależności od temperatury cieczy (obserwacja zanikających smug światła na białym ekranie).

W przypadku mieszania cieczy wysokolepkich najczęściej stosowane są cztery pierwsze metody. Na rys. 3.9 przedstawiono typową odpowiedź układu na zakłócenie spowodowane dodaniem elektrolitu lub dodaniem cieczy o wyraźnie różniącej się temperaturze. Miejsce, w którym powodujemy skokową zmianę własności cieczy mieszanej oraz miejsce rejestracji zmian tej własności w czasie nie mogą być zupełnie dowolne. Przede wszystkim oba charakterystyczne punkty nie mogą się znajdować w strefach martwych mieszalnika lub strefach o dużo słabszym wymieszaniu. Nieuwzględnienie tego ograniczenia prowadzi zawsze do uzyskania mocno zawyżonych wyników. Praktycznie oba punkty umieszcza się najczęściej w odległości $1/3 \div 1/2$ promienia od wału mieszadła i znajdują się one po przeciwnych stronach wału.



Rys. 3.9. Określanie czasu homogenizacji τ_m oraz czasu cyrkulacji τ_c metodą konduktometryczną lub termiczną

Na poglądowym rys. 3.9 można wyraźnie określić czasy, w których objętość cieczy o wyraźnie zmienionych właściwościach (np. przewodnictwo elektryczne s) przechodzi przez punkt pomiarowy – są to kolejne piki na wykresie $s = f(\tau)$. Pod pojęciem s w tym przypadku należy rozumieć wartość mierzoną, czyli wielkość sygnału. Przedział czasowy oznaczony na rys. 3.9 symbolem τ_p jest opóźnieniem sygnału i określa czas pierwszego dotarcia impulsu do miernika. Z upływającym

czasem, na skutek mieszania się cieczy w mieszalniku, każdy następny pik sygnałowy jest coraz słabszy a odstępy czasowe, w których pojawia się on w punkcie obserwacji są czasami cyrkulacji τ_c . Najczęściej za czas homogenizacji τ_m uważa się czas liczony od momentu wprowadzenia zaburzenia do układu do momentu, w którym zmiany wartości sygnału są mniejsze niż 5% ogólnej zmiany sygnału Δs (Delaplace i wsp., 2000a; Dieulot i wsp., 2002). Wartość 5% jest najczęściej stosowanym kryterium, ale nie jedynym (Stręk, 1981). Biorąc pod uwagę różne techniki pomiarowe, różne kryteria oceny czasu homogenizacji, różne umiejscowienia punktów charakterystycznych w mieszalniku oraz szczegóły techniczne dotyczące sposobu wykonywania pomiarów, wyniki prezentowane przez różnych autorów czasami różnią się nawet kilkakrotnie. Dotyczy to również mieszadeł wstęgowych, gdzie najczęściej stosuje się metodę konduktometryczną, termiczną oraz chemiczną. Poniżej przedstawiono bardzo krótki zestaw prac badawczych, w których wykorzystywano poszczególne techniki pomiarowe:

- metodę konduktometryczną: (Hoogendoorn i Den Hartog, 1967; Gelus i wsp., 1979; Rieger i Novak, 1986; Delaplace i wsp., 2000a; Dieulot i wsp., 2002),
- metodę termiczną: (Hoogendoorn i Den Hartog, 1967; Zlokarnik, 1967; Havas i wsp., 1978; Brito de-la Fuente i wsp., 1990a,b; Leuliet i wsp., 1992; Masiuk i wsp., 1992; Masiuk i Łacki, 1993; Delaplace i wsp., 2000),
- metodę chemiczną: (Nagata i wsp., 1956; Gray, 1963; Johnson, 1967; Hoogendoorn i Den Hartog, 1967; Ullrich i Schreiber, 1967; Coyle i wsp., 1970a; Carreau i wsp., 1976; Takahashi i wsp., 1985; Takahashi i wsp., 1994),
- inne metody: metody fotoelektryczne – (Käppel i Seirbring, 1970; Zopf i Moser, 1974; Chavan i wsp., 1975; Käppel, 1979) lub metody z wykorzystaniem kamery filmowej – (Murakami i wsp., 1972).

W tabeli 3.7 przedstawiono dostępne dane dotyczące zmierzonych czasów homogenizacji, czasów cyrkulacji oraz mocy mieszania (w przypadkach kiedy moc taka była mierzona) w dostępnej literaturze przedmiotu. W tej samej tabeli zamieszczono geometrię układu mieszańca-mieszalnik, dla której wykonano odpowiednie pomiary. W kolumnach zawierających czasy homogenizacji oraz czasy cyrkulacji podano również metodę pomiarową, jaką zastosowano do określania tych czasów. Czas homogenizacji τ_m podany jest w formie bezwymiarowej liczby K_m zdefiniowanej równaniem (3.36)

$$K_m = N \cdot \tau_m \quad (3.36)$$

Łatwo zauważyć, że bezwymiarowa liczba K_m oznacza jednocześnie liczbę obrotów mieszańca, które zapewniają uzyskanie wymaganego stopnia jednorodności cieczy mieszanej. Takie ujęcie pozwala w dużym stopniu porównywać czasy

homogenizacji nawet dla mieszadeł o różnych konstrukcjach. Analogicznie, czas cyrkulacji τ_c jest podawany w formie bezwymiarowej liczby K_c . Wartość K_c oznacza liczbę obrotów mieszadła, które zapewniają zamknięcie pętli cyrkulacyjnej w mieszalniku przez poruszający się zgodnie z rozkładem linii cyrkulacyjnych element cieczy (wskaźnik przepływu)

$$K_c = N \cdot \tau_c \quad (3.37)$$

Jak już wspomniano, podawane przez różnych autorów wartości K_m lub K_c dla tych samych układów geometrycznych mieszadło-mieszalnik często różnią się między sobą dość znacznie. Oprócz różnej techniki pomiarowej oraz sposobu definicji czasu homogenizacji również inne zmienne pomiarowe, takie jak miejsce i sposób wstrzykiwania traseru, wielkość traseru, własności fizykochemiczne cieczy itp. są również odpowiedzialne za rozrzut wyników prezentowanych w poszczególnych pracach. Przykładowo *Havas i wsp., 1978* podają, że wartości K_m uzyskane metodą chemiczną stanowią zaledwie 1/3 podobnych wartości uzyskanych metodą termiczną. Z kolei *Delaplace i wsp., 2000a* stwierdzają, że metoda konduktometryczna oraz termiczna dają praktycznie bardzo zbliżone wyniki, jeśli tylko miejsce wstrzyknięcia traseru oraz pomiaru wielkości sygnału nie są umieszczone w martwych strefach w mieszalniku. Wiele innych prac poświęconych było badaniom zalet i wad różnych technik pomiarowych (*Ford i wsp., 1972; Käppel, 1979a; Hiby, 1981; Manna, 1997*). Na podstawie przeglądu tych oraz innych prac (*Kramers i wsp., 1953; Prochazka i Landau, 1961; Biggs, 1963; Hoogendoorn i Den Hartog, 1967; Hall i Godfrey, 1968; Novak i Rieger, 1969, 1975; Novak i Rieger, 1977; Nagata i wsp., 1972; Khang i Levenspiel, 1976; Gelus i wsp., 1979; Sasakura i wsp., 1980; Seichter, 1981b; Caussanel-Laurent, 1990; Manna, 1997*) można stwierdzić, że metoda konduktometryczna oraz termiczna są najczęściej stosowanymi metodami do określania czasów homogenizacji i w chwili obecnej stają się one powoli standardem w badaniach dotyczących czasów homogenizacji.

Również badanie czasów cyrkulacji nie jest wolne od problemów z wybraniem odpowiedniej metody pomiarowej. Do tej pory brak jest ustalonej i jednoznacznej metody określania wartości τ_c i, podobnie jak w przypadku czasów homogenizacji, jest to główny powód obserwowanych rozbieżności w prezentowanych wynikach doświadczalnych. Najczęściej stosowane są dwie metody. Pierwsza z nich to obserwacja wizualna lub przy użyciu kamery filmowej czasu przepływu, czyli obiegu całej pętli cyrkulacyjnej wewnątrz mieszalnika przez tzw. wskaźnik przepływu (flow follower). Wskaźnikiem przepływu jest zazwyczaj element z tworzywa sztucznego o gęstości identycznej jak ciecz mieszana zbudowany z trzech pełnych obręczy połączonych ze sobą w trzech prostopadłych płaszczyznach

(*Foř i wsp.*, 1975; *Stręk*, 1977). Strome kształty oraz identyczna gęstość z cieczą mieszaną powoduje, iż brak jest praktycznie różnic prędkości pomiędzy prędkością elementu a prędkością otaczającej go cieczy. Zatem czas przejścia wskaźnika przepływu przez dowolną płaszczyznę w tym samym kierunku jest równy czasowi cyrkulacji cieczy τ_c . Drugim sposobem jest pośrednie wykorzystanie metody konduktometrycznej lub termicznej. W tym przypadku jako czas cyrkulacji przyjmuje się czas pomiędzy dwoma kolejnymi maksimami sygnału w punkcie pomiarowym (rys. 3.9).

W szczególnych przypadkach (np. mieszadła ślimakowe) stosowane są metody pośrednie, takie jak pomiar spadku ciśnienia (*Chavan i Ulbrecht*, 1973b) lub pomiar rozkładu prędkości osiowych wzdłuż promienia (*Seichter*, 1981a; *Soliman*, 1985; *Caussannel-Laurent*, 1990), niemniej metody te nie znalazły zastosowania w przypadku mieszadeł wstęgowych. Niezależnie jednak od metody badawczej, autorzy przedstawiają wyniki badań zazwyczaj w formie bezwymiarowego równania (3.37) i dla zakresu mieszania laminarnego, zgodnie z badaniami wielu autorów (*Nagata i wsp.*, 1956; *Bornue i Butler*, 1969a; *Coyle i wsp.*, 1970; *Carreau i wsp.*, 1976; *Guerin i wsp.*, 1984; *Ryan i wsp.*, 1988; *Brito de-la Fuente i wsp.*, 1990b) iloczyn $K_c = N \cdot \tau_c$ jest wartością stałą, niezależną od liczby Reynoldsa i jedynie w pracach *Takahashi*, 1988, 1989 autor stwierdził nieznaczną zależność wartości K_c od liczby Reynoldsa.

Tabela 3.7. Czasy homogenizacji oraz czasy cyrkulacji dla mieszadeł wstęgowych dostępne w opracowaniach literaturowych

Autorzy	Symbol	d (m)	D/d	w/d	p/d	h/d	H/d	N _R	A	N τ_m	N τ_c
Brito de la Fuente, 1990a oraz Leuliet i wsp., 1991	HR1B	0,185	1,135	0,162	1,000	1,00	1,14	1	137,1	55,0 ^{d)}	22,9 ^{d)}
	HRS1B	0,185	1,135	0,162	1,00	1,00	1,14	1	132,5	-	-
	HRS2B	0,185	1,135	0,162	0,50	1,00	1,14	1	222,7	-	-
	HRS2A	0,1850	1,135	0,108	0,500	1,000	1,14	1	206,4	-	-
	HRS1A	0,1850	1,135	0,108	1,000	1,000	1,14	1	131,2	-	-
Bourne i wsp., 1979	Bo-A	-	1,101	0,122	0,390	1,19	1,37	2	530	53 ¹⁾	-
	Bo-B	-	1,030	0,110	0,362	1,11	1,28	2	720	56 ¹⁾	-
	Bo-C	-	1,014	0,110	0,350	1,08	1,24	2	932	60 ¹⁾	-
	Bo-D	-	1,102	0,121	0,571	1,17	1,36	2	407	50 ¹⁾	-
	Bo-E	-	1,027	0,113	0,537	1,09	1,26	2	639	49 ¹⁾	-
	Bo-F	-	1,012	0,109	0,516	1,06	1,23	2	800	54 ¹⁾	-
	Bo-G	-	1,119	0,124	0,812	1,26	1,37	2	402	88 ¹⁾	-
Bourne i Butler, 1969	BB-2	0,280	1,051	0,113	0,362	1,11	1,28	2	731,0	-	24,4 ^{a)}
	BB-5	0,872	1,048	0,113	0,362	1,11	1,28	2	767,0	-	24,4 ^{a)}
Carreau i wsp., 1976	Ca-I	0,130	1,110	0,097	0,719	1,05	1,11	2	355,0	45,0 ¹⁾	13,2 ^{a)}
	Ca-II	0,130	1,110	0,097	1,048	1,05	1,11	2	234,0	51,0 ¹⁾	13,1 ^{a)}
	Ca-III	0,130	1,110	0,195	0,707	1,05	1,11	2	314,0	25,0 ¹⁾	7,1 ^{a)}

Ulbrecht i Carreau, 1985	Ca-IV	0,105	1,370	0,121	0,848	1,05	1,37	2	199,0	55,0 ¹⁾	15,0 ^{a)}
	Ca-V	0,130	1,110	0,097	0,695	1,05	1,11	1	160,0	61,0 ¹⁾	21,8 ^{a)}
	Ca-VI	0,222	1,110	0,099	0,690	1,05	1,12	2	-	-	-
Coyle i wsp., 1970	Co-1	0,432	1,059	0,083	0,500	1,00	1,06	1	-	63,0 ^{a)}	20,0 ^{a)}
Gray, 1963	Gr-1	0,216	1,059	0,12	0,75	0,94	1,18	2	420,0	25,0 ⁴⁾	-
Hoogendoorn i wsp., 1967	HD-1	0,240	1,042	0,09	0,61	0,94	1,09	2	480,0	65,0 ¹⁾	-
Gelus i wsp., 1979	Ge-1	-	1,111	0,111	1,000	1,00	1,00	2	265	100 ⁸⁾	9,5 ^{b)}
	Ge-1	-	1,111	0,111	1,000	1,00	1,00	2	265	130 ¹⁾	12 ^{a)}
Guerin i wsp., 1984	Gu-A	0,130	1,108	0,100	0,720	1,05	1,11	2	-	45,0 ¹⁾	12,9 ^{a)}
	Gu-B	0,130	1,108	0,100	1,050	1,05	1,11	2	-	49,0 ¹⁾	12,3 ^{a)}
	Gu-C	0,130	1,108	0,200	0,710	1,05	1,11	2	-	22,0 ¹⁾	11,0 ^{a)}
	Gu-E	0,130	1,108	0,100	0,700	1,05	1,11	1	-	53,0 ¹⁾	17,7 ^{a)}
	Gu-F	0,220	1,127	0,100	0,700	1,05	1,11	2	-	45,0 ¹⁾	17,3 ^{a)}
Ho i Kwong, 1973	HK-1	1,737	1,053	0,10	0,53	1,03	1,05	1	290,0	90,0	-
	HK-2	1,737	1,053	0,10	1,05	1,03	1,05	1	186,0	126,0	-
	HK-3	1,737	1,053	0,10	0,53	1,03	1,05	2	426,0	48,0	-
	HK-4	1,737	1,053	0,10	1,05	1,03	1,05	2	273,0	66,0	-
Havas i wsp., 1978	Ha-1	0,202	1,053	0,105	1,00	1,00	1,22	2	330,0	75,0 ¹⁾	-
	Ha-1'	0,376	1,053	0,105	1,00	1,00	1,22	2	330,0	75,0 ¹⁾	-
	Ha-2	0,191	1,111	0,108	1,00	1,06	1,29	7	247,0	52,0 ¹⁾	-
	Ha-2'	0,356	1,111	0,108	1,00	1,06	1,29	2	247,0	52,0 ¹⁾	-
	Ha-3	0,337	1,176	0,104	1,00	1,10	1,36	2	205,0	-	-
Johnson, 1967	Jo-1	0,092	1,103	0,10	0,77	0,97	1,10	2	325,0	150,0 ⁴⁾	-
Käppel, 1979c	W1/0.5/1.02	0,330	1,021	0,10	0,50	1,00	1,10	1	334,0	115,0 ⁵⁾	-
	W1/0.5/1.06	0,330	1,058	0,10	0,50	1,00	1,10	1	246,0	98,2 ⁵⁾	-
	W1/0.5/1.1	0,330	1,106	0,10	0,50	1,00	1,10	1	208,0	97,2 ⁵⁾	-
	W2/0.5/1.02	0,330	1,021	0,10	0,50	1,00	1,10	2	591,0	49,7 ⁵⁾	-
	W2/0.5/1.06	0,330	1,058	0,10	0,50	1,00	1,10	2	416,0	55,5 ⁵⁾	-
	W2/0.5/1.1	0,330	1,106	0,10	0,50	1,00	1,10	2	359,0	66,7 ⁵⁾	-
	W1/1/1.02	0,330	1,021	0,10	1,00	1,00	1,10	1	242,0	120,7 ⁵⁾	-
	W1/1/1.06	0,330	1,058	0,10	1,00	1,00	1,10	1	178,0	112,8 ⁵⁾	-
	W1/1/1.1	0,330	1,106	0,10	1,00	1,00	1,10	1	142,0	107,0 ⁵⁾	-
	W2/1/1.02	0,330	1,021	0,10	1,00	1,00	1,10	2	392,0	68,0 ⁵⁾	-
	W2/1/1.06	0,330	1,058	0,10	1,00	1,00	1,10	2	300,0	61,9 ⁵⁾	-
	W2/1/1.1	0,330	1,106	0,10	1,00	1,00	1,10	2	253,0	57,7 ⁵⁾	-
Käppel i Seirbring, 1970	KS-A	0,570	1,050	0,10	0,39	1,04	1,29	1	287,0	130,0 ²⁾	-
	KS-B	0,570	1,050	0,10	0,53	1,04	1,29	1	228,0	123,0 ²⁾	-
	KS-C	0,570	1,050	0,10	0,62	1,04	1,29	1	203,0	131,0 ²⁾	-
	KS-D	0,570	1,050	0,10	1,05	1,04	1,29	1	144,0	178,0 ²⁾	-

	KS-E	0,570	1,050	0,10	0,39	1,04	1,29	2	520,0	72,0 ²⁾	-
	KS-F	0,570	1,050	0,10	0,62	1,04	1,29	2	390,0	91,0 ²⁾	-
	KS-G	0,570	1,050	0,10	1,05	1,04	1,29	2	275,0	120,0 ²⁾	-
Nagata i wsp., 1956	R-1	0,094	1,064	0,117	0,745	0,96	1,06	1	250,0	33,0 ¹⁾	11,0 ^{a)}
	R-2	0,094	1,064	0,117	1,112	0,96	1,06	1	192,0	33,0 ¹⁾	11,7 ^{a)}
	R-3	0,191	1,053	0,105	1,000	1,00	1,05	2	330,0	33,0 ¹⁾	-
	R-3'	0,285	1,053	0,105	1,000	1,00	1,05	2	302,0	33,0 ¹⁾	12,7 ^{a)}
Nagata i wsp., 1972 ciecz pseudoplastyczne	N-2R-1	-	1,053	0,11	1,00	1,00	-	2	330,0	40,0 ¹⁾	-
	N-1R-1	-	1,053	0,11	1,00	1,00	-	1	210,0	100,0 ¹⁾	-
$n = 0,57; k = 27,7$	N-1R-2	-	1,053	0,11	0,5	1,00	-	1	350,0	150,0 ¹⁾	-
Rieger i Novak, 1986	RN-1	0,134	1,119	0,20	1,00	1,00	1,23	2	276,9	57,8 ⁸⁾	-
	RN-2	0,141	1,064	0,20	1,50	1,00	1,17	2	304,1	66,1 ⁸⁾	-
	RN-3	0,141	1,071	0,20	1,00	1,00	1,17	2	337,9	39,8 ⁸⁾	-
	RN-4	0,140	1,071	0,10	1,50	1,00	1,18	3	389,8	48,5 ⁸⁾	-
	RN-5	0,140	1,064	0,10	1,50	1,00	1,17	2	276,6	70,4 ⁸⁾	-
	RN-6	0,138	1,087	0,20	1,00	1,00	1,20	1	190,9	122,7 ⁸⁾	-
	RN-7	0,138	1,087	0,20	1,00	1,03	1,20	3	394,9	29,0 ⁸⁾	-
Soliman, 1985	So-1	0,602	1,053	0,100	1,000	1,00	1,01	2	315	49,0 ¹⁾	12,8 ^{c)}
Saito i Kamiwano, 1987	SK-1	0,064	1,172	0,14	1,09	1,09	1,25	2		12,0 ⁷⁾	-
	SK-2	0,086	1,163	0,14	1,09	1,09	1,26	2		24,0 ⁷⁾	-
	SK-3	0,131	1,145	0,14	1,08	1,08	1,24	2	-	36,0 ⁷⁾	-
	SK-4	0,172	1,163	0,14	1,09	1,09	1,26	2		64,0 ⁷⁾	-
	RN-8	0,138	1,050	0,10	1,00	1,00	1,16	2	296,3	62,1 ⁸⁾	-
Takahashi i wsp., 1982a	SH1	0,096	1,040	0,104	0,937	0,94	1,04	1	-	∞ ⁶⁾	-
	SH2	0,088	1,138	0,114	1,025	1,02	1,14	1	-	∞ ⁶⁾	-
	SH3	0,082	1,222	0,122	1,101	1,10	1,22	1	-	∞ ⁶⁾	-
	DH1	0,096	1,040	0,104	0,937	0,94	1,04	2	-	239,0 ⁶⁾	8,2 ^{a)}
	DH2	0,089	1,126	0,113	1,015	1,01	1,13	2	-	53,8 ⁶⁾	10,0 ^{a)}
	DH3	0,083	1,209	0,121	1,089	1,09	1,21	2	-	∞ ⁶⁾	11,3 ^{a)}
	DH4	0,090	1,110	0,111	0,665	1,00	1,11	2	-	56,4 ⁶⁾	14,7 ^{a)}
	DH5	0,090	1,115	0,111	0,502	1,00	1,11	2	-	68,5 ⁶⁾	15,4 ¹⁾
	DH6	0,089	1,126	0,113	1,351	1,01	1,13	2	-		9,9 ^{a)}
	DH7	0,088	1,136	0,114	2,045	1,02	1,14	2	-	∞ ⁶⁾	9,6 ^{a)}
	DH8	0,090	1,115	0,084	1,004	1,00	1,11	2	-	106,0 ⁶⁾	10,5 ^{a)}
	DH9	0,090	1,114	0,140	1,003	1,00	1,11	2	-		7,2 ^{a)}
Takahashi i wsp., 1989	Ta-DH1	0,122	1,049	0,106	0,959	0,94	1,05	2	351,1	239,0 ⁶⁾	8,7 ^{a)}
	Ta-DH2	0,112	1,143	0,117	1,104	1,03	1,14	2	290,6	53,8 ⁶⁾	9,2 ^{a)}
	Ta-DH3	0,103	1,243	0,127	1,188	1,12	1,24	2	275,3	∞ ⁶⁾	12,0 ^{a)}
	Ta-DH4	0,113	1,133	0,116	0,728	1,02	1,13	2	356,6	56,4 ⁶⁾	12,0 ^{a)}
	Ta-DH5	0,115	1,113	0,114	0,503	1,00	1,11	2	425,1	68,5 ⁶⁾	18,2 ¹⁾
	Ta-DH10	0,117	1,094	0,167	1,020	0,98	1,09	2	339,4	33,0 ⁶⁾	9,5 ^{a)}
	Ta-DH11	0,116	1,103	0,224	1,009	0,99	1,10	2	372,4	56,2 ⁶⁾	8,8 ^{a)}

Tabela 3.7 (cd.)

Takahashi i wsp., 1994	Ta-	0,117	1,094	0,167	1,020	0,98	1,09	2	339,4	38,4 ¹⁾	8,4 ²⁾
Zlokarnik, 1967	Zl-1	0,186	1,022	0,10	0,50	1,00	1,02	1	878	85,0 ¹⁾	
	Zl-2	0,284	1,021	0,10	1,00	1,00	1,02	1	710	150,0 ¹⁾	-
	Zl-3	0,284	1,021	0,10	0,50	1,00	1,02	2	1000	60,0 ¹⁾	-
	Zl-4	0,284	1,021	0,10	1,00	1,00	1,02	2	808	107,0 ¹⁾	-
Zopf i Moser, 1974	ZM-1	0,420	1,071	0,10	0,67	1,00	1,07	1	207,0	46,0 ²⁾	

Metoda pomiarowa czasu homogenizacji: ¹⁾ metoda kolorymetryczna z obserwacją wizualną, ²⁾ metoda kolorymetryczna z pomiarami fotoelektrycznymi, ³⁾ metoda kolorymetryczna z zapisem video, ⁴⁾ dodanie kolorowego znacznika z obserwacją wizualną, ⁵⁾ metoda chemiczna, ⁶⁾ metoda z użyciem ciekłych kryształów (zależność barwy ciekłych kryształów od temperatury), ⁷⁾ metoda z użyciem fluoroscencyjnych znaczników, ⁸⁾ metoda konduktometryczna.

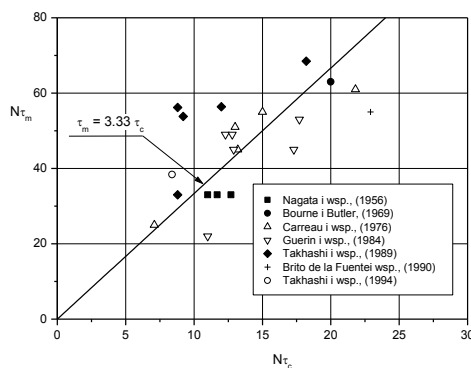
Pomiar czasu cyrkulacji: ^{a)} wizualizacja trajektorii zawieszonych cząstek, ^{b)} metoda konduktometryczna, ^{c)} obliczony na podstawie pomiarów prędkości osiowych, ^{d)} metoda termiczna.

Dane zawarte w tabeli 3.7 dotyczą jedynie mieszadeł wstęgowych (*Delaplace i wsp.*, 2000a), gdyż zgodnie z badaniami wielu autorów (*Coyle i wsp.*, 1970a; *Patterson i wsp.*, 1979; *Shiue i Wong*, 1984; *Rieger i wsp.*, 1986; *Bakker i Gates*, 1995) ten typ mieszadła najlepiej sprawdza się w mieszaniu cieczy o dużych lepkościach. Jako przykład mogą służyć badania porównawcze dotyczące zastosowania odpowiednich typów mieszadeł do mieszania cieczy wysokolepkich, które przeprowadził *Gray*, 1963. Dla cieczy o lepkościach 20÷100 Pas porównywał on czasy homogenizacji dla pięciu różnych mieszadeł: mieszadła dwuwstęgowego ($d/D = 0,95$; $w/d = 0,12$; $p/d = 0,95$), mieszadła ślimakowego bez dyfuzora ($d/D = 1/3$) umieszczonego centrycznie oraz niecentrycznie w mieszalniku, mieszadła czteropłatowego o łopatkach zakrzywionych oraz czteropłatowego mieszadła turbinowego ($d/D = 2/3$), które dodatkowo wspomagane było czterema zakrzywionymi prętami zamocowanymi na tym samym wale. Przeprowadzone badania wykonane w tym samym mieszalniku wykazały zdecydowaną przewagę mieszadła wstęgowego nad pozostałymi. Iloczyn $N \cdot \tau_m$ dla mieszadła wstęgowego wyniósł około 25 (dla identycznej geometrii *Nagata*, 1957 uzyskał wartość $N \cdot \tau_m = 33$) i był on około 8 razy mniejszy niż podobna wartość dla mieszadła ślimakowego umieszczonego niecentrycznie w mieszalniku. Pozostałe mieszadła wykazywały kilkadziesiąt razy większe czasy homogenizacji niż mieszadło wstęgowe przy tych samych częstościach obrotowych wszystkich mieszadeł i jedynie dla mieszadła wstęgowego nie obserwowano w mieszalniku istnienia martwych stref. Uzyskane wyniki autor tłumaczy tym, że mieszadło wstęgowe wytwarza nie tylko dużą cyrkulację obwodową w mieszalniku, ale również duży

przepływ osiowy oraz promieniowy. Jednak w pełnej analizie efektywności pracy mieszadeł wstęgowych należy dodatkowo brać pod uwagę nakłady energetyczne potrzebne na podtrzymanie ruchu cieczy w mieszalniku. Ze względu na duże średnice mieszadeł kotwicznych nakłady te są znaczne (p. 3.1).

3.2.1. Zależność pomiędzy czasem homogenizacji τ_m a czasem cyrkulacji τ_c

Czas cyrkulacji τ_c będący funkcją cyrkulacji wtórnej V_s w mieszalniku jest niewątpliwie uzależniony od geometrii mieszadła wstęgowego, ale w dostępnych pracach zaledwie kilka z nich poświęconych było ściśle temu zagadnieniu (*Carreau i wsp., 1976; Guerin i wsp., 1984; Takahashi i wsp., 1988*). Trudno jest więc powyższą zależność jednoznacznie ustalić tym bardziej, że w poszczególnych pracach zakres zmian parametrów geometrycznych badanych mieszadeł był dość ograniczony. Można natomiast pokusić się o znalezienie zależności pomiędzy wartościami τ_m oraz τ_c dla tego samego typu mieszadeł niezależnie od jego parametrów geometrycznych. Innymi słowy, można określić liczbę pełnych pętli cyrkulacyjnych, jakie musi wykonać statystycznie każdy element cieczy w mieszalniku, aby uzyskać odpowiedni stopień homogenizacji cieczy wewnątrz mieszalnika. Na rys. 3.10 przedstawiono dostępne w tabeli 3.7 wartości τ_m oraz τ_c dla mieszadeł wstęgowych o różnych parametrach geometrycznych.



Rys. 3.10. Zależność czasu homogenizacji od czasu cyrkulacji dla mieszadeł wstęgowych

Jak wynika z analizy rys. 3.10 istnieje związek pomiędzy wielkościami τ_m oraz τ_c , ale znalezienie dokładnej zależności funkcjonalnej pomiędzy obiema zmiennymi jest trudne. Obserwowany na rysunku rozrzut punktów doświadczalnych jest stosunkowo duży, a znalezioną najprostszą zależność należy traktować jako zależność szacunkową.

$$\tau_m = 3 \frac{1}{3} \cdot \tau_c \quad (3.38)$$

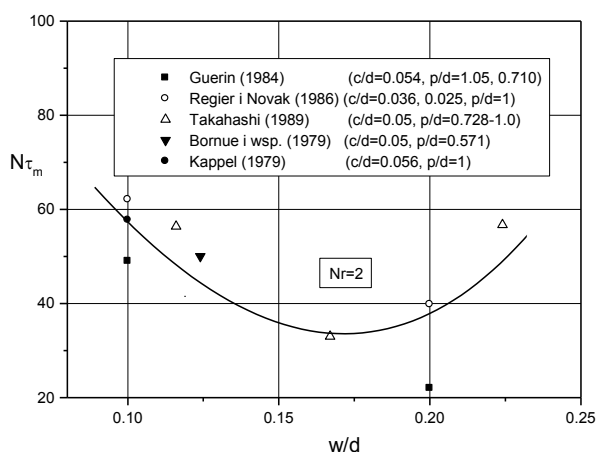
Jak dodatkowo wynika z tabeli 3.7 w przypadku niektórych prac (*Takahashi i wsp., 1982a; Takahashi i wsp., 1989*), podawane wartości τ_m kilkakrotnie przewyższają podobne wartości podawane przez innych autorów. W niektórych przypadkach $\tau_m \rightarrow \infty$, co oznacza, że w mieszalniku obserwowano niewielkie strefy o słabszym wymieszaniu i w tym przypadku jedynie subiektywna ocena eksperymentatora decydowała o wartości τ_m . Dlatego też nie wszystkie dane zawarte w tabeli 3.7 uwzględniono na rys. 3.10. Uzyskana w równaniu (3.38) wartość współczynnika proporcjonalności $3 \frac{1}{3}$ dla mieszadeł wstęgowych pracujących w ruchu laminarnym jest w dobrej zgodności z podobną wartością uzyskaną dla ruchu burzliwego, dla którego $\tau_m = (4 \div 5) \cdot \tau_c$ (*Stręk, 1981*). Niższa wartość współczynnika proporcjonalności w ruchu laminarnym nie oznacza wcale krótszego czasu homogenizacji, gdyż czas cyrkulacji τ_c w ruchu laminarnym jest wielokrotnie wyższy od podobnej wartości w ruchu burzliwym. Przykładowo, dla mieszadła wstęgowego typu PARAVIS[®] dla $Re < 200$ wartość bezwymiarowej liczby cyrkulacji $K_c = 12,6$ natomiast ta sama wartość dla $Re > 1000$ była ponad dziesięciokrotnie mniejsza i wynosiła $K_c = 1,15$ (*Delaplace i wsp., 2000a*). Zatem w podobnym stosunku dla obu zakresów mieszania będą się również zmieniały czasy homogenizacji τ_m .

3.2.2. Wpływ szerokości wstęgi na czas homogenizacji

Wpływ szerokości wstęgi na czasy homogenizacji jest dość trudny do ustalenia, gdyż większość autorów w swoich badaniach jako standardową szerokość wstęgi mieszadła przyjmowała $w/d = 0,1$ lub wartość bardzo zbliżoną do niej i badała wpływ pozostałych parametrów geometrycznych mieszadła na czasy homogenizacji. Wynika to z analizy danych zawartych w tabeli 3.7. Niechęć do stosowania mieszadeł o większych szerokościach wstęg wynikała z faktu, że najczęściej te same mieszadła stosowano do badań mocy mieszania lub wymiany ciepła w mieszalniku, gdzie szerokość wstęgi odgrywa drugorzędną rolę, natomiast najważniejszymi parametrami były w tym przypadku prześwit oraz skok wstęgi mieszadła. Jak jednak wynika z analizy nielicznych dostępnych danych, to ze względu na czasy homogenizacji należałoby stosować znacznie większe szerokości wstęgi niż wielkości standardowe.

Na rys. 3.11 przedstawiono zależność bezwymiarowego iloczynu $N \cdot \tau_m = f(w/d)$ dla mieszadeł dwuwstęgowych. Wartości iloczynu $N \cdot \tau_m$ zaczerpnięte z tabeli 3.7 nie odnoszą się niestety do mieszadeł, w których jedynym zmiennym parametrem jest szerokość wstęgi, gdyż pozostałe parametry geometryczne układów badawczych wziętych z tabeli oscylują zawsze w pewnych granicach wokół przyjętych wstępnie wartości $c/d = 0,05$; $s/d = 1,0$. Mając powyższe na uwadze i analizując

rys. 3.11, można jednak śmiało powiedzieć, że najniższe czasy homogenizacji uzyskuje się dla szerokości wstęgi mieszadła w zakresie $w/d = 0,15 \div 0,20$, a więc w zakresie od 1,5 do 2 razy większym niż wielkość standardowa. Biorąc pod uwagę większe trudności z wykonaniem mieszadeł o dużych szerokościach wstęgi oraz fakt, że moc mieszania rośnie nieznacznie wraz ze wzrostem szerokości wstęgi, można przypuszczać, że ze względu na uzyskanie krótkich czasów homogenizacji τ_m bardziej właściwą szerokością wstęgi mieszadła jest wartość $w/d \cong 0,15$. Również bezpośrednie porównanie czasów homogenizacji dla mieszadeł trójwstęgowych RN-4 i RN-7 (Rieger i Novak, 1986) oraz mieszadeł Ca-I i Ca-III (Carreau i wsp., 1976), w których szerokość wstęgi zmienia się dokładnie dwukrotnie pokazuje, że mieszadła o większej szerokości ($w/d = 0,2$) wykazywały około 40% do 80% krótsze czasy homogenizacji.



Rys. 3.11. Zależność czasu homogenizacji od szerokości wstęgi mieszadła

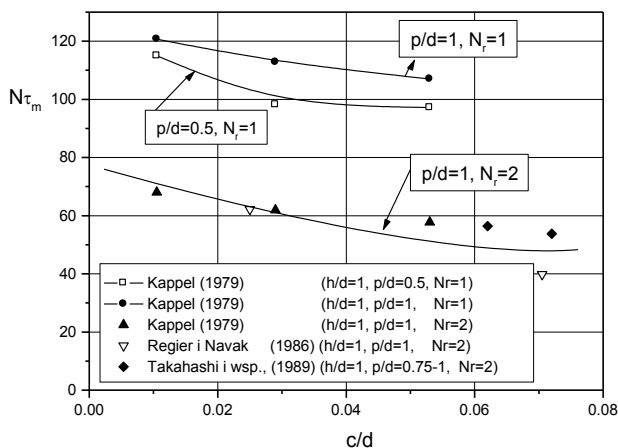
Podobne wnioski co do wpływu szerokości wstęgi na czas homogenizacji można wyciągnąć, analizując wartości czasów cyrkulacji τ_c zawarte w tabeli 3.7. Jak wiadomo, wartości τ_c oraz τ_m zmieniają się w tym samym kierunku, co jest zgodne z rys. 3.10 oraz równaniem (3.38) i tylko w nielicznych przypadkach prawidłowość ta nie jest spełniona (Guerin i wsp., 1984; Takahashi i wsp., 1989). Analizując zatem zmianę wartości τ_c ze zmianą szerokości wstęgi można wnioskować o zmianach czasów homogenizacji τ_m .

3.2.3. Wpływ prześwitu na czas homogenizacji

Obracające się mieszadło wstęgowe generuje przede wszystkim dwa strumienie cieczy: strumień obwodowy oraz strumień osiowy. Strumień obwodowy związany jest z obrotem samego mieszadła i jego wartość powinna być tym większa, im

większa będzie prędkość samego mieszadła oraz powierzchnia wstęgi. Strumień osiowy zależeć będzie od wydajności pompowania mieszadła, a podstawowymi parametrami wpływającymi na wartość cyrkulacji wtórnej będzie skok oraz średnica mieszadła. Niezależnie od szczegółów konstrukcji mieszadeł wstęgowych sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku jest zawsze podobny. Ciecz pompowana w obszarze mieszadła, np. do góry, w pobliżu zwierciadła cieczy przepływa w kierunku wału, następnie wzdłuż wału przepływa w dół mieszalnika i przy dnie mieszalnika powraca do obszaru mieszadła. Kierunek przepływu cieczy można odwrócić poprzez zmianę kierunku obrotów mieszadła na przeciwny. Na czas homogenizacji będą miały wpływ obie cyrkulacje: cyrkulacja obwodowa (pierwotna), jak również promieniowo-osiowa (wtórna). W wyniku nakładania się obu przepływów wywołwany jest spiralny ruch poszczególnych elementów płynu wewnątrz mieszalnika i wzajemne ich przemieszczanie. W teorii dotyczącej przepływów wewnątrz mieszalnika uważa się, że cyrkulacja promieniowo-osiowa odgrywa dominującą rolę w uzyskiwaniu krótkich czasów homogenizacji, zatem przede wszystkim tę cyrkulację należy zwiększać.

Zwiększając średnicę mieszadła, czyli zmniejszając prześwit pomiędzy wstęgą mieszadła a ścianką mieszalnika, zwiększamy w znacznym stopniu szybkość ścinania oraz naprężenia styczne w tym obszarze, gdyż ta sama prędkość obwodowa musi być zredukowana do zera na mniejszej odległości. Jeśli mieszamy ciecz rozrzedzaną ścinaniem, może to prowadzić do zmniejszenia jej lepkości, a zatem do zwiększenia obu cyrkulacji cieczy w prześwicie (*Coyle i wsp., 1970*). Jeśli jednak mieszamy ciecz newtonowską, to efekt końcowy może być odwrotny. Przy bardzo małych odległościach wstęgi od ścianki mieszalnika może nastąpić znaczne zmniejszenie prędkości obwodowej oraz osiowej w prześwicie (hamujący wpływ ścianki mieszalnika na wartość obu prędkości w tym obszarze), w efekcie czego ciecz w prześwicie będzie przede wszystkim ścinana, natomiast sam przepływ obwodowy i osiowy w tym rejonie będzie znacznie utrudniony. Ciecz z prześwitu nie będzie dostatecznie szybko usuwana, a linie cyrkulacyjne o dużych wartościach funkcji prądu będą się znajdowały na wewnętrznej krawędzi wstęgi (*Käppel, 1979c*). Zatem, wbrew naszemu wyczuciu, czasy homogenizacji będą wzrastać wraz ze zmniejszeniem się prześwitu, czyli wzrostem średnicy mieszadła. W pełni potwierdzają to wyniki doświadczeń przedstawione w tabeli 3.7 i pokazane na rys. 3.12. Ze względu na różne układy geometryczne stosowane w pracach różnych autorów wartości stosunków p/d oraz h/d nie zawsze były dokładnie równe wartościom podanym w legendzie rys. 3.12, ale w większości przypadków oscylowały one w granicach $\pm 10\%$.



Rys. 3.12. Zależności czasu homogenizacji τ_m od średnicy mieszadła

Zmniejszenie wartości iloczynu $N \cdot \tau_m$, wraz ze wzrostem prześwitu obserwuje się tylko do pewnej granicy ($c/d < 0,06$). Przy dalszym zmniejszeniu średnicy mieszadła oraz niezmiennych pozostałych jego parametrach geometrycznych, zmniejsza się prędkość obwodowa końca wstęgi oraz powierzchnia czynna mieszadła (przy stałej szerokości wstęgi). Musi to prowadzić do spadku obu cyrkulacji, a w efekcie do wzrostu czasu homogenizacji.

Jak wynika z analizy rys. 3.12 czasy homogenizacji osiągają najniższe wartości dla stosunku $c/d \cong 0,05 \div 0,07$. Wartość ta jest dużo wyższa od najczęściej spotykanej wartości $c/d = 0,025$ dla mieszadła standardowego stosowanego do płaszczonej wymiany ciepła na ścianie mieszalnika. Oznacza to, że jeśli zależy nam jedynie na dobrym wymieszaniu cieczy wysokolepkiej, to powinniśmy stosować mieszadła o średnicy $d/D \cong 0,9$ a nie $d/D = 0,95$, zmniejszając w ten sposób nie tylko czas homogenizacji τ_m , ale i moc mieszania P .

3.2.4. Wpływ skoku wstęgi mieszadła na czas homogenizacji

Wpływ skoku wstęgi mieszadła p na wartości obu cyrkulacji, a zatem i na czasy homogenizacji nie musi być identyczny w całym zakresie zmian tego parametru. Czasy homogenizacji są tym krótsze, im wydajność pompowania mieszadła jest większa. Jak wynika z pierwszego modelu zjawiskowego (rozdział 3.1.2) dotyczącego sposobu cyrkulacji cieczy w mieszalniku dla mieszadeł wstęgowych (Bornue i Butler, 1969b), potwierdzonego później badaniami doświadczalnymi, wydajność pompowania mieszadeł wstęgowych rośnie wraz ze wzrostem skoku wstęgi mieszadła aż do wartości $p/d \cong 1$ i wynika ze sposobu pracy obracającej się wstęgi mieszadła.

Gdyby ciecz poruszała się razem ze wstęgą, to podczas jednego pełnego obrotu mieszadła przesunęłaby się ona w kierunku pionowym o odległość równą skokowi wstęgi. Zatem w tym przypadku cyrkulacja wtórna zwiększyłaby się wraz ze wzrostem skoku wstęgi. Praktycznie istnieje jednak zawsze pewne opóźnienie cieczy w stosunku do wstęgi i jest ono tym większe, im większy jest skok wstęgi. Dla małych skoków odległości pomiędzy sąsiednimi zwojami mieszadła są na tyle małe, że ciecz porusza się w kierunku pionowym wraz ze wstęgą mieszadła tylko z niewiele mniejszą prędkością niż sama wstęga. Należy jednak zauważyć, że pozorna prędkość wstęgi w kierunku pionowym równa iloczynowi ($p \cdot N$) jest jednak mała ze względu na małą wartość simpleksu geometrycznego (p/d).

Dla dużych skoków wstęgi, kiedy wstęga usytuowana jest prawie pionowo, odpowiedni iloczyn ($p \cdot N$) jest wprawdzie duży, ale ze względu na strome kształty elementu obrotowego opóźnienie cieczy względem wstęgi będzie bardzo znaczne i średnia prędkość cieczy w kierunku pionowym będzie mała. Zatem dla pewnych pośrednich wartości p/d prędkość osiowa cieczy w obszarze mieszadła powinna być największa. Potwierdza to praca (*Takahashi i wsp., 1982a*), w której dla mieszadeł dwuwstęgowych DH1-DH2-DH4-DH5-DH6-DH7 najniższą wartość iloczynu $K_c = \tau_c \cdot N = 8,2$ (tabela 3.7) autorzy otrzymali dla mieszadła o skoku wstęgi $p/d = 0,937$, gdzie pozostałe parametry geometryczne wymienionych powyżej mieszadeł można było przyjąć za stałe. Identyczne wnioski można wyciągnąć, porównując podobne iloczyny dla mieszadeł Gu-A, Gu-B oraz Gu-E w pracy (*Guerin i wsp., 1984*). Niskie wartości czasów cyrkulacji w przypadku obu wyżej wymienionych prac nie zawsze odpowiadały niskim wartościom czasów homogenizacji (tabela 3.7). W przypadku pracy (*Takahashi i wsp., 1982a*) było to najprawdopodobniej spowodowane obserwowanymi lokalnymi strefami gorszego wymieszania, o czym wspominają sami autorzy.

3.2.5. Wpływ liczby wstęg mieszadła na czas homogenizacji

Jest niewiele prac poświęcona temu zagadnieniu, ale w większości przypadków są one ze sobą zgodne i można wysnuć ogólny wniosek – im większa liczba wstęg mieszadła, tym krótszy jest czas homogenizacji τ_m . Należy jednak pamiętać, że liczba wstęg bardzo mocno wpływa na zapotrzebowanie mocy do napędu mieszadła (rozdział 3.1.5.3). Zwiększając zatem liczbę wstęg mieszadła, zmniejszamy wprawdzie niezbędny czas do odpowiedniego wymieszania całego układu, ale zwiększamy równocześnie moc mieszania. Porównując mieszadła RN-6 oraz RN-7 (*Rieger i Novak, 1986*), autorzy otrzymali ponad czterokrotnie mniejsze czasy homogenizacji dla mieszadła trzywstęgowego w porównaniu z mieszadłem jednowstęgowym przy dwukrotnie większej mocy mieszania. Również w przypadku mieszadeł RN-4 oraz RN-5, mieszadło trzywstęgowe

wykazywało o około 45% mniejsze czasy homogenizacji niż mieszadło dwuwstęgowe, przy czym moc mieszania wzrastała w prawie identycznym stosunku. Biorąc pod uwagę powyższe fakty oraz oczywiste kłopoty związane z wykonaniem oraz montowaniem mieszadeł wielowstęgowych, należy przypuszczać, że zalecanym mieszadłem w tym przypadku powinno być mieszadło dwuwstęgowe.

Do podobnych wniosków można dojść, analizując dane dotyczące czasów cyrkulacji τ_c związanych ściśle z wielkością cyrkulacji wtórnej w mieszalniku i czasem homogenizacji τ_m . Wyniki prezentowane przez *Carreau i wsp., 1976; Käppela, 1979c* oraz *Guerina i wsp., 1984* wskazują, że przepływ osiowy w mieszalniku dla mieszadła dwuwstęgowego wydatnie wzrasta w porównaniu z mieszadłem jednowstęgowym. Znajduje to odzwierciedlenie w wartościach czasów cyrkulacji τ_c zawartych w tabeli 3.7. Dodatkowo, dla mieszadła jednowstęgowego *Takahashi i wsp., 1988* obserwowali strefy słabszego wymieszania, co nie znalazło wprawdzie potwierdzenia w innych pracach (*Käppel i wsp., 1979c; Rieger i Novak, 1986*), ale w każdym przypadku czasy cyrkulacji lub czasy homogenizacji dla mieszadła jednowstęgowego były zawsze dłuższe od podobnych wartości dla mieszadła o dwóch wstęgach.

Analizując wyniki prezentowanych prac doświadczalnych można przypuszczać, że mieszadło dwuwstęgowe o przybliżonych parametrach $d/D = 0,9$; $p/d = 1$; $w/d = 0,15$ powinno wykazywać najniższe czasy homogenizacji.

3.2.6. Zależności korelacyjne określające czas homogenizacji

Nie wszyscy autorzy są zgodni, że bezwymiarowa liczba homogenizacji K_m (równanie 2.17) jest wartością stałą tak w ruchu laminarnym, jak i burzliwym (choć dla każdego z tych zakresów jest to inna wartość). Wielu autorów uważa, że zmniejszenie czasu homogenizacji, a zatem i zmniejszenie wartości stałej K_m przy przejściu od zakresu mieszania laminarnego do burzliwego nie odbywa się gwałtownie, ale że jest to proces ciągły. Oznacza to praktyczne uzależnienie stałej K_m od liczby Reynoldsa i że zjawiskowego punktu widzenia wartość K_m powinna maleć wraz ze wzrostem wartości Re w sposób ciągły. Potwierdzeniem tego są dostępne w literaturze przedmiotu korelacje w formie równania (3.39), które ujmują zależność czasu homogenizacji τ_m od liczby Reynoldsa oraz podstawowych parametrów geometrycznych mieszadła

$$K_m = N\tau_m = C_1 Re^{a_1} \left(\frac{p}{d}\right)^{a_2} \left(\frac{c}{d}\right)^{a_3} \left(\frac{w}{d}\right)^{a_4} N_r^{a_5} \quad (3.39)$$

W tabeli 3.8 przedstawiono wartości wykładników potęg w równaniu (3.39) zaproponowane przez różnych autorów dla mieszadła wstęgowego pracującego w zakresie przepływu laminarnego.

Tabela 3.8. Wartości wykładników potęg w równaniu (3.39)

Autor	a1	a2	a3	a4	a5
Masiuk i wsp., 1992	-0,5	0,5			
Rieger i wsp., 1986	-0,42		0,33	-0,63	-1,31
Głuz i Pawłuszenko, 1966	-0,6				
Käppel i Seirbring, 1970		0,5			
Masiuk i Łącki, 1993	-0,5			-0,5	
Gray, 1963	-0,33				

Na podstawie tabeli 3.8 *Masiuk i Łącki, 1995* zaproponowali równanie korelacyjne (3.40), w którym wykładniki potęg przyjęto jako wartości średnie z dostępnych prac, natomiast wartość stałej proporcjonalności C_1 ustalili jako $C_1 = 523$, uzyskując ostatecznie

$$K_m = N \cdot \tau_m = 523 Re^{-0,5} \left(\frac{p}{d} \right)^{0,5} \left(\frac{c}{d} \right)^{0,33} \left(\frac{w}{d} \right)^{-0,57} N_r^{-1,31} \quad (3.40)$$

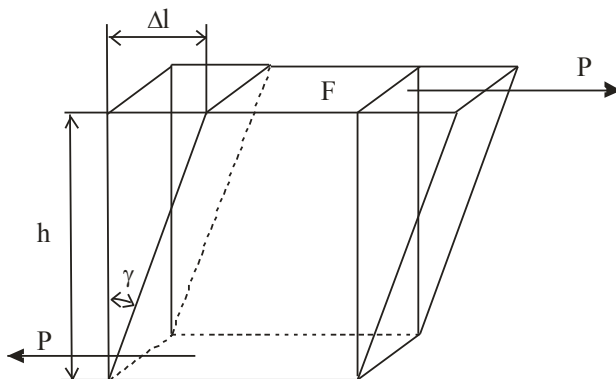
Ważność równania (3.40) autorzy określili dla zakresu zmian parametrów geometrycznych $c/d = 0,01 \div 0,06$; $p/d = 0,5 \div 2$; $w/d = 0,015 \div 0,2$; $h/d = 1 \div 2$; $N_r = 1 \div 2$ i liczby Reynoldsa $Re = 1 \div 100$. Wartość najważniejszego z procesowego punktu widzenia wykładnika potęgi przy liczbie Reynoldsa ustalono na poziomie $-0,5$, co oznacza, że dziesięciokrotne zwiększenie wartości Re w ruchu laminarnym powinno spowodować ponad trzykrotne zmniejszenie czasów homogenizacji. Stanowi to pewną sprzeczność z wynikami zawartymi w tabeli 3.7, chociaż jednocześnie trudno nie zgodzić się ze zjawiskowym punktem widzenia, według którego dla cieczy o mniejszej lepkości (większe liczby Reynoldsa) czasy homogenizacji powinny być mniejsze.

3.3. Mieszanie cieczy nienewtonowskich

3.3.1. Podział cieczy nienewtonowskich

Wszystkie ciała rzeczywiste pod działaniem sił zewnętrznych ulegają odkształceniom, czyli deformacjom. Odkształcenia możemy podzielić na trzy podstawowe rodzaje: odkształcenia sprężyste, odkształcenia plastyczne oraz przepływ. Najprostsze z nich, odkształcenie sprężyste, jest odkształceniem samorzutnie odwracalnym, tzn. zanika natychmiast po ustaniu działania siły, a energia zużyta

na odkształcenie jest odzyskiwana. Przykład ciała podlegającego odkształceniu w wyniku naprężeń stycznych pokazany jest na rys. 3.13. Na górną i dolną płaszczyznę prostopadłościanu o powierzchni F działa siła P , która przesuwa górną powierzchnię względem dolnej o odległość Δl .



Rys. 3.13. Ścinanie proste ciała sprężystego

Przesunięcie to można mierzyć wartością tangensa kąta γ (rys. 3.13), który dla małych kątów równy jest kątowi γ w mierze łukowej, czyli

$$\operatorname{tg} \gamma \cong \gamma = \frac{\Delta l}{h} \quad (3.41)$$

Wielkość określona równaniem (3.41) nosi nazwę gradientu przesunięcia i jest miarą ścinania. Przyczyną powstania gradientu przesunięcia jest siła, a ściślej naprężenie styczne τ będące stosunkiem przyłożonej stycznej siły P do powierzchni F , na którą działa. W tym przypadku naprężenie styczne równe jest

$$\tau = \frac{P}{F} \quad (3.42)$$

Przyjmuje się praktycznie, że wiele rzeczywistych ciał w pewnym zakresie zmiany naprężeń stycznych wykazują prostą proporcjonalność pomiędzy naprężeniem stycznym a gradientem przesunięcia (są to ciała spełniające prawo Hooke'a):

$$\tau = G\gamma \quad (3.43)$$

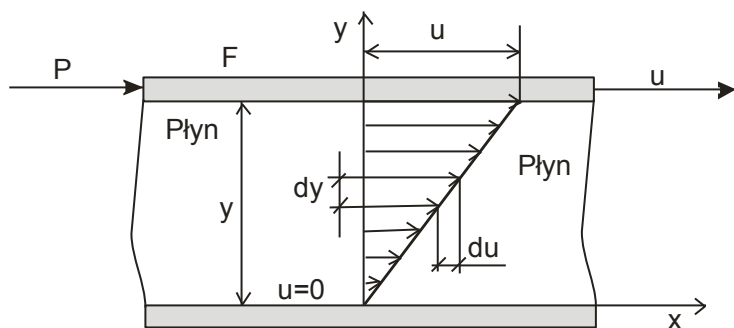
gdzie współczynnik proporcjonalności G [N/m^2] jest modulem sprężystości postaciowej. Wprowadzając równania (3.41) i (3.42) do równania (3.43), otrzymamy

$$\frac{P}{F} = G \frac{\Delta l}{h} \quad (3.44)$$

Jak wynika z równania (3.44) wielkość przesunięcia Δl jest wprost proporcjonalna do naprężeń stycznych.

Pomijając odkształcenie plastyczne, trzecim interesującym odkształceniem postaciowym jest przepływ. Przepływem nazywamy nieodwracalne odkształcenie, którego stopień wzrasta ciągle z upływem czasu, a energia zużyta na wymuszenie przepływu ulega rozproszeniu (*Kemblowski, 1973*). Opis matematyczny przepływu najprostszego płynu, czyli płynu newtonowskiego, można bardzo łatwo uzyskać bazując na opisie matematycznym ciała spełniającego prawo Hooke'a. Przez analogię rozpatrzmy ruch górnej płytki o powierzchni F (rys. 3.14) względem dna naczynia o powierzchni wielokrotnie większej od powierzchni F . Dno naczynia jest nieruchome, natomiast górna płytka porusza się ruchem jednostajnym z prędkością u pod działaniem przełożonej do niej siły P . Ruch górnej płytki i cieczy pomiędzy płytą a dnem wynika z faktu, że gazy i ciecze nie wykazują sprężystości postaci i odkształcają się w sposób ciągły, czyli płyną. Cząsteczki cieczy przylegające siłami adhezji bezpośrednio do płytki będą się poruszały z prędkością płytki u . Wskutek oporów pomiędzy kolejnymi warstewkami cieczy, dolne warstewki również będą się przesuwac w tym samym kierunku, ale z prędkościami mniejszymi niż u . W krańcowym przypadku najbardziej dolna warstewka będzie przylegała do dna naczynia i będzie ona nieruchoma. Pomiędzy płytką a dnem naczynia będzie istniał rozkład prędkości, a siła P potrzebna do przesuwania górnej płytki będzie proporcjonalna do prędkości u , do jej powierzchni F i odwrotnie proporcjonalna do grubości warstwy cieczy w naczyniu y

$$P \sim \frac{u \cdot F}{y} \quad (3.45a)$$



Rys. 3.14. Proste ścinanie cieczy lub gazu

Równanie (3.45a) zostało uzyskane przez analogię do równania (3.44) obowiązującego w przypadku prostego ścinania dla ciała spełniającego prawo Hooke'a. Podobnie jak poprzednio, wprowadzając pojęcie naprężenia stycznego $\tau = P/F$ działającego na powierzchnię płytki oraz przechodząc do wielkości nieskończenie małych, uzyskamy

$$\tau \sim \frac{du}{dy} \quad (3.45b)$$

Wprowadzając do równania (3.45b) współczynnik proporcjonalności, którym jest dynamicznym współczynnikiem lepkości η , a jego wymiarem jest paskalosekunda ($1\text{Pas} = 1\text{m}^{-1}\text{kg s}^{-1}$), otrzymamy

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} \quad (3.45c)$$

Wielkość du/dy przedstawia gradient prędkości w warstwie cieczy w kierunku prostopadłym do kierunku przepływu i jest miarą szybkości odkształcania elementów płynu podczas ich przepływu. Wielkość szybkości odkształcania podczas przepływu nosi nazwę szybkości ścinania $\dot{\gamma} = du/dy$ (kropka oznacza zmianę wielkości w czasie). Możemy zatem zapisać

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (3.46)$$

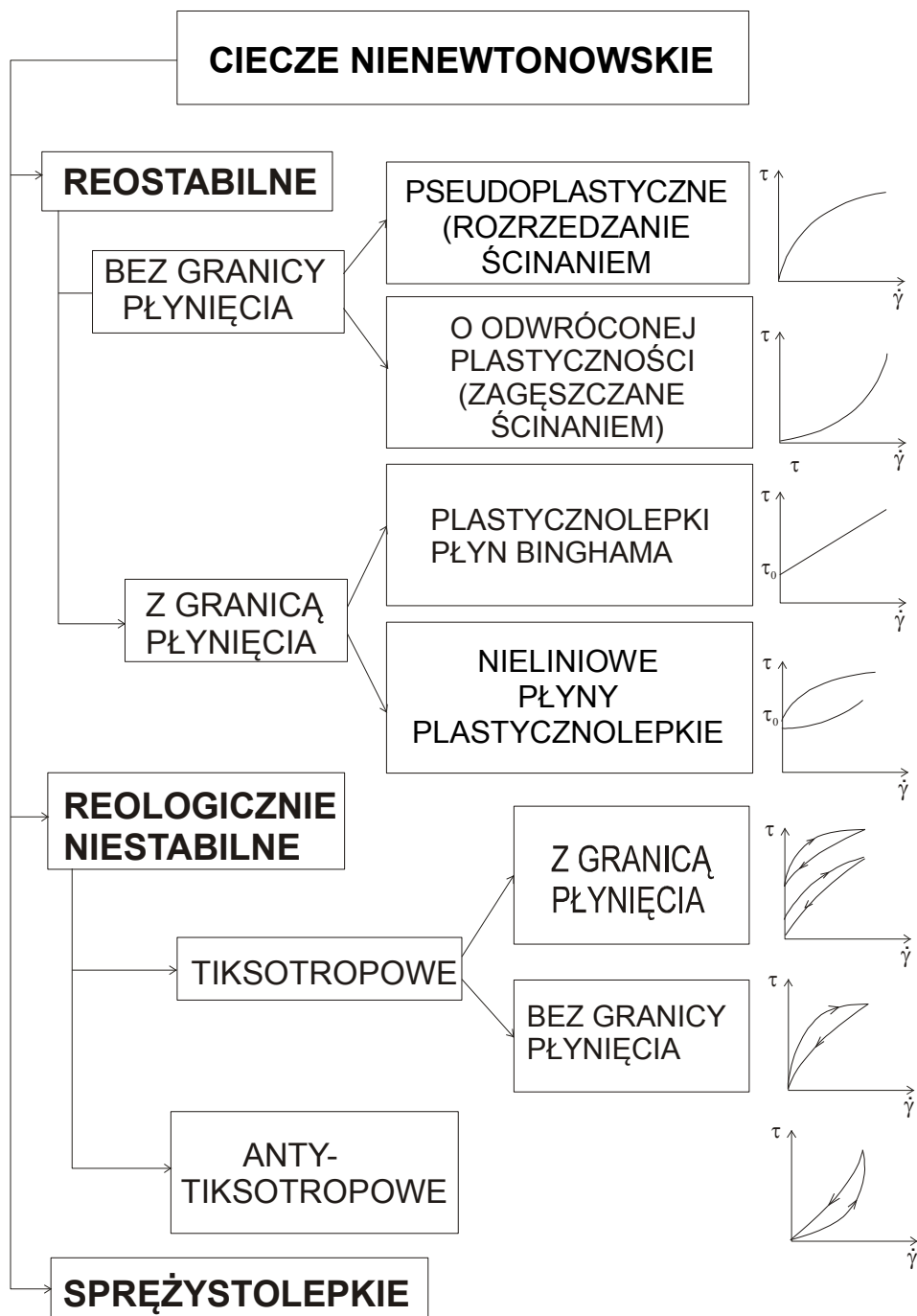
Równanie (3.46) nosi nazwę równania Newtona.

Płynami newtonowskimi nazywamy płyny, które w warunkach prostego ścinania wykazują prostą proporcjonalność pomiędzy naprężeniem stycznym a szybkością ścinania.

Wykres zależności $\tau = f(\dot{\gamma})$ nazywamy krzywą płynięcia i jak wynika z równania (3.46) dla płynów newtonowskich krzywa płynięcia jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych.

Wszystkie płyny, dla których krzywa płynięcia nie jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych, nazywamy płynami nienewtonowskimi. Płyny te występują bardzo często i ich szczegółowy opis wraz z wzajemnymi powiązaniami można znaleźć w odpowiednich monografiach (Kembłowski, 1973; Ferguson i Kembłowski, 1995). Poniżej, na rys. 3.15 przedstawiono jedynie ogólny ich podział z odpowiadającymi im krzywymi płynięcia.

Wszystkie płyny nienewtonowskie dzieli się zazwyczaj na trzy podstawowe grupy: płyny reostabilne, płyny reologicznie niestabilne oraz płyny sprężystolepkie. Własności *płynów reostabilnych* nie zależą od czasu ścinania, a szybkość ścinania jest wyłącznie funkcją przyłożonego naprężenia stycznego. Oznacza to, że płyn newtonowski jest również płynem reostabilnym. Z kolei *płynami reoniestabilnymi* nazywamy płyny, których własności reologiczne zależą od czasu ścinania. Dla płynów tiksotropowych przy stałej szybkości ścinania naprężenie styczne maleje wraz z upływem czasu, dla płynów antytiksotropowych obserwuje się zjawisko odwrotne. Ze względu na niezbyt częste ich występowanie, płyny te nie będą bliżej omawiane. Osobną grupę stanowią *płyny sprężystolepkie*, a ich krótką charakterystykę można znaleźć na końcu tego rozdziału.



Rys. 3.15. Podział cieczy nienewtonowskich

W tabeli 3.9 i 3.10 przedstawiono z kolei opis matematyczny krzywych płynięcia płynów reostabilnych, a w tabeli 3.11 zamieszczono sposoby obliczania lepkości pozornej η_{ae} proponowane przez różnych autorów (*Kemblowski, 1973; Major, 2000; Dziubiński i wsp. 2009*).

Tabela 3.9. Płyny reostabilne nieposiadające granicy płynięcia
(*Dziubiński i wsp. 2009*)

Lp.	Autor	Opis matematyczny	Parametry modelu oraz ich miana
1.	Ostwald-de Waele	$\tau = k \dot{\gamma}^n$	$k[\text{Pa}\cdot\text{s}^n]$, $n[-]$
2.	Ellis	$\tau = \frac{1}{A + B\tau^{a-1}} \dot{\gamma}$	$A\left[\frac{\text{m}^2}{\text{N}\cdot\text{s}}\right]$, $B\left[\frac{\text{m}^{2a}}{\text{N}^a\cdot\text{s}}\right]$, $a[-]$
3.	De Haven	$\tau = \frac{\eta_0}{1 + C\tau^n} \dot{\gamma}$	$[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $C\left[\frac{\text{m}^{2n}}{\text{N}^n}\right]$, $n[-]$
4.	Prandtl	$\tau = A \operatorname{Arcsinh}\left(\frac{\dot{\gamma}}{C}\right)$	$A[\text{Pa}]$, $C[\text{s}^{-1}]$
5.	Prandtl-Eyring	$\tau = A \operatorname{Arcsinh}\left(\frac{\dot{\gamma}}{B}\right)$	$A[\text{Pa}]$, $B[\text{s}^{-1}]$
6.	Eyring	$\tau = \frac{\dot{\gamma}}{B} + C \sin \frac{\tau}{A}$	$A[\text{Pa}]$, $B[\text{Pa}^{-1}\text{s}^{-1}]$, $C[\text{Pa}]$
7.	Powell-Eyring	$\tau = C \dot{\gamma} + \frac{1}{B} \operatorname{arc} \sinh\left(\frac{\dot{\gamma}}{A}\right)$	$A[\text{s}^{-1}]$, $B[\text{Pa}]$, $C[\text{Pa}\cdot\text{s}]$
8.	Williamson	$\tau = \left[\frac{A}{B + \dot{\gamma}} + \eta_\infty \right] \dot{\gamma}$	$A[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $B[\text{s}^{-1}]$, $\eta_\infty[\text{Pa}\cdot\text{s}]$
9.	Reiner-Philippoff	$\tau = \left[\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{A}\right)^2} \right] \dot{\gamma}$	$\eta_\infty[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $\eta_0[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $A[\text{Pa}]$
10.	Sisko	$\tau = A \dot{\gamma} + B \dot{\gamma}^n$	$A[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $B[\text{Pa}\cdot\text{s}^n]$, $n[-]$
11.	Rabinowitsch	$\tau = \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{1 + C\tau^2}$	$\eta_0[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $C[\text{Pa}^{-2}]$

Tabela 3.10. Płyny reostabilne posiadające granicę płynięcia τ_y

Lp.	Autor	Opis matematyczny	Parametry modelu oraz ich miana
1.	Bingham	$\tau = \tau_y + \eta_p \dot{\gamma}$	$\tau_y[\text{Pa}]$, $\eta_p[\text{Pa}\cdot\text{s}]$
2.	Herschel, Bulkley	$\tau = \tau_y + (\eta_{pm} \dot{\gamma})^m$	$\tau_y[\text{Pa}]$, $\eta_{pm}[\text{Pa}\cdot\text{s}^m]$, $m[-]$
3.	Casson	$\tau^{1/2} = \tau_y^{1/2} + (\eta_{p2} \dot{\gamma})^{1/2}$	$\tau_y = [\text{Pa}]$, $\eta_{p2}[\text{Pa}\cdot\text{s}]$
4.	Casson-uogólniony	$\tau^{1/n} = \tau_y^{1/n} + (\eta_{pn} \dot{\gamma})^{1/n}$	$\tau_y = [\text{Pa}]$, $\eta_{pn}[\text{Pa}\cdot\text{s}]$, $n[-]$

Tabela 3.10.(cd.)

5.	Skelland	$\tau = \tau_y + \frac{\eta_{pl} \dot{\gamma}}{1 + C(\tau - \tau_y)^n}$	$\tau_y [\text{Pa}], \eta_{pl} [\text{Pa} \cdot \text{s}], C [\text{N}^n \text{m}^{2-n}], n [-]$
6.	Schulman	$\tau^{1/n} = \tau_y^{1/n} + (\eta_{pl} \dot{\gamma})^{1/n}$	$\tau_y [\text{Pa}], \eta_{pl} [\text{Pa}^{m/n} \cdot \text{s}^{m/n}], m, n [-]$
7.	Oka	$(\tau + \tau_{ka})^{1/n} = \tau_y^{1/2} + [\eta_{pn} (\dot{\gamma} + \dot{\gamma}_{ka})]^{1/n}$	$\tau_y [\text{Pa}], \eta_{pn} [\text{Pa} \cdot \text{s}], n [-]$ $\tau_{ka} [\text{Pa}], \dot{\gamma}_{ka} [\text{s}^{-1}]$
8.	Vocadlo	$\tau^{1/n} = \tau_y^{1/n} + \eta_p \cdot \dot{\gamma}$	$\tau_y [\text{Pa}], \eta_p [\text{Pa} \cdot \text{s}], n [-]$
9.	Kembłowski, Kaczmarczyk	$(\tau + \tau_{ka})^{1/n} = \tau_y^{1/n} + [\eta_{pn} (\dot{\gamma} + \dot{\gamma}_{ka})]^{1/n}$	$\tau_y [\text{Pa}], \eta_{pn} [\text{Pa} \cdot \text{s}], n [-]$ $\tau_{ka} [\text{Pa}], \dot{\gamma}_{ka} [\text{s}^{-1}]$
10.	Briant	$\tau = \eta_\infty \dot{\gamma} \left[1 + \left(\frac{\tau_\infty}{\eta_\infty \cdot m \cdot \dot{\gamma}} \right) \right]^m$	$\eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \tau_\infty [\text{Pa}], m [-]$

Tabela 3.11. Sposoby obliczania lepkości pozornej η_{ac} dla poszczególnych modeli

Lp.	Autor	Zależność określająca wartość η_{ac}	Parametry reologiczne modelu oraz ich miana
1.	Ostwald-de Waele	$\eta_{ac} = k \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$	$k [\text{Pa} \cdot \text{s}^n], n [-]$
2.	Ellis	$\eta_{ac} = \frac{\eta_0}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}} \right)^{\alpha-1}}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \tau_{1/2} [\text{Pa}], \alpha [-]$
3.	Peek, Mc Lean	$\eta_{ac} = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \frac{\tau}{\tau_m}}$	$\eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \tau_m [\text{Pa}]$
4.	Reiner-Philippoff	$\eta_{ac} = \eta_\infty + \frac{\eta_0 + \eta_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_m} \right)^2}$	$\eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \tau_m [\text{Pa}]$
5.	Meter	$\eta_{ac} = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_m} \right)^{\alpha-1}}$	$\eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \tau_m [\text{Pa}], \alpha [-]$
6.	Eyring	$\eta_{ac} = \eta_0 \frac{\text{arc sinh}(\beta \dot{\gamma})}{\beta \dot{\gamma}}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \beta [\text{s}]$
7.	Powell-Eyring	$\eta_{ac} = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \frac{\text{arc sinh}(\beta \dot{\gamma})}{\beta \dot{\gamma}}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \beta [\text{s}]$
8.	Sutterby	$\eta_{ac} = \eta_0 \left[\frac{\text{arc sinh}(\beta \dot{\gamma})}{\beta \dot{\gamma}} \right]^{\alpha-1}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \beta [\text{s}], \alpha [-]$
9.	Sutterby (model uogólniony)	$\eta_{ac} = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left[\frac{\text{arc sinh}(\beta \dot{\gamma})}{\beta \dot{\gamma}} \right]^{\alpha-1}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \beta [\text{s}], \alpha [-]$
10.	Seely	$\eta_{ac} = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) e^{-\sigma \tau}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_\infty [\text{Pa} \cdot \text{s}], \sigma [\text{Pa}^{-1}]$

11.	Carreau	$\eta_{ae} = \eta_{\infty} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{[1 + (\Lambda_c \dot{\gamma})^2]^{\frac{n_c}{2}}}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_{\infty} [\text{Pa} \cdot \text{s}], \Lambda_c [\text{s}^{-1}], N_c [-]$
12.	Cross	$\eta_{ae} = \eta_{\infty} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + K \dot{\gamma}^n}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_{\infty} [\text{Pa} \cdot \text{s}], K [\text{s}^{-1}], n [-]$
13.	Van Wazer	$\eta_{ae} = \eta_{\infty} + \frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + K_1 \dot{\gamma} + K_2 \dot{\gamma}^n}$	$\eta_0 [\text{Pa} \cdot \text{s}], \eta_{\infty} [\text{Pa} \cdot \text{s}], K_1 [\text{s}], K_2 [\text{s}^n], n [-]$

3.3.1.1. Obliczanie lepkości pozornej dla płynów reostabilnych

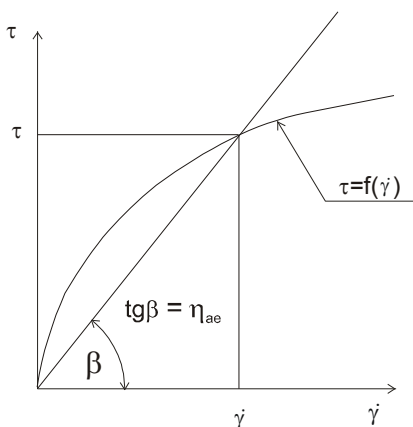
Płyny reostabilne stanowią najbardziej liczną grupę płynów nienewtonowskich. Ich własności reologiczne nie zależą od czasu ścinania. Najczęściej występującym płynem reostabilnym jest ciecz pseudoplastyczna, czyli ciecz rozrzedzana ścinaniem. Typowa krzywa płynięcia tej cieczy przedstawiona jest na rys. 3.16 i jak wynika z jej przebiegu dwukrotny wzrost szybkości ścinania $\dot{\gamma}$ powoduje mniej niż dwukrotny wzrost naprężenia stycznego τ . Oznacza to, że w odróżnieniu od cieczy newtonowskich stosunek obu wielkości nie jest stały i zależy od szybkości ścinania

$$\frac{\tau}{\dot{\gamma}} \neq \text{const} = f(\dot{\gamma}) \quad (3.47)$$

Przez analogię do współczynnika lepkości dynamicznej η dla układów newtonowskich ten zmienny stosunek nazwano *lepkością pozorną* (zastępczą) i zgodnie ze swoją nazwą jej wartość liczbową jest w dużym stopniu odpowiednikiem lepkości cieczy newtonowskiej o lepkości $\eta = \eta_{ae}$

$$\eta_{ae} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (3.48)$$

Z rys. 3.16 łatwo zauważyć, że lepkość pozorna η_{ae} cieczy rozrzedzanej ścinaniem maleje wraz ze wzrostem szybkości ścinania $\dot{\gamma}$.



Rys. 3.16. Krzywa płynięcia cieczy rozrzedzanej ścinaniem

Jeśli krzywą płynięcia przedstawioną na rys. 3.16 opiszemy najczęściej spotykanym modelem reologicznym dla tego rodzaju cieczy, czyli doświadczalnym modelem Ostwalda-de Waele (równanie (3.49)), to lepkość pozorna η_{ae} będzie funkcją malejącą zmiennej $\dot{\gamma}$ (tabele 3.9 oraz 3.10)

$$\tau = k \dot{\gamma}^n, \quad 0 < n < 1.0 \quad (3.49)$$

$$\eta_{ae} = k \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (3.50)$$

gdzie współczynnik k nosi nazwę współczynnika konsystencji, natomiast n wskaźnika płynięcia. Im mniejsza wartość n tym większe własności nienewtonowskie posiada ciecz pseudoplastyczna.

Jeśli znane są zatem parametry reologiczne płynu k i n oraz znana jest szybkość ścinania $\dot{\gamma}$ jakiej podlega płyn, wtedy z równania (3.50) możemy określić lepkość pozorną η_{ae} służącą do obliczania wartości liczbowych liczb Reynoldsa lub Prandtla. Parametry reologiczne płynu można łatwo określić na podstawie pomiarów reometrycznych, natomiast dużo trudniejszym zadaniem jest określenie średniej (tzw. zastępczej) szybkości ścinania $\dot{\gamma}_{ae}$ w mieszalniku.

3.3.2. Wyznaczanie szybkości ścinania w mieszalniku na podstawie uproszczonych modeli

Jeśli podczas ruchu cieczy w mieszalniku przeważają prędkości obwodowe, to zgodnie z definicyjnym równaniem (3.51), szybkość ścinania $\dot{\gamma}$ może być w przybliżeniu obliczona z równania

$$\dot{\gamma} = -r \frac{d\omega}{dr} \quad (3.51)$$

(w równaniu tym nie jest uwzględniona poprawka wynikająca z wartości $n < 1,0$).

Aby obliczyć pochodną $d\omega/dr$ można skorzystać z niektórych prostych modeli pozwalających określić rozkład prędkości obwodowych w mieszalniku $u = f(r)$ lub $\omega = f(r)$. Jednym z modeli pozwalających obliczyć te funkcje jest *model wiru centralnego*. Jest on słuszny dla mieszadeł o dużych prześwitach pomiędzy obracającym się końcem łopatki mieszadła a ścianką mieszalnika, pracujących w mieszalniku bez przegród, w których prędkość obwodowa jest dominującą składową prędkości. Po analizie sił działających na dowolny element cieczy umieszczony wewnątrz mieszalnika (Nagata, 1975) i rozwiązaniu odpowiednich równań cały obszar mieszalnika można podzielić na dwa podobszary:

- cylindryczny obszar I zwany obszarem wiru centralnego, w którym ciecz wiruje podobnie jak ciało sztywne ze stałą częstością obrotową ω_0 równą częstości obrotowej łopatek mieszadła (rys. 3.17)

$$\omega_0 = 2\pi N \quad (3.52)$$

- pierścieniowy obszar II zwany obszarem ruchu bezwirowego, w którym liniowa prędkość obwodowa cieczy u maleje hiperbolicznie z promieniem

$$u = \frac{\omega_0 r_0^2}{r} \quad (3.53)$$

gdzie r_0 jest tzw. promieniem wiru centralnego rozgraniczającym oba obszary i można go obliczyć z uproszczonej zależności podanej przez *Nagatę, 1975*.

$$\frac{r_0}{r_m} = \frac{Re}{1,6 Re + 1000} \quad (3.54)$$

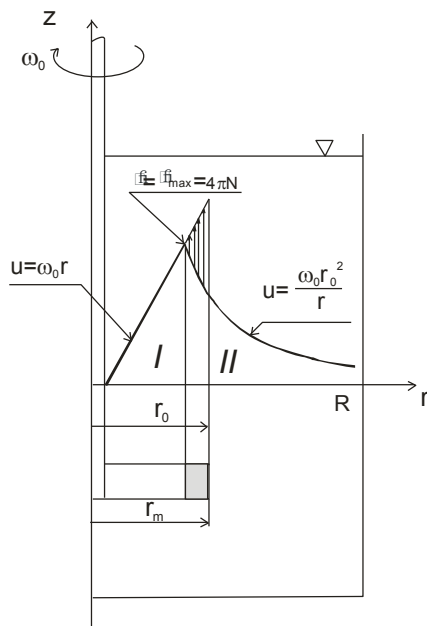
Z równania (3.54) wynika, że granica obu obszarów zawsze znajduje się w obszarze mieszała ($(r_0/r_m) < 1,0$) i dla dużych liczb Reynoldsa punkt $r_0 \cong 0,625 r_m$ znajduje się blisko końców łopatek mieszała. Schematycznie, rozkład prędkości obwodowych wynikający z modelu wiru centralnego przedstawiono na rys. 3.17. Gradient prędkości, który warunkuje istnienie naprężeń stycznych występuje tylko w II obszarze, gdyż tylko tam mamy do czynienia z przesuwaniem się sąsiednich warstwek cieczy względem siebie i jego największa wartość występuje dla najmniejszej możliwej wartości promienia, czyli dla $r = r_0$

$$\dot{\gamma}_{\max} = - \left[r \frac{d \left(\frac{\omega_0 r_0^2}{r} \right)}{dr} \right]_{r=r_0} = 2\omega_0 = 4\pi N \quad (3.55)$$

Lokalna wartość szybkości ścinania określona równaniem (3.55) występuje przy końcach łopatek mieszała. Biorąc pod uwagę, że przekazywanie energii od łopatek mieszała do cieczy mieszanej odbywa się tylko w obszarze zaznaczonym na rys. 3.17 kolorem szarym i warunki tam panujące decydują w dużym stopniu o przebiegu całego procesu, dlatego też wartość $\dot{\gamma}_{\max}$ określona równaniem (3.55) okazała się reprezentatywna dla całego mieszalnika. Z pewnym przybliżeniem można zatem założyć, że nie tylko lokalna, ale i średnia szybkość ścinania $\dot{\gamma}_{ae}$ jest wprost proporcjonalna do częstości obrotowej mieszała N . Po raz pierwszy koncepcja ta w formie równania (3.56) została przedstawiona w pracy *Metznera i Otto, 1957* i od tego czasu jest ona obowiązująca w opracowaniach literaturowych dotyczących mieszania cieczy nienewtonowskich

$$\dot{\gamma}_{ae} = K_s \cdot N \quad (3.56)$$

W przypadku mieszadeł łopatkowych, turbinowych oraz śmigłowych stosujących się do modelu wiru centralnego, teoretyczna wartość stałej wynosi $K_s = 4\pi \cong 12,56$.



Rys. 3.17. Model wiru centralnego w mieszalniku

Pomimo, że model wiru centralnego nie znajduje zastosowania w przypadku mieszadeł wąskoprześwitowych, gdyż element wymuszający ruch cieczy w mieszalniku nie znajduje się w pobliżu osi mieszalnika, a blisko ścianki, również w tych przypadkach obowiązującym równaniem do określania średniej szybkości ścinania cieczy w mieszalniku pozostaje równanie (3.56). Zmianie ulegają jedynie wartości liczbowe stałej K_s .

Równanie (3.56) było punktem wyjścia do wyznaczania wartości K_s dla mieszadeł wstęgowych, kotwicowych oraz ślimakowych. W przypadku mieszadeł wstęgowych *Mitsubishi i Miyairi, 1973* traktują ruch cieczy w przestrzeni między wstęgą mieszadła a ścianką mieszalnika jako ruch pomiędzy dwiema równoległymi płytami. Przy założeniu, że warstwa cieczy na zewnętrznej powierzchni wstęgi porusza się z taką samą prędkością jak koniec wstęgi, to na każdy element płynu w tym obszarze będą oddziaływały dwie prędkości: prędkość osiowa $v = pN$ oraz prędkość obwodowa $u = \pi dN$. Przy założeniu niezmienności szybkości ścinania w szczelinie oraz dla $p = d$ autorzy doszli do wniosku, że wartość $\dot{\gamma}$ w przestrzeni pierścieniowej waha się pomiędzy dwiema skrajnymi wielkościami

$$\sqrt{2} \pi N \left(\frac{d}{D-d} \right) \leq \dot{\gamma} \leq 2\pi N \left(\frac{d}{D-d} \right) \quad (3.57)$$

Jak stwierdzają sami autorzy (*Mitsubishi i Miyairi, 1973*) dane doświadczalne dotyczące wnikanie ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej bardzo dobrze korelowały z lewą stroną nierówności (3.57), stąd dla tego obszaru

$$\dot{\gamma}_{ae} = \sqrt{2} \pi N \left(\frac{d}{D-d} \right) \quad (3.58)$$

Natomiast dla dość nietypowego przypadku wymiany ciepła od cieczy mieszanej do wstęgi mieszała (wstęga o przekroju kołowym, wewnątrz którego przepływała woda chłodząca) do obliczania średniej wartości szybkości ścinania ci sami autorzy zalecają zależność (3.59), z której dla tego samego mieszała uzyskuje się dwukrotnie mniejsze wartości $\dot{\gamma}_{ae}$

$$\dot{\gamma}_{ae} = \frac{\pi N}{\sqrt{2}} \left(\frac{d}{D-d} \right) \quad (3.59)$$

Przedstawione powyżej dwie metody obliczania wartości $\dot{\gamma}_{ae}$ opierały się na teoretycznej analizie uproszczonych modeli przepływu. Uzyskane zatem na tej podstawie zależności analityczne powinny być weryfikowane na drodze doświadczalnej.

3.3.3. Doświadczalne wyznaczanie średniej szybkości ścinania w mieszalniku

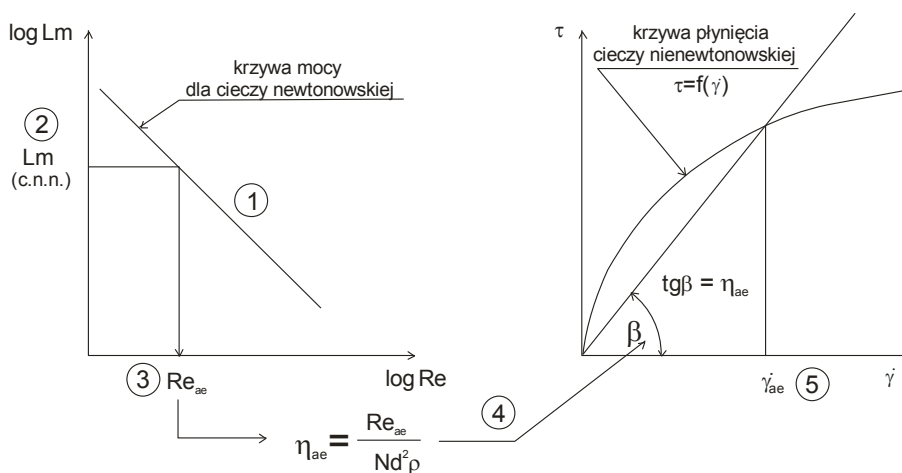
Doświadczalne wyznaczanie wartości stałej K_s w równaniu (3.56) opiera się na założeniu uczynionym przez *Metznera i Otto, 1957*, że dla określonego mieszała krzywe mocy uzyskane w ruchu laminarnym dla cieczy newtonowskiej o lepkości η oraz dla cieczy nienewtonowskiej o lepkości pozornej $\eta_{ae} = \eta$ pokrywają się. To naturalne założenie pozwala w dość prosty sposób określić średnią szybkość ścinania $\dot{\gamma}_{ae}$ w mieszalniku. Metoda jest stosunkowo prosta i od lat 60. znajduje powszechne zastosowanie. Kolejność wykonywania doświadczeń podczas wyznaczania wartości η_{ae} jest następująca (kolejność wykonywania doświadczeń zgadza się z numeracją przedstawioną na rys. 3.18):

1. Wykreślenie linii korelacyjnej dla określonego mieszała podczas mieszania cieczy newtonowskich w zakresie ruchu laminarnego.
2. Określenie liczby mocy L_m dla cieczy nienewtonowskiej dla określonej szybkości obrotowej mieszała N .
3. Dla odczytanej wartości L_m określenie z krzywej mocy liczby Reynoldsa Re_{ae} .
4. Obliczenie lepkości pozornej cieczy η_{ae} z zależności (3.60) definiującej wartość Re_{ae} .

$$\eta_{ae} = \frac{d^2 N \rho}{Re_{ae}} \quad (3.60)$$

5. Z krzywej płynięcia uzyskanej z pomiarów reometrycznych odczytanie średniej szybkości ścinania $\dot{\gamma}_{ae}$ odpowiadającej wartości η_{ae} .
6. Dla znanej częstości obrotowej N mieszadła obliczenie wartości współczynnika proporcjonalności K_s w równaniu (3.61)

$$K_s = \frac{\dot{\gamma}_{ae}}{N} \quad (3.61)$$



Rys. 3.18. Doświadczalne wyznaczanie średniej szybkości ścinania w mieszalniku

Wyznaczone powyższą metodą wartości stałej K_s dla mieszadeł wstęgowych oraz opracowane na tej podstawie równania korelacyjne uzależniające jej wartość od parametrów geometrycznych mieszadło – mieszalnik zamieszczone są w tabeli 3.13.

3.3.4. Zależności korelacyjne określające średnią szybkość ścinania cieczy w mieszalniku

Zastępczą lepkość cieczy w mieszalniku wykorzystujemy do obliczania zastępczych liczb Reynoldsa oraz Prandtla. Jeśli przyjmiemy słuszność założenia *Metznera i Otto, 1957*, wtedy wyrażenie określające wartość liczby Reynoldsa dla cieczy pseudoplastycznych przyjmie postać

$$Re_{ae} = \frac{d^2 N \rho}{\eta_{ae}} = \frac{d^2 N \rho}{k \cdot \dot{\gamma}_{ae}^{n-1}} = \frac{d^2 N^{2-n} \rho}{k (K_s)^{n-1}} \quad (3.62)$$

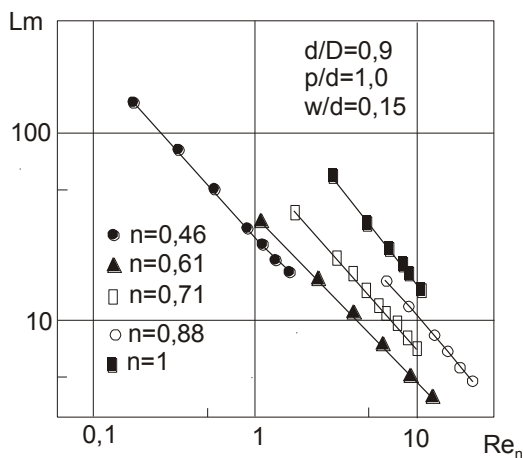
Zwiększające się własności pseudoplastyczne cieczy, czyli zmniejszająca się wartość wskaźnika płynięcia n powoduje zmniejszenie zapotrzebowania mocy do napędu mieszadła. Jeśli przykładowo przyjmiemy wartość $K_s = 30 = \text{const}$ (*Nagata i wsp., 1971*), to dla cieczy o tym samym współczynniku konsystencji k i zmniejszającej się wartości $n = 1,0; 0,7; 0,5; 0,3$ lepkość pozorna η_{ae} przy

stałych obrotach mieszadła N (stała średnia szybkość ścinania w mieszalniku) będzie zmieniała się w stosunku 1,0; 0,36; 0,18; 0,09. W takim samym stopniu zmniejszać się będzie również zapotrzebowanie mocy do napędu mieszadła. Zatem pominięcie własności nienewtonowskich cieczy mogłoby prowadzić do przewymiarowania silnika do napędu mieszadła.

Równanie (3.62) jest najczęściej spotykanym sposobem definicji liczby Reynoldsa Re_n (Calderbank i Moo-Young, 1962; Hall i Gorfrey, 1970; Nagata, 1975; Carreau i wsp., 1993), gdyż w tym przypadku można bezpośrednio porównywać krzywe mocy cieczy nienewtonowskich o różnych wskaźnikach płynięcia n oraz krzywe mocy cieczy newtonowskiej. Wadą tego sposobu jest zbyt skomplikowana postać równania (3.62) oraz konieczność określania współczynnika K_s dla konkretnego mieszadła, dlatego niektórzy autorzy proponują maksymalne uproszczenie definicji (3.62) do postaci (3.63). Powoduje to jednak, że krzywe mocy dla tego samego mieszadła, ale dla cieczy o różnych wskaźnikach płynięcia n nie pokrywają się i należy stosować dodatkowe opisy matematyczne (Novak i Rieger, 1979; Wang i wsp., 2000)

$$Re_n = \frac{d^2 N \rho}{k} \quad (3.63)$$

Typowy przykład zależności przebiegu krzywej mocy w funkcji liczby Reynoldsa definiowanej równaniem (3.63) od wskaźnika płynięcia n pokazano na rys. 3.19. Łatwo zauważyć, że krzywe mocy nie pokrywają się i wraz ze zmniejszeniem się wskaźnika płynięcia n przesuwają się one w dół wykresu, czyli następuje zmniejszenie się zapotrzebowania mocy wraz ze zwiększeniem się właściwości pseudoplastycznych mieszanej cieczy.



Rys. 3.19. Wpływ wskaźnika płynięcia n na zapotrzebowanie mocy silnika (Wang i wsp., 2000)

Przedstawiony powyżej przykład dotyczył przypadku, kiedy wartość współczynnika K_s w równaniu (3.62) określającym średnią szybkość ścinania w mieszalniku była wartością stałą. Wyczuwalne jest, że szybkość ścinania w szczelinie pomiędzy wstęgą mieszadła a ścianką mieszalnika powinna zależeć od wielkości tej szczeliny i wszyscy autorzy są zgodni, co do tego, że wartość K_s dla mieszadeł wstęgowych zależy od parametrów geometrycznych mieszadła (przede wszystkim od stosunku d/D). Badania doświadczalne potwierdziły te przypuszczenia, chociaż analiza tabeli 3.13 zawierającej równania określające wartość K_s wskazuje, że jest to zależność stosunkowo słaba. Natomiast duże są rozbieżności poszczególnych autorów dotyczących podobnego wpływu wskaźnika płynięcia n cieczy pseudoplastycznej na wartość K_s .

Yap i wsp., 1979 zmodyfikowali model przepływu Couttea dla cieczy newtonowskich (*Patterson i wsp.*, 1979), wprowadzając do niego parametry cieczy pseudoplastycznych oraz cieczy lepkosprężystych. Na podstawie wykonanych badań stwierdzili, że wartość K_s zmniejsza się znacznie wraz ze wzrostem wskaźnika płynięcia n . Natomiast w pracach *Bourna i Batlera*, 1969 oraz *Riegera i Novaka*, 1973 stwierdzono, że spadek taki wprawdzie istnieje, ale jest on bardzo słaby. Na podstawie własnych badań dotyczących lepkich cieczy nienewtonowskich oraz cieczy o złożonych własnościach reologicznych odwrotne wnioski wyciągają *Carreau i wsp.*, 1993, którzy stwierdzają, że wartość K_s wzrasta wraz ze wzrostem parametru n . Podobne wnioski można wyciągnąć z pracy *Brito-de La Fuente i wsp.*, 1997. Z kolei *Chowdhury i Tiwari*, 1979 uważają, że K_s jest wartością stałą.

Wpływ wskaźnika płynięcia na szybkość ścinania, a zatem i na wartość współczynnika proporcjonalności K_s w równaniu (3.62) można wyprowadzić z pewnych rozważań teoretycznych. *Carreau i wsp.*, 1993 wyszli z ogólnych równań ruchu (rozdział 6) zapisanych za pomocą naprężeń. Dla modelu przepływu Couttea w przestrzeni cylindrycznej pomiędzy ścianką mieszalnika a cylindrem o ekwiwalentnej średnicy d_e równania te uproszczą się do postaci

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \tau_r) = 0 \quad (3.64)$$

Równanie (3.64) obowiązuje dla ruchu ustalonego przy zaniedbaniu wszystkich efektów brzegowych. Dla cieczy spełniających prawo potęgowe naprężenie styczne $\tau_{r\varphi}$ równe jest

$$\tau_r = -k\dot{\gamma}_r^n = -k \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) \right]^n \quad (3.65)$$

Wprowadzając dodatkowo pojęcie średnicy ekwiwalentnej d_e jako średnicy obrotowego cylindra wewnętrznego powodującego identyczny moment oporowy

jak mieszało rzeczywiste, *Carreau i wsp., 1993* otrzymali równanie (3.67) uzależniające rozkład prędkości w szczelinie od podstawowych parametrów geometrycznych mieszadła oraz od wskaźnika płynięcia n dla cieczy spełniającej prawo potęgowe Ostwalda-de Waele. Równanie (3.67) zostało uzyskane z wyjściowego równania (3.64) przy oczywistych warunkach brzegowych (3.66a,b)

$$\text{dla } r = d_e/2 \quad u = \pi N d_e \quad (3.66a)$$

$$\text{dla } r = D/2 \quad u_\varphi = 0 \quad (3.66b)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{2\pi N}{[(D/d_e)^{2/n} - 1]} \left[\left(\frac{R}{r} \right)^{2/n} - 1 \right] \quad (3.67)$$

Na podstawie uzyskanego rozkładu składowej obwodowej prędkości *Carreau i wsp., 1993* obliczyli moment obrotowy działający na cylinder wewnętrzny, a następnie określili liczbę mocy dla cylindra wewnętrznego dla cieczy newtonowskiej

$$L_m = \frac{k\pi^2 D^2 H}{d^5 N^2 \rho} \left[\frac{4\pi N}{n[(D/d_e)^{2/n} - 1]} \right]^n \quad (3.68)$$

Porównując to z klasyczną zależnością opisującą krzywą mocy w ruchu laminarnym

$$L_m = \frac{A}{Re_{ae}} = A \frac{\eta_{ae}}{d^2 N \rho} \quad (3.69)$$

uzyskali ostatecznie równanie (3.70) określające funkcję $K_s = f(n)$

$$\frac{\dot{\gamma}_{ae}}{N} = K_s = \left[\frac{n \cdot ((D/d_e)^{2/d} - 1)}{4 \cdot \pi} \right]^{n-1} \left[\frac{A}{\pi^2 \cdot (D/d)^2 \cdot (H/d)} \right]^{1/1-n} \quad (3.70)$$

W części doświadczalnej *Carreau i wsp., 1993* potwierdzili istnienie zależności $K_s = f(n)$. Przy zmianie wskaźnika płynięcia $0,19 < n < 0,91$ wartość K_s zwiększała się średnio dwukrotnie od wartości $K_s \cong 20$ do wartości $K_s \cong 40$. Zatem średnia wartość K_s była zgodna z wynikami *Halla i Godfrey, 1970* oraz wynikami *Nagaty, 1971*. Stwierdzono również duży wzrost szybkości ścinania wraz ze wzrostem pozornej liczby Reynoldsa Re_{ae} w ruchu przejściowym, co skutkowało nawet trzykrotnym wzrostem parametru K_s . Na marginesie warto zauważyć, że średnica ekwiwalentna cylindra wewnętrznego d_e wzrastała wraz ze zmniejszeniem się skoku wstęgi mieszadła, czyli wraz ze wzrostem liczby zwojów przy tej samej wysokości mieszadła. Przykładowo, dla $D/d = 1,11 = \text{const}$ stosunek D/d_e malał z wartości 1,57 do 1,37 przy zmniejszeniu się stosunku p/d z 1,03 do 0,695.

Doświadczalne badania dotyczące tego samego zagadnienia przedstawili w swojej pracy *Wang i wsp., 2000*. Dla 11 różnych parametrów geometrycznych mieszadła wstęgowego z dodatkową wstęgą wewnętrzną doświadczalnie określili oni równanie korelacyjne $K_s = f(n)$. Zakładając, na podstawie wstępnej analizy wyników doświadczalnych przedstawionych na rys. 3.19, słuszność równania (3.71) opisującego zależność $L_m = f(Re_n)$

$$L_m \cdot Re_n = AB^{n-1}n^C \quad (3.71)$$

ustalili formę szukanej zależności funkcjonalnej (3.72)

$$K_s = B \cdot n^{C/(n-1)} \quad (3.72)$$

a następnie na podstawie pomiarów doświadczalnych ustalili dokładną postać tego równania, uzależniając dodatkowo wartość K_s od podstawowych parametrów geometrycznych mieszadła przedstawionego na rys. 3.2

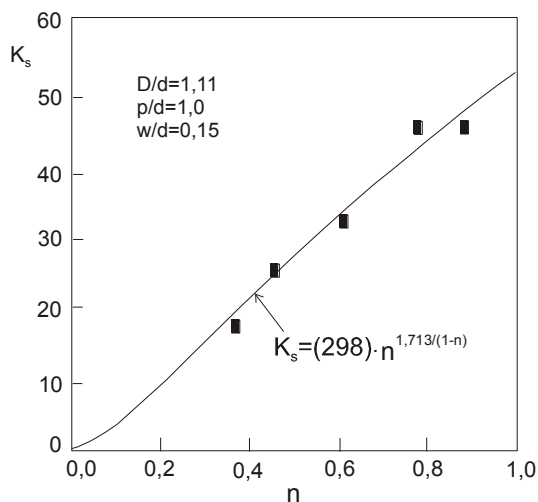
$$K_s = 124,5 \left(\frac{2d}{D-d} \right)^{0,38} \left(\frac{w}{d} \right)^{-1,17} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,157} \left(\frac{w_i}{d} \right)^{1,33} \left(\frac{h}{d} \right)^{-0,28} \cdot n^{1,171/(1-n)} \quad (3.73)$$

Równanie (3.73) daje nieco silniejszą zależność K_s od wskaźnika płynięcia n niż to wynika z pracy *Carreau i wsp., 1993*. W tabeli 3.12 przedstawiono wpływ wielkości wskaźnika płynięcia n wynikający z równania (3.73) na średnią szybkość ścinania cieczy w mieszalniku niezależnie od parametrów geometrycznych mieszadła wstęgowego, a na rys. 3.20 pokazano przebieg funkcji (3.73) dla mieszadła o parametrach $d/D = 0,9$; $p/d = 0,1$.

Tabela 3.12. Zależność wartości K_s od wskaźnika płynięcia n cieczy pseudoplastycznej (*Wang i wsp., 2000*)

n	0,1	0,2	0,5	0,8	0,9
$n^{1,731/(1-n)}$	0,012	0,031	0,091	0,145	0,161

Jak wynika z tabeli 3.12, dla dość szerokiego zakresu zmian $n = 0,2 \div 0,8$, wartość K_s w równaniu (3.73) wzrosła ponad czterokrotnie. Wzrost ten jest zatem dwukrotnie większy niż wynika on z pracy *Carreau i wsp., 1993*. W przypadku obu prac stwierdzono przedłużenie laminarnego zakresu mieszania dla cieczy pseudoplastycznych w porównaniu z cieczami newtonowskimi. Jest to zgodne z obserwacjami innych autorów (*Brio-de La Fuente i wsp., 1992*; *Espinosa-Solares i wsp., 1997*).



Rys. 3.20. Zależność średniej szybkości ścinania od własności pseudoplastycznych cieczy nienewtonowskiej (Wang i wsp., 2000)

Ogólna liczba prac poświęconych problemowi mieszania cieczy spełniających prawo potęgowe Ostwalda-de Waele jest dość obszerna i trudno je wszystkie omówić w sposób szczegółowy. Dlatego obok przedstawionych powyżej bardziej szczegółowo dwóch prac, w tabeli 3.13 zestawiono dostępne w literaturze przedmiotu równania pozwalające określić średnią szybkość ścinania cieczy w mieszalniku z wykorzystaniem wielkości K_s . Na podstawie wartości K_s można następnie określić lepkość pozorną cieczy mieszalniku. Łatwo zauważyć różnorodność proponowanych równań. Najprostsze z nich podają wartość K_s jako wartość stałą (Gluz i Pawluszenko, 1967; Hall i Godfrey, 1970; Nagata i wsp., 1971; Rieger i Novak, 1973; Nagata, 1975), inne uzależniają tę wielkość jedynie od parametrów geometrycznych mieszadła wstęgowego, a najbardziej skomplikowane, poparte najczęściej rozważaniami teoretycznymi, uzależniają dodatkowo wielkość K_s od wskaźnika płynięcia n .

Tabela 3.13. Równania określające wartości K_s w zależności $\dot{\gamma}_{ae} = K_s \cdot N$ zgodnej z koncepcją Metznera i Otto, 1957 wg różnych autorów

Autor	Parametr geometryczny D/d	Wskaźnik płynięcia n	Korelacja
Bourne i Butler, 1965	$\frac{D}{d} = 1,34$	0,4 – 1	$K_s = \frac{\left[\left(\frac{D}{d} \right)^2 - 1 \right]^{1/(n-1)}}{\left[n \cdot \left(\frac{D}{d} \right)^{2/n} - 1 \right]^{n/(n-1)}}$
Gluz i Pawluszenko, 1967	$\frac{D}{d} = 1,07$	0,5 – 1	$K_s = 4\pi$

Tabela 3.13 (cd.)

Hall i Godfrey, 1970	$\frac{1,09}{< \frac{D}{d} < 1,05}$	$N > 0,35$	$K_s = 27$
Nagata i wsp., 1971	$\frac{D}{d} = 1,05$	0,43-0,72	$K_s = 30$
Chavan i wsp., 1972, 1973 z poprawką 1974		0,35-1,0	$K_s = 4\pi \frac{[(D/d_e)^2 - 1]^{1/(n-1)}}{[n \cdot (D/d_e)^{2/n} - 1]^{n/(n-1)}}$ gdzie: $\frac{D}{d_e} = \frac{D}{d} - \frac{2 \cdot w/d}{\ln\left(\frac{D/d - (1 - 2 \cdot w/d)}{D/d - 1}\right)}$
Rieger i Novak, 1973	$\frac{D}{d} = 1,05$	0,3-0,97	$K_s = 36,7$
Sawinski i wsp., 1976	$\frac{1,09}{< \frac{D}{d} < 1,19}$	0,3-1	$K_s = \exp\left(\frac{4,2}{D/d} - 0,5\right)$
Yap i wsp., 1979	$1,11 < \frac{D}{d} < 1,3$	0,21-0,51	$K_s = 4^{1/(1-n)} \cdot \left(\frac{h}{D/d}\right)^2 \cdot \left(\frac{h^*}{d}\right),$ gdzie: $\frac{h^*}{d} = \frac{h}{d} \cdot \left(h + \frac{\pi^2}{(p/d)^2}\right)^{1/2}$
Kuriyama i wsp., 1983	$\frac{1,05}{< \frac{D}{d} < 1,16}$	0,35-0,75	$K_s = 8,9 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{D}{d} - 1\right)\right)^{-0,33}$
Takahashi i wsp., 1984	$\frac{1,06}{< \frac{D}{d} < 1,13}$	0,44-0,77	$K_s = 11,4 \cdot \left(\frac{D/d - 1}{2 \cdot D/d}\right)^{-0,411} \cdot \left(\frac{p}{D}\right)^{-0,361} \cdot \left(\frac{w}{D}\right)^{0,164}$
Shamlou i Edwards, 1985	$\frac{1,05}{< \frac{D}{d} < 1,11}$		$K_s = 34 - 144 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{D}{d} - 1\right)\right)$
Brito-de la Fuente i wsp., 1992	$\frac{D}{d} = 1,135$	0,14-0,65	$K_s = 44,43 \cdot (0,814)^{1/n}$
Leuliet i wsp., 1992	$\frac{D}{d} = 1,135$	0,13-0,6	$K_s = K_1 \cdot \exp\left(\frac{n-1}{5n}\right),$ gdzie: $K_1 = 64,3 - 339,3 \cdot \frac{w}{d} - \frac{13,44}{p/d} + 167,4 \cdot \frac{w/d}{p/d}$
Netusil i Rieger, 1993	$\frac{1,05}{< \frac{D}{d} < 1,10}$	0,16-1	$K_s = n \frac{0,85 \cdot N_r^{0,17} \cdot [1/2(D/d-1)]^{-0,18}}{n-1}$
Carreau i wsp., 1993	$\frac{D}{d} = 1,11$	0,1-0,91	$K_s = \left[\frac{n \cdot ((D/d_e)^{2/d} - 1)}{4 \cdot \pi} \right]^{\frac{n}{n-1}} \left[\frac{K_p}{\pi^2 \cdot (D/d)^2 \cdot (H/d)} \right]^{1/1-n}$ gdzie: $\left(\frac{D}{d_e}\right) = \left[\frac{4 \cdot \pi^3 \cdot H/d \cdot (D/d)^2}{K_p} + 1 \right]^{1/2}$

Bakker i Gates, 1995	$\frac{D}{d} = 1,04$		$K_s = 25 \cdot (D/d)^{-0,5} \cdot \left(\frac{p/d}{(\pi^2 + (p/d)^2)^5} \right)^{-0,152}$
Brito-de la Fuente i wsp., 1997	$\frac{D}{d} = 1,135$	0,14-0,65	$K_s = \left[38,27 \cdot \left(\frac{w}{d} \right)^{-0,024} \cdot \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,135} \right] \cdot (0,814)^{1/n}$
Wang i wsp., 2000	$1,03 < \frac{D}{d} < 1,11$	0,46-1	$K_s = 124,5 \left(\frac{2d}{D-d} \right)^{0,38} \left(\frac{w}{d} \right)^{-1,17} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,157} \cdot \left(\frac{w_i}{d} \right)^{1,33} \left(\frac{h}{d} \right)^{-0,28} \cdot n^{1,171(1-n)}$

Z przedstawionych powyżej równań trudno jest zorientować się co do rzeczywistej wielkości zmian wartości współczynnika K_s . Dlatego w następnej tabeli 3.14 zestawiono wartości liczbowe współczynnika proporcjonalności K_s w równaniu (3.62), które uzyskiwano w poszczególnych pracach doświadczalnych.

Tabela 3.14. Wartości liczbowe stałej K_s określającej średnią szybkość ścinania w mieszalniku

Praca	D/d	n	K_s
Bornue i Butler, 1969b	1,02 – 1,12	0,4 – 1,0	66 ^a
Hall i Godfey, 1970	1,10 – 1,11	0,35 – 1,0	27
Chavan i Ulbrecht, 1974	1,03	0,35 – 1,0	24,58
Rieger i Novak, 1973	1,053	0,5 – 1,0	36,7
Nagata, 1975	1,056	0,27 – 1,0	30
Sawinsky i wsp., 1976	1,042 – 1,19	0,5 – 1,0	27,6 ^a
Chowdhury i Tiwari, 1979	1,056 – 1,118	0,26 – 1,0	30,6
Yap i wsp., 1979	1,11 – 1,37	0,17 – 0,65	79,8 ^b
Kuriyama i wsp., 1983	1,05 – 1,163	0,35 – 0,75	24,7
Shamlou i Edwards, 1985	1,05 – 1,33	–	26,8 ^a
Carreau i wsp., 1993	1,11	0,18 – 1,0	17 – 40
Brito-de la Fuente i wsp., 1997	1,135	0,19 – 1,0	16 – 36

^{a)} wartość obliczona dla $D/d = 1,10$

^{b)} wartość obliczona dla $n = 0,6$, $D/d = 1,135$, $l/d = 3,24$, gdzie: l – długość wstęgi mieszadła.

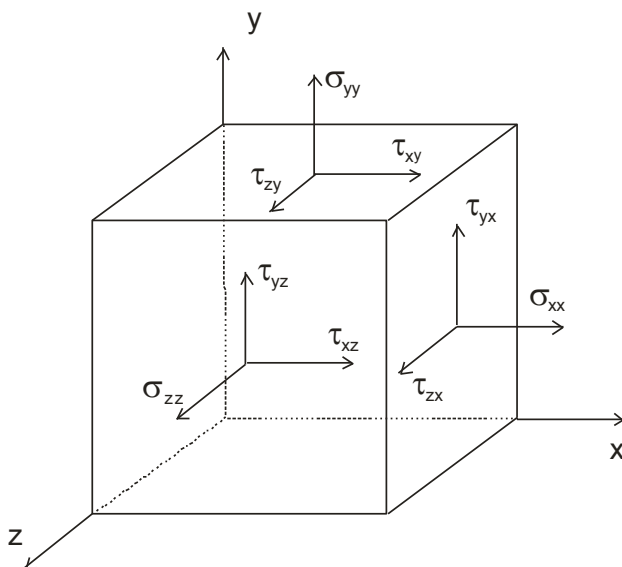
Jak łatwo zauważyć z tabeli 3.14, że w przeważającej liczbie przypadków wartości K_s wahały się w dość wąskich granicach $K_s = 27 \div 36$. Jedynie w pracach *Bornue i Butlera, 1969* oraz *Yapa i wsp., 1979* analizowane wartości były znacząco większe. Biorąc powyższe pod uwagę, można zarekomendować stosowanie tego właśnie przedziału zmienności K_s przy praktycznych obliczeniach lepkości pozornej η_{ae} w mieszalniku. Dla mieszadeł o dużych średnicach zaleca się stosować wyższe wartości, natomiast dla mieszadeł o małych średnicach mniejsze wartości K_s .

3.3.5. Ciecze sprężystolepkie

Na każdy element cieczy podlegający ścinaniu działa sześć naprężeń stycznych τ oraz trzy naprężenia normalne σ . Na rys. 3.21 przedstawiono dziewięć wybranych niezależnych naprężeń działających na trzy sąsiednie ściany dowolnego elementu cieczy. W przypadku naprężeń stycznych zaznaczono jedynie wybrane pojedyncze składowe naprężenia działających na trzech ścianach elementu. Pierwszy z indeksów przy naprężeniach oznacza kierunek działania naprężenia, drugi – płaszczyznę, na której leży. Dla przejrzystości na tym rysunku nie pokazano trzech naprężeń stycznych $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ oraz $\tau_{zy} = \tau_{yz}$, których odpowiednie równości wynikają z zasady zachowania momentu pędu. Dla płynu newtonowskiego naprężenia normalne σ są sobie równe i równe jednocześnie ciśnieniu w tym punkcie

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p \quad (3.74)$$

Wynika to z faktu, że płyn newtonowski składa się z małych cząstek, które nie tworzą żadnej mikrostruktury i dzięki temu jest on izotropowy



Rys. 3.21. Składowe naprężenia podczas prostego ścinania elementu płynu

W przypadku płynów lepkosprężystych, jakimi są na przykład stopione polimery, ich struktura może wykazywać istotną anizotropię. Podczas przepływu elementy cieczy lepkosprężystych przyjmują pozycję równowagową zależną między innymi od wielkości poszczególnych naprężeń normalnych. Stąd, w ogólnym przypadku, składowe naprężenia normalnego

$$\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy} \neq \sigma_{zz} \neq -p \quad (3.75)$$

W mechanice klasycznej dla płynów nieściśliwych zakłada się, że ciśnienie p (będące skalarą) równe jest średniej arytmetycznej składowych naprężenia normalnego

$$p = -\frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (3.76)$$

O wielkości własności lepkosprężystych płynu decyduje *pierwsza* N_1 i *druga* N_2 różnica naprężeń normalnych

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (3.77)$$

$$N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \quad (3.78)$$

Można udowodnić, że trzecia różnica naprężeń normalnych $\sigma_{xx} - \sigma_{zz}$ jest sumą algebraiczną dwóch pierwszych różnic. Biorąc więc pod uwagę również naprężenia normalne można stwierdzić, że istnieją tylko trzy niezależne wielkości związane z naprężeniami opisujące stan reologiczny płynu w warunkach ścinania prostego (płynięcia). Oprócz naprężenia stycznego występującego w ogólnym równaniu (3.79)

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (3.79)$$

jest to jeszcze pierwsza i druga różnica naprężeń normalnych określona odpowiednio równaniami (3.77) i (3.78). Są to tzw. funkcje wiskozymetryczne, które opisują szybkość ścinania płynu. Badania doświadczalne wykazały, że przy niskich szybkościach ścinania różnice naprężeń N_1 oraz N_2 są w przybliżeniu funkcjami kwadratowymi wartości $\dot{\gamma}$

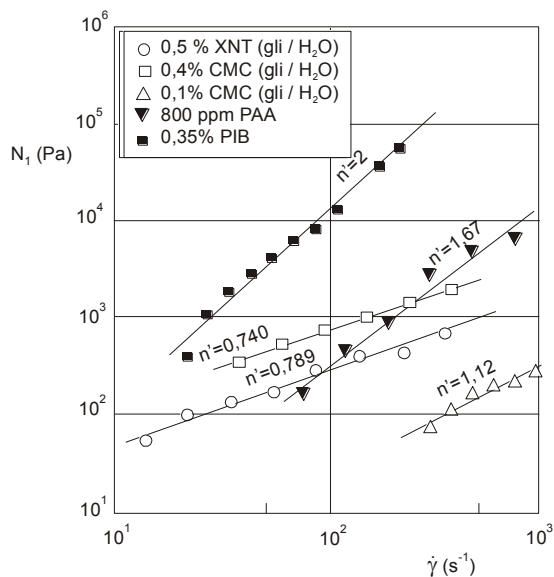
$$\Psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2} \quad (3.80)$$

$$\Psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}^2} \quad (3.81)$$

Określone w ten sposób wielkości Ψ_1 oraz Ψ_2 noszą nazwę współczynników naprężeń normalnych. Jeśli różnice odpowiednich naprężeń normalnych N_1 , $N_2 = f(\dot{\gamma})$ są dokładnie funkcjami kwadratowymi, wtedy współczynniki naprężeń normalnych Ψ mają stałe wartości niezależne od szybkości ścinania i z takim przypadkiem spotykamy się wtedy, kiedy ciecz wykazuje bardzo silne własności sprężyste. Płyny, które wykazują dużą sprężystość wykazują również dużą różnicę naprężeń normalnych i niekiedy może ona nawet wiele razy przewyższać naprężenie styczne. W takich przypadkach wartości N_1 nie można zaniedbać (*Carreau i wsp., 1993* oraz rys. 3.22).

Budowa wewnętrzna płynów lepkosprężystych nie jest dobrze poznana, niemniej z doświadczeń wynika, że własności tych roztworów zależą od rodzaju rozpuszczalnika, rodzaju substancji rozpuszczanej i od jej stężenia. Przykładowo,

Carreau i wsp., 1993 podają, że wodne roztwory xantanu (XTN) lub karboksymetylocelulozy (CMC) zmieszane z roztworami syropu ziemniaczanego (celem zwiększenia lepkości roztworów), podczas pomiarów na reogoniometrze Weinssena R-18 nie wykazywały mierzalnych wartości pierwszej różnicy naprężeń normalnych i roztwory te można było zakwalifikować jako cieczy rozrzedzane ścinaniem o dużej stosunkowo lepkości. Z kolei te same roztwory wyjściowe XTN oraz CMC zmieszane z innym roztworem zawierającym 85% gliceryny i 15% wody posiadały właściwości tak cieczy rozrzedzanej ścinaniem, jak i cieczy sprężystej. Natomiast w wyniku rozpuszczenia 0,35% wysoko spoli-meryzowanego poliizobutyleny (PIB) o masie cząsteczkowej $M = 2,5 \times 10^6$ kg/kmol w mieszaninie zawierającej 77% polibutanu i 23% benzyny powstawał roztwór niewykazujący własności cieczy rozrzedzanych ścinaniem, ale wykazywał duże własności sprężyste. Roztwór poliakryloamidu o bardzo małym stężeniu 800 ppm w syropie ziemniaczanym wykazywał duże własności cieczy sprężystej i bardzo słabe własności cieczy rozrzedzanej ścinaniem. Oczywiście jest, że w zależności od zmiany stężenia substancji rozpuszczanych udziały poszczególnych własności zmieniały się w sposób płynny i dopiero pomiary własności lepkich i własności sprężystych cieczy pozwalały w jednoznaczny (lub przybliżony) sposób zakwalifikować poszczególne cieczy do odpowiednich klas. Jak zawsze w takich przypadkach, przy klasyfikacji pewną rolę może odgrywać subiektywna ocena prowadzącego badania. Wszystkie powyższe uwagi i niejednoznaczności powodują trudności przy porównywaniu wyników przedstawionych w poszczególnych pracach.



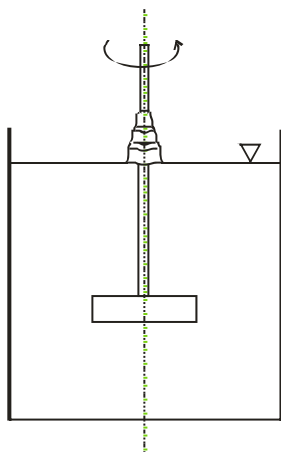
Rys. 3.22. Pierwsza różnica naprężeń normalnych dla pięciu różnych roztworów polimerów (*Carreau i wsp., 1993*)

W przypadku mieszania płynu lepkosprężystego obserwujemy tzw. efekt Weinssenberga, czyli wspinanie się płynu po obracającym się wale mieszadła (ang. rod-climbing). W sposób uproszczony efekt ten przedstawiono na rys. 3.23. Im większe właściwości sprężyste, tym bardziej wyraźny efekt Weinssenberga, co może być pomocne przy jakościowej ocenie własności sprężystych cieczy.

Poszczególni autorzy stosowali różny formalny opis własności reologicznych cieczy lepkosprężystych podczas ich mieszania. *Carreau i wsp., 1993* pierwszą różnicę naprężeń normalnych N_1 opisywali równaniem (3.82) przypominającym swoją formą równanie potęgowe Ostwalda-de Waele

$$N_1 = \Psi_1 \dot{\gamma}^2 = m' / \dot{\gamma}^{n'} \quad (3.82)$$

gdzie n' oraz m' są parametrami ustalonymi na podstawie pomiarów reometrycznych (rys. 3.22). Jedynie dla cieczy o wyraźnie zaznaczonych właściwościach sprężystych (0,35% PIB) wykładnik potęgi w równaniu (3.82) przyjmował klasyczną wartość $n' = 2$. Dla cieczy o słabszych właściwościach sprężystych wykładnik n' przyjmował wartości nawet poniżej 1,0.



Rys. 3.23. Efekt Weissenberga dla cieczy lepkosprężystych

Właściwości sprężyste cieczy określa się wartością liczby Weissenberga Wi , zdefiniowaną równaniem (3.83), gdzie λ oznacza tzw. czas charakterystyczny cieczy lepkosprężystej określony klasycznym równaniem (3.84)

$$Wi = \frac{\Psi_1 N}{\eta_{ae}} \quad (3.83)$$

$$\lambda = \frac{N_1}{2\tau_{r0} \dot{\gamma}_{r0}} \quad (3.84)$$

gdzie $\tau_{r\theta}$ i $\gamma_{r\theta}$ są odpowiednimi składowymi tensora naprężeń i tensora szybkości deformacji. Wszystkie wielkości występujące w ostatnim z równań pochodzą z pomiarów reometrycznych wykonanych przy użyciu reogoniometru.

Wpływ własności sprężystych cieczy na moc mieszania nie ma w literaturze dokładnego opisu matematycznego. Wynika to ze złożoności opisu matematycznego samych własności reologicznych tych cieczy, jak również z trudności określenia średniej szybkości ścinania w mieszalniku dla cieczy lepkosprężystych. Biorąc jednak pod uwagę dodatkowe naprężenia występujące w cieczach o własnościach sprężystych, ich lepkość pozorna zawsze wzrasta. Doświadczalnym efektem tego stwierdzenia jest przesunięcie się zakresu mieszania laminarnego w kierunku mniejszych liczb Reynoldsa. Obserwacja ta była potwierdzona przez wielu autorów (*Nienow i wsp., 1983; Prud'homme i Shaqfeh, 1984; Bird i wsp., 1987; Brito-de la Fuente i wsp., 1991; Carreau i wsp., 1992*), co oznacza praktyczne zmniejszenie zakresu mieszania laminarnego dla cieczy o wyraźnych własnościach sprężystych. *Carreau i wsp., 1993* badali moc mieszania dla cieczy o zróżnicowanych własnościach reologicznych pokazanych na rys. 3.22. Stwierdzili oni odchylenie się krzywej mocy dla cieczy o własnościach sprężystych od krzywej mocy dla cieczy newtonowskiej tym bardziej, im większa była wartość liczby Weinssenberg'a Wi . Przy dziesięciokrotnym wzroście wartości Wi wartość iloczynu $Lm-Re_{ac}$ wzrastała nawet pięciokrotnie.

Przedstawiona powyżej tendencja była odwrotna niż w przypadku cieczy rozrzedzanych ścinaniem, gdzie wraz ze wzrostem własności pseudoplastycznych (mniejsza wartość wskaźnika płynięcia n) następowało odchylenie krzywej mocy w dół w stosunku do krzywej mocy dla cieczy newtonowskich i jednocześnie następował wzrost zakresu mieszania laminarnego (*Brito-de la Fuente i wsp., 1991; Harnby i wsp., 1992; Carreau i wsp., 1993*). Biorąc pod uwagę przeciwne wpływy własności cieczy pseudoplastycznych oraz lepkosprężystych, autorzy (*Carreau i wsp., 1993*) stwierdzają, że w pewnych warunkach przy odpowiednich udziałach obu rodzajów własności, krzywa mocy dla cieczy o złożonych własnościach reologicznych może pokrywać się z krzywą mocy dla cieczy newtonowskich w dużym zakresie liczb Reynoldsa.

Potwierdzeniem odmiennego wpływu własności pseudoplastycznych oraz sprężystych cieczy na te same zjawiska przebiegające w mieszalniku, jest praca *Chenga i Carreau, 1994*. Badali oni wpływ własności reologicznych cieczy na moc mieszania układów o dużych lepkościach w warunkach zewnętrznego nagazowania. Badano ciecze rozrzedzane ścinaniem, ale niewykazujące własności sprężystych oraz ciecze sprężyste niewykazujące własności pseudoplastycznych, czyli tzw. ciecze Bogera (*Boger i Binnington, 1977*). O ile w przypadku nagazowania cieczy rozrzedzanych ścinaniem moc mieszania P_g malała do wartości $0,8 \div 0,95$ mocy P_0 dla układu bez nagazowania, to w przypadku „czystych”

cieczy sprężystych moc mieszania gwałtownie rosła. Wzrost był bardzo istotny i w granicznym przypadku dochodził nawet do 300%. Jak zauważają autorzy jest to pierwszy przypadek, kiedy układ nagazowany pomimo mniejszej gęstości charakteryzował się zdecydowanie większą mocą mieszania. Uzyskane wyniki przedstawiono w postaci równania korelacyjnego dla zakresu mieszania laminarnego

$$Lm_g = 1030 Re_{ae}^{-0,942} Na^{0,604} (1 + 724 Wi^{2,15}) \quad (3.85)$$

dla zmienności liczb kryterialnych $0,28 < Re_{ae} < 70$ ($0,028 < Na < 0,87$, $0,0044 < Wi < 0,060$) oraz dla zakresu mieszania przejściowego

$$Lm_g = 40,3 Re_{ae}^{-0,623} Na^{0,06} (1 + 3,79 Wi^{0,057}) \quad (3.86)$$

dla zmienności liczb kryterialnych $70 < Re_{ae} < 2600$ ($0,0087 < Na < 0,63$, $0,013 < Wi < 0,96$).

Nietypowe zachowanie się układów wykazujących własności sprężyste *Cheng i Carreau, 1994a* tłumaczą efektami pamięci tych cieczy. Szczególnie przy niskich obrotach mieszadła duże bąble gazu były rozciągane wzdłuż obracających się wstęg i ich rozbite następowało po bardzo długim czasie. Ze względu na efekty pamięci energia potrzebna na ich rozbite musiała być duża, co utrudniało rozbite pęcherzy gazowych i powodowało zatrzymanie fazy gazowej (hold-up) na niezwykle wysokim poziomie dochodzącym nawet do 25% objętości mieszaniny. Zastępcza liczba Reynoldsa Re_{ae} określana była z uwzględnieniem dodatkowych naprężeń spowodowanych obecnością pęcherzy gazowych. Natomiast bezwymiarowa liczba nagazowania Na zdefiniowana była równaniem (3.87), w którym $Q[m^3/s]$ oznacza objętościowe natężenie przepływu gazu przez mieszalnik, a liczba Weissenberga Wi spełniała klasyczną zależność (3.83)

$$Na = \frac{Q}{Nd^3} \quad (3.87)$$

Wyniki pracy *Chenga i Carreau, 1994* dość dobrze zgadzały się z wynikami innych prac dotyczących procesów napowietrzania cieczy wysokolepkich (*Dekee i wsp., 1986; Marugesan i Degaleesan, 1992*).

Dla cieczy o złożonych własnościach reologicznych mierzona moc mieszania bywa najczęściej wynikiem nakładania się przeciwstawnych wpływów własności sprężystych oraz pseudoplastycznych cieczy i rozdzielenie wspomnianych wpływów jest praktycznie niemożliwe. Jest to jeden z powodów słabego, jak do tej pory, poznania mechanizmów rządzących tymi przepływami. Dodatkową trudnością jest różny sposób definiowania nawet wielkości podstawowych przez różnych autorów. Jednym z przykładów różnych definicji tych samych wielkości przy mieszaniu cieczy o złożonych własnościach reologicznych może być praca *Forda i Ulbrechta, 1975*. Badali oni wpływ własności sprężystych cieczy na czas

zmieszania dwóch roztworów polimerów o zdecydowanie różnych właściwościach. Własności każdej z cieczy oceniano pod względem ich właściwości lepkich w formie równania (3.88), jak również właściwości sprężystych, określając z równania (3.89) współczynnik pierwszej różnicy naprężeń normalnych Ψ_1

$$\eta = \eta_0 - m \dot{\gamma}^{b-1} \quad (3.88)$$

$$\Psi_1 = \frac{2F}{\pi R^2 \dot{\gamma}^2} \quad (3.89)$$

Równanie (3.88) w swojej formie odpowiada krzywej płynięcia dla nieliniowych płynów plastycznolepkich z granicznym naprężeniem stycznym τ_0 oraz lepkością η_0 cieczy przy zerowej szybkości ścinania $\dot{\gamma} \rightarrow 0$. Z kolei w równaniu (3.89) wielkość F oznacza siłę pomiędzy obracającym się stożkiem a płytą w reogoniometrze służącym do pomiaru własności sprężystych cieczy i w swojej formie jest zgodne z definicyjnym równaniem (3.81). W wyniku badań stwierdzono (*Ford i Ulbrecht, 1975*), że własności sprężyste cieczy odgrywają istotną rolę w określaniu czasów mieszania. Dla tych samych liczb Reynoldsa, określanych jedynie na podstawie własności lepkich cieczy, czasy mieszania różniły się nawet trzykrotnie w zależności od ich własności sprężystych. Dopiero wprowadzając liczbę Weinsseberga zdefiniowaną dla potrzeb pracy równaniem (3.90), gdzie czas charakterystyczny λ cieczy lepkosprężystej był określany równaniem (3.91), można było wyniki badań opisać jednym równaniem korelacyjnym (3.92)

$$Wi = \lambda N \quad (3.90)$$

$$\lambda = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{\Psi_1}{\eta} \quad (3.91)$$

$$N\tau_m = A(1 + 0,52 Wi)^{1,25} \left(\frac{\eta_{0M}}{\eta_{0L}} \right)^z \quad (3.92)$$

W definicji liczby Weinsseberga Wi zamiast nieznannej dokładnie wartości średniej szybkości ścinania $\dot{\gamma}_{ae}$ w mieszalniku autorzy użyli częstości obrotowej mieszadła N jako wielkości, do której $\dot{\gamma}_{ae}$ jest proporcjonalna. Również charakterystyczny czas λ był definiowany nie dla średnich warunków w mieszalniku, a dla specyficznego przypadku, kiedy $\dot{\gamma} \rightarrow 0$. W równaniu (3.92) wielkości η_{0M} oraz η_{0L} oznaczają odpowiednio lepkości cieczy przy zerowej szybkości ścinania dla składnika o większej i mniejszej lepkości.

Dla $Re < 10$ stała A w równaniu (3.92) wynosiła około 200, a wykładnik potęgi z przyjmował małe wartości $0,058 < z < 0,17$. Duża wartość potęgi przy liczbie Weinsseberga wskazuje, że nieuwzględnienie właściwości sprężystych cieczy przy obliczaniu czasów mieszania może doprowadzić do nawet kilkukrotnego zaniżenia rzeczywistych wartości τ_m .

Ze względu na specyficzne własności cieczy lepkosprężystych, czyli możliwość przenoszenia naprężeń normalnych, wykazują one dla tych samych mieszadeł dużo mniejszą cyrkulację wtórną w mieszalniku niż ciecze newtonowskie. Jak wynika z badań *Yapa i wsp., 1979* średnia efektywność mieszania ze względu na wartości τ_m dla mieszadeł wstęgowych w przypadku cieczy newtonowskich była około 2,5 razy (w granicznym przypadku pięciokrotnie) większa niż w przypadku cieczy lepkosprężystych. W tym przypadku jako kryterium efektywności przyjęto iloczyn ($P \cdot \tau_m$), czyli określano ile energii należy dostarczyć do cieczy mieszanej, aby osiągnąć właściwe wymieszanie układu. Zauważono jednocześnie, że w przypadku cieczy lepko-sprężystych wpływ parametrów geometrycznych mieszadła na efektywność mieszania był bardzo ograniczony. Wynikało to najprawdopodobniej z małej cyrkulacji wtórnej cieczy w mieszalniku niezależnie od parametrów geometrycznych układu mieszającego.

Przedstawiony w tym rozdziale pracy krótki przegląd dostępnych prac literaturowych poruszających problemy, które napotykamy podczas analizy procesów przebiegających w mieszalniku z użyciem cieczy nienewtonowskich, dotyczył jedynie cieczy nienewtonowskich najczęściej spotykanych w praktyce przemysłowej: cieczy rozrzedzanych ścinaniem oraz cieczy lepkosprężystych. Podobną analizę można byłoby przeprowadzić dla pozostałych rodzajów cieczy nienewtonowskich ujętych w tabelach 3.9 i 3.10. Obszerniejszy przegląd takich prac można znaleźć w innych monografiach poświęconych problemom mieszania (*Oldshue, 1983; Ulbrecht i Carreau, 1985; Tatterson, 1991*).

3.4. Wymiana ciepła w mieszalniku

Do płaszczowej wymiany ciepła w mieszalniku najlepsze niewątpliwie są mieszadła wstęgowe. Obracająca się blisko ścianki i nachylona pod niewielkim kątem wstęga mieszadła stwarza warunki do intensywnej wymiany cieczy w termicznej warstwie przyściennej, zapewniając w ten sposób wysokie współczynniki wnikania ciepła. Jednocześnie wymusza dużą cyrkulację wtórną w mieszalniku, co zapewnia dobre wymieszanie cieczy w całej objętości mieszalnika z wyjątkiem niewielkiego obszaru tuż przy wale mieszadła (*Rieger i wsp., 1986*).

W pracy *Nagaty i wsp., 1972a* wykazano przewagę mieszadła wstęgowego nad mieszadłem kotwicowym, tak pod względem dobrego wymieszania cieczy (mierzonego rozrzutem temperatury wewnątrz mieszalnika), jak również wartości współczynników wnikania ciepła. Tabela 3.15 przedstawia odczytane z zależności wykreślonych (*Nagata i wsp., 1972a*) średnie odchylenie standardowe σ temperatur t_i w poszczególnych punktach mieszalnika od średniej temperatury dla całego mieszalnika t_{sr}

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{sr})^2}{n}} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (3.93)$$

Jak wynika z tabeli 3.15, niezależnie od zakresu mieszania mieszadła wstępowe zawsze wykazywały dużo mniejszy rozrzut temperatur wewnątrz mieszalnika niż mieszadła kotwicowe. Jest to istotne w procesach polimeryzacji przebiegających w reaktorach z mieszaniem mechanicznym. Różne temperatury oznaczają różne szybkości reakcji i różny stopień polimeryzacji. W przypadku mieszadeł kotwicowych możemy się zatem spodziewać bardziej nierównomiernego rozkładu mas cząsteczkowych gotowego produktu, co jest efektem niepożądanym. Również współczynniki wnikania ciepła dla mieszadła kotwicowego zmierzone przez *Nagatę i wsp., 1972a* były o 5÷25% mniejsze, w zależności od wartości liczby Reynoldsa, od podobnych wartości dla mieszadła wstęgowego.

Tabela 3.15. Porównanie rozrzutu temperatur w mieszalniku dla mieszadeł wstępowych oraz kotwicowych

Re	σ' [$^{\circ}\text{C}$] m. wstępowe	σ' [$^{\circ}\text{C}$] m. kotwicowe	stosunek odchyłeń standardowych
5	0,70	2,50	3,6
500	0,15	0,55	3,6
1000	0,10	0,33	3,3
1500	0,10	0,25	2,5

Przy płaszczowej wymianie ciepła w mieszalniku obok oczywistego rozkładu temperatur w kierunku promieniowym, wynikającego z obecności termicznej warstwy granicznej, przy ścianie mieszalnika istnieje zawsze pewien gradient temperatury w kierunku osiowym. Wartość tego gradientu uzależniona jest od częstości obrotowej mieszadła i w dużym stopniu jest on miernikiem samej intensywności mieszania. *Shamlou i Edwards, 1986*, prowadząc badania wymiany ciepła w warunkach ustalonych, wykazali istnienie wewnątrz mieszalnika stref słabszego wymieszania dla bardzo małych liczb Reynoldsa skutkujących znaczącymi gradientami temperatur wzdłuż wysokości mieszalnika. Zaproponowali doświadczalne równanie korelacyjne (3.94) określające krytyczną wartość liczby Reynoldsa Re_c , powyżej której różnice temperatur wewnątrz mieszalnika, poza termiczną warstwą laminarną, nie przekraczają 1K.

$$Re_c = 1,9 \cdot 10^4 Pr^{-1,3} (p/d)^{0,428} \left(\frac{\frac{D}{d} - 1}{2} \right)^{1,26} (n_p)^{-1,42} \quad (3.94)$$

Określone z równania (3.94) wartości Re_c dla mieszadeł wstęgowych są bardzo małe, co pośrednio świadczy o właściwej pracy tego typu mieszadeł nawet przy mieszaniu cieczy o dużych lepkościach (dużych liczbach Prantla). Jeśli przyjmiemy typowe parametry cieczy wysokolepkiej, np. $Pr = 10^4$ oraz często spotykane parametry geometryczne mieszadła wstęgowego $p/d = 0,5$; $D/d = 1,05$; $n_p = 2$, to uzyskamy $Re_c = 0,031$. W praktyce przemysłowej tak niskie liczby Reynoldsa są bardzo rzadko spotykane.

3.4.1. Współczynniki wnikania ciepła na ścianie mieszalnika

Przez pojęcie wnikanie ciepła w mieszalniku rozumiemy najczęściej ruch ciepła od powierzchni elementu grzejnego umieszczonego wewnątrz mieszalnika do cieczy mieszanej lub odwrotnie. Elementem grzejnym może być płaszcz grzejny, wężownica zanurzona w cieczy mieszanej lub powierzchnia obracającego się mieszadła. Często podczas doświadczalnych badań laboratoryjnych stosuje się nie pojedynczą powierzchnię wymiany ciepła, ale kombinację wymienionych sposobów, zapewniając w ten sposób możliwość przeprowadzenia pomiarów podczas ustalonego ruchu ciepła. Inną przyczyną stosowania kilku powierzchni wymiany ciepła to potrzeba intensywnego grzania cieczy lub chłodzenia zawartości mieszalnika.

Ze względu na małą grubość ścianki mieszalnika w stosunku do jego średnicy ilość ciepła wymienianą w mieszalniku w jednostce czasu można obliczyć z klasycznej zależności (3.95) słusznej dla układu płaskiego (Hobler, 1968)

$$Q = k \cdot F \cdot \Delta T \quad (3.95)$$

gdzie ΔT jest średnią siłą napędową, którą oblicza się jako różnicę temperatur między średnią temperaturą czynnika grzejnego a średnią temperaturą cieczy mieszanej, $\Delta T = T_w - T$.

Intensywność tego procesu określa współczynnik przenikania ciepła k uwzględniający w swojej wartości wszystkie opory cieplne

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_0} \quad (3.96)$$

W równaniu (3.96) wielkości $1/\alpha$, $1/\alpha_0$ oznaczają odpowiednio średnie opory cieplne wnikania po stronie cieczy mieszanej dla całej powierzchni wymieniającej ciepło oraz po stronie czynnika grzejnego. Opory cieplne warstw osadów na ściankach uwzględnione są w środkowym członie prawej strony równania (3.96). Z punktu widzenia szybkości wnikania ciepła wewnątrz mieszalnika wielkością najbardziej charakterystyczną jest współczynnik wnikania ciepła α od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej. Pomiaru tego współczynnika polegają m.in. na

mierzeniu globalnego strumienia ciepłego oraz średniej różnicy temperatur pomiędzy temperaturą ścianki a temperaturą cieczy mieszanej.

Często jednak podczas mieszania, np. produktów spożywczych lub polimerów, znajomość średniego współczynnika wnikania ciepła na ścianie mieszalnika nie jest wystarczająca i wskazana jest znajomość rozkładu lokalnych współczynników wnikania na ścianie. Dotyczy to przede wszystkim rozkładu wzdłuż wysokości ścianki (Stręk i wsp., 1980; Kaminoyama i wsp., 1999; Delaplace i wsp., 2001), rzadziej wzdłuż obwodu ścianki (Kaminoyama i wsp., 1999) lub w obu kierunkach (Cudak, 2004). Jak wiadomo w przypadku płaszcowego grzania zawartości mieszalnika, gorsza szybkość wnikania ciepła w określonym miejscu ścianki, czyli niższe wartości współczynników α_{lok} , powoduje wyższą temperaturę ścianki w tym miejscu. Jeśli mieszamy produkty lub środki spożywcze wrażliwe na temperaturę, może to prowadzić do lokalnej zmiany właściwości tych produktów.

Znając lokalne wartości α_{lok} oraz lokalne siły napędowe ΔT_{lok} dla każdej powierzchni dF , wartość średnią α_{sr} można obliczyć z definicyjnej zależności (3.97), która wynika z porównania globalnego strumienia ciepłego z sumą strumieni lokalnych

$$\alpha_{sr} = \frac{1}{F(T_w - T)} \int_0^F \alpha_{lok} \cdot \Delta T_{lok} \cdot dF \quad (3.97)$$

Zakres zmian lokalnych wartości α_{lok} w stosunku do wartości średniej dla całej powierzchni wymiany ciepła zależy od stosowanego typu mieszadła. Dla mieszadeł o działaniu promieniowym, gdzie z obszaru mieszadła wypływa znaczny strumień cieczy w kierunku poziomym i zostaje wyhamowany dopiero na ścianie mieszalnika, rozpiętość powyższa może być nawet kilkakrotna i najwyższe wartości α_{lok} obserwuje się zawsze na poziomie zawieszenia mieszadła (Aske i wsp., 1967; Le Lan i Angelino, 1975; Stręk i wsp., 1980; Haam i wsp., 1992; Haam i wsp., 1993; Stręk i wsp., 1995; Delaplace i wsp., 2001). W przypadku mieszadeł wstęgowych lub kotwicowych rozkłady wartości α_{lok} wzdłuż wysokości ścianki mieszalnika są zazwyczaj nieznaczne (Kaminoyama i wsp., 1999; Delaplace i wsp., 2001; Niedzielska, 2003) i wynikają z budowy tych mieszadeł.

Określanie rozkładu lokalnych wartości współczynników α_{lok} wzdłuż wysokości mieszalnika ma przede wszystkim duże znaczenie poznawcze, a jedynie w niektórych przypadkach (możliwość np. lokalnego przegrzania mieszaniny reakcyjnej) ma również znaczenie praktyczne. Ze względów użytkowych, podczas projektowania instalacji, większe znaczenie mają średnie wartości tych współczynników, gdyż na ich podstawie oblicza się intensywność wymiany ciepła w całym mieszalniku oraz określa wartość strumienia ciepłego przenikającego przez ścianę mieszalnika do cieczy mieszanej.

3.4.2. Metody pomiaru współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika

Ze względu na istotne znaczenie wymiany ciepła w mieszalnikach, do chwili obecnej, opracowano wiele metod pozwalających wyznaczyć wartości α na drodze doświadczalnej. Podział metod pomiarowych zależy od przyjętego kryterium podziału. Jeśli jako kryterium przyjmiemy sposób pomiaru, to wszystkie metody możemy podzielić na trzy objętościowo nierówne grupy:

- metody termiczne,
- metody elektrochemiczne,
- metody z wykorzystaniem lokalnych źródeł ciepła.

Pierwsza z grup jest historycznie najstarszą i zawierającą najwięcej opracowanych metod. Omówienie wielu z nich znajduje się w dalszej części rozdziału. Dwie ostatnie grupy rozwinęły się w ostatnich dwudziestu latach, przede wszystkim dzięki udoskonaleniu aparatury kontrolno-pomiarowej. Są to szybkie metody, ale w odróżnieniu od metod zakwalifikowanych do pierwszej grupy, ich stosowanie ograniczone jest tylko do pewnych, ściśle określonych przypadków wymiany ciepła. Osobną grupę metod niewymienioną w metodach doświadczalnych stanowią metody z wykorzystaniem metod symulacji numerycznych nazywanych krótko metodami CFD. Metodom tym poświęcono p. 3.4.5.

3.4.2.1. Metoda termiczna

Ogólnie, wszystkie metody termiczne polegają na zmierzeniu dwóch podstawowych wielkości wpływających na wartość współczynnika wnikania ciepła: strumienia cieplnego $q[W]$ i siły napędowej wymiany ciepła $(T_{sc}-T)$ będącej różnicą temperatury ścianki mieszalnika T_{sc} oraz temperatury rdzenia cieczy T . Przekształcając klasyczne równanie Newtona definiujące współczynnik wnikania ciepła α z równania (3.98), można obliczyć jego wartość liczbową

$$\alpha = \frac{q}{F(T_{sc} - T)} \quad (3.98)$$

Podczas przeprowadzanego eksperymentu najtrudniej jest określić strumień cieplny q i właśnie sposób określenia tej wielkości różnicuje przede wszystkim poszczególne metody termiczne. Najczęściej wszystkie metody termiczne dzielimy na dwie podstawowe grupy w zależności od warunków, w jakich wykonujemy pomiar, czyli na pomiary:

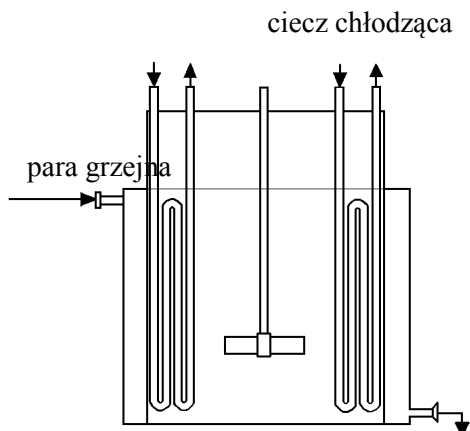
- a) w procesie nieustalonym,
- b) w procesie ustalonym.

Pod względem aparaturowym pomiary nieustalonego ruchu ciepła są zazwyczaj o wiele prostsze niż podobne pomiary dla przypadku ruchu ustalonego. Jednak ich podstawową wadą jest mniejsza dokładność otrzymywanych wyników. Strumień ciepły podczas badań nieustalonego ruchu oblicza się na podstawie szybkości zmian temperatury cieczy o masie m w czasie podczas naprzemiennie powtarzających się cykli ogrzewania i chłodzenia zawartości mieszalnika

$$q = \frac{dT}{dt} \cdot \sum (m \cdot c_p) \quad (3.99)$$

Strumień ciepły jest proporcjonalny do pojemności cieplnej układu, będącej sumą pojemności cieplnych cieczy, mieszała i innych elementów zmieniających swoją temperaturę i jest wielkością stosunkowo łatwą do określenia. Największym problemem jest określenie pochodnej dT/dt . Jeśli duża dokładność pomiarów nie jest najważniejsza, wartość tej pochodnej zastępuje się zazwyczaj ilorazem różnicowym $\Delta T/\Delta t$. Jest to jednak źródłem istotnych błędów pomiarowych. Dla zbyt małych przedziałów temperaturowych popełniamy błędy wynikające z niedoskonałości metod pomiarowych samej temperatury. Błąd jest tym większy, że jest to różnica, a nie suma dwóch mierzonych wielkości. Jeśli z kolei będziemy stosować duże różnice ΔT , popełniamy duże błędy przy uśrednianiu własności fizykochemicznych (szczególnie lepkości) w zbyt dużym przedziale temperaturowym. Dlatego najczęściej nieznaną funkcję zmian temperatury $T = f(\tau)$ aproksymuje się wybranymi funkcjami matematycznymi (*Sandall i Patel, 1970; Kuncewicz, 1976; Delaplace i wsp. 2001*), które następnie różniczkuje się analitycznie, uzyskując poszukiwaną wartość pochodnej dt/dt . Stosując powyższą metodę, *Delaplace i wsp., 2001* uzyskali dwa równania korelacyjne (3.139) i (3.140) opisujące szybkość wymiany ciepła dla mieszała wstęgowego w zakresach mieszania laminarnego oraz burzliwego z dokładnościami odpowiednio 12% oraz 9%. Uzyskane w tym przypadku dokładności nie ustępowały dokładnościom pomiarów przeprowadzonych podczas ustalonego ruchu ciepła.

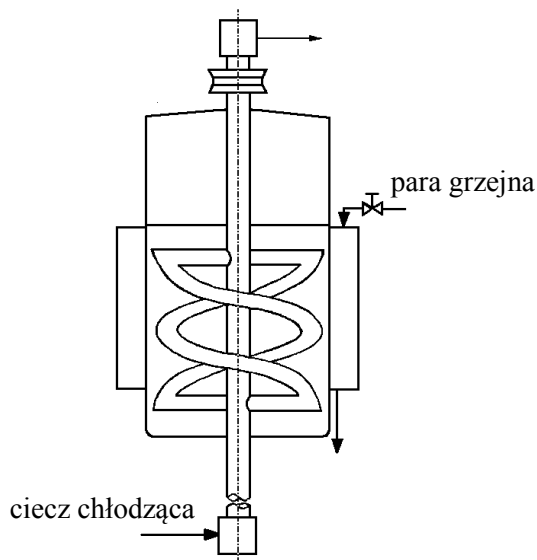
Większość pomiarów cieplnych dotyczących szybkości wymiany ciepła w mieszalnikach klasycznie przeprowadza się jednak podczas ruchu ustalonego, kiedy wszystkie parametry procesowe pozostają niezmiennie w czasie. Z oczywistych względów aparatura pomiarowa powinna posiadać dwie powierzchnie, na których następuje wymiana ciepła: powierzchnię grzewczą oraz powierzchnię chłodzącą. Inną możliwością przeprowadzenia pomiarów podczas ustalonego ruchu ciepła są pomiary wykonane w układzie przepływowym. W klasycznej metodzie powierzchnia ścianki mieszalnika jest najczęściej powierzchnią grzewczą, podczas gdy w chłodnicy znajdującej się wewnątrz mieszalnika przepływa ciecz chłodząca, jak przedstawiono to na rys. 3.24.



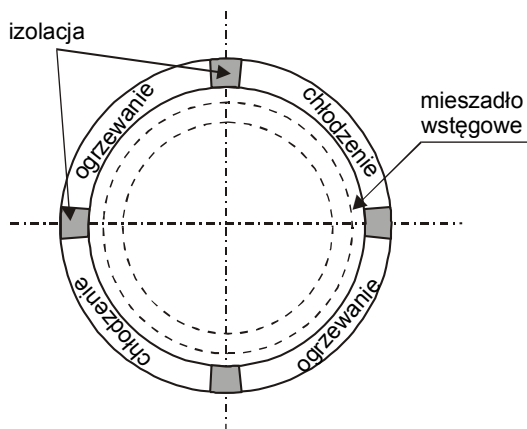
Rys. 3.24. Mieszalnik zaopatrzony w płaszcz grzewczy i wężownicę chłodzącą
(Dunlap i Ruhston, 1953)

Strumień cieplny q jest określany na podstawie zmierzonego objętościowego natężenia przepływu kondensatu pary lub na podstawie przyrostu temperatury przepływającej wody chłodzącej. Wężownice mogą być płaskie, jak na rys. 3.24 lub też spiralne, tzn. w postaci zwojów współosiowych z wałem mieszadła (Błasiński i wsp., 1975). Jest to jeden z najprostszych układów pomiarowych, aczkolwiek wadą tej metody jest zakłócanie cyrkulacji cieczy w mieszalniku przez dodatkowy element umieszczony wewnątrz mieszalnika, czyli wężownicę. Zakłócenie to może w istotny sposób wpływać na wartości mierzonych współczynników wnikania ciepła na samej ścianie mieszalnika. Można tego uniknąć, jeśli elementem chłodzącym jest wstęga obracającego się mieszałła (rys. 3.25). Pomijając duże kłopoty wykonawcze przy budowie stanowiska badawczego (doprowadzanie wody do obracającego się elementu), dodatkowym mankamentem rozwiązania jest nienaturalny przekrój wstęgi. W miejsce płaskiej, stosunkowo cienkiej blachy należy stosować np. przekroje kołowe lub prostokątne, które również wpływają na sposób cyrkulacji cieczy wewnątrz mieszalnika, a zatem i na wartości α (Mitsuishi i Miyairi, 1973; Nagata, 1975).

Dobrym, chociaż trudnym rozwiązaniem jest konstrukcja z dzielonym płaszczem i dzieloną ścianką mieszalnika, która była zastosowana przez tych samych autorów (Nagata i wsp., 1972a). Brak jest tutaj jakichkolwiek elementów zakłócających cyrkulację cieczy, a na przemian usytuowane sekcje grzewcze i chłodzące pozwalają osiągnąć po pewnym czasie warunki ustalone. Istotne jest zapewnienie dobrej izolacji pomiędzy poszczególnymi sekcjami.



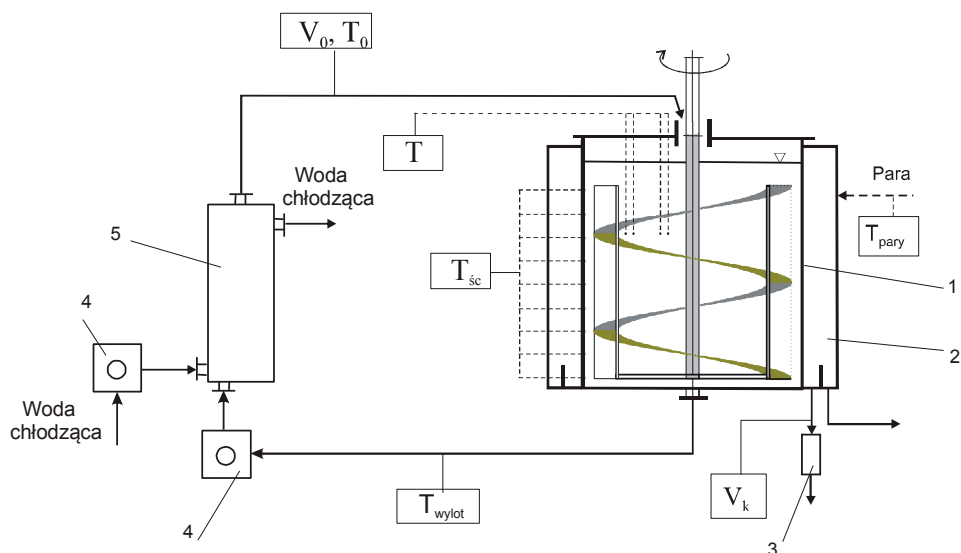
Rys. 3.25. Mieszalnik wyposażony w płaszcz grzejny oraz mieszadło, przez które przepływa ciecz chłodząca (Nagata i wsp., 1972b)



Rys. 3.26. Mieszalnik z płaszczem dzielonym na sekcje grzejne i chłodzące (Nagata i wsp., 1972a)

Popularną metodą pomiarową nieposiadającą w zasadzie istotnych ograniczeń jest metoda z zewnętrznym obiegiem cieczy mieszanej przedstawiona na rys. 3.27. Ciepło dostarczane do mieszalnika przez parę skraplającą się w płaszczu

parowym (2) jest odbierane w zewnętrznym wymienniku ciepła (5). Przez wymiennik pompowany jest pewien strumień cieczy, który po oziębieniu powraca do mieszalnika. Przy niezmiennych objętościowych natężeniach przepływu cieczy chłodzącej i strumienia cyrkulacyjnego zapewnianych przez pompy zębate (4) i niezmiennych temperaturach wszystkich mediów zewnętrznych, po pewnym czasie temperatura w mieszalniku również jest niezmienna. Dokonując pomiarów wielkości ujętych w prostokątne ramki na rys. 3.27, możemy określić wartość średniego oraz wartości lokalnych współczynników wnikania ciepła (Kuriyama i wsp., 1981; Kuriyama i wsp., 1983; Kuncewicz, 2002; Niedzielska i Kuncewicz, 2005).



Rys. 3.27. Pomiar współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika z wykorzystaniem zewnętrznego wymiennika ciepła (Niedzielska i Kuncewicz, 2005)

Metoda przedstawiona na rys. 3.27 posiada wiele zalet. Przede wszystkim brak jest elementów zakłócających przepływ cieczy w mieszalniku (obecność termopar zewnętrznych nie jest bezwzględnie konieczna), a wpływ strumienia obiegowego cieczy mieszanej V_0 na cyrkulację wywołaną obracającym się mieszadłem jest do pominięcia (Niedzielska, 2003). Powyższą metodę rozwinęli Kuriyama i wsp., 1981; 1983, gdzie schłodzony w wymienniku zewnętrznym strumień cyrkulacyjny cieczy dopływał do mieszalnika przez 12 otworków w jego dnie. Rozmieszczenie otworków wlotowych w dnie mieszalnika nie miało żadnego wpływu na końcowe wyniki pomiarów. Dodatkową zaletą rozwiązania z cyrkulacją zewnętrzną jest możliwość określenia strumienia ciepłego q na trzy różne sposoby. Możliwe jest zatem bardziej dokładne wyznaczenie tej wielkości, która w zasadniczy sposób wpływa na błąd określanego współczynnika wnikania ciepła. Przy założeniu

braku strat cieplnych do otoczenia, wielkość q można odpowiednio obliczyć z objętościowego natężenia przepływu kondensatu V_k , objętościowego natężenia przepływu strumienia cyrkulacyjnego V_0 lub objętościowego natężenia przepływu wody chłodzącej V_{ch} w wymienniku ciepła

$$q = V_k r = V_0 \rho_c c_c (T_{wy\text{lot}} - T_0) = V_{ch} \rho_w c_w \Delta T_{w\text{ chl}} \quad (3.100)$$

gdzie $\Delta T_{w\text{ chl}}$ jest przyrostem temperatury wody chłodzącej.

Jeśli znana jest temperatura ścianki T_{sc} , wtedy strumień cieplny q obliczony z równania (3.100) można wykorzystać do bezpośredniego obliczenia z równania (3.98) wartości współczynnika wnikania ciepła α . W przypadku, kiedy pomiar temperatury ścianki jest kłopotliwy, a opory cieplne wnikania po drugiej stronie ścianki mieszalnika są dużo mniejsze niż $1/\alpha$, pomiar wartości T_{sc} może być pominięty. Obliczając współczynnik przenikania ciepła k z definicyjnego równania (3.101) (oznaczenia jak na rys. 3.27), można wykorzystać go następnie do obliczenia wartości α z przekształconego równania (3.102)

$$k = \frac{V_0 \rho_c c_c (T_{wy\text{lot}} - T_0)}{F(T_{\text{par}} - T)} \quad (3.101)$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{k} - \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\lambda_i} - \frac{1}{\alpha_0} \quad (3.102)$$

Przy kondensacji pary wodnej w płaszczu współczynnik wnikania ciepła α_0 można stosunkowo łatwo obliczyć (*Hobler, 1968*), wychodząc z ogólnej zależności (3.103) opisującej szybkość wnikania ciepła podczas kondensacji na ścianie pionowej o wysokości H (wysokość płaszczu mieszalnika)

$$\alpha_0 = 1,13 \left(\frac{\lambda \rho r g}{H \eta (T_{\text{par}} - T_z)} \right)^{0,25} \quad (3.103)$$

gdzie T_z oznacza temperaturę zewnętrzną powierzchni ścianki mieszalnika znajdującej się wewnątrz płaszczu grzejnego. Dla ustalonej temperatury pary własności fizykochemiczne są ustalone, można zatem napisać

$$\alpha_0 = \frac{C}{[H(T_{\text{par}} - T_z)]^{0,25}} \quad (3.104)$$

Nieznana różnicę ($T_{\text{par}} - T_z$) można wyeliminować, jeśli znany jest strumień cieplny q

$$(T_{\text{pary}} - T_z) = \frac{q}{F \alpha_0} \quad (3.105)$$

i stąd ostatecznie można wyznaczyć nieznaną w równaniu (3.102) wartość α_0

$$\alpha_0 = \frac{C_1}{(Hq)^{0,33}} \quad (3.106)$$

Metodę powyższą można z powodzeniem stosować przy płaszczowym ogrzewaniu mieszalnika podczas mieszania cieczy wysokolepkich, gdyż współczynniki wnikania ciepła α_0 podczas kondensacji pary przewyższają wielokrotnie wartości współczynników wnikania ciepła α wewnątrz mieszalnika.

3.4.2.2. Metoda elektrochemiczna

Przeprowadzając pomiary z wykorzystaniem wbudowanego w ściankę mieszalnika urządzenia stanowiącego lokalne źródło ciepła, pokonujemy podstawową trudność, jaką jest określenie lokalnej wartości strumienia cieplnego dq . Znając dodatkowo zmierzoną temperaturę ścianki mieszalnika T_{sc} oraz ściśle określoną powierzchnię wymiany ciepła dF , z równania (3.107) można bezpośrednio obliczyć lokalne wartości współczynników wnikania ciepła α_{lok} na ściance mieszalnika (*Stręk i wsp., 1980; Haam i wsp., 1992; Truong i wsp., 2002; Delaplace i wsp., 2005*)

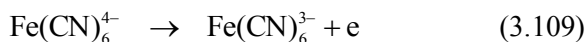
$$\alpha_{\text{lok}} = \frac{dq}{(T_{\text{sc}} - T)dF} \quad (3.107)$$

W przypadku metody elektrochemicznej (*Post, 1983; Karcz i wsp., 1995; Abragimowicz, 1999; Stręk i Karcz, 1999*) cieczą mieszaną musi być elektrolit, którym najczęściej jest wodny roztwór żelazocyjanku potasowego $K_3Fe(CN)_6$, żelazocyjanku potasowego $K_4Fe(CN)_6$ oraz NaOH, który pełni rolę „nośnika prądu”. W badaniach procesów przenoszenia metodą elektrochemiczną, jako katody pomiarowe stosuje się wbudowane w ściankę zbiornika elektrody platynowe lub niklowe (mogą być również katody przesuwne). Po zamknięciu obwodu na elektrodach przebiegają dwie przeciwstawne reakcje

– na katodzie



– na anodzie



Zgodnie z prawem Faradaya, natężenie prądu I_d płynącego pomiędzy elektrodami będzie proporcjonalne do gęstości strumienia masy NA żelazocyjanku potasowego, który dociera do katody (powierzchnia anody jest wielokrotnie większa od

powierzchni katody i praktycznie wartość prądu jest funkcją procesów przebiegających tylko na katodzie)

$$I_d = N_A F z_e S \quad (3.110)$$

Wykorzystując klasyczną zależność (3.111) określającą gęstość strumienia masy i wstawiając do niego równanie (3.110) przy założeniu $C_{Az} = 0$, otrzymamy zależność (3.112) pozwalającą określić interesującą nas wielkość, jaką jest współczynnik wnikania masy k_A (Bartelmus, 1986; Stręk i Karcz, 1999)

$$N_A = k_A (C_{A0} - C_{Az}) \quad (3.111)$$

$$k_A = \frac{I_d}{z_e F S C_{A0}} \quad (3.112)$$

gdzie C_{A0} , C_{Az} – stężenie składnika A odpowiednio w rdzeniu cieczy i na powierzchni katody, F – stała Faradaya [C/mol], S – powierzchnia katody, z_e – liczba wymienianych w reakcji elektronów.

Znając lokalne wartości współczynnika wnikania masy k_A oraz zakładając analogię pomiędzy wymianą masy i ciepła w układzie, lokalne wartości współczynników wnikania ciepła α_{lok} można określić z równania (3.113)

$$\alpha_{lok} = c_p \rho \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{\frac{2}{3}} k_A \quad (3.113)$$

Metoda ta nie stawia żadnych ograniczeń co do rodzaju badanych mediów, ze względu jednak na konieczność stosowania elektrolitów, można ją stosować praktycznie jedynie do badań zakresu mieszania burzliwego.

3.4.2.3. Metoda z wykorzystaniem lokalnego źródła ciepła

Podstawy teoretyczne metody z wykorzystaniem lokalnego źródła ciepła przedstawili w swojej pracy Akse i wsp., 1967, którzy skonstruowali i zamontowali specjalny zestaw jako element ścianki mieszalnika o tej samej krzywiźnie jak mieszalnik. Lokalny współczynnik wnikania ciepła α_{lok} był mierzony tylko w tym miejscu, gdzie zamontowany był zestaw. Jeśli zamontowano kilka identycznych zestawów na różnych wysokościach ścianki mieszalnika, uzyskiwano w ten sposób rozkłady lokalnych współczynników wnikania ciepła wzdłuż ścianki mieszalnika.

Konstrukcja lokalnego źródła ciepła została w latach następnych zmodyfikowana oraz udoskonalona i jest chroniona krajowym patentem (Stręk, Karcz, Góra, 1978), a jego dokładny opis można znaleźć w pracy Stręka i Karcz, 1987. Główną część lokalnego źródła ciepła stanowił stalowy cylinder pomiarowy o średnicy kilkunastu milimetrów ogrzewany grzałką zasilaną prądem stałym.

Otoczony był ekranującym stożkowym pierścieniem ogrzewanym również za pomocą symetrycznie rozmieszczonych grzałek. Różnice temperatur mierzono za pomocą trzech zestawów termopar różnicowych, z których każdy składał się z trzech szeregowo połączonych par termopar miedź – konstantan. Pierwszy z zestawów służył do monitorowania stanu ekranizacji cylindra pomiarowego przez pierścień stożkowy, drugi wskazywał różnicę temperatur między częścią pomiarową cylindra a mieszaną cieczą, trzeci natomiast służył do pomiaru różnicy temperatur proporcjonalnej do wymienianego do cieczy mieszanej strumienia ciepłego q w części pomiarowej cylindra (Foř i wsp., 1978).

Zmiany położenia lokalnego źródła ciepła wzdłuż ściany zbiornika uzyskano za pomocą odpowiednich ustawień ruchomego dna mieszalnika i samego zbiornika względem płaszczyzny mieszadła (Karcz, 1978; Stręk i Karcz, 1988).

Lokalną wartość współczynnika wnikania ciepła na ścianie mieszalnika obliczano z równania Newtona określającego szybkość wnikania ciepła

$$\alpha_{\text{lok}} = \frac{q_s}{T_{\text{śc w}} - T_m} \quad (3.114)$$

gdzie $q_s[\text{W/m}^2]$ był gęstością strumienia ciepłego, a $T_{\text{śc}}$ i T_m oznaczały temperatury ścianki i cieczy mieszanej. Podczas pomiarów lokalne źródło ciepła wymagało jednak kalibracji.

3.4.3. Zależności korelacyjne dotyczące współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika

Niezależnie od stosowanej metody, wyznaczenie lokalnych wartości współczynników wnikania ciepła jest zazwyczaj etapem wstępnym do określenia ich wartości średnich z równania (3.97), a wyniki badań dotyczące średniej wartości współczynnika wnikania ciepła α na ścianie mieszalnika uogólnia się klasycznie równaniem (3.115)

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = C \cdot \text{Re}^A \cdot \text{Pr}^B \cdot \left(\frac{\eta}{\eta_{\text{śc}}} \right)^E \quad (3.115)$$

Dla mieszalników zaopatrzonych w płaszcz grzejny w miejsce wymiaru l przyjmuje się średnicę mieszalnika D (Chilton i wsp., 1944; Kuriyama i wsp., 1981; Shamlou i Edwards, 1986; Rai i wsp., 2000) lub średnicę mieszadła d (Hagedorn i Salamone, 1967; Edney i Edwards, 1976). Ponieważ dla cieczy wysokolepkich lepkość zmienia się znacznie wraz ze zmianą temperatury, oprócz liczb Reynoldsa i Prandtla, należało wprowadzić poprawkę $(\eta/\eta_{\text{śc}})^E$ uwzględniającą różnicę w grubościach termicznej warstwy granicznej dla procesu grzania i chłodzenia przy tej samej średniej temperaturze cieczy w mieszalniku.

Wykładnik A w równaniu (3.115) zależy od liczby Reynoldsa, czyli od charakteru przepływu cieczy w zbiorniku. Zmienia się on w zakresie $A = 0,33 \div 0,92$ (Strek, 1981) i dla ruchu burzliwego przyjmuje się najczęściej wartość $A = 0,67$, a dla laminarnego $A = 0,5$ lub $A = 1/3$. Wykładnik B nieznacznie zależy od rodzaju cieczy mieszanej (głównie od jej lepkości) i wynosi najczęściej $B = 0,33$ lub jest bliski tej wartości.

Klasycznie, wartość wykładnika E przyjmuje się za Siederem i Tatem, 1936 jako $E = 0,14$. Oldshue i Gretton, 1954 wysunęli sugestię, że wykładnik E jest funkcją simpleksu lepkościowego Vi , co zostało poparte przez Hrubego, 1966. Jednak dopiero Hackl i Wittmer, 1967 uściślili, że dla $Vi > 0,0125$ wartość E jest stała i równa 0,14, natomiast dla $Vi = 0,001 \div 0,0125$ wartość wykładnika E opisana jest zależnością

$$E = \frac{1}{26} \left(\log \frac{\eta}{\eta_{sc}} + 5,5 \right) \quad (3.116)$$

co dla najmniejszego simpleksu $Vi = 0,001$ daje wartość $E = 0,094$, a dla największego simpleksu Vi z przedstawionego przedziału ($Vi = 0,0125$) wykładnik potęgi przyjmuje najczęściej stosowaną wartość $E = 0,14$.

Współczynnik C w równaniu (3.115) zależy od geometrii mieszalnika. Jest on charakterystyczny dla danego układu mieszadło – mieszalnik i jest on funkcją wielu parametrów geometrycznych układu

$$C = f(d/D, h/D, H/D, N_r, p/d, w/d...) \quad (3.117)$$

Wyznaczaniu doświadczalnej wartości stałej C lub postaci funkcji (3.117) dla mieszadeł wstęgowych jest poświęconych wiele prac, ponieważ opracowane proste równania korelacyjne pozwalają bardzo szybko obliczyć wartość średniego współczynnika wnikania ciepła na ścianie mieszalnika, niezbędnego do określenia wymienianego strumienia cieplnego.

Jak już wspomniano, korelowanie wyników doświadczalnych w formie funkcji potęgowej (3.115) jest najprostszym sposobem ich opisu i temu zagadnieniu poświęcony jest bieżący rozdział książki. Podobnie jednak jak w zagadnieniach hydrodynamicznych, bardziej zaawansowaną metodą badań cieplnych w mieszalniku i sposobu opisu uzyskanych wyników jest powiązanie wartości α ze sposobem cyrkulacji cieczy w mieszalniku, czyli powiązaniem wartości α z pewnymi modelami zjawiskowymi. Najbardziej zaawansowaną metodą badawczą dotyczącą tego samego zagadnienia jest jednak wykorzystanie metod CFD, które w ostatnim dziesięcioleciu zyskują coraz większą popularność. Obu ostatnim metodom zostaną poświęcone oddzielne rozdziały tej książki.

Na początku lat siedemdziesiątych ubiegłego wieku ukazało się wiele prac badaczy japońskich poświęconych badaniom wnikania ciepła w mieszalniku dla

różnego typu mieszadeł, między innymi dla mieszadeł wstęgowych pracujących w ruchu laminarnym. W pracach tych stosowano oryginalne metody pomiarowe oraz rozwiązania konstrukcyjne układów mieszadło-mieszalnik. *Nagata i wsp., 1972a* zastosowali układ, w którym następowało jednocześnie ogrzewanie cieczy mieszanej przez skraplającą się parę wodną w dwóch sekcjach dzielonego płaszcza i chłodzenie cieczy mieszanej przez wodę chłodzącą przepływającą w dwóch innych sekcjach dzielonego płaszcza (rys. 3.26). Dla mieszadła dwuwstęgowego o parametrach $d/D = 0,965$ oraz $s/d = 1,0$ pracującego w zakresie ruchu laminarnego otrzymali oni równanie określające wartość α na ścianie mieszalnika

$$1 < Re < 1000 \quad \frac{\alpha D}{\lambda} = 4,2 \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{1/3} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,2} \quad (3.118)$$

Wykładnik potęgi przy simpleksie lepkościowym ustalany był doświadczalnie, tzn. zakładano różne jego wartości i testem statystycznym badano najlepsze dopasowanie wyników doświadczalnych dla założonej wartości wykładnika. Okazało się, że wartość 0,2 korelowała wyniki doświadczeń z najmniejszym błędem. Równanie (3.118) można łatwo przekształcić do postaci

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = 4,2 \left(\frac{Nd^2 \rho c_p}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,2} \quad (3.119)$$

Pomijając simpleks lepkościowy w równaniu (3.119), lepkość jako zmienny parametr została w ten sposób wyeliminowana z tego równania. Autorzy tłumaczą to tym, że grubość termicznej warstwy granicznej w mieszalniku w ruchu laminarnym jest większa od wielkości prześwitu, zatem grubość warstwy o największych oporach cieplnych jest stała i niezależna od lepkości cieczy, a zależna jedynie od średnicy mieszadła. Jest to o tyle uzasadnione, że wykładnik 1/3 przy liczbie Reynoldsa występuje w równaniach korelacyjnych dotyczących wymiany ciepła dla mieszadeł wąskoprześwitowych, chociaż najczęściej spotykaną wartością wykładnika jest wartość $1/2$.

Zmniejszając grubość termicznej warstwy granicznej, zwiększamy wartość współczynników wnikania ciepła. Zwiększając zatem średnicę mieszadła, intensyfikujemy wymianę ciepła. Dla mieszadeł o zmiennej średnicy *Nagata i wsp., 1972a* podają końcową zależność korelacyjną uzależniającą wartość α od prześwitu. Ujemny wykładnik przy tym simpleksie oznacza, że im mniejszy jest prześwit, tym większe są wartości α

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = 1,75 \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{1/3} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,2} \left(\frac{D-d}{D} \right)^{-1/3} \quad (3.120)$$

Przyjmując za prawdziwą hipotezę, że grubość termicznej warstwy granicznej dla mieszadeł wstęgowych przewyższa prześwit (Coyle i wsp., 1970b), jedyną metodą bezpośredniego zmniejszenia oporów termicznych tej warstwy jest doprowadzenie do jej bardzo szybkiego odnawiania. Taki efekt można uzyskać poprzez mechaniczne usunięcie płynu z ogrzanej warstwy granicznej i wypełnienie tego obszaru nowym płynem. Praktycznie można to zrealizować montując elastyczne skrobaki na końcu wstęg. W ten sposób ci sami autorzy dla mieszadła wstęgowego $d/D = 0,88$ z dwoma skrobakami otrzymali równanie

$$\text{Re} < 1000 \quad \frac{\alpha D}{\lambda} = 5,4 \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{1/3} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,2} \quad (3.121)$$

Gdyby odnawianie warstwy granicznej na ścianie mieszalnika przebiegało zgodnie z teorią, wykładnik potęgi przy liczbie Reynoldsa w równaniu (3.121) powinien wynosić $1/2$. Zatem wyniki doświadczeń nie były całkowicie zgodne z teorią (p. 4.3.3). Łatwo zauważyć, że pomimo mniejszej średnicy mieszadła, czyli znacznego zwiększenia prześwitu, stała proporcjonalności zwiększyła się z 4,2 do 5,4, co praktycznie oznacza zwiększenie współczynników wnikania ciepła o około 29%. Kosztem tego wzrostu jest konieczność stosowania bardziej skomplikowanej konstrukcji mieszadła.

Dla zakresu $\text{Re} > 1000$, który to zakres można już uważać za zakres mieszania burzliwego, w równaniu (3.115) zmieniają się wartości wykładników potęg przy liczbie Reynoldsa oraz nieznacznie przy simpleksie lepkościowym, a ogólne równanie (3.115) dla mieszadła dwuwstęgowego o parametrach $d/D = 0,965$ oraz $s/d = 1,0$ przyjmuje postać równania (3.122). Należy odnotować zmianę wykładnika potęgi przy liczbie Reynoldsa na wartość $2/3$.

$$\text{Re} > 1000 \quad \frac{\alpha D}{\lambda} = 0,42 \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{2/3} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,14} \quad (3.122)$$

Aby mieszać ciecze nienewtonowskie (szczególnie ciecze rozrzedzane ścinaniem) bez obecności martwych stref wewnątrz mieszalnika i przy możliwie jednakowej temperaturze w całym jego obszarze, ci sami autorzy (Nagata i wsp., 1972b) w następnej swojej pracy proponują zastosowanie mieszadeł wstęgowych wykonanych z rur okrągłych. Swoje badania przeprowadzili dla dwóch mieszadeł dwuwstęgowych o inwariantach geometrycznych $d/D = 0,94$ i $d/D = 0,976$ wykonanych z rur o średnicy zewnętrznej $d_z = 28$ mm pracujących w mieszalniku o średnicy $D = 300$ mm. Skok wstęgi mieszadła wynosił odpowiednio $s/d = 1,0$ (RC1) oraz $s/d = 0,33$ (RC2). Wewnątrz rur przepływała woda chłodząca, a wewnątrz płaszcza grzejnego skraplała się para wodna. Uzyskane wartości współczynników wnikania ciepła dla obracającej się powierzchni mieszadeł były średnio około 2,5 razy większe niż dla powierzchni ścianki mieszalnika.

Przykładowo, dla mieszadła RC1 równania korelacyjne dla obracającej się wstęgi o przekroju kołowym oraz dla ścianki mieszalnika wyrażone były odpowiednio zależnościami (3.123) oraz (3.124)

dla wstęgi:

$$1 < Re < 200 \quad Nu = 6,2 Re^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,2} \quad (3.123)$$

dla płaszcza:

$$1 < Re < 200 \quad Nu = 2,2 Re^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,2} \quad (3.124)$$

Dużo większe wartości α dla powierzchni wstęgi wynikają najprawdopodobniej z dużej szybkości ścinania na jej powierzchni, co z kolei skutkuje niską lepkością cieczy w warstwie granicznej przylegającej do powierzchni wstęgi (dotyczy to tylko cieczy rozrzedzanej ścinaniem). Jeśli liczba Reynoldsa przekroczy wartość 200, współczynniki wnikania ciepła dla obu mieszadeł określone są tym samym równaniem

$$Re > 200 \quad Nu = 0,36 Re^{2/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,14} \quad (3.125)$$

W tabeli 3.16 przedstawiono wyniki dotyczące wykładników potęg oraz stałej proporcjonalności C (przy założonym wykładniku $B = 1/3$) w równaniu korelacyjnym (3.115) dla mieszadeł wstęgowych wykonanych z rury.

Tabela 3.16. Stałe w równaniu korelacyjnym (3.115) dla mieszadeł wstęgowych (Nagata, 1975)

Mieszadło	Powierzchnia	d/D	p/d	C	A	B	Re
Dwuwstęgowe	Ścianka	0,93	1,0	4,2	1/3	0,2	1÷1000
"	"	0,93	1,0	0,42	2/3	0,14	>1000
Dwuwstęgowe z rury	Ścianka	0,95	1,0	2,2	1/3	0,2	1÷200
"	Wstęga	0,95	1,0	6,2	1/3	0,2	"
Jednowstęgowe z rury	Ścianka	0,95	0,33	1,6	1/3	0,2	"
"	Wstęga	0,95	0,33	2,9	1/3	0,2	"
Jedno- i dwuwstęgowe z rury	Ścianka	0,95	0,33÷1,0	0,36	2/3	0,14	>200
Skrobakowe (dwa skrobaki)	Ścianka	0,88	1,0	5,4	1/3	0,2	1÷1000
Kotwicowe	Ścianka	0,88÷0,95	∞	1,5	1/2	0,14	>5

Oryginalną metodę pomiarów współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika ogrzewanego parą zaproponowano w pracy *Mitsubishi i wsp., 1973*. W mieszalniku o średnicy $D = 400$ mm obracały się dwie wstęgi nawinięte

w przeciwnych kierunkach ($d/D = 0,95$) wykonane z zamkniętego profilu o przekroju prostokątnym 20x40 mm, wewnątrz którego przepływała woda chłodząca dopływająca i odpływająca ze wstęgi odpowiednio dolnym i górnym końcem drążonego wału. Ciepło do mieszalnika było doprowadzane poprzez ściankę płaszcza grzejnego, w którym skraplała się para wodna. W ten sposób nie było konieczności montowania wężownicy zakłócającej cyrkulację cieczy wewnątrz mieszalnika i jednocześnie wstęga posiadała normalny przekrój prostokątny. W tabeli 3.17 zamieszczono wyniki uzyskane dla cieczy pseudoplastycznych w formie wartości wykładników potęg oraz stałej proporcjonalności w równaniu korelacyjnym (3.126)

$$Nu = C Re^A Pr^{0,33} Vi^{0,14} \quad (3.126)$$

Tabela 3.17. Stałe w równaniu korelacyjnym (3.126) wg *Mitsubishi i wsp., 1973*

Powierzchnia wymiany ciepła	C	A	Re
Powierzchnia mieszadła	6,6	0,33	1÷100
	3,1	0,5	100÷4·10 ³
Ścianka mieszalnika	0,78	0,33	1.5÷10
	0,53	0,5	10÷180
	0,23	0,67	180÷4·10 ³

Jak wynika z tabeli 3.17, dla niskich liczb Reynoldsa wartości współczynników wnikania ciepła dla powierzchni mieszadła były od 6 do 8 razy większe niż dla ścianki mieszalnika. Spowodowane to było niewątpliwie dużo większą burzliwością cieczy w obszarze wstęgi mieszadła niż w obszarze ścianki mieszalnika. Dla ścianki mieszalnika uzyskano trzy zakresy mieszania, które charakteryzowały się różnymi wartościami wykładnika potęgi przy liczbie Reynoldsa: 1/3, 1/2 i 2/3. Zakres ruchu laminarnego był podzielony na dwa podzakresy z dwoma różnymi wykładnikami potęg przy liczbie Reynoldsa. Świadczy to o dużej dokładności wykonanych pomiarów, gdyż najczęściej podczas korelowania wyników doświadczalnych większość autorów dla mieszania w zakresie laminarnym przyjmuje tylko jedną wartość wykładnika przy liczbie Reynoldsa: wartość 0,33 lub 0,5. Najprawdopodobniej wynika to z rozrzutu punktów doświadczalnych, przez które na podobnym poziomie istotności (podobnym, chociaż nierównym) można poprowadzić linie o różnych nachyleniach. Dla uproszczenia, wielu autorów prowadzi w takich przypadkach tylko jedną linię korelacyjną.

Dla powierzchni ścianki mieszalnika, dla zakresu liczb Reynoldsa $Re = 10÷180$, czyli dla typowego zakresu laminarnego *Mitsuishi i wsp., 1973* otrzymane wyniki skorelowali równaniem (3.127)

$$Nu = 0,53 Re^{0,5} Pr^{0,33} Vi^{0,14} \quad (3.127)$$

a uzyskana wyższa wartość współczynnika proporcjonalności (3.127) w porównaniu z podobną wartością w równaniu (3.128) podaną przez *Głuza i Pawluszenki, 1966* dla mieszadła jednowstęgowego (wykładniki potęg przy liczbie Reynoldsa są do siebie bardzo zbliżone) jest efektem zastosowania mieszadła dwuwstęgowego przez *Mitsubishi i wsp., 1973*. Taka budowa mieszadła spowodowała zwiększoną cyrkulację cieczy w mieszalniku, a co za tym idzie lepsze warunki do wymiany ciepła w termicznej warstwie granicznej.

$$Nu = 0,477Re^{0,45} Pr^{1/3} Vi^{0,18} \quad (3.128)$$

Dość obszerne badania wymiany ciepła dla mieszadeł wstęgowych przeprowadzili *Błasiński i Kuncewicz, 1979*, którzy do mieszania używali mieszadeł wstęgowych z jedną wstęgą, pracujących w zbiorniku o średnicy $D = 0,3$ m w zakresie liczb Reynoldsa $Re \leq 130$. Dla zmiennej średnicy oraz skoku wstęgi mieszadła uzyskali równanie korelacyjne

$$Nu = 0,248Re^{0,5} Pr^{0,33} \left(\frac{2d}{D-d} \right)^{0,22} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,28} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,14} \quad (3.129)$$

Wprowadzone przez nich do równania kryterialnego dodatkowe człony w sposób bezpośredni przedstawiają wpływ prześwitu i skoku wstęgi mieszadła na współczynniki wnikania ciepła. Z równania wynika, że im mniejszy prześwit, tym korzystniejsze warunki wymiany ciepła, co jest zgodne z poprzednio prezentowanymi pracami. Analogicznie – im mniejszy skok wstęgi mieszadła, tym większe są współczynniki wnikania ciepła. Ostatnia relacja wynika najprawdopodobniej z większej powierzchni czynnej wstęgi mieszadła, powodującej wzrost cyrkulacji obwodowej cieczy na granicy i wewnątrz warstwy przyściennej. Zwiększona cyrkulacja obwodowa korzystnie wpływa na wartości współczynników wnikania ciepła.

Rai i wsp., 2000 mieszała glicerynę, olej rycynowy i olej smarowy mieszadłami wstęgowymi o średnicy $d/D = 0,7$ sprawdzając, jaki wpływ na współczynnik wnikania ciepła ma wysokość cieczy mieszanej w zbiorniku. Wyniki doświadczeń podsumowali równaniem korelacyjnym, które może być zastosowane przy projektowaniu mieszalników smukłych wypełnionych cieczą mieszaną dla wysokości $H > D$, gdy $Re > 10$

$$Nu = 0,55Re^{0,48} Pr^{0,33} Vi^{0,14} \left(\frac{H}{D} \right)^{-0,47} \quad (3.130)$$

Wprowadzony do równania (3.130) parametr H/D , wywiera znaczny wpływ na współczynnik wnikania ciepła. Zwiększenie wysokości cieczy w zbiorniku w stosunku do średnicy mieszalnika powoduje spadek wartości współczynnika wnikania ciepła. Wynika to niewątpliwie z faktu, że dla dużych stosunków H/D

część ścianki mieszalnika może być poza obszarem bezpośredniego działania wstęgi mieszadła. Wątpliwości budzi podanie jednego równania korelacyjnego dla mieszadła jedno- i trzywstęgowego. Należy zauważyć, że w pracy *Rai i wsp., 2000* podano mało punktów doświadczalnych dla każdego z mieszadeł, dlatego w tym przypadku trudno jest wyciągać wnioski o niezależności współczynników wnikania ciepła od liczby wstęg.

Kuriyama i wsp., 1981, przyjmując za *Nagatę, 1975* wykładnik potęgi przy simpleksie lepkościowym Vi równy 0,2, podali zależność korelacyjną określającą szybkość wnikania ciepła na ściance mieszalnika dla cieczy newtonowskich, w której jednocześnie uwzględnili zmianę skoku wstęgi mieszadła oraz prześwitu

$$Nu = 0,64 \left(Re Pr \frac{D^2 p}{d^2 c} \right)^{\frac{1}{3}} Vi^{0,2} \quad (3.131)$$

Z równania (3.131) wynika, że wraz ze zmniejszaniem się skoku wstęgi współczynniki wnikania ciepła α maleją. Taki właśnie wpływ inwariantu p/d na wartość α jest w dużej sprzeczności z innymi pracami (*Błasiński i Kuncewicz, 1979; Kuncewicz i wsp., 2002*), w których autorzy podają zupełnie odwrotne relacje pomiędzy obiema wielkościami. Należy jednak zauważyć, że dodatni wykładnik potęgi przy zmiennej p w równaniu (3.131) wynikał z zastosowania w pracy *Kuriyamy i wsp., 1981* upraszczającego modelu, w którym autorzy potraktowali ściankę mieszalnika jako rozwiniętą płytę płaską. Przepływ w mieszalniku mógł więc być rozpatrywany analogicznie do przepływu wzdłuż płaskiej płyty (szersze omówienie tego modelu znajduje się w p. 3.4.4). Do określenia prędkości cieczy u wzdłuż modelowej płyty płaskiej *Kuriyama i wsp., 1981* uwzględnili jedynie prędkość osiową w termicznej warstwie granicznej i przyjęli mocno dyskusyjne założenie, że jest ona względem ścianki mieszalnika (płyty płaskiej) proporcjonalna do pozornej prędkości wstęgi mieszadła w kierunku pionowym

$$u = k_1 \cdot p \cdot N \quad (3.132)$$

ze stałym współczynnikiem proporcjonalności k_1 . Oznacza to, że im większy jest skok wstęgi (wstęga bardziej pionowa), tym prędkość cieczy w kierunku pionowym jest większa. Jest to sprzeczne z wynikami pracy *Kuncewicza i wsp., 2005*, którzy stwierdzili, że taki właśnie kierunek zmian obserwuje się tylko dla małych skoków wstęgi. Przy dużych wartościach stosunku p/d wpływ ten jest odwrotny, gdyż przy jego wzroście opóźnienie cieczy względem wstęgi będzie coraz większe i wtedy w obszarze ścianki będzie dominowała nieuwzględniona w modelu *Kuriyamy i wsp., 1981* cyrkulacja obwodowa.

Przyjęte przez autorów założenie (3.132) spowodowało uzyskanie odwrotnej zależności między współczynnikami wnikania ciepła a skokiem wstęgi mieszadła

niż u innych autorów (*Błasiński, Kuncewicz, 1979; Shamlou, Edwards, 1986; Niedzielska, 2003*). Na podstawie własnych wyników doświadczalnych dla cieczy nienewtonowskiej *Kuriyama i wsp., 1983* podają ostateczną zależność

$$\text{Nu} = 0,64 \left(\text{Re} \text{Pr} \frac{D^2 p}{d^2 c} F \right)^{\frac{1}{3}} \text{Vi}^{0,2} \quad (3.133)$$

z uwzględnieniem współczynnika korekcyjnego F będącego stosunkiem szybkości ścinania cieczy w warstwie przyściennej mieszalnika dla cieczy newtonowskiej i nienewtonowskiej

$$F = \frac{\left(\dot{\gamma}_w \right)_{nN}}{\left(\dot{\gamma}_w \right)_N} \quad (3.134)$$

gdzie $\left(\dot{\gamma}_w \right)_{nN}$ – szybkość ścinania dla cieczy nienewtonowskiej, $\left(\dot{\gamma}_w \right)_N$ – szybkość ścinania dla cieczy newtonowskiej. Dla cieczy newtonowskiej wartość $F = 1,0$, natomiast dla cieczy pseudoplasycznej spełniającej prawo potęgowe (*Kuriyama i wsp., 1983*) wartość F wyrażona była zależnością (3.135)

$$F = \left[1 + \left(\frac{c/D}{\varepsilon_1} \right)^{\varepsilon_2} \right]^{(n-1)/n} \quad (3.135)$$

W ostatnim z równań wartości ε_1 i ε_2 były parametrami modelu i dla zakresu zmian wskaźnika płynięcia $n = 0,5 \div 1,0$ ich wartości wynosiły odpowiednio 0,46 i 0,4. Nie ma natomiast konfliktu pomiędzy równaniem (3.133) a zależnościami otrzymanymi przez innych autorów dotyczących wpływu prześwitu na wartości współczynników wnikania ciepła. W każdym przypadku współczynniki wnikania ciepła rosły, chociaż w różnym stopniu, wraz ze zmniejszaniem się prześwitu.

Najbardziej obszerne badania nad wpływem poszczególnych parametrów mieszadła wstęgowego na wartość współczynników wnikania ciepła α na ścianie mieszalnika przeprowadzili *Shamlou i Edwards, 1986*. Określili oni wartości α dla dziesięciu mieszadeł wstęgowych, w których zmieniano stosunek d/D , skok wstęgi, liczbę wstęg oraz szerokość wstęgi. Dodatkowo badania swoje przeprowadzili w dwóch geometrycznie podobnych skalach aparatu dla bardzo szerokiego zakresu liczb Reynoldsa $10^{-2} < \text{Re} < 1000$. Po uwzględnieniu swoich wyników badań oraz dostępnych badań innych autorów podali oni ostatecznie dwa równania

$$\frac{Nu}{Pr^{1/3} Vi^{1/5}} = \frac{1}{6} \left[\frac{N_r}{(p/d)(c/d)^2} \right]^{0,22} Re^{0,17}, \quad Re < 1,0 \quad (3.136)$$

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = 0,45 Re^{0,6} Pr^{1/3} Vi^{1/5}, \quad 10 < Re < 100 \quad (3.137)$$

Dla zakresu mieszania przejściowego $1 < Re < 10$ autorzy nie podali żadnej zależności zalecając, aby wartość α obliczać jako średnią arytmetyczną określoną na podstawie dwóch powyższych równań. Jak podają sami autorzy, równania (3.136) i (3.137) są najbardziej ogólnymi równaniami, które można wykorzystać do obliczania wymiany ciepła w mieszalnikach zaopatrzonych w mieszadła wstępowe. Analizując podane równania, należy zwrócić uwagę, że:

- liczba wstęp mieszadła wpływa dodatnio na wartości α , niemniej dodanie drugiego mieszadła zwiększa wartość α zaledwie o 16%,
- wzrost skoku wstęgi mieszadła zmniejsza szybkość wnikanie ciepła (równanie (3.136)),
- uzyskano wyjątkowo niską wartość wykładnika potęgi przy liczbie Reynoldsa dla $Re < 1,0$ i wyjątkowo wysoką wartość tego wykładnika dla zakresu liczb Reynoldsa $10 < Re < 100$.

Jak stwierdzają sami autorzy dla zakresu mieszania burzliwego wpływ parametrów mieszadła wstęgowego na szybkość wnikanie ciepła jest do pominięcia. Analizując przedstawione dwa ostatnie równania oraz powyższe uwagi można stwierdzić, że z fenomenologicznego punktu widzenia są one zgodne z intuicyjnym wyczuciem procesów przebiegających w pobliżu ścianki mieszalnika podczas płaszczowej wymiany ciepła.

W nietypowy sposób równanie korelacyjne (3.138) uzyskali *Niedzielska i Kuncewicz, 2005*. Rozwiązali oni dwuwymiarowy model dotyczący wymiany ciepła w mieszalniku dla mieszadeł wstęgowych (p. 3.4.5) i na podstawie uzyskanych lokalnych, modelowych wartości współczynników wnikanie ciepła na ścianie mieszalnika obliczali jego wartość średnią. Obliczone w ten sposób średnie wartości liczb Nusselta korelowali następnie w klasyczny sposób, uzyskując w końcowym efekcie równanie (3.138)

$$Nu = 0,13 \left(\frac{D-d}{d} \right)^{-0,75} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,79} Re^{0,5} Pr^{0,33} Vi^{0,14} \quad (3.138)$$

Uzyskane równanie posiadało najwyższe bezwzględne wartości wykładników potęg przy prześwicie $(D-d)/d$ oraz przy stosunku p/d . Obie wartości były ujemne, co jest zgodne z wynikami większości omawianych prac.

Oryginalne rozwiązanie dla mieszadeł wstęgowych PARAVIS[®] proponowała firma *Ekato* (rys. 3.8). Jest to mieszadło o dwóch wstęgach, z których każda posiadała zaledwie pół zwoju i obie wstęgi połączone są z mieszadłem

kotwiczowym operującym w dolnej wyoblonej części mieszalnika. Tego typu układ mieszadeł można stosować do mieszania cieczy nawet o lepkości ponad 100 Pas. W wyniku pomiarów współczynników wnikania ciepła w ruchu nieustalonym dla cieczy newtonowskich oraz nienewtonowskich (ciecze rozrzedzane ścinaniem oraz ciecze z granicą płynięcia) *Delaplace i wsp., 2001* zaproponowali dwa równania

$$Nu = 1,589 Re^{1/3} Pr^{1/3} Vi^{0,14} \pm 12\% \quad 0,5 < Re < 200 \quad (3.139)$$

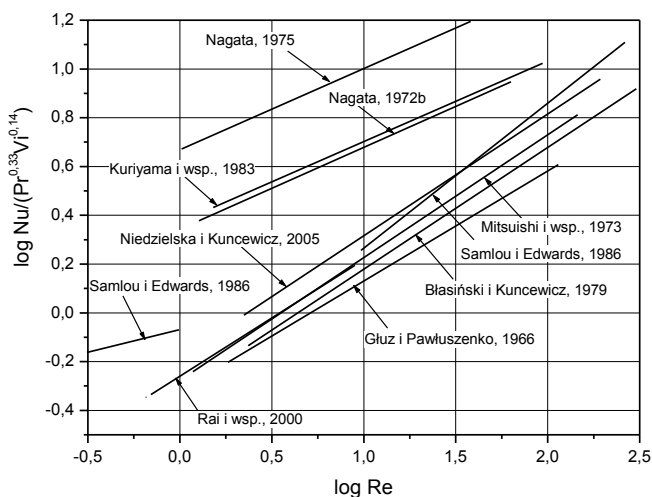
$$Nu = 0,266 Re^{2/3} Pr^{1/3} Vi^{0,14} \pm 9\% \quad 200 < Re < 1200 \quad (3.140)$$

Równania te wykazują dobrą zgodność z podobnymi równaniami uzyskanymi dla bardziej typowych rozwiązań mieszadeł wstęgowych. Badania przeprowadzono podczas nieustalonego ruchu ciepła z jednoczesnym symulowaniem procesu za pomocą pakietu zintegrowanego FLUENT 5.0. Uzyskana w wyniku obliczeń numerycznych grubość termicznej warstwy granicznej na wewnętrznej powierzchni ścianki mieszalnika była prawie czterokrotnie mniejsza niż wynikało to z pomiarów współczynników wnikania ciepła. Rozbieżności te autorzy pracy przypisują trudnościom w porównywaniu wielkości lokalnych (grubość warstwy granicznej) z wielkościami uśrednionymi (doświadczalna wartość średniego współczynnika wnikania ciepła na ścianie mieszalnika).

Z przedstawionego w bieżącym rozdziale materiału można wyciągnąć podstawowy wniosek – uzyskane wyniki przez poszczególnych autorów różnią się znacznie i bardzo trudno jest je porównywać, jeśli dysponujemy jedynie samymi równaniami korelacyjnymi. Równania te zawierają zazwyczaj różną liczbę zmiennych niezależnych, a wykładniki potęg przy zmiennych są różne. W takich przypadkach wyniki należy porównywać metodą tabelaryczną lub metodą graficzną.

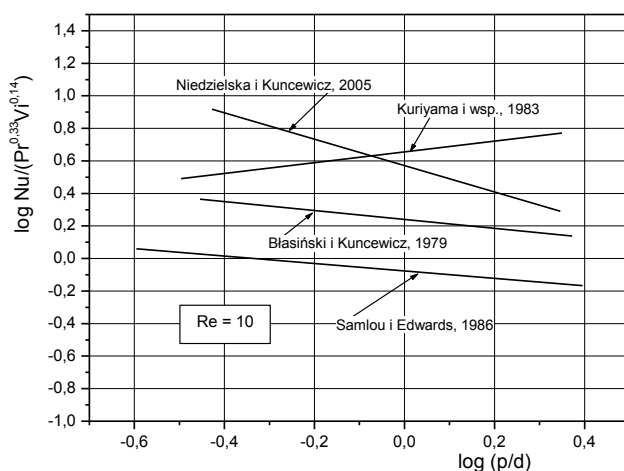
Na rys. 3.28 przedstawiono najważniejsze równania korelacyjne omówione w bieżącym rozdziale w formie wykresu $Nu/(Pr^{0,33} Vi^{0,14}) = f(Re)$ w układzie podwójnie logarytmicznym dla mieszadła wstęgowego o parametrach $d/D = 0,95$; $p/d = 1,0$ i $w/d = 0,1$. Parametry te zostały wybrane arbitralnie i były one zbliżone do parametrów najbardziej typowego mieszadła wstęgowego przedstawionego w p. 3.1.5.

Jak wynika z rys. 3.28 jedynie wyniki trzech prac znacząco odbiegały od wyników pozostałych autorów. Były to prace, w których uzyskiwano wykładnik potęgi przy liczbie Reynoldsa równy 1/3, co jednocześnie oznaczało, że szybkość wnikania ciepła nie zależy od lepkości cieczy. Wzajemną zgodność pozostałych prac można uznać za dobrą.



Rys. 3.28. Porównanie wyników badań szybkości wnikanie ciepła podanych przez poszczególnych autorów

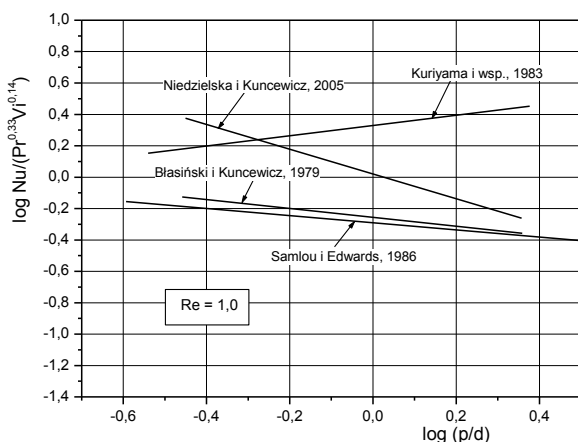
Na rys. 3.29 zamieszczono z kolei wyniki dotyczące kontrowersyjnego wpływu skoku wstęgi mieszadła na szybkość wnikanie ciepła. Pod uwagę wzięto jedynie cztery prace, w których wpływ taki był badany. Aby zmniejszyć liczbę zmiennych przyjęto stałą wartość liczby Reynoldsa $Re = 10$ oraz stały stosunek $d/D = 0,95$. W ten sposób możliwe było wykonanie wykresów $Nu/(Pr^{0.33} Vi^{0.14}) = f(p/d)$ w układzie podwójnie logarytmicznym.



Rys. 3.29. Wpływ skoku wstęgi mieszadła na szybkość wnikanie ciepła dla mieszadeł wstęgowych wg różnych autorów dla $Re = 10$

Trzy prace wskazują na ujemny wpływ wzrostu skoku wstęgi miesza­dła na wartości α , natomiast jedna z nich (*Kuriyama i wsp., 1981*) na wpływ dodatni. Linie przedstawione w pracach *Kuriyamy i wsp., 1981* oraz *Niedzielskiej i Kuncewicza, 2005* przecinają się w pobliżu wartości $p/d \cong 1$. Oznacza to, że pomimo przeciwnych wpływów skoku wstęgi na wartości liczb Nusselta dla miesza­dła, w którym skok wstęgi równy jest średnicy miesza­dła, wartości Nu powinny być do siebie zbliżone. Natomiast wyniki *Shamlou i Edwardsa, 1986* wyraźnie odbiegały w dół od pozostałych wyników. Wynikało to najprawdo­podobniej z wartości liczby Reynoldsa $Re = 10$, która to wartość leżała poza granicami stosowalności równania (3.136) proponowanego przez *Shamlou i Edwardsa, 1986*.

Na rys. 3.30 przedstawiono te same korelacje jak na rys. 3.29, ale dla liczby Reynoldsa $Re = 1,0$, która to wartość leżała już w zakresie stosowalności równania (3.136). Jednak w tym przypadku zakres stosowalności równań (3.131) i (3.138) musiał być przesunięty w kierunku mniejszych liczb Reynoldsa.



Rys. 3.30. Wpływ skoku wstęgi miesza­dła na szybkość wnika­nia ciepła dla miesza­deł wstęgowych wg różnych autorów dla $Re = 1,0$

Stopień niezgodności porównywanych czterech równań wyraźnie się zmniejszył, co oznacza, że wartości liczb Nusselta obliczone z porównywanych równań dla $Re = 1,0$ byłyby bardziej do siebie zbliżone niż dla $Re = 10$. Powyższy przykład najlepiej pokazuje nam jak trudno jest porównywać wartości liczbowe określane na podstawie równań różniących się nawet tylko dwoma parametrami.

Biorąc pod uwagę nachylenia linii na rys. 3.29 i rys. 3.30 można postawić tezę, że przyjęta przez *Kuriyamę i wsp., 1981* teoretyczna wartość wykładnika $1/3$ przy stosunku p/d (więcej na ten temat można znaleźć w p. 3.4.4) jest wartością kontrowersyjną.

3.4.4. Zastosowanie modeli fenomenologicznych do opisu wymiany ciepła

Modele zjawiskowe mają tę przewagę nad równaniami kryterialnymi, że stosując nawet proste teorie do opisu badanego zjawiska można często uzyskać ogólną formę równań opisujących analizowany proces. Ze względu na duże uproszczenia, które w takich przypadkach są nieodzowne, w końcowych równaniach, na podstawie badań doświadczalnych, najczęściej jesteśmy zmuszeni do określenia wartości liczbowych pewnych stałych, które stają się parametrami tego modelu.

W jednym z pierwszych modeli zjawiskowych *Coyle i wsp., 1970b* zakładali, że wymiana ciepła pomiędzy ścianką mieszalnika a cieczą mieszaną jest kontrolowana jedynie przez przewodzenie ciepła przez nieruchomą warstwę cieczy o pewnej hipotetycznej grubości zależnej od prześwitu c . W swoich rozważaniach założyli, że grubość tej warstwy równa się w przybliżeniu połowie wartości c . Konsekwencją takiego założenia była niezależność wartości współczynnika wnikania ciepła α od lepkości cieczy i obrotów mieszadła, a wartość α zależała jedynie od prześwitu c oraz współczynnika przewodnictwa cieplnego λ zgodnie z zależnością (3.141)

$$\alpha = \frac{\lambda}{\left(\frac{c}{2}\right)} \quad (3.141)$$

Założenie powyższe było zbyt proste, gdyż nawet z badań własnych wynikało (*Coyle i wsp., 1970b*), że przy około siedmiokrotnym zwiększeniu częstości obrotowej mieszadła wartości współczynników wnikania ciepła zmieniały się z 20 do 32 W/m²K. Oznacza to, że wykładnik potęgi przy częstości obrotowej mieszadła (liczbie Reynoldsa) powinien wynosić około 0,25, co jednoznacznie oznaczało zależność wartości α od warunków hydrodynamicznych panujących w sąsiedztwie termicznej warstwy granicznej.

Innym, diametralnie różnym sposobem podejścia była próba zastosowania przez *Harriota, 1959* teorii penetracji dla mieszadeł skrobakowych. Teoria ta bazowała na jednowymiarowym modelu nieustalonego ruchu ciepła od ścianki o stałej temperaturze T_{sc} do rdzenia cieczy o temperaturze T . Założono, że transport ciepła odbywał się na drodze nieustalonego przewodzenia przez cienki film cieczy przyległy do ścianki mieszalnika. Przy każdym przejściu łapy (wstęgi) mieszadła warstwa ta była całkowicie usuwana z obszaru przyściennego i transportowana do wnętrza mieszalnika, gdzie ulegała wymieszaniu. W ten sposób warstwa termiczna ulegała cyklicznemu odnawianiu, gdyż świeża porcja cieczy z wnętrza mieszalnika o temperaturze $T < T_{sc}$ napływała do obszaru przyściennego po każdym przejściu łapy mieszadła. Zaniedbując konwekcyjną

wymianę ciepła wewnątrz mieszalnika, pomijając krzywiznę ścianki oraz zakładając niezmienność własności fizykochemicznych cieczy, *Harriot, 1959* oraz *Latinen, 1959* niezależnie od siebie uzyskali równanie (3.142) mające formę równań transportu wynikających z teorii penetracji

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda c_p \rho}{\pi \tau}} \quad (3.142)$$

Czas kontaktu τ był równy czasowi pomiędzy przejściami dwóch kolejnych łap mieszadła przez dany punkt, a więc był równy $1/(N \cdot N_r)$. Uwzględniając to, równanie (3.142) można było napisać w postaci

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = 1,1 \left(\frac{ND^2 \rho}{\eta} \right)^{1/2} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/2} N_r^{1/2} \quad (3.143)$$

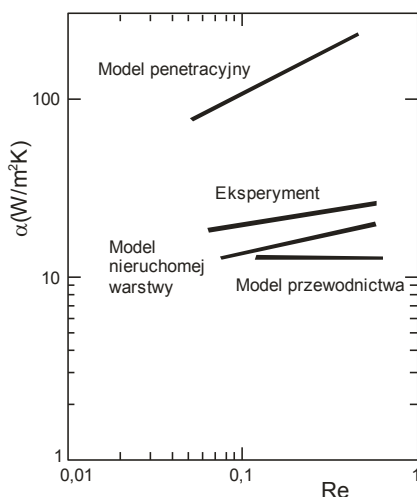
Z oczywistych względów równanie (3.143) nie uwzględnia średnicy mieszadła d (teoretycznie jest ona równa średnicy mieszalnika), ale dobrze oddaje zależność wartości α od częstości obrotowej mieszadła N (liczby Reynoldsa) oraz w znacznym stopniu dobrą zależność od liczby Prandtla, chociaż wartość wykładnika przy ostatniej z liczb jest nieco zawyżona w stosunku do klasycznie przyjmowanej wartości $1/3$. Również zależność $\alpha = f(N_r)$ wydaje się być rozsądna.

Niestety pomimo dobrych zgodności, co do wpływów poszczególnych zmiennych na wartości α , ich bezwzględne wartości obliczone z równania (3.143) przekraczały kilkakrotnie wartości doświadczalne uzyskane dla mieszadeł wąskoprześwitowych. *Rautenbach i Bollenrath, 1979* wyjaśnili, że obserwowane niezgodności są najprawdopodobniej wynikiem niepełnego usuwania ogrzanej warstewki cieczy przy ścianie mieszalnika, gdyż ze względu na mniejsze średnice mieszadeł wąskoprześwitowych w stosunku do mieszadeł skrobakowych, nie są one w stanie zedrzyć całkowicie filmu cieczy z nieruchomej ścianki. Uwzględniając pewną stałą warstewkę cieczy na ścianie mieszalnika *Rautenbach i Bollenrath, 1979* zmodyfikowali równanie (3.143) do postaci (3.144), a sam model nazwali modelem nieruchomej warstwy (*ang. stagnant film*)

$$Nu = 0,568 \left\{ \frac{\left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \right)}{c^2 N \cdot N_r} \right\}^{-0,23} \left(\frac{D}{c} \right) \quad (3.144)$$

Słabością zależności (3.144) jest brak wpływu lepkości cieczy na wartość α , gdyż jak wiadomo tylko dla tzw. ruchu pełzającego, czyli dla bardzo małych wartości liczb Reynoldsa ($Re < 1,0$), wartości $\alpha \neq f(Re)$.

Shamlou i Edwards, 1986 sprawdzili doświadczalnie poprawność trzech powyżej zaprezentowanych modeli. Na rys. 3.31 przedstawiono porównanie wartości eksperymentalnych uzyskanych przez *Shamlou i Edwardsa, 1986* z wartościami obliczonymi na podstawie modeli zjawiskowych. Jak widać, najbliższe wartości rzeczywistych był model nieruchomej warstwy, natomiast model penetracyjny zawyżał wartości α nawet o jeden rząd wielkości.

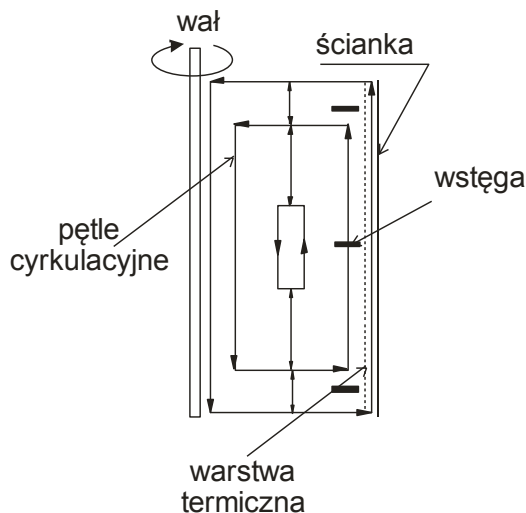


Rys. 3.31. Porównanie wartości współczynników α otrzymanych z modeli z wartościami doświadczalnymi (*Shamlou i Edwards, 1986*)

Można, zatem stwierdzić, że żadna z klasycznych teorii opisujących mechanizmy wymiany ciepła nie ma bezpośredniego zastosowania w praktycznych przypadkach wymiany ciepła w mieszalniku w ruchu laminarnym dla mieszadeł wąskoprześwitowych. Jest to zrozumiałe, jeżeli uwzględnić skomplikowany charakter ruchu cieczy wewnątrz mieszalnika dla tego typu mieszadeł. Dlatego najczęściej szybkość wnikania ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej określa się na drodze badań doświadczalnych (p. 3.4.3).

Obok wykorzystywania teorii związanych z klasycznymi mechanizmami wymiany ciepła, w literaturze przedmiotu można znaleźć nieliczne modele, w których autorzy starali się znaleźć powiązanie pomiędzy szybkością wymiany ciepła na ścianie mieszalnika a sposobem cyrkulacji cieczy wewnątrz mieszalnika.

Zastosowanie zawieszonych w mieszanej cieczy ciekłych kryształów, których barwa zależy od temperatury, umożliwia wizualizację rozkładu temperatury oraz określenie sposobu cyrkulacji cieczy wewnątrz mieszalnika. Na podstawie takich właśnie obserwacji *Kuriyama i wsp., 1981* opracowali fenomenologiczny model cyrkulacji cieczy w mieszalniku przedstawiony na rys. 3.32.



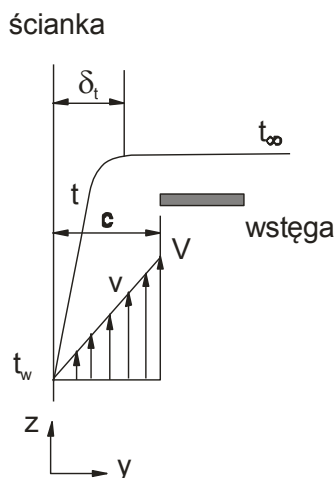
Rys. 3.32. Model przepływu cieczy w mieszalniku dla mieszadeł wstęgowych
(Kuriyama i wsp., 1981)

Jak wynika z rys. 3.32, wewnątrz mieszalnika autorzy wyszczególniają trzy pętle cyrkulacyjne cieczy: pierwszą, najbardziej zewnętrzną, przebiegającą przez termiczną warstwę graniczną, drugą przechodzącą przez sam obszar mieszadła oraz trzecią zamykającą się wewnątrz rdzenia cieczy. Siłą napędową cyrkulacji wtórnej w mieszalniku jest pętla druga, będąca efektem działania obracającej się wstęgi mieszadła. Pozostałe dwie pętle są w dużym stopniu pętlami indukowanymi, gdyż powstają one obok cyrkulacji wymuszającej ruch cieczy do góry i są wynikiem dużej lepkości cieczy. Pętle cyrkulacyjne przebiegające najbliżej ścianki będą miały niewątpliwie duży wpływ na wartość współczynników wnikania ciepła, natomiast najbardziej wewnętrzna pętla cyrkulacyjna w dużym stopniu powinna wpływać na czasy zmieszania. Najbardziej zewnętrzna jest również odpowiedzialna za odnawianie się warstwy granicznej. Jak wynika z rys. 3.32 wszystkie pętle powinny tworzyć jeden wir cyrkulacji wtórnej. Pomiędzy strugami cieczy związanymi z tymi liniami cyrkulacyjnymi może następować niewielka wymiana cieczy (na rys. 3.32 – obustronne strzałki pionowe).

Z cyrkulacją cieczy w pobliżu ścianki związany jest sposób formowania się termicznej warstwy przyściennej. W opracowanym modelu Kuriyama i wsp., 1981 zaniedbali cyrkulację okrężną w mieszalniku, gdyż zgodnie z przyjętym przez autorów modelem (rys. 3.32) cyrkulacja ta nie wpływa na szybkość odnawiania się termicznej warstwy granicznej. Po zaniedbaniu również krzywizny mieszalnika, przepływ cieczy wzdłuż ścianki w kierunku pionowym mógł być wtedy rozpatrywany analogicznie do przepływu wzdłuż płaskiej płyty, dla którego to przypadku współczynnik wnikania ciepła rośnie wraz z liczbą Reynoldsa zgodnie z równaniem (3.145) (Schlichting, 1968)

$$Nu \sim \left(\frac{V \cdot d \cdot \rho}{\eta} \right)^{1/3} \quad (3.145)$$

gdzie wartość V oznacza w tym przypadku składową osiową prędkości.



Rys. 3.33. Formowanie się termicznej warstwy granicznej w pobliżu ścianki mieszalnika (Kuriyama i wsp., 1981)

Na rys. 3.33 przedstawiono modelowy rozkład temperatury w obszarze przyściennym z jednoczesnym przedstawieniem hipotetycznego rozkładu prędkości w obszarze pomiędzy ścianką mieszalnika a obracającą się wstęgą mieszadła. Jak widać założono liniowy wzrost prędkości osiowej cieczy w zależności od odległości od ścianki mieszalnika, czyli

$$v = V \cdot \frac{y}{c} \quad (3.146a)$$

gdzie V jest osiową prędkością cieczy w odległości równej c od ścianki mieszalnika, czyli na krawędzi wstęgi. W swoim modelu Kuriyama i wsp., 1981 przyjęli dyskusyjne założenie, że prędkość ta jest proporcjonalna do iloczynu ($N \cdot p$), czyli proporcjonalna do hipotetycznej prędkości „unoszenia się” wstęgi

$$V = k_1 \cdot N \cdot p \quad (3.146b)$$

gdzie k_1 jest stałą niezależną od skoku wstęgi mieszadła.

Oznacza to, że im większy jest skok wstęgi (wstęga bardziej pionowa), tym prędkość cieczy w kierunku pionowym jest większa. Jest to sprzeczne z wynikami pracy Kuncewicza i wsp., 2005, którzy stwierdzili, że taki właśnie kierunek zmian obserwuje się tylko dla małych skoków wstęgi. Przy dużych wartościach ilorazu p/d wpływ ten jest odwrotny. Przyjmując jednak równanie (3.146b) za

ślusne i podstawiając je do zależności (3.145), *Kuriyama i wsp., 1981* otrzymali równanie (3.147), w którym liczba Nusselta $Nu \sim p^{1/3}$

$$Nu \sim \left(\frac{p \cdot N \cdot d \cdot \rho}{\eta} \right)^{1/3} \quad (3.147)$$

Założenie braku krzywizny ścianki umożliwiło wykorzystanie rozwiązania teoretycznego *Schlichtinga, 1968*, które określa rozkład temperatury w warstwie przyściennej zgodnie z równaniem (3.148) oraz pozwala obliczyć strumień wymienianego ciepła.

$$\frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \quad (3.148)$$

Opierając się na tych zależnościach oraz wykorzystując badania własne dla jednej wartości względnego skoku wstęgi $p/d = 0,9$, *Kuriyama i wsp., 1981* proponują ostatecznie dla cieczy newtonowskich równanie korelacyjne (3.149), uzależniające wartość współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika od podstawowych parametrów geometrycznych mieszadła wstęgowego, czyli od prześwitu c oraz skoku wstęgi mieszadła p

$$Nu = 0,64 \left(Re \cdot Pr \cdot \frac{D^2 p}{d^2 c} \right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0,2} \quad (3.149)$$

Równanie (3.149) obowiązuje dla mieszadła dwuwstęgowego o szerokości wstęg $w/D = 0,11$; skoku wstęg $p/d = 0,9$ oraz dla zmiennego prześwitu $0,024 < c/D < 0,076$ i dla $Re < 400$.

Model przedstawiony na rys. 3.35 pozwolił na dodatkowe wyprowadzenie zależności określającej grubość termicznej warstwy granicznej δ_t , która okazała się być proporcjonalna do pewnego wyrażenia podpierwiastkowego w równaniu (3.150)

$$\delta_t = k_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{a D c}{p N}} \quad (3.150)$$

gdzie a jest dyfuzyjnościami termiczną cieczy mieszanej.

Zaproponowany przez *Kuriyamę i wsp., 1981* model, oparty na solidnych podstawach teoretycznych, zawiera jednak pewne istotne uproszczenia. Przede wszystkim uwzględnia jedynie prędkość osiową w warstwie przyściennej, natomiast nie uwzględnia istotnej cyrkulacji obwodowej, która niewątpliwie wpływa również na grubość termicznej warstwy granicznej oraz na szybkość jej odnawiania. Drugim, nie mniej istotnym uproszczeniem jest przyjęcie stałego opóźnienia cieczy w stosunku do pozornej prędkości wstęgi w kierunku pionowym.

W badaniach doświadczalnych autorzy stosowali trzy mieszadła o tym samym skoku $p/d = 0,9$, dlatego pomimo przyjęcia *a priori* teoretycznej dodatniej wartości wykładnika potęgi równego $1/3$ przy stosunku p/d wyniki doświadczalne bardzo dobrze zgadzały się z wynikami modelowymi. Abstrahując jednak od tych kontrowersyjnych założeń należy stwierdzić, że przedstawiony model bardzo dobrze uwzględniał wpływ prześwitu c na wartość α . Czynniki $(c/D)^{-1/3}$, który pojawił się w równaniu (3.150), jest identyczny jak uzyskany na podstawie doświadczeń przez Nagatę i wsp., 1972a i zbliżony do podobnej wartości podanej przez Błasińskiego i Kuncewicza, 1979.

3.4.5. Wykorzystanie metod CFD do modelowania wymiany ciepła

Wykorzystanie metod symulacji numerycznych jest trzecim sposobem uzyskania wyników dotyczących wymiany ciepła w mieszalniku i ich analizy. Do modelowania wymiany ciepła w mieszalniku, oprócz modeli trójwymiarowych, można również stosować bardziej oszczędne obliczeniowo modele dwuwymiarowe. Nawet modele dwuwymiarowe, pomimo pominięcia rozkładów wszystkich wielkości hydrodynamicznych oraz termodynamicznych w jednym z kierunków, nadal są modelami bardzo skomplikowanymi. W przypadku modelowania wymiany ciepła powyższe utrudnienie wynika z konieczności jednoczesnego rozwiązania równań ruchu, równania ciągłości oraz równania energii. Dodatkowym utrudnieniem jest konieczność uwzględnienia istotnego rozkładu temperatury wewnątrz mieszalnika, co pociąga za sobą zmianę lepkości cieczy w zależności od położenia rozpatrywanego punktu wewnątrz mieszalnika. Różnice temperatur dotyczą przede wszystkim warstwy przyściennej oraz rdzenia cieczy i w tym przypadku różnice temperatur mogą dochodzić nawet do $20 \div 30$ K (Niedzielska, 2003), co w przypadku cieczy wysokolepkich może powodować nawet trzykrotną zmianę lepkości cieczy.

W dalszej części tego punktu zaprezentowano sposób budowy i rozwiązania modelu 2D dotyczącego szybkości wymiany ciepła w mieszalniku dla mieszadeł wstęgowych, jako kontynuację i rozwinięcie modelu hydrodynamicznego przedstawionego w p. 6.2.3. Model cieplny dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochylonych w sposób skrótowy został zaprezentowany w pracy Kuncewicza, 2002, natomiast dla mieszadeł wstęgowych w pracy Kuncewicza i wsp., 2002. Jednak ze względu na ograniczoną objętość obu prac, nie przedstawiono tam wielu istotnych wyprowadzeń oraz informacji, a analizując poniższe rozszerzone wyprowadzenie, można dokładnie prześledzić sposób dochodzenia do rozwiązania końcowego przy budowaniu i rozwiązywaniu modelu cieplnego.

Wprowadzenie warunku, w którym temperatura jest zależna od położenia rozpatrywanego punktu w mieszalniku, w istotny sposób komplikuje budowę modelu hydrodynamicznego. W klasycznym wyprowadzeniu równań ruchu,

lepkość cieczy traktowana jest jako wartość niezmienna (ciecz newtonowska w stałej temperaturze), zatem podczas różniczkowania równań zapisanych w formie odpowiednich naprężeń, np. naprężeń $\tau_{r,z}$ oraz $\tau_{z,r}$

$$\tau_{r,z} = \tau_{z,r} = \eta \cdot \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (3.151)$$

obliczanie ich dowolnych pochodnych po jednym z kierunków sprowadzało się do różniczkowania sumy dwóch funkcji, z których każda zależała tylko od jednej zmiennej. W przypadku przyjęcia warunku, w którym $T = f(r, z)$ implikuje, że również i lepkość cieczy $\eta = f(r, z)$. Dlatego przy różniczkowaniu równań ruchu zapisanych za pomocą odpowiednich naprężeń powstają dodatkowe człony uwzględniające pochodne bezwymiarowej lepkości w odpowiednich kierunkach $\partial \eta^* / \partial r^*$ oraz $\partial \eta^* / \partial z^*$. W otrzymanych w ten sposób równaniach (3.152÷3.154), opisujących ruch cieczy w warunkach nieizotermicznych, dla zmiennych bezwymiarowych zaznaczono je jako człony ujęte w prostokątne obramowania

$$\begin{aligned} a_r^* \cdot \frac{\eta^*}{Re_0} \cdot \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial u}{\partial r^*} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^{*2}} - \frac{u}{r^{*2}} \right] - \left[w \cdot \frac{\partial u}{\partial r^*} + v \cdot \lambda \cdot \frac{\partial u}{\partial z^*} + \frac{w \cdot u}{r^*} \right] + \\ + \boxed{\frac{1}{Re_0} \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r^*} - \frac{u}{r^*} \right) \cdot \frac{\partial \eta^*}{\partial r^*} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial z^*} \cdot \frac{\partial \eta^*}{\partial z^*} \right]} = 0 \end{aligned} \quad (3.152)$$

$$\begin{aligned} a_r^* - \frac{1}{Fr_0} \cdot \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{\eta^*}{Re_0} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial w}{\partial r^*} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^{*2}} - \frac{w}{r^{*2}} \right] - \left[w \cdot \frac{\partial w}{\partial r^*} + v \cdot \lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial z^*} - \frac{u^2}{r^*} \right] + \\ + \boxed{\frac{1}{Re_0} \cdot \left[2 \cdot \frac{\partial w}{\partial r^*} \cdot \frac{\partial \eta^* p}{\partial r^*} + \left(\lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial z^*} + \frac{\partial v}{\partial r^*} \right) \cdot \lambda \cdot \frac{\partial \eta^*}{\partial z^*} \right]} = 0 \end{aligned} \quad (3.153)$$

$$\begin{aligned} a_z^* - \frac{\lambda}{Fr_0} \cdot \left[1 + \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right] + \frac{\eta^*}{Re_0} \cdot \left[\frac{\partial^2 v}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial v}{\partial r^*} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial z^{*2}} \right] - \left[w \cdot \frac{\partial v}{\partial r^*} + v \cdot \lambda \cdot \frac{\partial v}{\partial z^*} \right] + \\ + \boxed{\frac{1}{Re_0} \cdot \left[\left(\lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial z^*} - \frac{\partial v}{\partial r^*} \right) \cdot \frac{\partial \eta^*}{\partial r^*} + 2 \cdot \lambda^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial z^*} \cdot \frac{\partial \eta^*}{\partial z^*} \right]} = 0 \end{aligned} \quad (3.154)$$

Nowa zmienna η^* oznacza stosunek lepkości cieczy w temperaturze T do lepkości cieczy w temperaturze odniesienia T_0 . Temperaturą odniesienia może być dowolna temperatura, ale najwygodniej jako wielkość T_0 przyjąć najniższą z możliwych temperatur w mieszalniku, wtedy zakres zmian wielkości η^* jest ściśle określony.

Jeżeli lepkość cieczy mieszanej jest zależna od temperatury zgodnie z wykładniczą zależnością Arrheniusa (3.155)

$$\eta = A \cdot e^{B/T} \quad (3.155)$$

to bezwymiarowy simpleks lepkości η^* wyrazi się zależnością

$$\eta^* = \frac{\eta}{\eta_0} \cong e^{B \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad (3.156)$$

przy założeniu, że w przedziale temperatur ($T_0 \div T$) wartość współczynnika proporcjonalności A w równaniu (3.155) nie zmienia się. Ze względu na niewielki zazwyczaj przedział temperaturowy, założenie powyższe jest możliwe do przyjęcia. W równaniach (3.152÷3.154) liczba Reynoldsa była definiowana zgodnie z własnościami fizykochemicznymi w temperaturze T_0 , a wielkości a^* , a_z^* oraz a_r^* oznaczają dodatkowe przyspieszenia działające na dowolny element cieczy znajdujący się w obszarze mieszaniny (p. 6.2.2). Przyspieszenia te pochodziły od obracających się elementów, czyli od łopatek (wstęgi) obracającego się mieszadła (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001).

Aby uwzględnić wymianę ciepła w mieszalniku, należy rozwiązać równocześnie model hydrodynamiczny dla warunków nieizotermicznych oraz równanie energii, czyli równanie uwzględniające szybkość wymiany energii na drodze przewodzenia oraz konwekcji wewnątrz rozpatrywanego obszaru.

Lokalne zmiany temperatury w płynie opisuje równanie energii Kirchhoffa-Fouriera, które w ogólnej postaci (Hobler, 1968) można zapisać w formie równania (3.157)

$$\rho \cdot c_e \cdot \frac{DT}{Dt} = \lambda_e \cdot \nabla^2 T + q_v \quad (3.157)$$

Jeśli nie istnieją wewnętrzne źródła ciepła q_v oraz, zgodnie z założeniem modelowym, brak jest rozkładu temperatury w kierunku obwodowym, to równanie (3.157) w cylindrycznym układzie współrzędnych przybiera postać

$$\frac{\lambda_e}{\rho \cdot c_e} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - u_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} - u_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (3.158)$$

Bezwymiarową postać równania (3.158) można uzyskać korzystając z podstawowych wymiarów mieszalnika R_2 i H przedstawionych na rys. 6.8 w p. 6.2.3 oraz wprowadzając bezwymiarową temperaturę θ zdefiniowaną równaniem (3.159)

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_p - T_0} \quad (3.159)$$

Ze względów praktycznych, w definicji bezwymiarowej temperatury θ występuje temperatura najwyższa T_p (najczęściej jest to temperatura pary grzejnej) oraz najniższa z możliwych temperatur, temperatura odniesienia T_0 (w przypadku stosowania aparatury przedstawionej na rys. 3.27 jest to temperatura wlotowa cieczy obiegowej do mieszalnika). W ten sposób wartość θ zmienia się w granicach od 0 do 1,0, ponieważ tę samą temperaturę odniesienia przyjmowano również w definicji wartości η^* , zatem i w tym przypadku $0 < \eta^* \leq 1,0$.

Po wprowadzeniu do równania (3.158) wielkości bezwymiarowych, równanie to przybierze postać:

$$\frac{1}{Pe_0} \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r^*} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^{*2}} \right) - w \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r^*} - v \cdot \lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z^*} = 0 \quad (3.160)$$

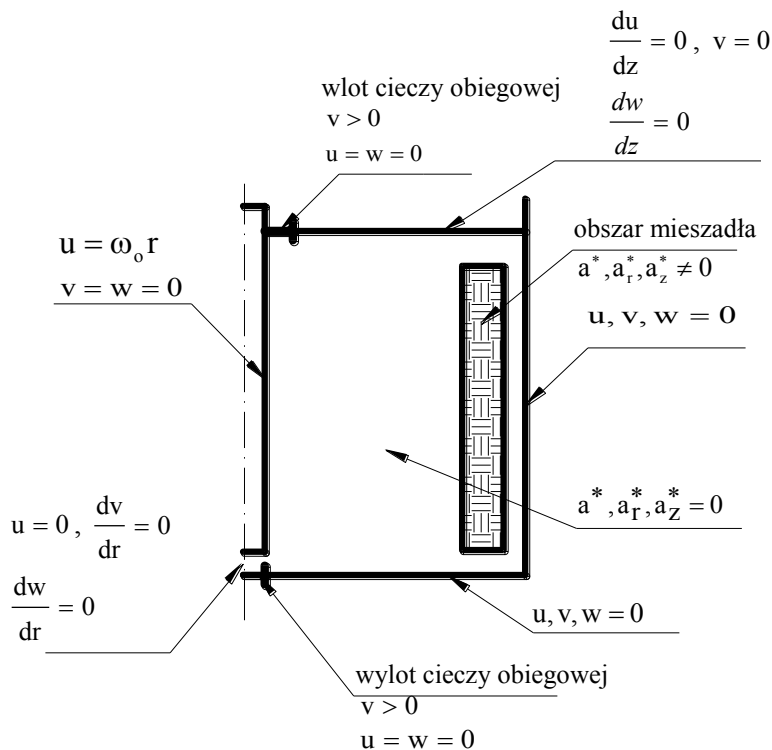
gdzie

$$Pe_0 = Re_0 \cdot Pr_0 \quad (3.161)$$

oznacza liczbę Pecleta dla cieczy w temperaturze odniesienia.

W ten sposób został zbudowany podstawowy trzon modelu 2D składający się z trzech równań ruchu (3.152÷3.154) dla warunków nieizotermicznych, równania ciągłości oraz równania energii (3.160). Zatem model składał się z pięciu równań różniczkowych cząstkowych zawierających pięć nieznanymi funkcji: u , v , w , bezwymiarowe ciśnienie p^* oraz bezwymiarową temperaturę θ . Wprowadzenie do modelu hydrodynamicznego dodatkowego równania energii (3.160) nie spowodowało zmian liczby parametrów modelu dotyczącego wymiany ciepła, gdyż wraz z tym równaniem nie wprowadzono żadnych nowych stałych. Jedynymi parametrami modelu pozostały nadal wartości stałych C_n oraz C_t (Kunciewicz i wsp., 2001), które pozwalają wyznaczyć dodatkowe bezwymiarowe przyspieszenia a_ω^* , a_r^* , a_z^* występujące w modelu hydrodynamicznym w obszarze mieszałki i uwzględnione w równaniach (3.152÷3.154). Zatem proponowany model pozostał nadal modelem dwuparametrowym.

Dla ustalonego ruchu cieczy w mieszalniku szczegółowe rozwiązanie numeryczne przedstawionego modelu zależy od przyjętych warunków brzegowych. W przypadku planowanej weryfikacji modelu jego warunki brzegowe powinny odpowiadać warunkom, w których będzie przeprowadzany eksperyment. Jeśli założymy, że do pomiarów współczynników wnikania ciepła użyjemy aparatury przedstawionej na rys. 3.27, w której ciepło dostarczane do mieszalnika poprzez ogrzewaną parą ściankę będzie odbierane w zewnętrznym wymienniku ciepła (tłoczenie strumienia cieczy obiegowej przez wymiennik zewnętrzny), to obok warunków brzegowych dotyczących wymiany ciepła, które należy określić, zmieniają się nieznacznie warunki części hydrodynamicznej modelu. Warunki te przedstawione są na rys. 3.34.



Rys. 3.34. Warunki brzegowe modelu hydrodynamicznego
(Niedzielska, 2003)

W odróżnieniu od klasycznego modelu hydrodynamicznego (p. 6.2), w przekroju poziomym (prostopadłym do osi) na wysokości zwierciadła cieczy przy wale mieszadła oraz w otworze wylotowym cieczy w dnie mieszalnika prędkość osiowa $v \neq 0$, a jej dokładna wartość zależy od parametrów geometrycznych każdego z otworów oraz objętościowego natężenia przepływu strumienia obiegowego. Zmiany te pokazano na rys. 3.34.

Ze względu na wprowadzenie równania energii (3.160) należało określić dodatkowe warunki brzegowe dotyczące rozwiązania tego równania. Biorąc pod uwagę warunki eksperymentu, równanie (3.160) rozwiązano przy następujących warunkach brzegowych:

- dla dna mieszalnika ($z^* = 0$) oraz powierzchni swobodnej ($z^* = 1$) przyjęto brak wymiany ciepła przez te powierzchnie, czyli warunek ten

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (3.162)$$

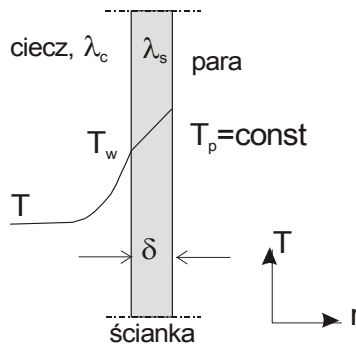
wynikał ze sposobu prowadzenia pomiarów, ponieważ dno było izolowane, a góra mieszalnika była przykryta pokrywą – warunek (3.162) nie obejmował powierzchni otworu wlotowego cieczy obiegowej, dla której założono $T = T_0$, czyli $\theta = 0$,

- ze względu na założony brak wymiany ciepła na powierzchni wału oraz ze względu na symetrię osiową mieszalnika, dla powierzchni wału i w osi mieszalnika przyjęto

$$\frac{\partial \theta}{\partial r^*} = 0 \quad (3.163)$$

- dla powierzchni ścianki mieszalnika strumień ciepła przewodzony przez ściankę w każdym jej punkcie jest równy strumieniowi wnikałemu do warstwy przyściennej cieczy (schemat przewodzenia ciepła przez ściankę przedstawiono na rys. 3.35), czyli

$$\lambda_c \cdot F \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r^*=1} = \lambda_s \cdot F \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r^*=1} \quad (3.164)$$



Rys. 3.35. Schemat przewodzenia ciepła przez ściankę mieszalnika

Wprowadzając wielkości bezwymiarowe θ oraz r^* , lewą stronę równania (3.164), można wyrazić jako

$$\lambda_c \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r^*=1} = \lambda_c \cdot \frac{(T_p - T_0)}{R_2} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right)_{r^*=1} \quad (3.165)$$

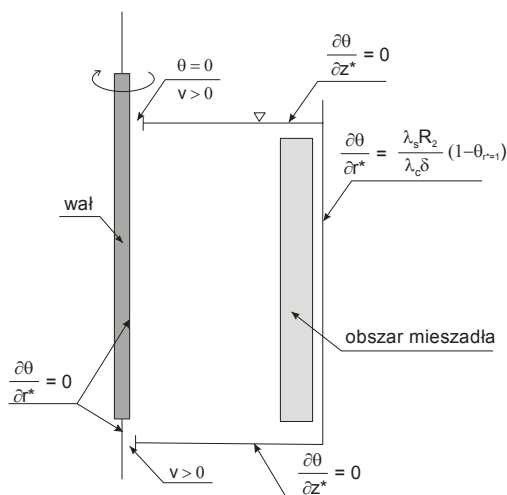
Podobne przekształcenie możemy wykonać dla ścianki mieszalnika

$$\lambda_s \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r^*=1} = \lambda_s \cdot \frac{(T_p - T_w)}{\delta} \quad (3.166)$$

Wprowadzając równania (3.165) oraz (3.166) do równania (3.164), otrzymamy ostatecznie warunek brzegowy dotyczący wymiany ciepła na ścianie mieszalnika

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right)_{r^*=1} = \frac{\lambda_s \cdot R_2}{\lambda_c \cdot \delta} \left(\frac{T_p - T_w}{T_p - T_0} \right) = \frac{\lambda_s \cdot R_2}{\lambda_c \cdot \delta} \cdot (1 - \theta_{r^*=1}) \quad (3.167)$$

Komplet warunków brzegowych dotyczących bezwymiarowej temperatury θ oraz prędkości osiowej v w otworze wlotowym i wylotowym mieszalnika, przy których rozwiązano model przedstawiono na rys. 3.36.

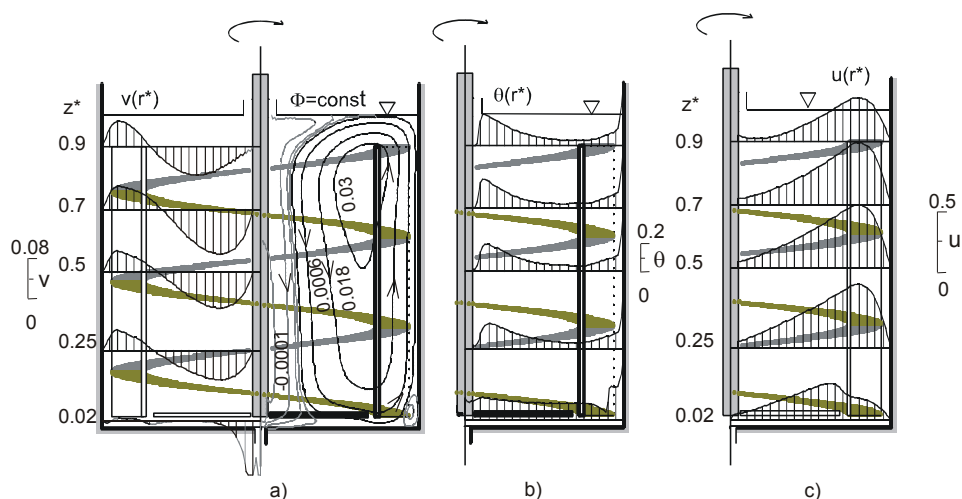


Rys. 3.36. Warunki brzegowe modelu cieplnego

Przedstawiony model rozwiązano metodą iteracyjną, w której na początku zakładano pewien dyskretny rozkład wszystkich pięciu szukanych funkcji: u , v , w , p^* , θ , we wszystkich węzłach siatki obliczeniowej, a następnie na podstawie wartości tych funkcji w węzłach sąsiednich obliczano nowe wartości tych samych funkcji z wykorzystaniem równań różnicowych, stanowiących trzon modelu. Procedurę iteracyjną prowadzono tak długo, aż równania różnicowe uzyskane z przekształcenia równań różniczkowych były spełnione z odpowiednią dokładnością we wszystkich punktach siatki obliczeniowej. W wyniku rozwiązania modelu dysponowano rozkładami bezwymiarowych prędkości, ciśnienia oraz temperatury w dwóch kierunkach u , v , w , p^* , $\theta = f(r^*, z^*)$. Uzyskane rozkłady prędkości osiowych, prędkości obwodowych, bezwymiarowej temperatury θ oraz sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku przedstawiono na rys. 3.37 (Kunciewicz i wsp., 2002).

Z rozkładów składowych prędkości, temperatury oraz z przebiegu linii $\Phi = \text{const}$ można zauważyć, że dla mieszadeł wstęgowych istnieje zasadniczo jeden wir cyrkulacji wtórnej obejmujący prawie cały mieszalnik. Ciecz pompowana do góry przez obracające się mieszadło ogrzewa się przy ścianie mieszalnika (wzrost wartości θ), przepływa zgodnie z liniami $\Phi = \text{const}$ w kierunku wału mieszadła, gdzie łączy się z zimnym strumieniem cieczy dopływającym z wymiennika ciepła. Ze względu na dopływający niewielki strumień V_c chłodnej cieczy przy zwierciadle cieczy, zmniejszenie temperatury cyrkulującej wewnątrz mieszalnika cieczy jest powolne i przy dnie mieszalnika następuje prawie

całkowite wymieszanie obu strumieni (rys. 3.37b). Wytworzony przez obracające się mieszadło jeden wir cyrkulacji wtórnej powoduje, że wewnątrz mieszalnika istnieje dość równomierny rozkład temperatury, gdyż przeważający obszar mieszalnika posiada temperaturę $\theta = 0,1 \div 0,2$. Istotny wzrost temperatury cieczy występował dopiero przy ścianie grzejnej mieszalnika, natomiast zauważalny jej spadek przy wale mieszadła, gdzie następował dopływ chłodnej cieczy z wymiennika zewnętrznego.



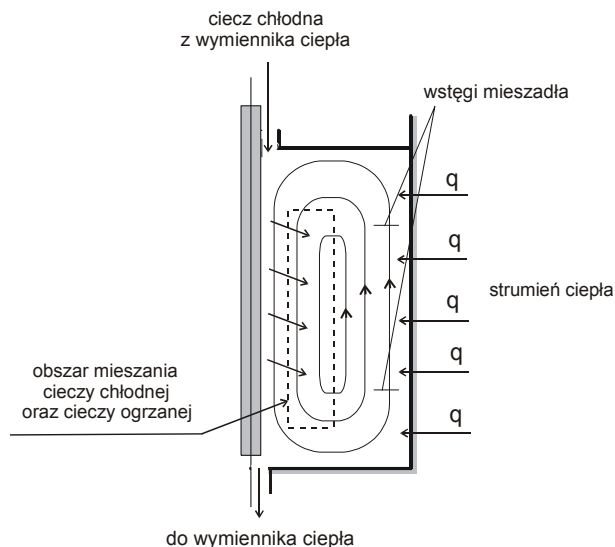
Rys. 3.37. Sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku (a) oraz rozkład temperatury (b) i prędkości obwodowych (c) dla mieszadła $d/D = 0,9$; $p/d = 0,33$; $w/d = 0,1$ ($Re = 59,2$; $Pr = 7820$)

Na podstawie analizy rys. 3.37 ci sami autorzy zbudowali prosty model zjawiskowy, przedstawiony na rys. 3.38, wyjaśniający obserwowane rozkłady temperatury wewnątrz mieszalnika. Model ten jest w dużym stopniu zbliżony z podobnym modelem zaproponowanym przez Kuriyamę i wsp., 1981 oraz Kuriyamę i wsp., 1983.

Wykorzystując definicyjne równanie Newtona (3.169), z równania (3.168) (Niedzielska, 2003), można było określić wartość lokalnego współczynnika wnikania ciepła α_{loc}

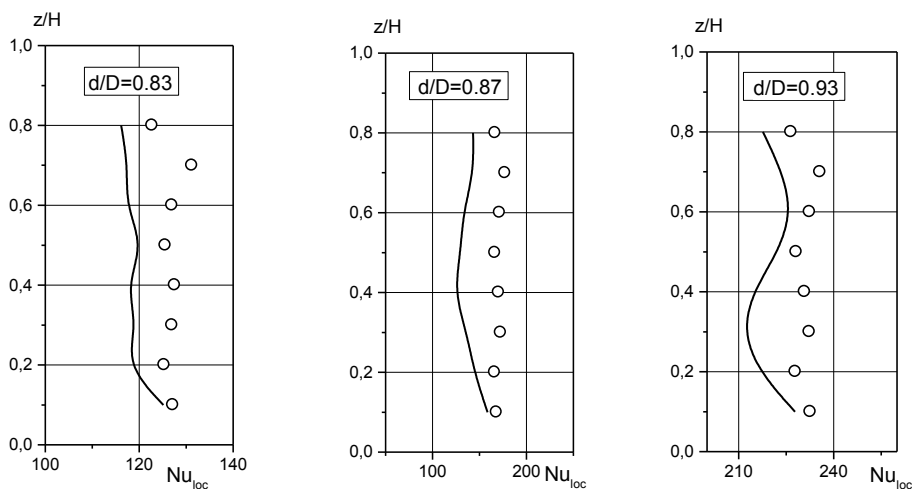
$$\alpha_{loc} = \frac{\lambda_c}{R_2} \cdot \frac{T_p - T_0}{T_{wi} - \bar{T}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right)_{r^*=1,0} \quad (3.168)$$

$$\lambda_c F \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=R_2} = \alpha_{loc} F (T_{wi} - \bar{T}) \quad (3.169)$$

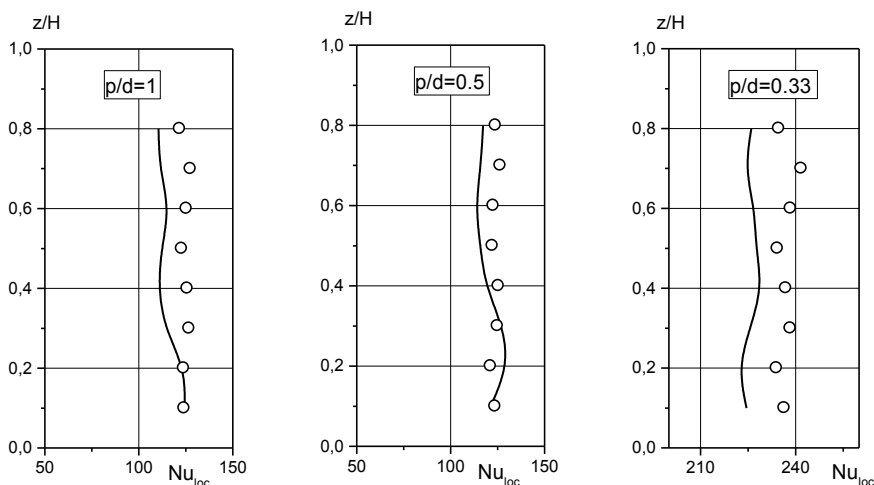


Rys. 3.38. Model zjawiskowy wymiany ciepła w mieszalniku

Zarówno wartości doświadczalne (punkty), jak i wartości modelowe (linie) lokalnych liczb Nusselta Nu_{loc} przedstawione na rys. 3.39 i rys. 3.40 wskazywały na pomijalnie mały rozkład lokalnych wartości współczynników wnikania ciepła wzdłuż wysokości ściany mieszalnika. Wynikało to niewątpliwie z konstrukcji mieszadła wstęgowego. Wstęga, która zajmowała ponad 85% wysokości cieczy w zbiorniku w jednakowy sposób deformowała poszczególne elementy cieczy w pobliżu ścianki mieszalnika na całej jej wysokości, zatem i warunki hydrodynamiczne na całej wysokości ścianki były praktycznie identyczne.

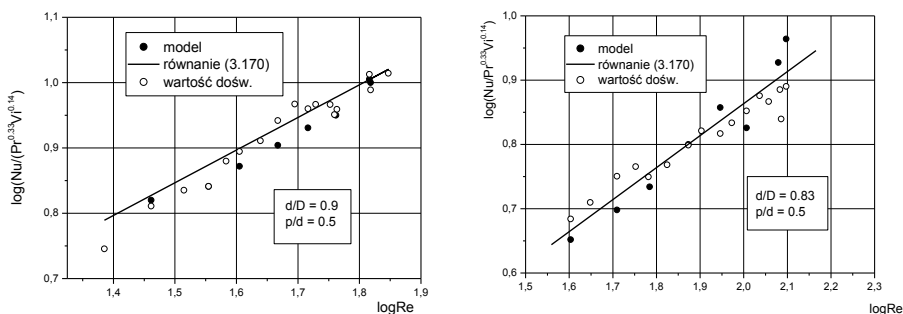


Rys. 3.39. Lokalne liczby Nusselta dla mieszadeł o różnych średnicach wstęgi d ($p/d = 0,5 = \text{const}$) (Niedzielska, 2003)



Rys. 3.40. Lokalne liczby Nusselta dla mieszadeł o różnym skoku wstęgi p/d ($d/D = 0,9 = \text{const}$)

Średnie wartości współczynników wnikania ciepła α , obliczone na podstawie modelu, dobrze zgadzały się z wartościami doświadczalnymi, co przedstawiono na rys. 3.41. Zaczernione punkty na tym rysunku oznaczają średnie wartości liczb Nusselta uzyskane na drodze symulacji numerycznych, w których zakładano identyczne warunki procesowe, jak w przypadku odpowiednich serii doświadczalnych.



Rys. 3.41. Porównanie wartości współczynników wnikania ciepła na ścianie mieszalnika uzyskanych doświadczalnie oraz z modelu

Uzyskano 14,8% zgodność wartości doświadczalnych oraz wartości uzyskanych na drodze symulacji modelowych. Ustalone, na podstawie badań doświadczalnych oraz rozwiązań modelowych (Niedzielska, 2003; Niedzielska i Kuncewicz, 2005), wartości skorelowano równaniem (3.170)

$$\text{Nu} = 0,13 \left(\frac{D-d}{d} \right)^{-0,75} \left(\frac{p}{d} \right)^{-0,79} \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{0,33} \text{Vi}^{0,14} \quad (3.170)$$

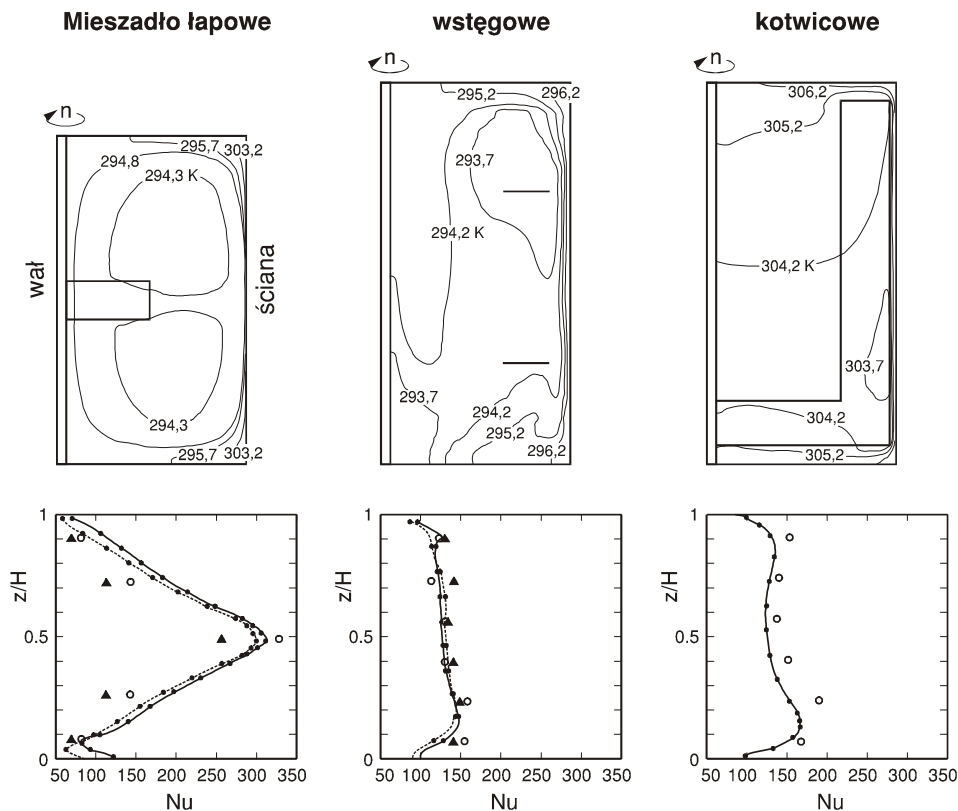
Należy podkreślić, że równanie korelacyjne (3.170) jest tylko uproszczoną formą przedstawienia wyników końcowych uzyskanych ze skomplikowanych rozwiązań modelowych. Z poznawczego punktu widzenia, dla określonych parametrów geometrycznych i procesowych możliwe jest uzyskanie pełnego rozwiązania modelowego z dużą ilością dodatkowych informacji. Jeśli jednak zależy nam jedynie na średnich wartościach współczynników wnikania ciepła, wtedy wystarczy skorzystać z prostego równania (3.170), aby otrzymać interesującą nas wartość α .

Dodatkowo, w cytowanych powyżej pracach, autorzy analizowali grubość termicznej warstwy granicznej δ_t formującej się przy ścianie mieszalnika i stwierdzili, że jej grubość zależy od prędkości wypadkowej cieczy w pobliżu ścianki. Im większa była prędkość cieczy w tym obszarze, tym mniejsza była wartość δ_t i tym większe były współczynniki wnikania ciepła na ścianie mieszalnika. Stwierdzono również, że dominującym mechanizmem wnikania ciepła od ścianki mieszalnika do rdzenia cieczy było przewodzenie przez termiczną warstwę laminarną, gdyż opory cieplne przewodzenia stanowiły 85÷90% wszystkich oporów wnikania. Pozostałe 10÷15% stanowiły opory konwekcyjne związane z transportem ciepła od zewnętrznej powierzchni warstwy granicznej do rdzenia cieczy.

Oprócz opisanych powyżej modeli zjawiskowych i modelu 2D, dotyczących wymiany ciepła w ruchu laminarnym, należy wymienić modele bardziej zaawansowane, wykorzystujące nowoczesne techniki CFD. Jednak w przypadku wymiany ciepła do cieczy wysokolepkich liczba takich prac jest dość ograniczona. Z dostępnych prac należy wymienić prace japońskie oraz francuskie, których krótki opis zamieszczono poniżej.

Kaminoyama i wsp., 1999, bazując na swoich poprzednich pracach dotyczących hydrodynamiki mieszalnika (*Kaminoyama i wsp., 1990; Kaminoyama i wsp., 1994 oraz Kaminoyama i Kamiwano, 1994*) podali rozwiązanie numeryczne pełnego modelu cieplnego w przestrzeni 3D dla mieszadła turbinowego sześciopłatowego, mieszadła kotwicowego oraz podwójnego mieszadła wstęgowego. Rozwiązywali jednocześnie równanie ciągłości, trzy równania ruchu oraz równanie energii. Równanie ciągłości rozwiązywali metodą różnic skończonych, natomiast równania ruchu metodą objętości skończonej. Na podstawie uzyskanych rozwiązań analizowali jednocześnie sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku oraz wartości lokalnych liczb Nusselta na ścianie mieszalnika podczas nieustalonego wnikania ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej. Stwierdzili, że na początku cyklu grzania wartości liczb Nusselta posiadały wysokie wartości i ich rozkład niezależnie od typu mieszadła był zbliżony do płaskiego. Stopniowo wartości Nu malały w miarę, gdy z biegiem czasu rozwijała się termiczna warstwa graniczna, a ich wartości maksymalne były na poziomie, gdzie docierał strumień cieczy wyrzucany z obszaru mieszadła. Uzyskane wyniki zweryfikowano

na drodze doświadczalnej. Na rys. 3.42 pokazane są rozkłady temperatur w mieszalniku w płaszczyźnie promieniowo-osiowej oraz rozkłady lokalnych liczb Nusselta na ścianie mieszalnika (*Kaminoyama i wsp., 1999*). Łatwo zauważyć, że w przypadku mieszadeł wstęgowych i kotwicowych wartości współczynników wnikania ciepła były praktycznie stałe niezależnie od rozpatrywanej wysokości (z wyjątkiem obszarów bliskich dna i zwierciadła cieczy). Jedynie przy zastosowaniu mieszadła turbinowego obserwowano największe wartości α tam, gdzie strumień cieczy wyrzucany z obszaru mieszadła docierał najszybciej do ścianki mieszalnika.



Rys. 3.42. Rozkłady temperatury oraz porównanie obliczonych numerycznie i zmierzonych doświadczalnie (punkty) wartości liczby Nusselta dla mieszadła łapowego, wstęgowego i kotwicowego wg *Kaminoyamy i wsp., 1999*

Dla mieszadła wstęgowego wartości liczbowe współczynników wnikania ciepła α uzyskane przez *Kaminoyamę i wsp., 1999* bardzo dobrze zgadzają się z wynikami *Niedzielskiej, 2003* przedstawionymi na rys. 3.39 i rys. 3.40. Świadczy to pośrednio o tym, że oba przedstawione modele numeryczne niezależnie od ich klasy (2D lub 3D) prawidłowo odwzorowują procesy przebiegające wewnątrz mieszalnika.

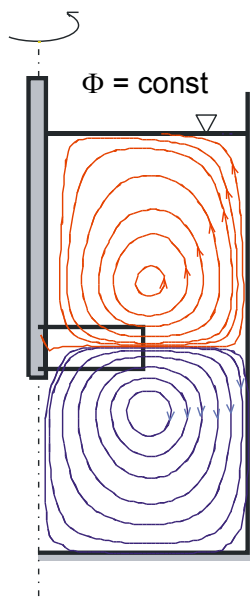
Podobnie *Delaplace i wsp.*, 2001 rozwinęli opracowane wcześniej własne modele hydrodynamiczne (*Delaplace i wsp.*, 2000b; *Delaplace i wsp.*, 2000c) do modelowania wymiany ciepła dla mieszadła PARAVISC[®] firmy Ekato, wykorzystując dodatkowo komercyjny pakiet zintegrowany FLUENT 5. Na podstawie pomiarów doświadczalnych w ruchu nieustalonym uzyskali dwa równania korelacyjne (3.139) i (3.140) opisujące szybkość wymiany ciepła dla tego typu mieszadła. W części numerycznej pracy uzyskane wyniki doświadczalne weryfikowali pakietem FLUENT 5. W konkluzji podkreślili bardzo dobrą zgodność wyników modelowych oraz wyników doświadczalnych dotyczących tak szybkości wymiany ciepła, rozkładu temperatury w mieszalniku, jak również mocy mieszania. Jedynym zasygnalizowanym problemem było ustalenie relacji pomiędzy lokalnymi współczynnikami wnikania ciepła na ścianie mieszalnika ustalonymi na podstawie lokalnych grubości termicznych warstw granicznych a globalnymi wartościami α ustalonymi na podstawie badań doświadczalnych. Dokładność uzyskiwanych strumieni cieplnych wynosiła 9 i 12%.

W chwili obecnej przy modelowaniu przepływów burzliwych lub przepływów wielofazowych w mieszalniku, wyniki otrzymywane tymi metodami, ze względu na swoją niepewność muszą być z zasady weryfikowane na drodze doświadczalnej. Wynika to z konieczności stosowania dość niepewnych hipotez domykających, opisujących m.in. strukturę burzliwości w mieszalniku. Być może wraz z rozwojem naszej wiedzy na temat przepływów burzliwych konieczność taka w niedługim czasie zniknie.

W przepływach laminarnych problem burzliwości praktycznie nie istnieje. Analizując przedstawione powyżej wyniki symulacji numerycznych oraz ich zgodności z doświadczeniem, można z dużym prawdopodobieństwem stwierdzić, że wyniki uzyskane z rozwiązań numerycznych dla laminarnego zakresu mieszania można bezpośrednio stosować w praktycznych zagadnieniach projektowych bez ich weryfikacji doświadczalnej. Jest to liczące się osiągnięcie w stosowaniu technik CFD na etapie obliczeń inżynierskich i projektowych.

3.5. Mieszadła o pracy cyklicznej i zmiennym kierunku obrotów

Dla ustalonego ruchu cieczy w mieszalniku w ruchu laminarnym, kiedy poszczególne elementy płynu poruszają się po zamkniętych liniach prądu (liniach cyrkulacyjnych), ich wzajemne wymieszanie z sąsiednimi elementami jest małe, gdyż powtarzające się przebiegi cykliczne po tych samych trajektoriach nie prowadzą do efektywnej homogenizacji całego układu (rys. 3.43).



Rys. 3.43. Trajektorie ruchu elementów płynu w dwóch izolowanych obszarach mieszalnika (model hybrydowy 3D/2D, Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010)

Badania doświadczalne (Metzner i Taylor, 1960; Dong i wsp., 1994) oraz obliczenia numeryczne (Desouza i Pike, 1972; Kuncewicz, 1992; Perng i Murthy, 1993) wskazują, że jeśli liczba Reynoldsa jest mniejsza od pewnej wartości, w mieszalniku powstają obszary o dużo gorszym wymieszaniu. Obszary te, określane w literaturze anglosaskiej skrótem IMRs (Isolated Mixed Regions), po raz pierwszy zaobserwowali Metzner i Taylor dla liczb Reynoldsa poniżej 500 (Metzner i Taylor, 1960), a Lamberto i wsp., 1996; Nomura i wsp., 1997 oraz Yao i wsp., 1998 potwierdzili występowanie tego zjawiska w późniejszych pracach.

Obszary IMRs mogą przybierać formę dwóch wirów nad i pod mieszadłem, jak to pokazano na rys. 3.43 lub, przy bardzo dużych lepkościach cieczy rzędu 100 Pas, w mieszalniku formuje się jeden lub dwa toroidalne pierścienie nad i pod mieszadłem (rys. 3.44). Szczególnie w drugim przypadku są to w dużym stopniu izolowane struktury zamknięte, które praktycznie nie wymieniają masy z otoczeniem na drodze wymiany konwekcyjnej. Istotnym mechanizmem wymiany jest w tym przypadku jedynie dyfuzja, która w warunkach dużej lepkości przebiega bardzo wolno.

Obszary IMRs są istotnym ograniczeniem uzyskiwania krótkich czasów zmieszania i odgrywają kluczową rolę w przypadku prowadzenia reakcji w reaktorach-mieszalnikach, gdy wymagany jest jak największy i stały kontakt reagentów. Jeśli reakcje są dostatecznie szybkie i przebiegają w cieczach wysoko-lepkich, wtedy obszary IMRs, w których brak jest mieszania konwekcyjnego mogą powodować, że reakcja znacznie przebiegać w niepożądanym kierunku,

w wyniku czego otrzymamy produkt końcowy gorszej jakości. Aby rozwiązać ten problem, do mieszania stosowano między innymi mieszadła o mocno skomplikowanej konstrukcji. Jednak takie konstrukcje stwarzały dodatkowe problemy, jak między innymi duże moce mieszania i duże momenty obrotowe na wale mieszadła, szczególnie dla mieszadeł wolnoobrotowych. Inny problem stanowią naprężenia styczne generowane przez te mieszadła, które nie są wskazane w niektórych reakcjach polimeryzacji, jak również w wielu reakcjach z użyciem kultur bakteryjnych wrażliwych na duże naprężenia styczne.

Pomocą w rozwiązaniu tego problemu były wyniki rozważań badaczy zajmujących się teorią chaosu. Przy końcu lat 80. i na początku lat 90. ubiegłego wieku przeprowadzono wiele teoretycznych (Ottino, 1989; 1991) i doświadczalnych prac związanych z dwuwymiarowym przepływem, periodycznie zmiennym, generowanym przez obracające się niecentryczne cylindry (Aref i Balachandar, 1986; Ottino, 1989) albo przez ściankę aparatu wnekowego (Leong i Ottino, 1989; Ottino, 1989) dla bardzo małych liczb Reynoldsa. Rozważania teoretyczne dostarczyły wielu pożytecznych informacji i wskazały kierunki, w jakich powinny być prowadzone badania doświadczalne, aby mieszanie w ruchu laminarnym można było skutecznie usprawnić. W odróżnieniu od mieszania ustalonego autorzy prac podstawowych z teorii chaosu sugerują, że skuteczną metodą na zaburzenie ustalonych trajektorii ruchu poszczególnych elementów płynu wzdłuż linii prądu jest mieszanie chaotyczne (*chaotic mixing*) przebiegające w polu prędkości zależnym od czasu. Stwierdzono jednak doświadczalnie, że nawet mieszanie chaotyczne nie zawsze likwiduje strefy IMRs w mieszalniku, które często współistnieją z obszarami dobrze wymieszanymi, zatem są one barierami mieszania laminarnego. Ottino, 1991 wykazał, że spójna struktura IMRs przybiera kształt przypominający kształt końskiej podkowy i może koegzystować z ruchem chaotycznym. Wykazał również, że struktury te można zachować nawet w zmiennym polu prędkości. Wiedząc jak można zachować strukturę IMRs, można było się pokusić o zaproponowanie metody niszczącej te struktury. Na początku lat 90. Liu i wsp., 1994 teoretycznie wykazali, że mieszanie w nieustalonym polu prędkości może jednak prowadzić do znaczącego usprawnienia samego procesu mieszania w ruchu laminarnym. Należy wprawdzie zauważyć, że przedstawione powyżej rozważania teoretyczne były skoncentrowane przede wszystkim na przepływach dwuwymiarowych, jednak istnieją również nieliczne prace dotyczące przepływów 3D (Khakhar i wsp., 1987; Stone i wsp., 1991), a ich wyniki były zgodne z pracami Ottino.

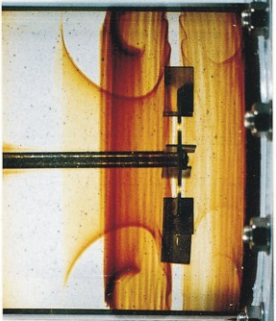
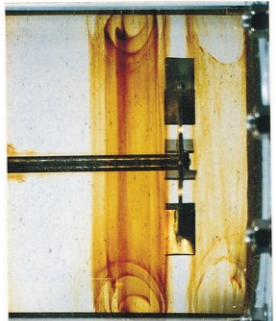
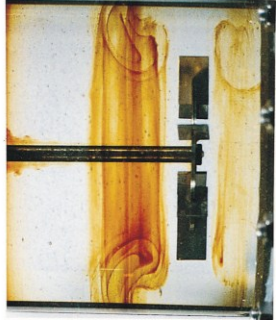
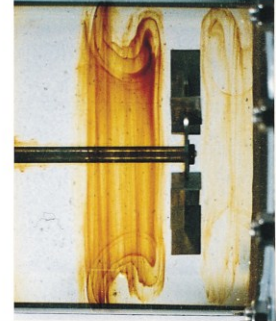
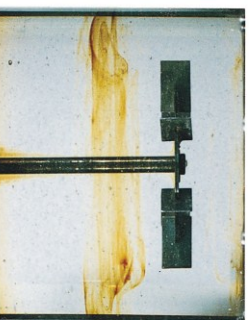
Szybkość homogenizacji cieczy wysokolepkich w ruchu laminarnym uzależniona jest nie tylko od wymiany elementów płynu pomiędzy sąsiednimi strugami cieczy, ale jest dodatkowo uzależniona od wielkości sił rozciągających

i zginających (*ang. folding*) działających na poszczególne elementy płynu. Siły te generuje obracające się mieszadło wewnątrz mieszalnika (*De La Villeon i wsp., 1998*). Jeśli w stanie ustalonym wprowadzimy jakiekolwiek zaburzenie, na przykład w postaci cyklicznie zmieniającej się częstości obrotowej mieszadła, wtedy zwiększamy wartość obu sił i nastąpi całkowita zmiana charakteru przepływu. Elementy cieczy zostaną uwolnione z przyporządkowanych im poszczególnych linii cyrkulacyjnych i zaczyna dominować ruch chaotyczny w mieszalniku (*Niederkom i wsp., 1994*).

Za pionierską pracę w zakresie stosowania mieszadeł o zmiennym kierunku obrotów i zmiennej częstości obrotowej uważa się pracę *Lamberto i wsp., 1996*. Doświadczalnie wykazali oni, że w zakresie przepływu laminarnego w mieszalniku zamiana ruchu ustalonego na ruch nieustalony prowadzi do likwidacji obszarów segregacji wewnątrz mieszalnika, czyli likwidacji pojedynczych izolowanych obszarów IMRs. Autorzy wykazali, że dla mieszadeł o działaniu osiowym lub promieniowym, stosując zmienne częstości obrotowe mieszadła lub zmieniając kierunek obrotów mieszadła, można skutecznie polepszyć jednorodność mieszaniny. Do badań stosowali ciecze o lepkości 100 Pas, co przy częstościach obrotowych od 50 obr/min do 100 obr/min dawało wartości liczb Reynoldsa rzędu $10 \div 20$. Przy mieszaniu ustalonym z częstością obrotową 100 obr/min, po 32 min mieszania uformowały się w mieszalniku dwa toroidalne pierścienie nad i pod mieszadłem, które nie ulegały wymieszaniu z pozostałą cieczą. Jeśli ten układ z uformowanymi dwoma obszarami segregacji poddawano następnie mieszaniu cyklicznemu, gdzie w ciągu 30 s częstość obrotowa narastała od 50 obr/min do 100 obr/min, a przez następne 30 s malała do wartości początkowej 50 obr/min, to po około 8 takich jednominutowych cyklach obszary segregowane można było uważać za wymieszane, gdyż praktycznie nie było różnic pomiędzy obszarem zawierającym początkowo pierścienie toroidalne a ich otoczeniem. Oznaczało to, że czasy zmieszania dla układu periodycznego uległy kilkukrotnemu skróceniu. Wykazano również (*Lamberto i wsp., 1996*), że umiejscowienie oraz rozmiar obszarów IMRs zależy od częstości obrotowej mieszadła w ruchu ustalonym a zmiana tej częstości pozwala na wprowadzenie do obszarów IMRs ujednoliconych pod względem składu elementów sąsiednich, co w dużym stopniu przyspiesza proces mieszania w przepływie laminarnym.

Dwa lata później podobne badania przeprowadzili *Yao i wsp., 1998*, prezentując jednocześnie wizualizację uzyskanych wyników doświadczalnych zamieszczonych na rys. 3.44.

Dwa pierścienie toroidalne nad i pod mieszadłem były uzyskane po 6 minutach mieszania cieczy bardzo lepkiej z częstością obrotową $N = 100$ obr/min. Następnie uzyskany tak układ mieszano przy zmiennych częstościach obrotowych (ich wartości umieszczono pod każdym zdjęciem na rys. 3.44).

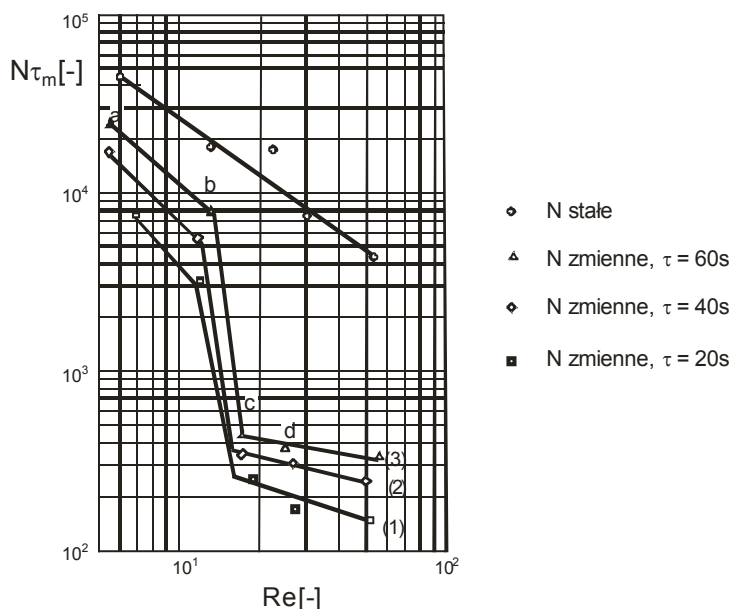
Trzeci cykl					
Piąty cykl					

Rys. 3.44. Toroidalne obszary IMRs nad i pod mieszadłem, Yao *wsp.*, 1998

Cały cykl składał się z czterech dwudziestosekundowych okresów, w których wartość N najpierw wzrastała z $50 \rightarrow 150$ obr/min, następnie była utrzymywana na stałym poziomie $N = 150$ obr/min, następnie zmniejszała się ze $150 \rightarrow 50$ obr/min i w ostatnim okresie była utrzymywana na stałym poziomie $N = 50$ obr/min. Na rys. 3.44 pokazany jest stan mieszaniny po trzecim i piątym cyklu, czyli po 240 i 400 s mieszania periodycznego.

W tej samej pracy *Yao i wsp., 1998* badali mieszadła pracujące nie tylko przy zmiennych wartościach częstości obrotowych, ale również przy zmiennych kierunkach obrotów. Zmienny był również czas τ określający narastanie lub zmniejszanie wartości N . Sekwencje zmian oraz graniczne wartości częstości obrotowych mieszadła przedstawiono poniżej, natomiast na rys. 3.47 przedstawiono wyniki końcowe, z których wynika, że im większe były wartości krańcowe stosowanych częstości obrotowych i krótsze czasy ich zmiany, tym krótsze były czasy zmieszania τ_m .

(1)	$\tau = 20$ s	(2)	$\tau = 40$ s	(3)	$\tau = 60$ s
	$N[\text{obr/min}]$		$N[\text{obr/min}]$		$N[\text{obr/min}]$
(a)	$50 \div -50$	(a)	$50 \div -50$	(a)	$50 \div -50$
(b)	$100 \div -100$	(b)	$100 \div -100$	(b)	$100 \div -100$
(c)	$150 \div -150$	(c)	$150 \div -150$	(c)	$150 \div -200$
(d)	$250 \div -250$	(d)	$250 \div -250$	(d)	$250 \div -250$



Rys. 3.45. Zależność czasów zmieszania od liczby Reynoldsa
(*Yao i wsp., 1998*)

Czas homogenizacji nie jest jedynym kryterium decydującym o przewadze mieszania w warunkach nieustalonych nad mieszaniem klasycznym. Innym w tym przypadku kryterium związanym z efektywnością mieszania może być wartość pracy, jaką należy dostarczyć do układu, aby uzyskać odpowiedni stopień homogenizacji. W przypadku mieszania w warunkach ustalonych wartość tej pracy wyraża zależność (3.171)

$$W = P \cdot \tau_m \quad [W] \quad (3.171)$$

gdzie $P[W]$ jest mocą mieszania w warunkach ustalonych i można ją określić z odpowiednich zależności korelacyjnych. Dla ruchu laminarnego moc mieszania określa się zazwyczaj równaniem (3.172), w którym stała A jest wielkością charakterystyczną dla danego mieszadła ($A = Lm \cdot Re$).

$$P = 2\pi N M = A N^2 d^3 \eta \quad (3.172)$$

W przypadku mieszania przy zmiennych częstościach obrotowych zmienia się w czasie moment obrotowy oraz moc mieszania. Zatem całkowita praca W będzie całką określoną równaniem (3.173), gdzie moment oporowy mieszadła jest zmienny w czasie

$$W = \int_0^{\tau_m} M \cdot 2\pi N d\tau \quad (3.173)$$

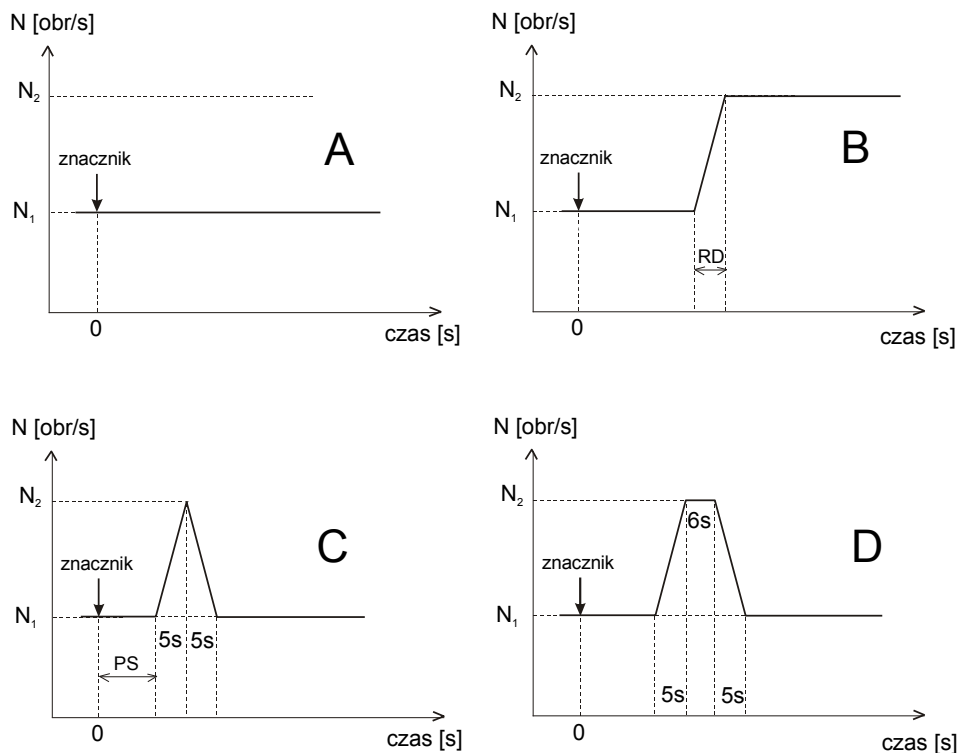
Łącząc równania (3.172) oraz (3.173), otrzymamy

$$W = A d^3 \eta \int_0^{\tau_m} N^2 d\tau \quad (3.174)$$

Czasy homogenizacji τ_m występujące w równaniu (3.171) oraz równaniach (3.173) i (3.174) nie mają jednak tych samych wartości, gdyż odnoszą się do dwóch różnych eksperymentów. Dlatego często sprowadza się je do tej samej wartości poprzez określenie z równania (3.175) dla warunków ustalonych takiej hipotetycznej częstości obrotowej mieszadła N_{eq} , przy której czas homogenizacji byłby równy czasowi τ_m zmierzonemu dla warunków nieustalonych przy identycznym kryterium określającym wartość τ_m

$$N_{eq} = \frac{K_m}{\tau_m} \quad (3.175)$$

Taką właśnie metodę określania obu porównywanych wartości W zastosowano w pracy (*Dieulot i wsp., 2002*). Autorzy zastosowali trzy różne sposoby zmiany częstości obrotowych N mieszadła wstęgowego typu PARAVICS®. We wszystkich przypadkach (rys. 3.46) wartość $N_1 = 0,667$ obr/s, natomiast wartość $N_2 = 1,333$ obr/s.



Rys. 3.46. Zmiana częstotliwości obrotowej N mieszadła wstęgowego
(Dieulot i wsp., 2002)

Uzyskane wyniki przedstawione są w tabeli 3.18, gdzie wartość W_{eq} oznacza energię obliczoną z zależności (3.171) oraz (3.172) dla określonych z równania (3.175) częstotliwości obrotowych N_{eq} .

Tabela 3.18. Porównanie energii niezbędnej do homogenizacji cieczy
w warunkach ustalonych (A) oraz nieustalonych (B, C, D)

	Warunki ustalone, A	B RD = 5 s	B RD = 15 s	C PS = 17 s	C PS = 10 s	C PS = 4 s	D rys. 3.46
Dośw. wartość τ_m [s]	80,7	33	38,5	60,7	58,5	65,1	53,3
W [W]	628	794	764	511	526	385	580
W_{eq} [W]	628	1535	1214	740	815	1036	981
Zysk energ. [%]	-	48,3	37,1	31,0	35,5	62,8	40,9

Wyniki zawarte w tabeli 3.18 wskazują, że w przypadku stosowania mieszadła wstęgowego o zmiennych obrotach można zaoszczędzić nawet ponad 60% energii (przypadek C dla czasu PS = 10 s). Dla innych cykli zmian częstotliwości obrotowych mieszadła oszczędności te wynoszą 30÷40%.

Jak wynika z analizy przedstawionych powyżej prac, z punktu widzenia czasów mieszania, jak również z punktu widzenia efektywności ich pracy, stosowanie mieszadeł o zmiennej częstotliwości obrotów jest jak najbardziej uzasadnione. Aby ocenić celowość takiego rozwiązania należy jednak wziąć dodatkowo pod uwagę koszty inwestycyjne oraz problemy konstrukcyjne, jakie należy ponieść i pokonać podczas aplikacji tego rozwiązania. Zwiększone koszty inwestycyjne są najprawdopodobniej głównym hamulcem przy stosowaniu nowatorskich rozwiązań konstrukcyjnych mieszadeł o zmiennych częstotliwościach obrotowych i zmiennym kierunku obrotów. Dlatego też najprawdopodobniej przedstawione powyżej powody zadecydowały, że mieszadła o cyklicznie zmiennym kierunku obrotów nie znalazły jak do tej pory powszechnego zastosowania.

Literatura

1. Abragimowicz A., (1999), *Badania transportu masy i ciepła w obszarze przyściennym mieszalnika cieczy*, Praca doktorska, Politechnika Szczecińska, Szczecin.
2. Akse H., Beek W.J., van Berkel F.C., de Graauw J., (1967), The local heat transfer at the wall of a large vessel agitated by turbine impellers, *Chem. Eng. Sci.*, **22**, 2, 135-146.
3. Aref H. and Balachandar S., (1986), Chaotic advection in a Stokes flow, *Phys. Fluids*, **29**, 3515-3521.
4. Bakker A., Gates L.E., (1995), Properly choose mechanical agitators for viscous liquids, *Chem. Eng. Progress*, **91**, 25-34.
5. Bakker A. and Gates L., (1995), Properly choose mechanical agitators for viscous liquids, *Chem. Eng. Progress*, **91**, (12), 25-34.
6. Bartelmus G., (1986), Eksperymentalne wyznaczanie współczynników wnikania masy na granicy faz ciecz-ciało stałe w kolumnach wypełnionych. I. Podstawy elektrochemicznej metody pomiaru współczynników wnikania k_{LS} . Eksperymentalne wyznaczanie k_{LS} dla jednofazowego przepływu cieczy w dół przy zalanym złożu, *Inż. Chem. i Proc.*, **7**, 4, 527-543.
7. Biggs R.D., (1963), Mixing rates in stirred tanks, *AIChE J.*, **9**, 636-640.
8. Bird R., Armstrong C., Hassager O., (1987), *Dynamics of Polymeric Liquids*, Vol.1, Fluid Mechanics, Wiley, New York.
9. Błasiński H., Heim A., Kuncewicz C., (1975), Wnikanie ciepła do węzownic podczas mieszania cieczy nieniutonowskich mieszadłami kotwicowymi, *Inż. Chem.*, **V**, 4, 705-715.
10. Błasiński H., Kuncewicz C., (1979), Wymiana ciepła podczas mieszania cieczy pseudoplastycznych mieszadłami wstęgowymi, *Inż. Chem.*, **IX**, 2, 313-321.
11. Błasiński H., Kuncewicz Cz., (1978), Moc mieszania mieszadłami wstęgowymi w ruchu laminarnym, przejściowym i częściowo burzliwym, *Inż. Chem.*, **VIII**, 4, 807-817.
12. Błasiński H., Rzyski E., (1980), Power requirements of helical ribbon mixers, *Chem. Eng. J.* **19**, 157-160.

13. Boger D., Binnigton R., (1977), Separation of elastic and shear thinning effects in capillary rheometer, *Trans. Soc. Rheol.*, **21**, 515-534.
14. Bornue J., Butler H., (1965), *Mixing Theory Related to Practice*, London, The Institute of Chemical Engineers.
15. Bourne J., Butler H., (1969a), Power consumption of helical ribbon impellers in viscous liquids, *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **47**, 263-270.
16. Bourne J.R., Butler H., (1969b), An analysis of the flow produced by helical ribbon impellers, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **47**, 11-17.
17. Bourne J.R., Knoepfli W., Riesen R., (1979), Batch and continuous blending of Newtonian fluids using helical ribbon impellers. *The 3rd European Conference on Mixing*, York, England, 1-14.
18. Brito de la Fuente E., Leuliet J.C., Choplin L., (1990 a), Mixing in rheologically complex fluids. *Golden jubilee meeting of the British society of rheology and 3rd European rheology conference*, Edinburgh, United Kingdom, 72-75.
19. Brito-de la Fuente E., Leuliet J.C., Choplin L., Tanguy P.A., (1990 b), Mixing and circulation times in rheologically complex fluids, *AIChE Symp. Ser.*, **121**, 76-96.
20. Brito-de la Fuente E., Leuliet J., Choplin L., Tanguy A., (1991), On the effect of shear-thinning behaviour on mixing with a helical ribbon impeller, *Chem. Eng. Res. & Des.*, **69**, 324.
21. Brito-de la Fuente E., Leuliet J., Choplin L., Tanguy P., (1992), On the effect of shear-thinning behaviour on mixing with helical ribbon, *AIChE Sym., Series* (286), **88**, 28-32.
22. Brito-de la Fuente E., Choplin L., Tanguy P., (1997). Mixing with helical ribbon impellers. Effect of highly shear thinning behaviour and impeller geometry, *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **75**, Part A, 45-52.
23. Calderbank P., Moo-Young M., (1961), The power characteristics of agitators for the mixing of Newtonian and Non-Newtonian fluids, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **39**, 337-347.
24. Carreau P.J., Patterson I., Yap C.Y., (1976), Mixing of viscoelastic fluids with helical-ribbon agitators - I. Mixing time and flow patterns, *The Can. J. Chem. Eng.*, **54**, 135-142.
25. Carreau P., Paris J., Guerin P., (1992), Mixing Newtonian and non-Newtonian liquids: screw agitator and draft coil system, *Can. J. Chem. Eng.*, **70**, 1071.
26. Carreau P., Chhabra R., Cheng J., (1993), Effect of rheological properties on power consumption with helical ribbon agitators, *A.I.Ch.E. J.*, **39**, N°9, 1421-1430.
27. Caussanel-Laurent O., (1990), *Agitation industrielle de fluides visqueux newtoniens et pseudoplastiques - Approches expérimentale et numérique*, Ph. D. Thesis, I.N.P. Toulouse, France.
28. Chavan V., Jhaveri A., Ulbrecht J., (1972), Power consumption for mixing of inelastic non-Newtonian fluids by helical screw agitators, *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **50**, 147-155.

29. Chavan V., Ulbrecht J., (1972), Power correlation for helical ribbon impellers in inelastic non-newtonian fluids, *The Chem. Eng. J.*, **3**, 308-311.
30. Chavan V., Ulbrecht J., (1973a), Power Correlation for Close-Clearance Helical Impellers in Non-Newtonian Liquids, *Ind. Eng. Chem. Des. Develop.*, **12**, (4), 472-476.
31. Chavan W., Ulbrecht J., (1973b), Internal circulation in vessels agitated by screw impellers, *The Chem. Eng. J.*, **6**, 213-223.
32. Chavan V., Ulbrecht J., (1974), Power correlation for close-clearance helical impellers in non-newtonian liquids, *Ind Eng. Chem. Process Des. and Dev.*, **12**, N° 4, 472-476, (1973) z korektą *Ind. Eng. Process Des. and Dev.*, **13**, N°3, 309.
33. Chavan W., Ford D.E., Arumugam M., (1975), Influence of fluid rheology on circulation mixing and blending, *The Can. J. Chem. Eng.*, **53**, 628-635.
34. Chavan V., (1983), Close-Clearance Helical Impellers: A Physical Model for Newtonian Liquids at Low Reynolds Numbers, *AIChE Journal*, **29**, (2), 177-185.
35. Cheng J., Carreau P., (1994a), Areated mixing of viscoelastic fluids with helical fluids with helical ribbon impellers, *Chem. Eng. Sci.*, **49**, (12), 1965-1972.
36. Cheng J., Carreau P., (1994b), Mixing in the transition flow regime with helical ribbon agitators, *Can. J. Chem. Eng.*, **72**, 418-430.
37. Cheng J., Carreau P., (1995), On the effect of wall and bottom clearance on mixing of viscoelastic fluids, *Industrial Mixing Fundamentals with Applications, AIChE Symposium Series* N°305, **91**, 116-122.
38. Chilton T.H., Drew T.B., Jebens R.H., (1944), Heat transfer coefficient in agitated vessel, *Ind. Eng. Chem.*, **36**, 6, 510-516.
39. Chowdhury R., Tiwari k., (1979), Power consumption studies of helical ribbon-screw mixers, *Ind. Eng. Chem., Process Design and Development*, **18**, (2), 227-231.
40. Coyle C.K., Hirschland H.E., Michel B.J., Oidshue J.Y., (1970a), Mixing in viscous liquids, *AIChE J*, **16**, 903-906.
41. Coyle C.K., Hirschland H.E., Michel B.J., Oldschue J.Y., (1970b), Heat Transfer to Jackets with Cloce-Clearance Impellers in Viscous Materials, *Can. J. Chem. Eng.*, **48**, 275.
42. Cudak M., (2004), *Wymiana ciepła i pędu w mieszalniku z niecentrycznie zabudowanym mieszadłem*, praca doktorska wykonana w Politechnice Szczecińskiej na Wydziale Technologii i Inżynierii Chemicznej.
43. De La Villieon J., Bertrand F., Tanguy P.A., Labrie R., Bousquet J., Lebeuvier D., (1998), Numerical inwetigation of mixing efficiency of helical ribbons, *AIChE J*, **44**, (4), 972-977.
44. Dekee D., Carreau P., (1986), Bubble velocity and coalescence in viscoelastic fluids, *Chem.Eng. Sci.*, **42**, 2273-2283.
45. Delaplace G., Leuliet J.C., (1997), Prediction des facteurs Kp et Ks pour des agitateurs a rubans helicoidaux traitant des fluides, *Récents Progrés en Génie des Procédés*, **11**, 31-336.

46. Delaplace G., Leuliet J., (2000a), Power consumption of Helical ribbon impellers in highly viscous liquids-a review, *Entropie*, **227**, 10-21.
47. Delaplace G., Torrez C., Andre C., Leuliet J., Fillaudeau L., (2000b), CFD simulation of food staff flows in an agitated vessel, *Proc. 1st Inter. Conf. on Simulation in Food and Bio Industries, Nantes, Francia*, 289-291.
48. Delaplace G., Torrez C., Andre C., Belaubre N., Loisel P., (2000c), Numerical simulation of flow of Newtonian fluids In an agitated vessel equipped with of non standard helical ribbon impellers, *Proc. 10th Euro. Conf. Mixing, Delft, Holandia*, 289-296.
49. Delaplace G., Lueliet J., Relandeau V., (2000a), Circulation and mixing times for helical ribbon impellers. Review and experiments, *Experiments in fluids*, **28**, 170-182.
50. Delaplace G., Torrez C., Leuliet J.C., Belaubre N., Andre C., (2001), Experimental and CDF simulation of heat transfer to highly viscous fluids in an agitated vessel equiped with a non standard helical ribbon impeller, *Trans.Inst. Chem. Eng*, **79**, 927-937.
51. Desouza A., Pike R., (1972), Fluid Dynamics and Flow Patterns in Stirred Tanks with a Turbine Impeller, *Can. J. Chem. Eng.*, **50**, 15-23.
52. Dieulot J.Y., Delaplace G., Guerin R., Brienne J.P., Leuliet J.C., (2002), Laminar mixing performance of a stirred tank equipped with helical ribbon agitator subjected to steady and unsteady rotational speed, *Trans. Inst. Chem. Eng*, **80**, Part A, 335-343.
53. Dong L., Johansen S., Engh T., (1994), Flow induced by an impeller in an unbaffled tank - I Experimental, *Chem. Eng. Sci.*, **49**, 549-560.
54. Dunlap I., Rushton J., (1953), Heat transfer coefficient in liquid mixing vertical-tube baffles, *Chem. Eng. Progr.*, **49**, (5), 137-151.
55. Dziubiński M., Kiljański T., Sęk J., (2009), *Podstawy reologii i reometrii płynów*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej.
56. Edney H.G.S., Edwards M.F., (1976), Heat transfer to non-Newtonian and aerated fluids in stirred tanks, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **54**, 160-166.
57. Edwards M., Godfrey J., Kashani M., (1976), Power requirement for the mixing of thixotropic liquids, *J. of non-Newtonian Fluids Mech.*, **1**, 309-322.
58. Epinosa-Solares T., Brito-de La Fuente E., Tacante A., Tanguy P., (1997), Power consumption of dual turbine-helical ribbon impellers in ungassed conditions, *Chem. Eng. Journal*, **67**, 215-219.
59. Ferguson J., Kembłowski Z., (1995), *Reologia stosowana płynów*, Wydawnictwo MARCUS, Łódź.
60. Ford D., Ulbrecht J., (1975), Blending of polymer solution with different rheological properties, *AIChEJ*, **21**, (6), 1230-1233.
61. Ford D.E., Mashelkar R.A., Ulbrecht J., (1972), Mixing times in newtonian and non-newtonian fluids, *Process Technol. Int.*, **17**, 803-807.

62. Fořt I., Medek J., Placek J., Hulanek M., (1975), Hydraulic characteristics of paddle impellers with flat inclined blades, Mixing XLII., *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **40**, 11, 3443-3458.
63. Fořt I., Placek J., Stręk F., Jaworski Z., Karcz J., (1978), Heat and momentum transfer in the wall region of a cylindrical vessel mixed by a turbulent impeller, *Collect. Czechoslov. Chem. Commun.*, **44**, 685-699.
64. Gelus M., Le Cardinal G., Germain E., (1979), Choix d'un agitateur lorsque la viscosité varie de 1 centipoise à 2000, *Entropie*, **88**, 54-59.
65. Głuz M., Pawłuszenko L., (1966), Czasy homogenizacji podczas mieszania cieczy nieniu-tonowskich, *Zh. Prikl. Khim.*, **39**, 2288.
66. Głuz M., Pawłuszenko I., (1966), Doświadczalne badania wymiany ciepła podczas mieszania cieczy nieniu-tonowskich, *J. Appl. Chem. ZSRR*, **39**, 2475-2483.
67. Głuz M., Pawłuszenko I., (1967), Power consumption in agitation of non-newtonian fluids, *Zhurn. Prikladn. Khim.*, **40**, (7), 1485-1490.
68. Gray J.B., Batch mixing of viscous liquids, (1963), *Chem. Eng. Progress*, **59**, 55-59.
69. Guerin P., Carreau P.J., Patterson W.I., Paris J., (1984), Characterization of helical impellers by circulation times, *The Can. J. Chem. Eng.*, **62**, 301-309.
70. Gzowski S., (1960), Badanie hydrodynamiki strumienia cieczy podczas mieszania mieszadłami turbinowo-łopatkowymi, *Chim. Maszynostr.*, **1**, 17-20.
71. Haam S., Brodkey R.S., Fasano J.B., (1992), Local heat transfer in a mixing vessel using heat flux sensors, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **31**, 3, 1384-1391.
72. Haam S., Brodkey R.S., Fasano J.B., (1993), Local heat transfer in a mixing vessel using high-efficiency impeller, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **32**, 3, 575-576.
73. Hackl A., Wittmer W., (1967), Zum Wärmeübergang in innenbeheizten Rührgefäßen, *Chem. Ing. Techn.*, **39**, 13, 789-791.
74. Hagedorn D., Salamone J.J., (1967), Batch heat transfer coefficients for pseudoplastic fluids in agitated vessels, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Devel.*, **6**, 469-475.
75. Hall K.R., Godfrey J.C., (1968), The mixing rates of highly viscous newtonian and non-newtonian fluids in a laboratory sigma-blade mixer, *Trans. Instn. Chem. Engr.*, **46**, 205-211.
76. Hall K., Godfrey J., (1970), Power consumption by helical ribbon impeller, *Trans. Inst. Chem. Engrs*, **48** 201-208.
77. Harnby N., Edwards M., Nienow A., (1992), *Mixing in the Process Industries*, Butterworths, London.
78. Harriot P., (1959), Heat transfer in scraped-surface heat exchangers, *Chem. Eng. Prog.*, **55**, 137-139.
79. Havas G., Sawinsky J., Deak A., (1978), Investigation of the homogenization efficiency of the screw agitator, helical ribbon agitator, gate type anchor impeller and the multi-paddle agitator in the mixing of high-viscosity newtonian liquids, *Periodica Polytechnica Chem. Eng.*, **22**, 317-330.

80. Hiby J.W., (1981), Definition and measurement of the degree of mixing in liquid mixtures, *Int. Chem. Eng.*, **21**, 197-204.
81. Hirose T., Murakami Y., (1986). Two-dimensional viscous flow model for power consumption in close-clearance agitators, *J. Chem. Eng. Japan*, **19**, (6), 568-574.
82. Ho F., Kwong A., (1973), A guide to designing, *Chem. Eng.*, 95-104.
83. Hobler T., (1968), *Ruch ciepła i wymienniki*, WNT, Warszawa.
84. Hoogendoorn C.J., Den Hartog A.P., (1967), Model studies on mixers in the viscous flow region, *Chem. Eng. Sci.*, **22**, 1689-1699.
85. Hruby M., (1966), Vztah mezi disipací mechanické energie a přestupem tepla u nadob s míchadly, *Chem. průmysl*, **16/41**, 8, 372-375.
86. Johnson R.T., (1967), Batch mixing of viscous liquids, *Ind. Eng. Chem. Process Des. and Dev.*, **6**, 340-345.
87. Kaminoyama M. and Kamiwano M., (1994), Numerical Analysis of Reaction Process of Highly Viscous Liquid in a Stirred Vessel Equipped with a Double Helical Ribbon Impeller, *Proceedings of 8th European Conference on Mixing*, pp. 541-548, Cambridge, U.K.
88. Kaminoyama M., Saito F. and Kamiwano M., (1990), Flow Analogy of Pseudoplastic Liquid in Geometrically Similar Stirred Vessels Based on Numerical Analysis, *J. Chem. Eng. Japan*, **23**, 214-221.
89. Kaminoyama M., Arai K. and Kamiwano M., (1994), Numerical Analysis of Power Consumption and Mixing Time for a Pseudoplastic Liquid in Geometrically Similar Stirred Vessels with Several Kinds of Plate-type Impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **27**, 17-24.
90. Kaminoyama M., Watanabe M., Nishi K., Kamiwano M., (1999), Numerical simulation of local heat transfer coefficient in stirred vessel with impeller for highly viscous fluids, *J. Chem. Eng. Japan*, **32**, (1), 23-30.
91. Käppel M., (1979 a), Development and application of a method for measuring the mixture quality of miscible liquids - I. State of research and theoretical principles, *Int. Chem. Eng.*, **19**, 196-215.
92. Käppel M., (1979 b), Development and application of a method for measuring the mixture quality of miscible liquids - II. Experimental arrangement and experimental procedures, *Int. Chem. Eng.*, **19**, 431-445.
93. Käppel M., (1979 c), Development and application of a method for measuring the mixture quality of miscible liquids. III. Application of the new method for highly viscous newtonian liquids, *Int. Chem. Eng.*, **19**, 571-590.
94. Käppel M., (1979), Development and application of a method for measuring the mixture quality of miscible liquids. III. Application of the new method for highly viscous newtonian liquids, *Int. Chem. Eng.*, **19**, 571-590.
95. Käppel M., Seirbring H., (1970), Power requirement and mixing time in the mixing of high-viscosity liquids with the helical impeller, *Verfahrenstechnik*, **4**, 470-475.

96. Karasiew I., Gzowski S., (1964), Obliczanie mocy dla mieszadeł kotwicznych oraz łopatkowych, *Chim. Nieft. Maszynostr.*, **6**, 16-20.
97. Karcz J., (1978), Badania lokalnej wymiany ciepła w mieszalnikach cieczy, *I Ogólnopolskie Seminarium „Mieszanie”*, s. 35, Łódź.
98. Karcz J., Michalska M., Stręk F., (1995), Wymiana ciepła w mieszalniku zaopatrzonym w pionowe rurowe elementy grzejne, *Materiały Konferencyjne, Tom. II*, 75-78, *XV Ogólnopolska Konferencja Naukowa Inżynierii Chemicznej i Procesowej*, 12-15.09.1995
99. Kembłowski Z., (1973), *Reometria płynów nienewtonowskich*, WNT, Warszawa.
100. Khakhar D., Franjione C., Ottino, J., (1987), A case study of chaotic mixing in deterministic flows: the portioned pipe mixer, *Chem. Eng. Sci.*, **42**, 2909-2926.
101. Khang S.J., Levenspiel O., (1976), New scale-up design method for stirrer agitated batch mixing vessels, *Chem. Eng. Sci.*, **31**, 569-577.
102. Kramers G., Baars M., Knoll W.H., (1953), A comparative study on the rate of mixing in stirred tank, *Chem. Eng. Sci.*, **2**, 35-42.
103. Kuncewicz C., (1976), *Zależność współczynników wnikania ciepła od mocy mieszania dla układów nienewtonowskich*, Praca doktorska wykonana w Instytucie Inżynierii Chemicznej Politechniki Łódzkiej, Łódź.
104. Kuncewicz C., (1992), Three-dimensional model of laminar liquid flow for paddle impellers and flat-blade turbines, *Chem. Eng. Sci.*, **47**, 3959-3967.
105. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., (2001), Hydrodynamic model of a mixing vessel with pitched-blade turbines, *Chem. Eng. Sci.*, **56**, 46509-4672.
106. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., Szulc K., (2001), Modelowanie hydrodynamiki mieszalnika dla mieszadeł wstęgowych pracujących w ruchu laminarnym, *Inż. Chem. Proc.*, **22**, 461-481.
107. Kuncewicz C., (2002), Modelling of heat transfer for pitched-blade turbines operating in laminar range of mixing, *Chem. Eng. Sci.*, **57**, 4533-4538.
108. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., Niedzielska A., (2002), Modelowanie wymiany ciepła w mieszalniku z mieszadłami wstęgowymi, *Inż. Chem. Proc.*, **23**, 21-38.
109. Kuncewicz C., Szulc K., Kurasiński T., (2005), Hydrodynamics of the tank with a screw impeller, *Chem. Eng. Process*, **44**, 766-774.
110. Kuncewicz Cz., Pietrzykowski M., (2010), A 3D/2D hybrid model for flat blade impellers operating in the laminar flow, *Chem. Proc. Eng.*, **31**, 289-302.
111. Kuriyama M., Ohta M., Yanagawa K., Arai K., Saito S., (1981), Heat transfer and temperature distributions in an agitated tank equipped with helical ribbon impeller, *J. Chem. Eng. Japan*, **14**, (4), 323-330.
112. Kuriyama M., Arai K., Saito S., (1983), Mechanism of heat transfer to pseudoplastic fluids in an agitated tank with helical impeller, *J. Chem. Eng. Japan*, **16**, (6), 489-494.
113. Lamberto D.J., Muzzio F.J., Swanson P.D., Tonkovich A.L., (1996), Using time-dependent RPM to enhance mixing in stirred vessels, *Chem. Eng. Sci.*, **51**, (5), 733-741.

114. Latinen A, (1959), Correlation of scraped film heat transfer in the votator, *Chem. Eng. Sci.*, **9**, 263.
115. Le Lan A., Angelino H., (1975), Study of the analogy between heat and mass transfer to the wall of a stirred tank, *Intern. J. Heat Mass Transfer*, **18**, 163-167.
116. Leong C. and Ottino J., (1989), Experiments on mixing due to chaotic advection in a cavity, *J. Fluid Mech.*, **209**, 463-499.
117. Leuliet J.C., Brito-de la Fuente E., Choplin L., (1991), Consommation de puissance pour les cuves agitées mécaniquement par des agitateurs hélicoïdaux traitant des milieux fortement visqueux newtoniens, pseudoplastiques et viscoélastiques, *Récents Progrès en Génie des Procédés*, **5**, 69-74.
118. Leuliet J.C., Brito-de la Fuente E., Choplin L., (1992), Mixing of elastic fluids with an helical ribbon impeller, *Entropie*, **28**, 53-58.
119. Liu M., Muzzio F., Peskin R., (1994), Quantization of mixing In aperiodic chaotic flows, *Chaos. Solitons. Fractal*, **4**, 869.
120. Major M., (2000), Badania wnikania ciepła od pionowej węzownicy do cieczy pseudoplastycznej poddawanej mieszaniu w zbiorniku z mieszadłem obrotowym Praca doktorska wykonana w Zakładzie Inżynierii Chemicznej i Procesów Reaktorowych Politechniki Szczecińskiej, Szczecin.
121. Manna L., (1979), Comparison between physical and chemical methods for the measurement of mixing time, *The Chem. Eng. J.*, **67**, 167-173.
122. Masiuk S., Łacki H., Stręk F., (1992), Power consumption and mixing times for liquid mixing in a ribbon mixer, *The Chem. Eng. J.*, **48**, 135-140.
123. Masiuk S., Łacki H., (1993), Power consumption and mixing times for newtonian and non-newtonian liquids mixing in a ribbon mixer, *The Chem. Eng. J.*, **52**, 13-17.
124. Masiuk S., Łacki H., (1995), Equations for calculation of power consumption, mixing time and mixing energy for helical ribbon agitators, *Inż. Chem. Proc.*, **1**, 183-193.
125. Mersmann A., Einkenkel W., Käppel M., (1975), Auslegung und Maßstabsvergrößerung von Rührapparaten, *Chem. Ing. Tech.*, **47**, 953.
126. Metzner A., Otto R. (1957), Agitation of non-newtonian fluids, *Am. Inst. Chem. Eng. J.*, **3**, 3-10.
127. Metzner A.B., Taylor J.S., (1960), Flow pattern in agitated vessels, *AIChE J*, **6**, (1), 109-114.
128. Mitsuishi M., Miyairi Y., Katamine T., (1973), Heat transfer to newtonian fluids in an agitated vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **6**, (5), 409-415.
129. Mitsuishi N., Miyairi Y., (1973), Heat transfer to Non-Newtonian fluids in an agitated vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **6**, (5), 415-420.
130. Murakami Y., Katsumasa F., Takafumi S., Yamada A., Asano K., (1972), Evaluation of performance of mixing apparatus for high viscosity Fluids, *J. Chem. Eng. Japan*, **5**, 297-303.

131. Murugesan T., Degaleesan T., (1992), Hold up, interfacial area and power requirement in turbine agitated gas-liquid contactors, *Chem. Eng. Commun.*, **117**, 263-278.
132. Nagata S., (1975), *Mixing. Principles and applications*, John Wiley & Sons, New York.
133. Nagata S., Nishikawa M. i wsp., (1972 a), Heat transfer to vessel wall by helical ribbon impeller in highly viscous liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **5**, (1), 83-85.
134. Nagata S., Nishikawa M. i wsp., (1972 b), Heat transfer to cooling coil acting as rotating impeller in highly viscous liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **5**, (2), 187-192.
135. Nagata S., Nishikawa M., Katsube T., Takaish K., (1972), Mixing of highly viscous non-newtonian liquids, *Int. Chem. Eng. Japan*, **12**, 175-182.
136. Nagata S., Nishikawa M., Tada H., Gohot., (1971), Power consumption of mixing in pseudoplastic liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **4**, (1), 72-76.
137. Nagata S., Yanagimoto M., Yokoyama T., (1956), Studies on the mixing of high viscous liquids. *Memoirs of the faculty of engineering*, Kyoto University, **18**, 444-460.
138. Netusil J., Rieger F., (1993), Power consumption of screw and helical ribbon agitators in highly viscous pseudoplastic fluids, *The Chem. Eng. J.*, **52**, 9-12.
139. Niederkom T., Ottino J., (1994), Chaotic mixing of shear-thinning fluids, *AIChE J*, **40** (11) 1782-1793.
140. Niedzielska A., (2003), *Modelowanie wymiany ciepła dla mieszadeł wstęgowych*, Praca doktorska, Politechnika Łódzka, Łódź.
141. Niedzielska A., Kuncewicz C., (2005), Heat transfer and power consumption for gibbon impellers. Mixing efficiency, *Chme. Eng. Sci.*, **60**, 2439-2448.
142. Nienow A., Wisdom D., Salomon J., (1983), The effect of rheological complexities on power consumption in an aerated agitated vessel, *Chem. Eng. Commun.*, **19**, 273.
143. Nomura T., Uchida T., Yakahashi K., (1997), Enhancement of mixing by unsteady agitation of an impeller in an agitated vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **30**, (5), 875-879.
144. Novak V., Rieger F., (1969), Homogenization with helical screw agitators, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **47**, 335-340.
145. Novak V., (1970), *C.Sc Thesis*, Statni Technicks Knihowna CSR, Narodni Knohovna, Praha 1.
146. Novak V., Rieger F., (1975), Homogenization efficiency of helical ribbon and anchor agitators, *Chem. Eng. J.*, **9**, 63-70.
147. Novak V., Rieger F., (1977), Influence of vessel to screw diameter ratio on efficiency of screw agitators, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **55**, 202-206.
148. Novak V., Rieger F., (1979), Výpočet příkonu rychloběžných michadel přmichani pseudoplastických kapalin, *Chem. Prům.*, (6), 285-290.
149. Oldshue J.Y., Gretton A.T., (1954), Helical coil heat transfer in mixing vessel, *Chem. Eng. Progr.*, **50**, 12, 615-621.
150. Oldshue J., (1983), *Fluid Mixing Technology*, McGraw-Hill, New York .
151. Ottino J., (1989), *The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport*, Cambridge University Press, Cambridge.

152. Ottino J., (1991), Unity and diversity in mixing: stretching, diffusion, breakup, and aggregation in chaotic flow, *Phys. Fluids*, A 5, 1417-1430.
153. Patterson W.I., Carreau P.J., Yap C.Y., (1979), Mixing with helical ribbon agitators, Part II. Newtonian fluids, *AIChE J.*, **25**, 508-516.
154. Perng C., Murthy, J., (1993), A moving-deforming-mesh technique for simulation of flow in mixing tanks, In *Process Mixing: Chemical and Biochemical Applications*. Part II, Wydane przez G. B. Tatterson, R. V. Calabrese and W. R. Penney, A.I.Ch.E. Symp. Series.
155. Post T.A., (1983), *Geometrical influences on local and total mass and heat transfer in an agitated vessel*, Diss. ETH, No 7249, Switzerland, Zurich.
156. Prochazka J., Landau J., (1961), Studies on mixing - XII. Homogenization of miscible liquids in the turbulent region, *Collection Czechoslov. Chem. Commun.*, **26**, 2961-2973.
157. Prud'homme R., Shagfeh E., (1984), Effect of Elasticity on Mixing Torque Requirements for Rushton Turbines, *AIChE J.*, **30**, 485.
158. Rai C., Devotta I., Rao P., (2000), Heat transfer to viscous Newtonian and non-Newtonian fluids using helical agitator, *Chem. Eng. J.*, **79**, 73-77.
159. Rautenbach R., Bollenrath F.M, (1979), *German Chem. Eng.*, **2**, 18-24, (cyt. za Shamlou i Edwards, 1986).
160. Reher E., Bohm R., (1970), Rühren nicht-New-tonscher Flüssigkeiten, *Chem.Technol.*, **22**, 136-140.
161. Rieger F., Novak V., (1973), Power consumption of agitators of highly viscous non-newtonian liquids, *Trans. Instn. Chem. Engrs*, **51**, 105-111.
162. Rieger F., Novak V., Havelkova D., (1983), Power consumption of helical ribbon agitators, *Applied Chemistry Unit Operations et Processes, Conference Vezprem*, **3**, 148 -153
163. Rieger F. Novak V., (1986), Homogenization efficiency of helical ribbon agitators, *The Chem. Eng. J.*, **33**, 143-150.
164. Ryan D.F., Jansen L.P., Van Dierendonck L.L., (1988), Circulation time prediction in the scale up of polymerization reactors with helical ribbon agitators, *Chem. Eng. Sci.*, **43**, 1961-1966.
165. Saito F., Kamiwano M., (1987), A technique for prediction of the mixing time of high-viscosity liquid-mixing systems with negligible diffusivity of solute, *The Chem. Eng. J.*, **36**, 93-100.
166. Sandall O., Patel K., (1970), Heat transfer to non-Newtonian pseudoplastic fluids in agitated vessel, *Ind. Eng. Chem. Des. Devel.*, **9**, (1), 139-144.
167. Sasakura T., Kato Y., Yamamuro S., Ohi N., (1980), Mixing process in a stirred vessel, *Int. Chem. Eng.*, **20**, 251-258.
168. Sawinsky J., Havas G., Deak., (1976), Power requirement of anchor and helical ribbon impellers of agitating Newtonian and pseudo-plastic liquids, *Chem. Eng. Sci.*, **31**, 507-509.
169. Schlichting H., (1968), *Boundary Layer Theory* (6th Ed.), McGraw-Hill.

170. Seichter P., (1981a), Process characteristics of screw impeller with a draught tube for newtonian liquids. Pumping capacity of the impeller, *Coll. Czechoslovak Chem. Commun.*, **46**, 2021-2031.
171. Seichter P., (1981b), Process characteristics of screw impeller with a draught tube for newtonian liquids. Time of homogenization, *Coll. Czechoslovak Chem. Commun.*, **46**, 2032-2042.
172. Shamlou P., Edwards M., (1985), Power consumption of helical ribbon mixers in viscous newtonian and non-newtonian fluids, *Chem. Eng. Sci.*, **40**, (9) 1773-1781.
173. Shamlou P.A., Edwards M.F., (1986), Heat transfer to viscous Newtonian and non-Newtonian fluids for helical ribbon mixers, *Chem. Eng. Sc.*, **41**, (8), 1957-1967.
174. Shiue S.J., Wong C.W., (1984), Studies on homogenization efficiency of various agitators in liquid blending, *The Can J. Chem. Eng.*, **62**, 602-609.
175. Sieder E.N., Tate G.E., (1936), Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes, *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 12, 1429-1435.
176. Soliman M.G., (1985), Agitation de fluides visqueux pseudoplastiques par un double ruban helicoidal. Thesis, I.N.P. Toulouse, France.
177. Stone H., Nadim A., Strogatz S., (1991), Chaotic streamlines inside drops immersed in steady Stokes flows, *J. Fluid Mech.*, **232**, 629-646.
178. Stręk F., (1977), Michani a michaci zarizeni (tłum.czeskie uzupełn. Fort I., Kratky J., Vlcek J.), Praha, SNTL.
179. Stręk F., Karcz J., Góra W., (1978), Patent PRL P 262 943.
180. Stręk F., Jaworski Z., Karcz J., (1980), Badanie rozkładu współczynnika wnikania ciepła na ścianie mieszalnika cieczy, *Inż. Chem. Proc.*, **1**, 4, 841-858.
181. Stręk F., (1981), *Mieszanie i mieszalniki*, WNT, Warszawa.
182. Stręk F., Karcz J., (1987), A local heat transfer for a gas – liquid system In an agitated vessel, *Proccedings of 9th International Congress of Chemical Engineering, Chemical Equipment Design and Automation*, Paper E9, 133, CHISA'87, Praga.
183. Stręk F., Karcz J., (1988), A local heat transfer for mechanically stirred gas – liquid system, *6th European Conference on Mixing*, Pavia, Italy.
184. Stręk F., Masiuk S., Łacki H., Kamińska J., (1994), Mieszanie cieczy pseudo-plastycznych mieszadłami wstęgowymi, *Inż. Chem. Proc.*, **1**, 3-13.
185. Stręk F., Karcz J., Michalska M., Szoplik J., (1995), Wnikanie ciepła w mieszalniku dla układu ciecz – gaz – ciało stałe, *XV Ogólnopolska Konferencja Naukowa Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Gdańsk*, Materiały Konferencyjne, tom II, 114-119.
186. Stręk F., Karcz J. (1999), Zastosowanie metody elektrochemicznej do badania transportu masy w obszarze przyściennym mieszalnika cieczy, *Inż. Chem. i Proc.*, **20**, 3-20.
187. Szulc K., (2004), Modelowanie przepływu w mieszalniku – zakres laminarny, mieszadła wstępowe i ślimakowe, Praca doktorska wykonana na Wydziale Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska Politechniki Łódzkiej, Łódź.

188. Takahashi K., Arai K., Saito S., (1980), Power correlation for anchor and helical ribbon impellers in highly viscous liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **13** (2) 147-150.
189. Takahashi K., Sasaki M., Arai K., (1982 a), Effects of geometrical variables of helical ribbon impellers on mixing of highly viscous newtonian liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **15**, 217-224.
190. Takahashi K., Arai K., Saito S., (1982b), An extended power correlation for anchor and helical ribbon impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **15**, (1) 77-79.
191. Takahashi K., Yokota T., Konno H., (1984), Power consumption of helical ribbon agitators in highly viscous pseudoplastic liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **17**, 657-659.
192. Takahashi K., Takahata K., Yokota T., Konno H., (1985), Mixing of two miscible highly viscous newtonian liquids in a helical ribbon agitator, *J. Chem. Eng. Japan*, **18**, 159-162.
193. Takahashi K., Yokota T., Konno H., (1988), Mixing of pseudoplastic liquid in a vessel equipped with a variety of helical ribbon impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **21**, 63-68.
194. Takahashi K., Iwaki M., Yokota T., Konno H., (1989), Circulation time for pseudoplastic liquids in a vessel equipped with a variety of helical ribbon impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **22**, 413-418.
195. Takahashi K., Yokota T., Furukawa T., Harada K., (1994), Mixing of highly viscous newtonian liquid in a helical ribbon agitated vessel at various liquid depths, *J. Chem. Eng. Japan*, **27**, 244-247.
196. Tanguy P.A., Lacroix R., Bertrand F., Choplin L., Brito-de La Fuente E., (1992), Finite element analysis of viscous mixing with a helical ribbon-screw impeller, *AIChE J*, **38**, (6), 939-944.
197. Tanguy P., Thibault F., Brito-De La Fuente E., Espinosa-Solares T., Tecante A., (1997), Mixing performance induced by coaxial flat blade-helical ribbon impellers rotating at different speeds, *Chem. Eng. Sci.*, **52**, (11), 1733-1741.
198. Tatterson G.B., (1986), Various ways to calculate power consumption for viscous creeping flow mixing of shear thinning fluids in stirred vessel, *AIChE Annual Meeting Miami Beach*, 1-47.
199. Tatterson G., (1991), *Fluid Mixing and Gas Dispersion in Agitated Tank*, McGraw Hill, New York.
200. Truong T., Anema S., Kirkpatrick K., Chen H., (2002), The use of heat flux sensor for in-line monitoring of fouling of non-heated surface, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **80**, 1-10.
201. Ulbrecht J., Carreau P., (1985), *Mixing of Liquids by Mechanical Agitation*, Chapter 4, Gordon and Breach, New York.
202. Ullrich H., Schreiber H., (1967), Stirring in viscous liquids, *Chemie Ing. Techn.*, **39**, 218-224.

203. Wang J., Feng L., Gu X., Wang K., Hu H., (2000), Power consumption of inner-outer helical ribbon impellers in viscous Newtonian and non-Newtonian fluids, *Chem. Eng. Sci.*, **55**, 2339-2342.
204. Whitaker S., (1968), *Introduction Fluid Mechanics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1968).
205. Yao W.G., Sato H., Takahashi K., Koyama K., (1998), Mixing performance experiments in impeller stirred tanks subjected to unsteady rotational speeds, *Chem. Eng. Sci.*, **53**, (17), 3031-3043.
206. Yap C., Patterson W., Carreau P., (1979), Mixing with helical ribbon agitators: Part III. Non-Newtonian Fluids, *AIChE Journal*, **25**, (3), 516-521.
207. Zlokarnik M., (1967), Suitability of stirrers for the homogenization Eignung von rührern zum homogenisieren von nussigkeitsgemischen, *Chemie Ing. Techn.*, **39**, 539-548.
208. Zopf A., Moser F., (1974), Selection of an agitator for emulsion Polymerization, *Verfahrenstechnik*, **8**, 1-6.

4. MIESZADŁA KOTWICOWE

Mieszadła kotwicowe zawdzięczają swoją popularność przede wszystkim łatwości ich wykonania oraz możliwości umieszczenia łap mieszadła blisko ścianki mieszalnika. Mieszadła kotwicowe są konstruowane w ten sposób, że pracują przy bardzo małych przeswitach względnych c/D równych nawet 0,005. W przypadku mieszadeł wstęgowych oraz ślimakowych tak małych przeswitów raczej się nie spotyka ze względu na trudności w wykonaniu takich mieszadeł. Wadą mieszadeł kotwicowych jest mała cyrkulacja wtórna w mieszalniku, co bezpośrednio wiąże się z dużymi czasami zmieszania.

Mieszadła kotwicowe są najczęściej stosowane do mieszania cieczy wysokolepkich o lepkościach od 10 do 100 Pas. Tego rzędu lepkości są typowe dla procesów związanych z wytwarzaniem produktów spożywczych oraz podczas prowadzenia reakcji polimeryzacji. Ze względu na znaczne lepkości płynów, procesy te przebiegają z reguły w ruchu laminarnym. Mieszadła kotwicowe stosuje się również często do mieszania cieczy pseudoplastycznych oraz tiksotropowych. Wynika to z faktu, że mieszadła poruszają się blisko ścianki mieszalnika i duże naprężenia ścinające w pobliżu łapy mieszadła i ścianki zmniejszają lepkość cieczy w obszarach decydujących o mocy mieszania. Obracająca się blisko ścianki łapa mieszadła zdiera również warstwę cieczy przylegającą do niej, uniemożliwiając tym samym odkładanie się lepkiej warstwy płynu na ścianie.

Poprawę intensywności mieszania mieszadłami kotwicowymi można uzyskać poprzez zwiększenie częstości obrotowych mieszadła albo poprzez zastosowanie poprzecznych ramion mocujących łapy mieszadła (*Pedroza i Nunhez, 2000*), które likwidują w pewnym stopniu martwe strefy w pobliżu osi mieszalnika.



Rys. 4.1. Mieszadło kotwicowe z poprzecznymi ramionami

Słabe wymieszanie cieczy w obszarach oddalonych od ścianki przejawia się m.in. w fluktuacjach temperatury podczas płaszczowej wymianie ciepła. Jak wynika z badań *Nagaty, 1975* odchylenie temperatury cieczy od jej wartości średniej dla mieszadeł kotwicznych było średnio od 2,5 do 3,5 razy większe niż w przypadku mieszadeł wstęgowych. Pomimo tych wad mieszadła kotwiczne są jednak często spotykane w praktyce przemysłowej, przede wszystkim ze względu na prostotę konstrukcji.

4.1. Moc mieszania

Mały prześwit pomiędzy łapą obracającego się mieszadła kotwiczowego a ścianką mieszalnika zapewnia wprawdzie zdzieranie warstwy granicznej ze ścianki, co sprzyja dobrej płaszczowej wymianie ciepła, wymaga jednak dość znacznych nakładów energetycznych potrzebnych na podtrzymanie ruchu cieczy w mieszalniku. Małe częstotliwości obrotowe mieszadeł kotwicznych oznaczają duży moment obrotowy, który trzeba dostarczyć na wał mieszadła (moment obrotowy jest odwrotnie proporcjonalny do częstotliwości obrotowej mieszadła). Z tego między innymi względu zagadnienie nakładów energetycznych, czyli mocy mieszania mieszadeł kotwicznych, jest ważnym zagadnieniem podejmowanym w wielu pracach badawczych.

Historycznie rzecz biorąc jedną z pierwszych prac poświęconej pomiarom mocy mieszania jest praca *Uhla i Voznicka, 1960*. Badali oni mieszadła kotwiczne oraz mieszadła kotwiczowo-palczaste w dwóch zbiornikach o średnicach $D = 255$ mm i $D = 600$ mm, geometrycznie podobnych. Stosując jako ciecz badaną olej o lepkości $0,06 \div 3$ Pas badania przeprowadzili w ruchu laminarnym przy szerokim zakresie zmian prześwitu względnego $0,0093 < c/D < 0,075$. Wyniki korelowali w formie zależności $L_m = f(Re)$, uzyskując w układzie podwójnie logarytmicznym linie proste o różnym jednak nachyleniu. Dla mieszalnika o większej średnicy uzyskano nachylenie zaledwie $-0,75$, a klasyczne nachylenie $-1,0$ uzyskano w przypadku mieszalnika $D = 255$ mm. W obu jednak przypadkach moc mieszania rosła bardzo szybko wraz ze zmniejszeniem się prześwitu względnego. W granicznym przypadku wzrost ten wynosił 350%. Aby uzgodnić wyniki pomiarów dla dwu skal autorzy wprowadzili czynnik normalizujący C_N z wykorzystaniem zastępczej długości krawędzi mieszadła EPL (Effective Peripheral Length) określone zależnościami (4.1) i (4.2)

$$EPL = 2h + 0,25 \cdot D \quad (4.1)$$

$$C_N = \frac{EPL}{D} \quad (4.2)$$

Korygując przy użyciu czynnika normalizującego C_N poszczególne liczby mocy, uzyskali większą zgodność wyników, przynajmniej dla mniejszych liczb Reynoldsa. Zmieniano również szerokość łopatki mieszadła, niemniej nie stwierdzono istotnego wpływu tego parametru na liczbę mocy.

Wyniki, tej w dużej mierze pionierskiej pracy, pozwoliły uzmysłowić, że pomimo prostej konstrukcji mieszadła kotwicowego jego praca wymyka się kanonom obowiązującym w przypadku mieszadeł o dużym prześwicie pomiędzy łopatką mieszadła a ścianką mieszalnika (mieszadła tego typu nazywane są często „mieszadłami otwartymi”). W przypadku mieszadeł otwartych dla zakresu mieszania laminarnego krzywa mocy posiada zawsze nachylenie -1,0.

Ciekawą próbę uogólnienia zależności $L_m = f(Re)$ dla różnych typów mieszadeł otwartych zaprezentowali *Calderbank i Moo-Young, 1961b*. Badali oni zapotrzebowanie mocy dla mieszadeł kotwicowych, łopowych o łopatkach prostych i pochylonych oraz dla mieszadeł turbinowo-dyskowych. Badania przeprowadzili dla cieczy newtonowskich oraz nienewtonowskich, korzystając z koncepcji lepkości pozornej *Metznera i Otto, 1957*. W ten sposób liczba Reynoldsa wyrażona była zależnością (4.3), a wartość stałej K_s określona zależnością (4.29) i (4.30)

$$Re_{ae} = \frac{d^2 N^{2-n} \rho}{k(K_s)^{n-1}} \quad (4.3)$$

Liczbę mocy L_m' starali się zdefiniować w ten sposób, aby niezależnie od typu badanego przez nich mieszadła, uzyskać jedną linię korelacyjną niezależną od wielkości prześwitu c_0 zdefiniowanego w inny sposób niż poprzednio

$$c_0 = \frac{d}{D-d} \quad (4.4)$$

$$L_m' = \frac{P}{N^3 d^5 \rho} \frac{L_e'}{D_e'} \frac{c_0^{0,5}}{(Z \cdot Z_s)^{0,67}} \quad (4.5)$$

Wyrażenie L_e' / D_e' oznaczało zastępczy stosunek wysokości do średnicy mieszadła, który był zdefiniowany zależnością

$$\frac{L_e'}{D_e'} = \frac{4Z_s L_e + D_e}{Z_s D_e} \quad (4.6)$$

gdzie: Z_s – efektywna liczba krawędzi łopatek; dla mieszadła kotwicowego $Z_s = 2$ oraz $Z_s = 1$ dla innych typów mieszadeł,

Z – liczba łopatek; dla mieszadła kotwicowego $Z = 2$,

L_e, D_e – przeciętna wysokość i przeciętna średnica mieszadła.

Na podstawie własnych badań *Calderbank i Moo-Young, 1961b* podali jedno równanie korelacyjne (4.7) słuszne dla przebadanych w pracy wszystkich typów mieszadeł

$$Lm' = 6,3 \cdot Re_{ae}^{-1,0} \quad (4.7)$$

Słuszne dla zakresu mieszania laminarnego, a więc dla:

$Re_{ae} < 50$, dla mieszadeł kotwicowych,

$Re_{ae} < 10$, dla mieszadeł łapowych, turbinowych i propellerowych.

Według autorów dokładność równania (4.7) wynosiła 14%, co można uznać jako dokładność wystarczającą, biorąc dodatkowo pod uwagę jego uniwersalność. Należy jednak stwierdzić, że postać proponowanych równań jest dość złożona, szczególnie dla obliczeń inżynierskich, a metoda opracowywania uniwersalnych zależności nie znalazła zbyt wielu naśladowców. Jednak pracę *Calderbanka i Moo-Younga, 1961b* należy traktować jako nietypową i dość ciekawą propozycję mającą na celu jak największe uogólnienie wyników.

Podobnie, chociaż nie w takim zakresie badań, starali się znaleźć ogólną korelację *Foresti i Liu, 1959*. Badali oni moc mieszania mieszadeł kotwicowych, turbinowych oraz stożkowych, stosując ciecz newtonowskie oraz ciecz pseudoplastyczne. Parametry układu geometrycznego mieszadeł uwzględnili oni w definicji zmodyfikowanej liczby Reynoldsa Re^*

$$Re^* = \frac{N^{2-n} d^2 \rho}{k} \left(\frac{H}{h} \right)^n \left(\frac{d}{d+D} \right) \quad (4.8)$$

Dla zakresu mieszania laminarnego uzyskane wyniki skorelowali równaniem (4.9), gdzie dla mieszadeł kotwicowych stała $A = 50$

$$Lm = 160 \cdot (Re^*)^{-1,0} A^{n-1} \quad (4.9)$$

Niewątpliwą wadą proponowanego rozwiązania jest nieuwzględnienie w definicji liczby Reynoldsa średniej szybkości ścinania $\dot{\gamma}_{ae}$, gdyż trudno zaakceptować koncepcję, że parametr $(H/h)^n$ oraz N^{2-n} uwzględniają zmienną w mieszalniku lepkość cieczy pseudoplastycznej. Wprawdzie w równaniu (4.8) występuje współczynnik konsystencji k z równania potęgowego, ale pełni on rolę lepkości pozornej cieczy nienewtonowskiej. Jak wiadomo jest to duże przybliżenie przy określaniu lepkości pozornej w mieszalniku.

Wady tej nie posiadała praca *Becknera i Smitha, 1966*, w której autorzy do określania średniej szybkości ścinania stosowali zależności (4.31)÷(4.34). W konsekwencji otrzymali równanie korelacyjne (4.10) słuszne dla zakresu mieszania laminarnego, dla $Re < 50$

$$Lm' = 82 \cdot (Re)^{-0,93} \quad (4.10)$$

gdzie

$$Lm' = \frac{P}{N^3 d^5 \rho} \left(\frac{D-d}{2D} \right)^{0,25} \quad (4.11)$$

Jak łatwo zauważyć *Beckner i Smith, 1966* otrzymali w swojej pracy nachylenie krzywej mocy równe -0,93, a więc wartość odbiegającą od wartości -1,0.

Podobna wartość współczynnika nachylenia krzywej mocy otrzymał *Schilo, 1969*, który opierając się na wcześniejszej pracy *Brauera, 1967* wyprowadził teoretyczną zależność opisującą moc mieszania cieczy nienewtonowskich mieszadłem cylindrycznym

$$Lm = \pi^2 \left(\frac{4\pi}{n} \right)^n \cdot \frac{\left(\frac{h}{d} \right)}{Re} \cdot \frac{\left(\frac{d}{D} \right)^2}{\left[\left(\frac{d}{D} \right)^{2/n} - 1 \right]^n} \quad (4.12)$$

Na podstawie własnych badań dla mieszadła kotwiczowego *Schilo, 1969* wprowadził poprawki, uzyskując zależność (4.13) słuszną dla zakresu mieszania laminarnego

$$Lm = 0,7\pi^2 \left(\frac{4\pi}{n} \right)^n \cdot \frac{\left(\frac{h}{d} \right)}{Re^{0,9}} \cdot \frac{\left(\frac{d}{D} \right)^2}{\left[\left(\frac{d}{D} \right)^2 - 0,75 \right]^n} \quad (4.13)$$

Jeśli mieszadło posiadało więcej niż dwie łopatki, ale nie więcej niż 8, w równaniu (4.13) należało uwzględnić dodatkowo czynnik $\sqrt{n_p}/2$, gdzie n_p oznaczało liczbę łopatek mieszadła. Brak zgodności rzeczywistej wartości wykładnika potęgi przy liczbie Reynoldsa w równaniu (4.13) równej -0,9 z wartością teoretyczną równą -1,0 w równaniu (4.12) autor tłumaczy wpływem sił bezwładności na moc mieszania, gdyż w całym zakresie liczb Reynoldsa obserwowane było odrywanie się strugi cieczy od łap mieszadła.

Reher i Bohm, 1970 badali mieszadła wąskoprześwitowe, tzn. mieszadła kotwiczowe, wstęgowe i ślimakowe. Średnią szybkość ścinania określali z zależności (3.56) z uwzględnieniem równań (4.29) i (4.30) podanych przez *Calderbanka i Moo-Younga, 1961b*. Na podstawie wyników badań własnych oraz danych literaturowych uzależnili oni liczbę mocy od stosunku średnicy mieszalnika do średnicy mieszadła D/d

$$Lm = \frac{C \cdot (D/d)^a}{Re} \quad (4.14)$$

dla zakresu mieszania laminarnego, czyli dla $Re < 100$ autorzy określili wartość $C = 123$ oraz $a = 0,142$.

Głuz i Pawłuszenko, 1967 do korelowania wyników doświadczalnych stosowali liczbę Reynoldsa określoną równaniem (4.15)

$$Re = \frac{N^{2-n} d^2 \rho}{k} (4\pi)^{1-n} \quad (4.15)$$

czyli stosowali sposób określania średniej szybkości ścinania wynikający z modelu wiru centralnego. Dla zakresu mieszania laminarnego wyniki skorelowali równaniem

$$Lm = 198 \cdot Re^{-1.0} \quad (4.16)$$

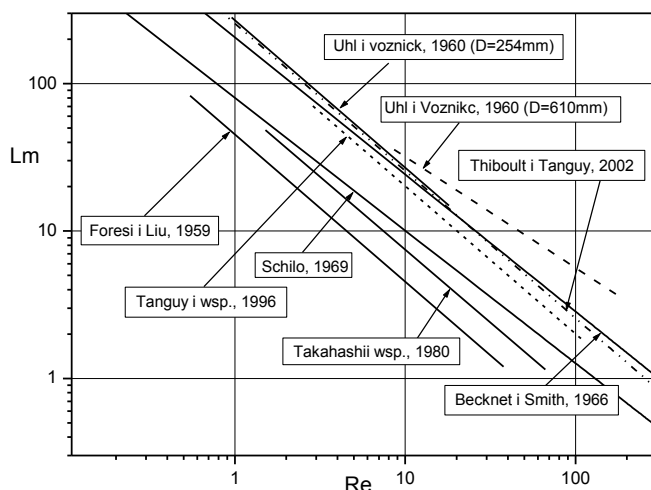
Oprócz badań czysto doświadczalnych, które dominowały w latach 60. i 70. ubiegłego wieku, w latach późniejszych ukazywały się publikacje analizujące wzajemne oddziaływanie łap mieszadła kotwiczowego i mieszanej cieczy. Kilka-
naście lat później *Takahashi i wsp., 1980* dokonali analizy fizycznego modelu opływu cieczy wokół obracającej się łapy mieszadła wstęgowego i kotwiczowego. Na podstawie rozważań teoretycznych bazujących na pojęciu współczynnika oporu, wyprowadzili oni zależność słuszną dla mieszadła kotwiczowego pracującego w ruchu laminarnym (pierwszy człon prawej strony równania (4.17))

$$Lm \cdot Re = \frac{16\pi^3}{\left(2 \ln \left[4 + 8 \cdot \left(\frac{(D/d)-1}{2 \cdot (w/d)} \right) \right] - 1 \right)} \left(\frac{h}{d} \right) \cdot \left[1 + 0,00539 \cdot \left(\frac{2 \cdot (D/d)}{(D/d)-1} \right)^{0,876} \right] \cdot \frac{n_p}{2} +$$

$$+ N_a \cdot n_p \cdot \pi^3 \cdot 2,08 (d_a/d)^{0,15} \cdot (h_a/d)^{3,15} \quad (4.17)$$

W następnej swojej pracy (*Takahashi i wsp., 1982*) uzupełnili podaną poprzednio zależność o człon uwzględniający opór ramion (prętów) mocujących mieszadło do wału (drugi człon prawej strony równania (4.17)).

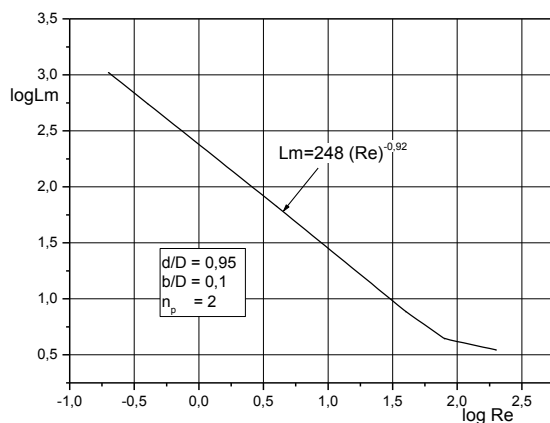
W podanej przez *Takahashi i wsp., 1980* zależności (4.17), jako w jednej z nielicznych, występuje szerokość łapy mieszadła w . Jednak jak wskazują obliczenia wykonane z wykorzystaniem tego równania, szerokość łapy bardzo nieznacznie wpływa na moc mieszania. Inni autorzy w proponowanych przez siebie zależnościach z zasady pomijają jej wpływ na moc mieszania lub stwierdzają na podstawie wykonanych doświadczeń, brak takiego wpływu (*Penny i Bell, 1967; Sawinsky i wsp., 1976*).



Rys. 4.2. Porównanie zależności korelacyjnych podawanych przez różnych autorów ($d/D = 0,95$, $n = 0,5$)

Na rys. 4.2 przedstawiono porównanie zależności korelacyjnych dotyczących mocy mieszania mieszadeł kotwicowych opracowanych przez różnych autorów. Porównanie wykonano dla stałych wartości $d/D = 0,95$ oraz wskaźnika płynięcia $n = 0,5$ dla cieczy spełniającej równanie potęgowe. Na rys. 4.2 można obserwować dość duże różnice w proponowanych zależnościach korelacyjnych. Przede wszystkim nie wszyscy autorzy otrzymali nachylenie krzywej mocy równe $-1,0$. Brak takiej zgodności wyróżnia mieszadła kotwicowe spośród innych typów mieszadeł. Również położenia poszczególnych linii wskazują na istotne przesunięcia. Dość znacząco odbiegają w kierunku mniejszych wartości liczby mocy wyniki wczesnych prac *Foresti i Liu, 1959*; *Schilo, 1969* oraz pracy *Takahashii i wsp., 1980*. Zgodność wyników pozostałych prac można uznać za dobrą, gdyż różnice pomiędzy nimi nie przekraczają praktycznie 50% i dla mieszadła o stosunku $d/D = 0,95$ (prześwit względny $c/D = 0,025$) i dla cieczy o wskaźniku płynięcia $n = 0,5$ (dla cieczy spełniających prawo potęgowe) średnią wartość iloczynu można przyjąć jako $Lm \cdot Re \approx 220 \div 250$. W przedstawionym na rys. 4.2 porównaniu nie uwzględniono pracy *Calderbanka i Moo-Younga, 1961b*, gdyż uzyskany iloczyn $Lm \cdot Re$ wynosił poniżej 10.

Dobrym potwierdzeniem wyników przedstawionych na rys. 4.2 są wyniki pracy *Kuncewicza i Pietrzykowskiego, 2010a*, którzy rozwiązali model hybrydowy 3D/2D, m.in. dla mieszadeł kotwicowych i na podstawie uzyskanych rozkładów prędkości obliczyli wartości liczby mocy Lm dla mieszadła kotwicowego o średnicy $d/D = 0,95$, dla różnych liczb Reynoldsa. Wyniki obliczeń w postaci wykresu $Lm = f(Re)$ pokazano na rys. 4.3.



Rys. 4.3. Krzywa mocy dla mieszadła kotwicowego, dla $d/D = 0,95$
wg Kuncewicz i Pietrzykowskiego, 2010a

Uzyskane nachylenie krzywej równe $-0,92$ dobrze zgadzało się z pracami Uhla i Voznicka, 1960; Becknera i Smitha, 1966 czy Schilo, 1969, a otrzymana wartość stałej proporcjonalności równa 248 plasowałoby krzywą na rys. 4.2 w górnej części wykresu. Na podkreślenie zasługuje fakt, że model hybrydowy dobrze przewidywał przejście z ruchu laminarnego w burzliwy, gdyż dla $Re \cong 80 \div 100$ krzywa mocy wyraźnie ulegała wypłaszczeniu. Jak stwierdzają sami autorzy dla $Re > 300$ rozwiązania rozbiegały się.

4.1.1. Układy złożone mieszadeł

Współczesne rozwiązania aplikacyjne wymagają często takich konstrukcji mieszadeł, które mogą pracować efektywnie w zakresie ruchu laminarnego, przejściowego, a nawet burzliwego bez konieczności wprowadzania istotnych zmian konstrukcyjnych samych układów mieszających. Mieszadła wąskoprześwitowe oraz mieszadła otwarte posiadają w tym zakresie dość istotne ograniczenia. Przykładowo mieszadła wąskoprześwitowe doskonale nadają się do mieszania cieczy wysokolepkich w zakresie ruchu laminarnego (Yap i wsp., 1979; De la Villon i wsp., 1998). Jednak już przy mieszaniu w zakresie ruchu przejściowego sytuacja zmienia się diametralnie (Hoogendoorn i Den Hartog, 1967). Dla cieczy o mniejszej lepkości, w zakresie ruchu burzliwego, mieszadła turbinowe okazują się być jednym z najlepszych rozwiązań, ale te same mieszadła powodują powstawanie stref niewymieszanych w ruchu laminarnym (Metzner i Taylor, 1960; Salomon i wsp., 1981; Yao i wsp. 1998). Sytuacja staje się jeszcze bardziej skomplikowana, jeśli w tym samym procesie następuje duża zmiana lepkości cieczy, jak w przypadku cieczy tiksotropowych lub cieczy rozrzedzanych ścinaniem. Problem uniwersalności układu mieszających jest

dostrzegany przez wielu badaczy i w tym zakresie opublikowano kilka istotnych prac. Są to najczęściej rozwiązania polegające na umieszczeniu kilku typów mieszadeł na wspólnym wale (*Tanguy i wsp.*, 1997; *Espinosa-Solares i wsp.*, 1997; *Espinosa-Solares i wsp.*, 2001; *Thibault and Tanguy*, 2002; *Foucault i wsp.*, 2004; 2005), układu mieszadeł planetarnych (*Tanguy i wsp.*, 1999) lub układU z zastosowaniem mieszadeł stożkowych (*Dubois i wsp.*, 1996). Obok pomysłu z zastosowaniem różnych mieszadeł umieszczonych na jednym wale, w ostatniej dekadzie zaczęto stosować również różne ich obroty. Oznaczało to jednak konieczność pokonania dodatkowych problemów konstrukcyjnych.

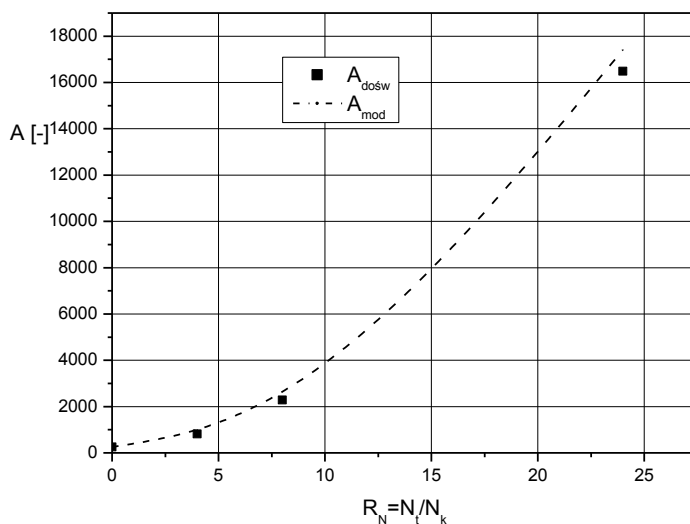
Mieszadła kotwicowe są klasycznym przykładem mieszadeł wywołujących cyrkulację okrężną, gdyż główny strumień cieczy opuszczający obszar mieszadła posiada ten właśnie kierunek. Jak wiadomo, cyrkulacja pierwotna związana z obwodowym strumieniem cieczy powoduje bardzo słabe wymieszanie całego wsadu w mieszalniku, chociaż samo mieszadło kotwicowe operujące blisko ścianki zwiększa szybkość deformacji elementów płynu w tym właśnie obszarze. Dlatego mieszadła kotwicowe lub wstęgowe były najczęściej stosowane jako mieszadła „zewnątrzne”. W przypadku mieszania stężonych zawiesin lub rozcieńczonych past (np. przemysł poligraficzny) należy nie tylko wywołać ruch cyrkulacyjny całej cieczy w mieszalniku, ale dodatkowo ujednolicić całość wsadu, w tym również w środkowej części mieszalnika. Stąd obok mieszadła kotwicowego lub wstęgowego należało umieścić szybkoobrotowe mieszadła turbinowe lub łapowe zamontowane centrycznie w mieszalniku i obracające się w tym samym lub przeciwnym kierunku. Konstrukcja takiego układu złożonego jest dużo bardziej skomplikowana niż układu z pojedynczym mieszadłem, ale jednocześnie jest nawet intuicyjnie wyczuwalne, że układ podwójny powinien pracować bardziej efektywnie niż układ pojedynczy. Dlatego też względy czysto konstrukcyjne zdecydowały o tym, że początek badań i zastosowań układów złożonych przypada dopiero na koniec ubiegłego wieku.

Za pierwszą poważną pracę na ten temat należy uznać pracę *Schneidera i Todtenhaupts*, 1990, którzy zastosowali układ składający się z dwóch mieszadeł Viscoprow (*Ekato*) i mieszadła kotwicowego zdzierającego warstwę cieczy przylegającej do ścianki mieszalnika, przy czym mieszadło kotwicowe obracało się w kierunku przeciwnym niż dwa pozostałe. Autorzy pracy wykazali, że dla zakresu mieszania przejściowego układ złożony wykazywał istotne zmniejszenie czasów zmieszania w porównaniu z samymi mieszadłami Viscoprow.

Tanguy i wsp., 1997 badali hydrodynamikę mieszalnika w układzie podwójnym, składającym się z mieszadła turbinowego i mieszadła wstęgowego zamontowanych współosiowo i obracających się z różnymi prędkościami. Badali oni wydajności pompowania takiego układu, jego zdolność do wytwarzania emulsji oraz określali moc mieszania. Wykazali, że badane rozwiązanie wykazywało większe objętościowe

natężenie przepływu, kiedy ciecz płynęła z góry do dołu mieszalnika niż w kierunku przeciwnym. Rozwiązanie to okazało się szczególnie przydatnym, jeśli podczas mieszania następowała zmiana właściwości reologicznych cieczy mieszanej. Podobne w konstrukcji układy badali również *Espinosa-Solares, 1997; Espinosa-Sopares i wsp., 2001* oraz *Espinosa-Solares, 2002*.

Analiza układów złożonych zawierających mieszadła kotwicowe była tematem pracy *Thibault i Tanguy, 2002*, którzy bazując na pracy *Duquesmoy i wsp., 1997* badali na drodze eksperymentalnej oraz obliczeniowej z wykorzystaniem metod CFD zapotrzebowanie mocy mieszania do układu składającego się z mieszadła kotwicowego, mieszadła turbinowo-łopatkowego o łopatkach pochylonych umieszczonego w dolnej części mieszalnika oraz czterech mieszadeł w formie prętów umieszczonych powyżej mieszadła turbinowo-łopatkowego. Mieszadło kotwicowe obracało się w kierunku przeciwnym niż pozostałe mieszadła, a stosunek obrotów obu mieszadeł $N_t/N_k = R_N$ w krańcowym przypadku wynosił aż 24. Ze względu na różne średnice mieszadeł i różne ich obroty powstaje zawsze problem, które z nich wybrać jako wielkości charakterystyczne przy obliczaniu liczb kryterialnych. W przypadku pracy *Thibault i Tanguy, 2002* jako wielkości charakterystyczne wybrano średnicę i obroty mieszadła kotwicowego. Wyniki pomiarów dotyczące mocy mieszania korelowane były z użyciem klasycznej zależności $L_m = f(Re)$. Na rys. 4.4 przedstawiono krzywą obrazującą zmianę mocy mieszania całego układu wraz ze zmianą stosunku częstości obrotowych R_N dla cieczy newtonowskich w ruchu laminarnym.



Rys. 4.4. Wzrost iloczynu $A = L_m \cdot Re$ wraz ze wzrostem stosunku obrotów mieszadeł R_N

Jak wynika z rys. 4.4, dla krańcowego stosunku $N_t/N_k = 24$, moc wzrastała ponad 68 razy w stosunku do mocy mieszania samego mieszadła kotwiczowego. Krzywą na rys. 4.4 można było opisać równaniem drugiego stopnia

$$A = 26,09 R_N^2 + 88,7 R_N + 256 \quad (4.18)$$

Powodem tak dużego wzrostu mocy mieszania było zastosowanie przeciwnych kierunków obrotów mieszadeł szybkoobrotowych oraz mieszadła kotwiczowego. Powodowało to powstawanie bardzo dużych naprężeń ścinających na powierzchniach oddzielających obszary, w których obracały się oba mieszadła. Dla samego mieszadła kotwiczowego *Thibault i Tanguy, 2002* otrzymali wartość stałej $A = 256$ i była ona zgodna z wynikami badań *Ho i Kwonga, 1973; Riegera i Novaka, 1973; Tanguy i wsp., 1996* oraz *Kuncewicza i Pietrzykowskiego, 2010a*. W przypadku cieczy rozrzedzanych ścinaniem nie obserwowano aż tak dużego wzrostu mocy mieszania jak na rys. 4.4, gdyż powstające duże szybkości ścinania, przy przeciwnych kierunkach obrotów mieszadeł, powodowały zmniejszenie lepkości pozornej w mieszalniku, a tym samym zaledwie umiarkowany wzrost mocy mieszania. *Thibault i Tanguy, 2002* podali równanie (4.19) uzależniające ogólną moc mieszania układu P od wskaźnika płynięcia i stosunku obrotów R_N

$$\frac{P}{kN_k^{(1+n)} d_k^3} = 256e^{-3,12(1-n)} + 88,66e^{-2,97(1-n)} \cdot R_N + 26,09e^{-6,62(1-n)} \cdot R_N^2 \quad (4.19)$$

gdzie d_k oznacza średnicę mieszadła kotwiczowego.

Z równania (4.19) wynika, że np. dla wskaźnika płynięcia $n = 0,3$ dla krańcowo dużego stosunku obrotów $R_N = 24$, wzrost mocy mieszania układu złożonego w stosunku do mocy mieszania pojedynczego mieszadła kotwiczowego wynosił już tylko 13,8, a nie 68 jak w przypadku cieczy newtonowskiej. Można stąd wyciągnąć wniosek, że w przypadku cieczy rozrzedzanych ścinaniem bardziej opłacalne jest stosowanie układów złożonych mieszadeł obracających się w przeciwnych kierunkach, niż w przypadku cieczy newtonowskich. Ten wniosek potwierdza praca *Rivery i wsp., 2006*, którzy badali czasy zmieszania dla mieszadła kotwiczowego i mieszadła turbinowego umieszczonych na wspólnym wale w mieszalniku z dnem wyoblonym. Badania przeprowadzili dla cieczy newtonowskich oraz cieczy rozrzedzanych ścinaniem. Dla cieczy newtonowskich i przypadku kiedy oba mieszadła obracały się w tym samym kierunku, moc mieszania była ponad dziesięciokrotnie mniejsza niż w przypadku przeciwnych obrotów obu mieszadeł. W przypadku przeciwnych kierunków obrotów mieszadeł duże szybkości deformacji elementów cieczy w obszarze pomiędzy oboma obracającymi się mieszadłami oraz niezmienna i duża lepkość cieczy mieszanej powodowały bardzo duże zapotrzebowanie mocy mieszania.

Układ z mieszadłem kotwiczowym oraz pięcioma różnymi mieszadłami szybkoobrotowymi był przedmiotem badań autorów S. Foucault, G. Ascanio i P. Tanguy. W swojej pierwszej pracy *Foucault, i wsp. 2005* zbadali moc mieszania takiego układu stwierdzając w konkluzji, że w przypadku cieczy newtonowskich oraz cieczy rozrzedzanych ścinaniem moc mieszania mieszadła kotwiczowego wzrastała znacznie przy przeciwbieżnych kierunkach obrotowych obu mieszadeł niezależnie od typu mieszadła szybkoobrotowego i zmniejszała się przy zgodnych kierunkach obrotów. Jednocześnie, jeśli stosunek obrotów N_i/N_k był większy niż 10, moc mieszania dla cieczy pseudoplastycznej była taka sama jak dla pojedynczego mieszadła turbinowego. Dla mniejszych stosunków autorzy podali równania korelacyjne, z których można było obliczyć moc całkowitą układu. W następnej swojej pracy ci sami autorzy (*Foucault, i wsp., 2006*) badali czasy zmieszania dla układów złożonych. Stwierdzili, że czasy zmieszania znacząco zmniejszały się w przypadku obrotów przeciwbieżnych niż współbieżnych obu mieszadeł dla tych samych mocy przypadających na jednostkę objętości cieczy, jeśli liczba Reynoldsa była mniejsza niż jej wartość krytyczna Re_c . Pod pojęciem wartości Re_c należało rozumieć liczbę Reynoldsa, powyżej której iloczyn $N \cdot \tau_m$ był stały i wartości Re_c wahały się w granicach od 600 do 6000. Dla liczb Reynoldsa większych niż wartość krytyczna sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku kontrolowało mieszadło wewnętrzne i w tym przypadku nie było konieczności stosowania zewnętrznego mieszadła kotwiczowego.

Badania układów złożonych stanowią nowy obszar zainteresowań badaczy zajmujących się problemami mieszania, a rozpoczęły się dopiero 20 lat temu. Jak już wspomniano, przyczyn należy szukać w problemach konstrukcyjnych i pomiarowych. Dopiero osiągnięcia ostatnich dekad w tym względzie pozwoliły na szersze zgłębianie zagadnienia i należy sądzić, że właśnie układy złożone są być może konstrukcjami przyszłości w zastosowaniach praktycznych.

4.1.2. Wpływ węzownic i prętów zamocowanych w mieszalniku na moc mieszania

Jeśli płaszczowa wymiana ciepła w mieszalniku nie zapewnia odpowiedniego strumienia cieplnego, wtedy można skorzystać z dodatkowej powierzchni, którą jest węzownica zamocowana wewnątrz mieszalnika. Umieszczenie węzownicy zakłóca cyrkulację cieczy i powoduje wzrost mocy mieszania. W literaturze przedmiotu jest bardzo mało danych na ten temat.

Szerokie badania przy użyciu mieszadeł turbinowych przeprowadził *Błasiński, 1964*. Stwierdził on dla zakresu mieszania burzliwego znaczny wzrost mocy od 141 do 225% w porównaniu z mocą potrzebną w tych samych warunkach dla mieszalnika bez węzownic. Stwierdził brak wpływu średnicy podziałowej oraz skoku zwoju węzownicy na moc mieszania. Jednak dużą rolę odgrywała liczba

zamontowanych węzownic. Wyniki doświadczeń autor skorelował równaniem (4.20), gdzie W oznacza liczbę węzownic

$$(Lm)_w = Lm(1,42 + bW) \quad (4.20)$$

wielkość b była funkcją liczby Reynoldsa

$$b = -0,94 + 0,33 \cdot \lg Re \quad (4.21)$$

W przypadku mieszadeł kotwicznych *Beckner i Smith, 1966* przeprowadzili badania dotyczące wpływu liczby prętów i ich miejsca umieszczenia na moc mieszania. Pręty umieszczone były wewnątrz cieczy mieszanej i imitowały różne elementy pomiarowe (termometry, czujniki itp.). Zużycie mocy zwiększało się nieznacznie o około 7 do 10% w obecności pojedynczej przegrody prętowej, a jej wpływ zmniejszał się w miarę jak była ona przesuwana w kierunku do środka mieszalnika. Dla cieczy newtonowskiej obecność dwóch przegród prętowych zwiększała zużycie mocy o 14%, a w przypadku cieczy rozrzedzanej ścinaniem podobny wzrost mocy wynosił już tylko 4%.

Pollard i Kantyka, 1969 wspominają, że umieszczenie węzownicy w mieszalniku z mieszadłem kotwicznym powodowało wzrost mocy mieszania o około 25% dla zakresu mieszania laminarnego $Re < 50$. Brak jednak było wykresów lub równań korelacyjnych. Zbieżne wyniki z wynikami *Pollarda i Kantyki, 1969* uzyskał *Błasiński i wsp., 1974*, którzy badali wpływ średnicy podziałowej węzownicy na moc mieszania mieszadeł kotwicznych. Przyrost mocy pobieranej przez mieszadło w porównaniu z układem niezawierającym węzownicy osiąga maksymalną wartość w przypadku stosowania węzownicy o największej średnicy, przy czym wartość ta zależała od charakteru ruchu i wynosiła 24% dla ruchu laminarnego i około 52% dla ruchu burzliwego. Wynika to między innymi z równań kryterialnych (4.22) i (4.23) podanych przez *Błasińskiego i wsp., 1974*.

$$(Lm)_w = Lm \left[0,915 + 0,086 \frac{D}{D + d_w} \right] \quad Re < 800 \quad (4.22)$$

$$(Lm)_w = Lm \left[0,797 + 0,191 \frac{D}{D + d_w} \right] \quad Re > 8 \cdot 10^3 \quad (4.23)$$

4.2. Średnia szybkość ścinania cieczy w mieszalniku

Jak wiadomo lepkość cieczy nienewtonowskich zależy od szybkości ścinania. W przypadku cieczy rozrzedzanych ścinaniem, większy gradient prędkości powoduje zmniejszenie lepkości pozornej cieczy, a tym samym zmniejsza się zapotrzebowanie mocy do napędu mieszadła, zmniejszają się czasy zmieszania

oraz zwiększają się współczynniki wnikania ciepła na ścianie mieszalnika lub ścianie węzownicy.

Koncepcja *Metznera i Otto, 1957* dotycząca sposobu określania średniej szybkości ścinania cieczy w mieszalniku wyrażona równaniem (4.24) dotyczy wszystkich mieszadeł i w chwili obecnej jest ona uznana za koncepcję obowiązującą

$$\dot{\gamma}_{ae} = K_s \cdot N \quad (4.24)$$

Ze względu na duże średnice mieszadeł kotwicowych i mały prześwit w pobliżu ścianki, w której prędkość obwodowa cieczy powinna być zredukowana do zera, szybkość ścinania, a zatem i wartość stałej K_s w równaniu (4.24) powinna przybierać w tym przypadku znaczące wartości. Poprawność takiego rozumowania można udowodnić analizując przepływ cieczy w wąskim prześwicie pomiędzy łapą mieszadła kotwicowego a ścianką mieszalnika. Pełna analiza przepływu cieczy w szczelinie byłaby dość kłopotliwa, niemniej w tym przypadku przepływ ten można przybliżyć *przepływem Couette'a* pomiędzy dwoma współśrodkowymi walcami. Przepływ taki był analizowany w p. 3.1.2 dotyczącym mocy mieszania mieszadeł wstęgowych.

Ze względu na specyfikę budowy mieszadła kotwicowego większość energii dostarczanej przez łapy mieszadła jest spożytkowana na pokonanie oporów przepływu w prześwicie i dlatego szybkość ścinania w tym właśnie obszarze decyduje o lepkości cieczy i o oporach, które mieszadło kotwicowe musi pokonać. Można wykazać (*Kembłowski, 1973*), że modelowe, lokalne wartości szybkości ścinania na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni modelowych walców wyrażą się odpowiednio zależnościami (4.25) i (4.26)

$$\dot{\gamma} = \frac{4\pi}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2} N \quad (4.25)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{4\pi}{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1} N \quad (4.26)$$

Zatem w modelu wiru centralnego i w przypadku przepływu Couette'a szybkość ścinania jest wprost proporcjonalna do częstości obrotowej N mieszadła (walca wewnętrznego). Pozwala to stosować równanie (4.24) również w przypadku mieszadła kotwicowego, jednak współczynniki proporcjonalności K_s będą zdecydowanie wyższe, a ich wartość będzie rosła wraz ze zmniejszeniem się prześwitu. Teoretyczne wartości stałej K_s dla mieszadeł kotwicowych obliczone z zależności (4.25) oraz (4.26) zamieszczone są w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Teoretyczne wartości stałej K_s w równaniu wynikające z modelu przepływu Couette'a

d/D	D/d	K_s , równanie (4.25)	K_s , równanie (4.26)	K_s , równanie (4.30)
0,8	1,25	34,9	22,3	34,1
0,9	1,11	66,1	54,1	57,2
0,95	1,05	128,7	122,5	106,3
0,98	1,02	317,3	310,9	2413
0,99	1.01	631,2	624,8	466,2

Dla najczęściej spotykanego inwariantu średnic dla mieszadła kotwicowego $d/D = 0,95$ średnia teoretyczna wartość stałej $\bar{K}_s = 125,6$, co oznacza, że przy tych samych obrotach mieszadła, mieszadło kotwiczne wytwarza dokładnie 10 razy większą szybkość ścinania niż np. mieszadło turbinowe. Przy wskaźniku płynięcia $n = 0,5$ dla cieczy rozrzedzanych ścinaniem będzie to oznaczało ponad trzykrotnie mniejszą lepkość tej samej cieczy w mieszalniku. Doświadczalne wartości stałej K_s dla mieszadeł kotwicznych są rzeczywiście większe niż podobne wartości dla mieszadeł turbinowych czy śmigłowych, jednak nie są one aż tak duże, jak to wynika z równań (4.25) lub (4.26), szczególnie dla stosunków d/D bliskich jedności.

Doświadczalne badania dotyczące cieczy nienewtonowskich datuje się od końca lat 50. ubiegłego wieku. *Foresti i Liu, 1959* badali zapotrzebowanie mocy mieszania dla mieszadeł kotwicznych przy mieszaniu cieczy rozrzedzanych ścinaniem spełniających prawo potęgowe. W nietypowy sposób zdefiniowali oni liczbę Reynoldsa jako

$$Re^* = \frac{d^2 N^{2-n} \rho}{k} \quad (4.27)$$

gdzie w mianowniku zamiast lepkości pozornej η_{ae} występuje współczynnik konsystencji k z równania potęgowego. Wyniki pomiarów skorelowali równaniem (4.28)

$$Lm = \frac{160B^{n-1}}{Re^*} \left(\frac{l}{h} \right) \frac{d+D}{d} \quad (4.28)$$

gdzie l jest wysokością mieszadła, a h wysokością cieczy. Stała doświadczalna B miała wartość około 50. Niewątpliwą wadą prezentowanego podejścia było nieuwzględnienie szybkości ścinania cieczy w mieszalniku w definicji liczby Reynoldsa, a w konsekwencji nieuwzględnienie zmiennej lepkości cieczy. Czynniki B^{n-1} nie w pełni bowiem uwzględniał wpływ właściwości cieczy nienewtonowskiej na moc mieszania.

Wady tej nie posiadała praca *Calderbanka i Moo-Younga, 1961b*, która ukazała się dwa lata później. Cytowani autorzy wyszli z równań określających lepkość cieczy przy przepływie przez wąskie kapilary i oprócz zmienności szybkości ścinania w mieszalniku ze zmianą geometrii mieszadła uwzględnili również zmianę wartości K_s wraz ze zmianą wskaźnika płynięcia n . W efekcie uzyskali równanie

$$K_s = B \cdot f(n) = B \cdot \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^{\frac{n}{1-n}} \quad (4.29)$$

gdzie stała B była funkcją stosunku D/d

$$B = 9,5 + \frac{9 \left(\frac{D}{d} \right)^2}{\left(\frac{D}{d} \right)^2 - 1} \quad (4.30)$$

Wprowadzona równaniem (4.29) funkcja $f(n)$ jest w rzeczywistości mało istotna. Dla bardzo szerokiego zakresu wartości $0,2 < n < 0,9$, wartość $f(n)$ zmienia się zaledwie w zakresie $0,84 \div 0,78$, czyli zaledwie o 7%. Tak więc wartość K_s można w tym przypadku uważać za stałą. Wartości stałej K_s dla $n = 1$ obliczone z równania (4.29) i (4.30) zamieszczone są w tabeli 4.1 i można łatwo zauważyć ich dobrą zgodność z wynikami otrzymanymi z zastosowania teorii przepływu Coutte'a.

Becknet i Smith, 1966 również uzależnili równaniami (4.31 ÷ 4.34) średnią szybkość ścinania w mieszalniku od geometrii mieszadła kotwiczowego oraz właściwości nienewtonowskich cieczy mieszanej

$$K_s = a \cdot (1 - n) \quad (4.31)$$

gdzie stała a była uzależniona od prześwitu pomiędzy łapą obracającego się mieszadła a ścianką mieszalnika

$$c = \frac{(D - d)}{2D} \quad (4.32)$$

i dla mieszadeł kotwiczowych o łopatach prostych

$$a = 37 - 120 \cdot c \quad (4.33)$$

Natomiast dla łopat usytuowanych pod kątem w stosunku do osi mieszalnika

$$a = 106 - 1454 \cdot c \quad (4.34)$$

Peters i Smith, 1969 podali bardzo podobną zależność. Skorelowali oni mianowicie wartość K_s w postaci równania (4.35) podobnego w swojej formie do równania (4.31)

$$K_s = 40 \cdot (1 - n) \cdot (1 - 3c) \quad (4.35)$$

Mizushina i wsp., 1966a badali wymianę ciepła do cieczy pseudoplastycznych i lepkość zastępczą określali z wykorzystaniem równania (4.36), gdzie parametr β przyjmował wartość 14. Sposób uzyskania tego parametru nie został jednak wyjaśniony

$$K_s = \frac{\beta \pi d}{0,5(D - d)} \quad (4.36)$$

Zaprezentowane powyżej zależności pozwalające obliczyć wartość średniej szybkości ścinania w mieszalniku uzależniały jej wartość od stosunku średnicy mieszalnika do średnicy mieszadła D/d . Jak wynika z tabeli 4.2 w granicznych przypadkach była to nawet ponad dwudziestokrotna różnica. Istnieje jednak spora liczba prac, gdzie również na podstawie pomiarów doświadczalnych tak mocnej zależności nie stwierdzono. *Schilo, 1969* dla cieczy spełniających równanie potęgowe podaje dość skomplikowane w swojej formie równanie (4.37), które uzależnia wartość K_s tak od stosunku D/d , jak również od wartości wskaźnika płynięcia n

$$K_s = \left[\frac{(4\pi)^{n-1} \left(\frac{D}{d} \right)^2 - 0,75}{n^n \left[\left(\frac{D}{d} \right)^{\frac{2}{n}} - 0,75 \right]^n} \right]^{\frac{1}{0,9(n-1)}} \quad (4.37)$$

Dla przyjętego wskaźnika płynięcia $n = 0,5$, wartości K_s zmieniały się zaledwie dwukrotnie przy zmianie stosunku $1,01 < D/d < 1,25$. Biorąc pod uwagę poprzednie zależności funkcyjne, tę zmianę można uznać za bardzo małą.

W tym samym roku *Pollard i Kantyka, 1969* podczas badań wymiany ciepła do cieczy nienewtonowskich stwierdzili, że dla mieszadeł kotwicznych wartość K_s można uznać za stałą równą 18, niezależną od wskaźnika płynięcia n , pomimo że podczas badań wskaźnik ten zmieniał się w szerokich granicach $0,35 \div 0,78$.

Mitsuishi i Miyairi, 1973 założyli, że rozkład prędkości pomiędzy łapą mieszadła kotwiczowego a ścianką mieszalnika jest prostoliniowy, tak więc średnia szybkość ścinania w tym obszarze dana jest równaniem

$$\dot{\gamma}_{ae} = \frac{2\pi d}{D-d} N \quad (4.38)$$

Równanie (4.38) dla $d/D < 0,9$ w zadowalający sposób pokrywało się z teoretycznymi wartościami K_s uzyskanymi z modelu Couette'a. Jest to niewątpliwa zaleta tak prostego modelu.

Istnieje grupa prac, których wyniki całkowicie odbiegają od dotychczas prezentowanych. Uzależniają one wartość współczynnika K_s od wskaźnika płynięcia n , natomiast wpływ stosunku D/d jest pomijany. *Kai i Shengyao, 1989*, którzy również badali wymianę ciepła do cieczy rozrzedzanych ścinaniem w ruchu laminarnym i burzliwym proponują zależność (4.39) dla dość szerokiego zakresu zmienności $0,49 < n < 0,92$

$$\dot{\gamma} = K_1^{1/n} \cdot N^{\frac{2-f(2-n)}{n}} \quad (4.39)$$

gdzie dla zakresu mieszania laminarnego parametr $f = 1$, natomiast $K_1 = 0,4$. Wstawiając te wartości do równania (4.39), otrzymamy

$$\dot{\gamma} = 0,4^{1/n} \cdot N \quad (4.40)$$

czyli

$$K_s = 0,4^{1/n} \quad (4.41)$$

Wartości K_s obliczone z równania (4.41) są o kilka rzędów wielkości mniejsze od wartości umieszczonych w tabeli 4.1.

Podobny brak zależności średniej szybkości ścinania od wielkości mieszadła można znaleźć w pracach *Riegera i Nowaka, 1973*. W swoich badaniach potwierdzili oni możliwość stosowania koncepcji *Metznera i Otto, 1957*, ale w zaproponowanych przez nich równaniach (4.42) i (4.43) występuje jedynie wskaźnik płynięcia n . Dla mieszadeł kotwicznych o łopatach prostych proponują równanie

$$K_s = n^{\frac{2,21}{n-1}} \quad (4.42)$$

a dla łopat pochylonych

$$K_s = n^{\frac{2,34}{n-1}} \quad (4.43)$$

We wnioskach stwierdzają, że do obliczeń inżynierskich z wystarczającą dokładnością można używać stałej wartości K_s .

Thibault, i Tanguy, 2002 badali układ złożony z wolnoobrotowego mieszadła kotwiczowego oraz szybkoobrotowych mieszadeł prętowych i mieszadła turbino-owego umieszczonych na tym samym wale. Dla takiego układu podali równanie (4.44) uzależniające wartość K_s tylko od wskaźnika płynięcia n

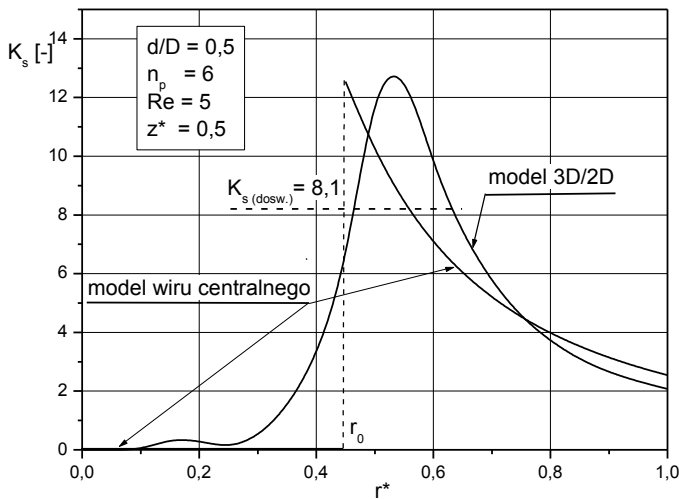
$$K_s = 8,04 \cdot R_N + 22,97 \quad 0 < R_N < 24 \quad (4.44)$$

gdzie R_N jest stosunkiem obrotów mieszadła turbinowego do obrotów mieszadła kotwicowego.

Rozważania na temat interpretacji znaczenia stałej K_s można znaleźć w pracy *Kuncewicza i wsp., 2011*. Autorzy wykonali pomiary wartości stałej K_s dla 8 mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach prostych oraz obliczyli rozkład lokalnej wartości K_s w całym obszarze mieszalnika na podstawie rozwiązania modelu hybrydowego dla zakresu mieszania laminarnego (*Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010a; 2010b*) oraz z modelu wiru centralnego (rys. 3.17). Zgodnie z modelem wiru centralnego maksymalna szybkość ścinania w mieszalniku istnieje jedynie dla promienia równego promieniowi wiru centralnego r_0 , gdyż zgodnie z definicją szybkości ścinania określoną równaniem (3.56)

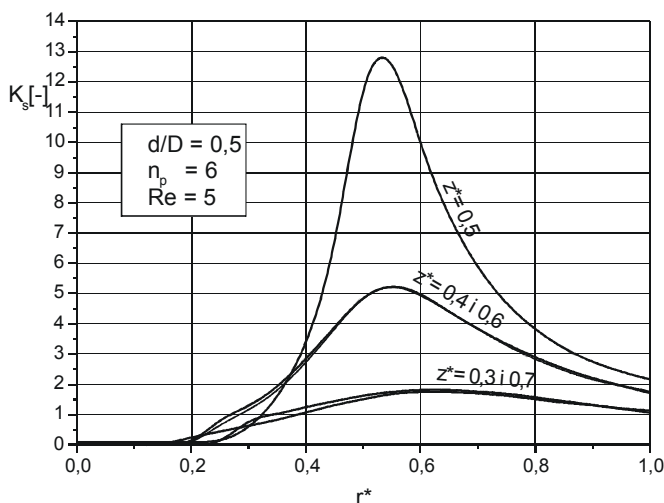
$$\dot{\gamma} = -\left(r \frac{d\omega}{dr}\right) = 2\omega_0 \frac{r_0^2}{r^2} = 4\pi N \cdot \frac{r_0^2}{r^2} \quad (4.45)$$

największa wartość $K_s = 4\pi$ występuje dla najmniejszego z możliwych promieni w obszarze II (rys. 3.17), czyli dla $r = r_0$. Dla $r > r_0$ wartość K_s maleje z promieniem zgodnie z funkcją hiperboliczną drugiego stopnia, a dla $r < r_0$ wartość $K_s = 0$ (ciecz wiruje jak ciało stałe). Na rys. 4.5 przedstawiono porównanie wartości K_s uzyskane trzema metodami.



Rys. 4.5. Porównanie średniej szybkości ścinania w mieszalniku dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych (*Kuncewicz i wsp., 2011*)

Łatwo zauważyć dobrą zgodność obu rozkładów wynikających z rozwiązań modelowych i dość dobrą zgodność maksymalnych wartości modelowych z doświadczalną wartością $K_s = 8.1$. Należy pamiętać, że prezentowane na rys. 4.5 rozkłady dotyczą wysokości zawieszenia mieszała, czyli obszaru, gdzie istnieją największe prędkości obwodowe, a zatem i największe szybkości ścinania. Potwierdza to rys. 4.6 przedstawiający rozkład wartości K_s w całym mieszalniku oraz tabela 4.2 zawierająca porównanie wartości doświadczalnych ze średnimi i maksymalnymi wartościami szybkości ścinania dla całego mieszalnika otrzymanymi z rozwiązania modelu hybrydowego 3D/2D.



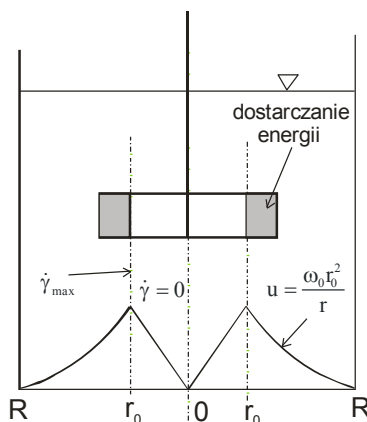
Rys. 4.6. Rozkład lokalnej szybkości ścinania w mieszalniku wynikający z modelu hybrydowego 3D/2D (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010a)

Tabela 4.2. Porównanie wartości doświadczalnych szybkości ścinania w mieszalniku z wartościami modelowymi średnimi i maksymalnymi (Kuncewicz i wsp., 2011)

	$n_p = 6$			$d/D = 0,5$				
	$d/D = 0,5$	$d/D = 0,6$	$d/D = 0,7$	$n_p = 2$	$n_p = 3$	$n_p = 4$	$n_p = 8$	$n_p = 12$
$K_{s \text{ sr. mod.}}$	1,43	1,72	1,93	1,16	1,31	1,41	1,44	1,49
$K_{s \text{ (dośw.)}}$	8,1	11,3	12,9	8,0	7,95	8,0	8,95	9,75
$K_{s \text{ max}}$	12,8	14,9	16,9	7,5	10,4	11,5	14,2	15,7

Łatwo zauważyć, że średnie wartości modelowe $K_{s \text{ sr. mod}}$ zmieniały się w dość wąskich granicach $1,16 \div 1,93$ i średnio były $7 \div 8$ razy mniejsze niż doświadczalne wartości $K_{s \text{ (dośw.)}}$, pomimo że obie wartości dotyczyły całego obszaru mieszalnika. Istniała natomiast dobra zgodność pomiędzy wartościami doświadczalnymi i wartościami maksymalnymi. W konkluzji autorzy stawiają

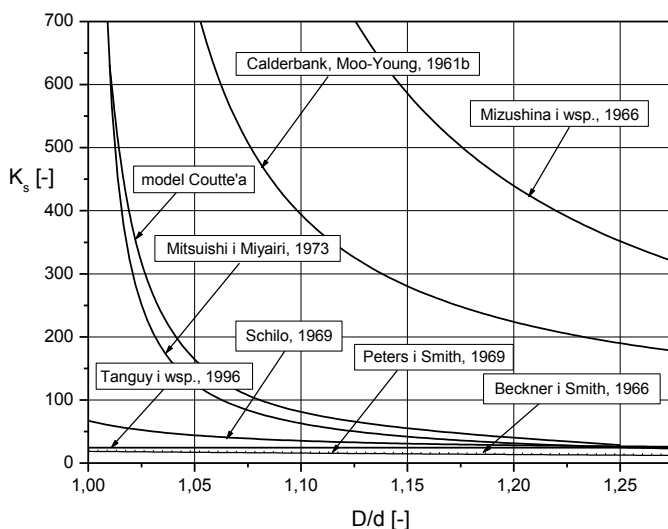
hipotezę, że mierząc standardową metodą *Metznera i Otto, 1957* wartość średniej szybkości ścinania (wartość K_s) dotyczącą całej objętości mieszalnika w rzeczywistości mierzymy średnią szybkość ścinania jedynie pewnego, dość ograniczonego obszaru zawierającego końce łopatek mieszadła. Wniosek ten wynika z faktu, że metoda *Metznera i Otto, 1957* polega na porównaniu mocy mieszania cieczy newtonowskich i nienewtonowskich, kiedy energia dostarczana jest do mieszalnika przede wszystkim końcami łopatek mieszadła, jak to przedstawiono na rys. 4.7.



Rys. 4.7. Obszar dostarczania energii do cieczy mieszanej przez obracające się mieszadło wynikający z modelu wiru centralnego

Przedstawiona w pracy *Kuncewicza i wsp., 2011* hipoteza może mieć istotne znaczenie przy obliczaniu strumienia cieplnego przy płaszczowej wymianie ciepła w mieszalniku zawierającym ciecz rozrzedzaną ścinaniem. Jak wynika z rys. 4.5 i rys. 4.6 dla mieszadeł turbinowo-łopowych szybkość ścinania przy ścianie mieszalnika może być w granicznym przypadku nawet dziesięciokrotnie mniejsza niż w obszarze łopatek mieszadła. Dla wskaźnika płynięcia $n = 0,5$ lepkość pozorna cieczy η_{ae} przy ścianie mieszalnika będzie wtedy 3,16 razy większa niż w obszarze mieszadła. Zwiększona lepkość cieczy w warstwie granicznej może powodować około 30% zmniejszenie współczynnika wnikanie ciepła w ruchu laminarnym. Oznacza to, że korzystając z literaturowych wartości K_s wyznaczonych metodą *Metznera i Otto, 1957* można przeszacować wartość współczynnika wnikanie ciepła nawet do 25%.

Wprawdzie w przypadku mieszadeł kotwicowych takie przypadki nie występują, gdyż obszar dostarczania energii do mieszalnika pokrywa się z obszarem przyściennym, w którym odbywa się płaszczowa wymiana ciepła, niemniej uzasadnione obawy budzą bardzo duże różnice w wartościach doświadczalnych K_s podawanych w dostępnej literaturze przedmiotu.



Rys. 4.8. Porównanie wyników dotyczących średniej szybkości ścinania w mieszalniku uzyskanych przez różnych autorów

Na rys. 4.8 w sposób poglądowy przedstawiono porównanie wyników badań różnych autorów dotyczących określania średniej szybkości ścinania cieczy w mieszalniku dla mieszadeł kotwicowych. Na rysunku tym zamieszczono wyniki prac dla przyjętej wartości wskaźnika płynięcia $n = 0,5$ i uwzględniono tylko te prace, które uzależniały wartość K_s od stosunku D/d . Nie uwzględniono natomiast prac, które tę samą wartość K_s uzależniały tylko od wskaźnika płynięcia n lub uzyskane wartości K_s były poniżej wartości 1,0. Pomimo tak przyjętego ograniczenia, różnice w poszczególnych wartościach K_s , jak wynika z analizy rys. 4.8, są jednak ogromne.

Wszystkie przedstawione prace można byłoby podzielić na dwie grupy. *Pierwsza grupa* to prace, według których istnieje bardzo silna zależność pomiędzy szybkością ścinania a wielkością prześwitu, pomiędzy ścianką mieszalnika a łapą obracającego się mieszadła (Calderbank i Moo-Young, 1961b; model Coutte'a, Mizushima i wsp., 1966; Mitsubishi i Miyairi, 1973). We wszystkich przypadkach szybkość ścinania rosła wraz ze zmniejszeniem się prześwitu, niemniej wartości liczbowe współczynnika K_s , nawet i w tym przypadku, różniły się znacznie. Zwraca uwagę dobra zgodność pomiędzy propozycją Mitsubishi i Miyairi, 1973 a wynikami otrzymanymi z modelu Coutte'a. Być może przyczyną zgodności należy szukać w podstawach obu propozycji, gdyż obie wynikają z rozważań teoretycznych.

Drugą grupę stanowią prace Beckera i Smitha, 1966; Petersa i Smitha, 1969 oraz Tanguy i wsp., 1996, których wyniki wskazują na bardzo słabą zależność średniej szybkości ścinania od prześwitu lub takiej zależności w ogóle nie wykazują (Tanguy

i wsp., 1996). Wartości K_s podawane w tej grupie prac są kilkanaście razy mniejsze od podobnych wartości otrzymywanych w pracach z grupy pierwszej. Praca *Schilo, 1969* stanowi w dużym stopniu łącznik pomiędzy obydwoima, wymienionymi wcześniej, grupami prac.

Obserwowane na rys. 4.8 tak duże różnice wyników trudno wytłumaczyć w racjonalny sposób. Można łatwo udowodnić, że w metodzie *Metznera i Otto, 1957*, która była standardowo stosowana we wszystkich omawianych przypadkach, dokładność pomiarów mocy mieszania cieczy newtonowskiej i nienewtonowskiej odgrywa ogromną rolę. Przy wskaźniku płynięcia $n = 0,3$, 10% błąd popełniony przy określaniu mocy mieszania (momentu obrotowego) skutkuje około 40% błędem wyznaczania wartości K_s . Tak duży błąd może w pewnym stopniu tłumaczyć rozbieżności w wynikach końcowych, ale tylko w pewnym stopniu. Wydaje się, że muszą być przeprowadzone dalsze badania szybkości ścinania w mieszalniku z użyciem współczesnych, dokładniejszych metod pomiarowych.

Z merytorycznego punktu widzenia o mocy mieszania decyduje obszar prześwitu, zatem do obliczeń inżynierskich można zarekomendować te zależności, które uwzględniają wpływ stosunku D/d na wartość K_s . Wobec dużych rozbieżności w wynikach doświadczalnych można zarekomendować zależności wynikające z modelu przepływu Coutte'a lub modelu *Mitsubishi i Miyairi, 1973*.

4.2.1. Ciecze posiadające granicę płynięcia

Odrębnym zagadnieniem w mieszaniu cieczy rozrzedzanych ścinaniem jest sposób określania lepkości cieczy dla płynów z granicą płynięcia τ_0 (yield stress fluids), po przekroczeniu której ciecz zaczyna dopiero płynąć. Ciecze z granicą płynięcia spotykamy często w przemyśle spożywczym lub farmaceutycznym, są to różnego rodzaju pasty, farby lub niektóre stopione polimery. Ze względu na częstość ich występowania istotnym problemem jest dobieranie układu mieszającego dla tego typu cieczy oraz określenie zastępczej lepkości pozornej η_{ae} , a następnie obliczenie zapotrzebowania mocy do napędu mieszadła.

Jeśli krzywa płynięcia takiej cieczy $\tau = f(\dot{\gamma})$ jest linią prostą, to jest to płyn Binghama i równanie krzywej płynięcia posiada postać

$$\tau = \tau_0 + \eta_p \dot{\gamma} \quad (4.46)$$

gdzie η_p [Pas] nazywane jest plastycznością płynu.

W przypadku krzywej płynięcia niebędącej linią prostą, najbardziej popularne są modele Cassona i Herschel-Bulkleya przedstawione odpowiednio równaniami (4.47) i (4.48)

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\eta_{pc} \cdot \dot{\gamma}} \quad (4.47)$$

$$\tau = \tau_0 + (\eta_{pm} \cdot \dot{\gamma})^{\frac{1}{m}} \quad (4.48)$$

gdzie τ_0 jest naprężeniem granicznym, a η_{pc} i η_{pm} są jedynie parametrami modelu.

Pod względem hydrodynamicznym układ z cieczą posiadającą granicę płynięcia jest układem specyficznym, gdyż w obszarach o słabych naprężeniach stycznych nieprzekraczających wartości τ_0 płyn zachowuje się jak ciało stałe, powodując tym samym powstawanie stref martwych w mieszalniku lub stref o bardzo słabym wymieszaniu (*Elson, 1990; Hirata i Aoshima, 1996; Ein-Mozaffari i wsp., 2005*). Z tego też względu do mieszania tego typu cieczy zaleca się stosowanie mieszadeł wąskoprześwitowych, przede wszystkim mieszadeł wstęgowych oraz kotwicowych, wytwarzających stosunkowo duże naprężenia ścinające w mieszalniku (*Bertrand i wsp., 1996; Tangu i wsp., 1996*).

Do określania intensywności mieszania dla cieczy Bingham'a można stosować albo klasyczną liczbę Reynoldsa, gdzie w mianowniku występuje zastępcza lepkość pozorna η_{ae} , lub też można stosować bezwymiarową liczbę zwaną liczbą Bingham'a, zdefiniowaną równaniem (4.49)

$$Bi = \frac{\tau_0}{\eta_p N} \quad (4.49)$$

Ze względu na to, że częstość obrotowa mieszadła N znajduje się w mianowniku, a nie w liczniku, jak w przypadku definicji liczby Reynoldsa, małe wartości Bi oznaczają bardziej intensywne mieszanie cieczy.

Ze względu na skomplikowane właściwości reologiczne cieczy posiadających granice płynięcia, do opisu sposobu określania zastępczej lepkości pozornej η_{ae} lub wartości K_s w równaniu (3.56) autorzy często wykorzystują znane modele hydrodynamiczne dotyczące poszczególnych przypadków przepływu. Dla mieszadeł wąskoprześwitowych takim przepływem jest niewątpliwie przepływ Couette'a przedstawiony na rys. 3.3 (*Bousmina i wsp., 1999; Ait-Kadi i wsp., 2002; Thakur i wsp., 2004*). W modelu tym zakłada się izotermiczny przepływ cieczy pomiędzy dwoma koncentrycznymi walcami, z których cylinder zewnętrzny jest nieruchomy, natomiast moment M dostarczany jest na cylinder wewnętrzny, który obraca się z częstością obrotową N . Parametrem geometrycznym jest stosunek promienia walca wewnętrznego R_1 do promienia walca zewnętrznego R_2 , przy czym $R_1/R_2 = s$. Dla cieczy Bingham'a przepływ płynu w szczelinie pomiędzy walcami zależeć będzie od wartości przyłożonego momentu M na cylinder wewnętrzny i jego relacji w stosunku do dwóch krytycznych wartości M_1 i M_2 określających warunki płynięcia płynu na powierzchniach obu cylindrów

$$M_1 = 2\pi H \tau_0 R_1^2 \quad (4.50)$$

$$M_2 = 2\pi H \tau_0 R_2^2 \quad (4.51)$$

Dla małych momentów M przyłożonych do cylindra wewnętrznego $M < M_1 < M_2$ oraz przy założeniu braku poślizgu na ściankach w szczelinie nie istnieje żaden przepływ i prędkość w szczelinie równa jest zeru. Dla średnich wartości momentu $M_1 < M < M_2$ naprężenia styczne na ścianie wewnętrznej są wyższe niż naprężenia graniczne τ_0 i następuje częściowy przepływ płynu w szczelinie. Jest to tzw. „przepływ mieszany”. Dla dużych wartości momentu $M > M_2 > M_1$ w całej szczelinie następuje pełny przepływ płynu, jest to tzw. „przepływ w pełni ścinający”. Powyżej opisane relacje można zastąpić wartościami promienia krytycznego X_0 zdefiniowanego równaniem (4.52)

$$X_0 = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{1}{2\pi H} \frac{M}{\tau_0}} \quad (4.52)$$

Dla przepływu mieszanego otrzymalibyśmy $s < X_0 < 1,0$, a dla przepływu w pełni rozwiniętego $X_0 > 1,0$. Przejście z obszaru mieszanego do obszaru w pełni rozwiniętego następuje przy $X_0 = 1,0$. Rozkład prędkości dla cieczy Binghama prezentowali *Bird wsp., 1983*, a dla cieczy spełniających równanie Herschela-Burkleya (4.48) *Jarny i Coussot, 2002*.

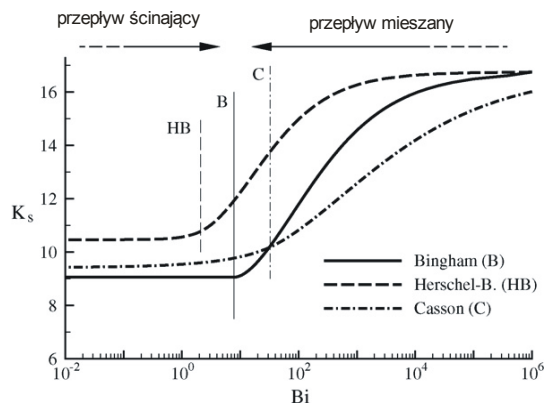
Rozwiązaniom numerycznym dla modelu przepływu Couette’a oraz rozwiązaniu w przestrzeni 2D i 3D dla rzeczywistych mieszadeł wstęgowych i kotwicowych pracujących w ruchu laminarnym poświęcona była praca *Anne-Archard i wsp., 2006*. Dla modelu Couette’a i dla przepływu mieszanego ($X_0 < 1,0$) uzyskano zależność teoretyczną określającą wartość współczynnika proporcjonalności K_s w równaniu (3.56)

$$K_s = \frac{4\pi}{1 - X_0^2 + 2 \ln(X_0/s)} \quad (4.53)$$

a dla przepływu w pełni ścinającego ($X_0 > 1,0$)

$$K_s = \frac{-2\pi}{\ln s} \quad (4.54)$$

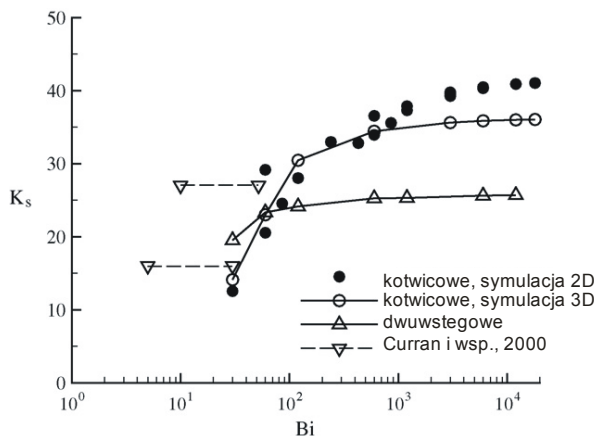
Należy pamiętać, że wartości K_s wyrażone zależnościami (4.53) i (4.54) zależą od przyłożonego momentu do cylindra wewnętrznego, gdyż od tego zależy w jakim zakresie ruchu będziemy się znajdować. Wyniki rozwiązań w formie graficznej pokazano na rys. 4.9.



Rys. 4.9. Uzyskane z rozwiązań numerycznych wartości K_s dla przepływu Couette'a dla $s = 0,96$ (Anne-Archard wsp., 2006)

Przedstawione na tym rysunku wyniki dotyczyły nie tylko płynów Bingham, ale również płynów spełniających modele reologiczne płynów Cassone i Herschela-Bulkleya. Liniami pionowymi zaznaczono moment przejścia przepływu z obszaru w pełni ścinanego w obszar przepływu mieszanego. Jak wynika z rys. 4.9 wartości K_s , a zatem i średnia szybkość ścinania w szczelinie, dla przepływu w pełni ścinającego, nie była zbyt duża, gdyż wartości współczynnika oscylowały około wartości 10, niezależnie od przyjętego w obliczeniach modelu reologicznego. Jedynie dla przepływu mieszanego wartości K_s rosły do około 15, również niezależnie od przyjętego modelu reologicznego.

Na rys. 4.10 przedstawiono z kolei podobne rozwiązania numeryczne dla mieszadeł kotwicowych oraz wstęgowych (Anne-Archard wsp., 2006), przy mieszaniu płynów Bingham. Stosunek średnicy mieszadła do średnicy mieszalnika dla mieszadła kotwicowego wynosił 0,96, a dla mieszadła wstęgowego 0,89.



Rys. 4.10. Wartość parametrów Metznera i Otto K_s dla cieczy Bingham, dla mieszadeł wstęgowych i kotwicowych (Anne-Archard wsp., 2006)

Nie wnikając w szczegółową analizę rys. 4.10 łatwo zauważyć, że wartości liczbowe K_s są bliskie wartościom uzyskiwanym dla płynów pseudoplastycznych. Zostało to przedstawione w p. 4.2 (mieszadła kotwicowe) oraz w p. 3.3.3 (mieszadła wstęgowe). Zbieżność omawianych rezultatów wynika najprawdopodobniej z faktu, że oba rozważane płyny, niezależnie czy z granicą płynięcia, czy bez, należą do grupy płynów rozrzedzanych ścinaniem.

Oprócz cieczy reostabilnych występują również ciecze o zmiennych właściwościach w czasie. Najbardziej popularnymi cieczami z tej grupy są ciecze tiksootropowe, których lepkość maleje wraz z czasem, jeśli są one poddane ciągłemu ścinaniu. Ze względów oczywistych sposób obliczania lepkości zastępczej i mocy mieszania dla tego typu cieczy jest dużo bardziej skomplikowany niż w przypadku płynów reostabilnych. Zagadnieniom tym poświęcone są m.in. prace *Marouche i wsp., 2002* oraz *Maingonnata i wsp., 2005*.

4.3. Wymiana ciepła na ścianie mieszalnika

Przy płaszczowej wymianie ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej w ruchu laminarnym, największą zaletą mieszadeł kotwicowych jest możliwość mechanicznego zdzierania termicznej warstwy granicznej tworzącej się na ścianie mieszalnika. Szczególnie jest to widoczne przy mieszaniu cieczy o dużych lepkościach lub podczas mieszania cieczy rozrzedzanych ścinaniem. W pierwszym przypadku, grubość termicznej warstwy granicznej jest z reguły większa niż wielkość przeswitu pomiędzy łapą obracającego się mieszadła kotwicowego i mechaniczne usuwanie części ogrzanej warstwy granicznej do wnętrza mieszalnika zwiększa wartość wymienianego strumienia cieplnego. W drugim przypadku, duże szybkości ścinania w wąskim przeswicie powodują zmniejszenie lepkości cieczy rozrzedzanych ścinaniem, co z kolei powoduje zmniejszenie grubości warstwy granicznej, a tym samym polepszenie warunków dobrej wymiany ciepła. Z tej krótkiej analizy wynika jeden podstawowy wniosek, że kluczowym parametrem decydującym o szybkości wymiany ciepła na ścianie mieszalnika w przypadku mieszadeł kotwicowych, jest wielkość przeswitu pomiędzy obracającym się mieszadłem a ścianką.

W p. 3.4.2 poświęconym wymianie ciepła dla mieszadeł wstęgowych opisano metody pomiarowe służące do wyznaczania współczynników wnikania ciepła. Podano również klasyczną formę równania korelacyjnego (4.55), służącego do opisywania zależności współczynników wnikania ciepła od parametrów procesowych oraz właściwości fizykochemicznych mieszanej cieczy

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = C \left(\frac{Nd^2 p}{\eta} \right)^A \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^B \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^E \quad (4.55)$$

Równanie to możemy zapisać w formie uproszczonej jako

$$Nu = C Re^A Pr^B Vi^E \quad (4.56)$$

Przy znanych wartościach stałych A, B, E oraz współczynnika proporcjonalności C w bardzo łatwy sposób możemy na etapie projektowania mieszalnika obliczyć wartość współczynnika wnikania ciepła α . Wartość α jest wartością kluczową, jeśli chcemy określić wartość strumienia cieplnego $q[W]$ wymienianego pomiędzy ścianką mieszalnika a cieczą mieszaną.

4.3.1. Ciecze newtonowskie

Mieszadła kotwicowe służą w zasadzie tylko do płaszczowej wymiany ciepła. Mimo to liczba prac poświęconych temu zagadnieniu, szczególnie w odniesieniu do cieczy newtonowskich, nie jest zbyt imponująca. W dodatku, w większości są to prace prowadzone w połowie ubiegłego wieku.

Prace, które niewątpliwie zapoczątkowały badania wymiany ciepła dla mieszadeł kotwicowych to prace *Uhla, 1955* oraz *Uhla i Voznika, 1960*, w których autorzy wykonali obszerne badania w mieszalniku z dnem elipsoidalnym. Dla zakresu mieszania laminarnego podali równanie

$$Nu = 1,0 Re^{0,5} Pr^{0,33} Vi^{0,18} \quad \text{dla } Re = 30 \div 300 \quad (4.57)$$

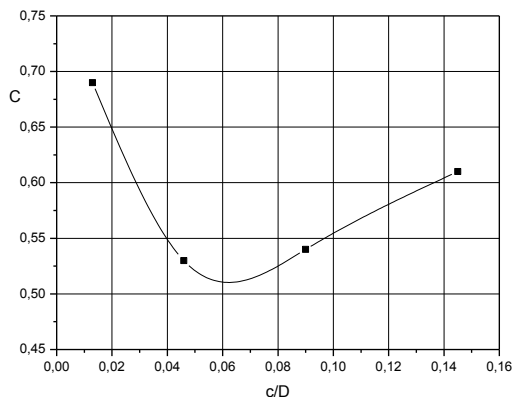
natomiast dla wyższych liczb Reynoldsa $Re = 300 \div 4000$

$$Nu = 0,38 Re^{0,67} Pr^{0,33} Vi^{0,18} \quad (4.58)$$

W ostatniej pracy autorzy dokonali analizy ilościowej wpływu bezwymiarowego prześwitu c/D na wartość współczynnika wnikania ciepła α . Na wykonanych wykresach $Nu/(Pr^{0,33} Vi^{0,18}) = f(c/D)$ dla ustalonych wartości liczb Reynoldsa $Re = 10$ oraz $Re = 300$ uzyskali minimum dla $c/D \cong 0,025$ ($d/D = 0,95$). Dla małych wartości prześwitu fakt ten tłumaczą mechanicznym zdzieraniem warstwy granicznej dla $c/D < 0,025$. Natomiast dla większych prześwitów, przy dalszym jego wzroście coraz większa część strugi cieczy przepływa na zewnątrz obracającej się łapy mieszadła, wytwarzając w tym obszarze zwiększoną burzliwość, co oczywiście pozytywnie wpływa na warunki wymiany ciepła. Stąd wartości α rosną wraz ze wzrostem prześwitu dla $c/D > 0,025$.

Powyższe obserwacje potwierdza praca *Heinleina i Sandalla, 1972*. Autorzy badali wnikanie ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej podczas niustalonego ruchu ciepła. W wyniku przeprowadzonych badań uzyskali zależność stałej proporcjonalności C od wielkości bezwymiarowego prześwitu $C = f(c/D)$, co przedstawiono na rys. 4.11. Charakter krzywej uzyskanej przez *Heinlena i Sandalla, 1972* kształtem pokrywa się z krzywymi podanymi przez

Uhla i Voznicka, 1960, chociaż występujące minimum przypada na zupełnie inną wartość c/D (0,06 wobec 0,025 wg *Uhla i Voznicka, 1960*).



Rys. 4.11. Zależność szybkości wnikanie ciepła na ścianie mieszalnika od względnego prześwitu c/D wg *Heinleina i Sandalla, 1972*

Warto jednak zauważyć, że badania nieustalonego ruchu ciepła wykonane przez Heinleina i Sandalla dotyczyły cieczy nienewtonowskich i były one obarczone dość dużym błędem, gdyż średni błąd wynosił $\pm 29\%$. Wynikało to najprawdopodobniej z faktu, że strumień ciepła był obliczany z równania (3.99) dla nieustalonego ruchu ciepła, a pochodną $dt/d\tau$ określano numerycznie na podstawie bardzo małych przyrostów Δt w czasie $\Delta \tau$. Duży błąd popełniany przy określaniu wartości Δt mógł mieć decydujący wpływ na wynik końcowy.

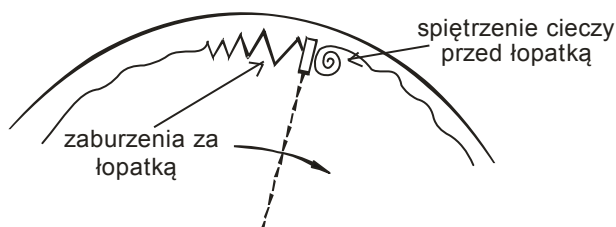
Nieco odmienny sposób korelowania wyników doświadczalnych zastosował w swojej pracy *Zlokarnik, 1969*. Wykonał on obszerne badania mieszadeł kotwicowych pracujących w szerokim zakresie liczb Reynoldsa $Re = 1 \div 10^5$. Ze względu na uzyskane przesunięcie punktów doświadczalnych na wykresie, końcowe wyniki podał w postaci korelacji (4.59), gdzie stała C dla przypadku ogrzewania cieczy w mieszalniku wynosiła 0,242, natomiast dla przypadku chłodzenia $C = 0,358$.

$$Nu = C(RePr^{0.5} + 4000)^{0.67} Vi^E \quad (4.59)$$

Wykładnik potęgi E wynosił 0,14 dla chłodzenia i 0,02 dla ogrzewania. Równanie (4.59) (niezależnie od formy równania) budzi pewne wątpliwości, gdyż wartość stałej C wskazuje, że współczynniki wnikanie ciepła w przypadku ogrzewania są mniejsze niż w przypadku chłodzenia dla tych samych parametrów geometryczno-procesowych. Jak wiadomo, w praktyce tendencja jest odwrotna, co uwzględnia poprawka Sidera-Tate'a.

Nietypowy układ geometryczny mieszadeł kotwicowych pracujących w cieczach newtonowskich, tzn. mieszadła kotwicowe o dużym prześwicie, przebadali *Mizushina i wsp., 1966b*. Jednak ze względu na brak głównego waloru mieszadeł kotwicowych, czyli możliwości zdzierania warstwy granicznej ze ścianki mieszalnika, mieszadła te nie znalazły szerszego zastosowania.

Porównanie efektów mieszania w postaci współczynników wnikania ciepła z nakładami, jakie należy ponieść, aby utrzymać ciecz w ruchu, przedstawili w swojej pracy *Moo-Young i Gross, 1969*. Badania przeprowadzili w zakresie liczb Reynoldsa $Re = 130 \div 4300$, czyli w dużej mierze w zakresie ruchu przejściowego oraz burzliwego. Dla tego zakresu ruchu opisali w sposób poglądowy (rys. 4.12a) mechanizm opływu cieczy wokół łapy mieszadła kotwicowego. Przed łapą mieszadła następuje spiętrzenie cieczy i wzrost ciśnienia w tym obszarze, natomiast tuż za łapą tworzą się wiry załopatkowe podążające za obracającą się łapą mieszadła.



Rys. 4.12a. Mechanizm tworzenia się wirów w obszarze łapy mieszadła kotwicowego wg *Moo-Younga i Grossa, 1969*

Dla zakresu mieszania burzliwego skorzystali z teorii turbulencji izotropowej Kolmogorowa oraz prac Batchelora. Batchelor dla turbulencji izotropowej określił wartość średniej kwadratowej prędkości pulsacyjnej dla wirów o rozmiarach p mniejszych od mikroskali liniowej wirów, ale większych od skali wirów Kolmogorowa zależnością

$$\overline{u_p^2} = \text{const.} \cdot \left(\frac{P}{V} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{p}{\rho} \right)^{2/3} \quad (4.60)$$

Pierwiastek ze średniej kwadratowej prędkości pulsacyjnej jest statystycznym parametrem opisującym zmienną wielkość średniej prędkości pulsacyjnej na odległości p . Z teorii turbulencji izotropowej Kolmogorowa wynika, że wartość ta jest parametrem statystycznie niezależnym od warunków zewnętrznych i jedynym parametrem wpływającym na nią jest wartość energii rozpraszanej w jednostce objętości cieczy mieszanej. Można zatem określić wartość liczby Reynoldsa dla turbulencji izotropowej, wstawiając zamiast prędkości pierwiastek ze średniej kwadratowej prędkości pulsacyjnej oraz wymiar p

$$\text{Re} = \frac{u_p \sqrt{u_p'^2} \rho}{\eta} \quad (4.61)$$

Uwzględniając równanie (4.60), otrzymamy

$$\text{Re} = \frac{\sqrt{u_p'^2} p \rho}{\eta} \approx \frac{p^{3/4} \rho^{2/3} (P/V)^{1/3}}{\eta} \quad (4.62)$$

W ten sposób wartość liczby Reynoldsa jest uzależniona od wartości energii rozpraszanej w jednostce objętości cieczy mieszanej. Ten sposób określania liczby Reynoldsa podczas badań szybkości wnikania masy w mieszalniku po raz pierwszy zastosował *Oyma, 1956*. Jeżeli do równań opisujących szybkość wnikania ciepła w mieszalniku (bez uwzględnienia stosunku η/η_{sc})

$$\text{Nu} \approx \text{Re}^A \text{Pr}^B \quad (4.63)$$

wprowadzimy jako parametr liniowy p oraz uwzględnimy równanie (4.62), otrzymamy

$$\frac{\alpha p}{\lambda} \approx \left[\frac{p^{3/4} \rho^{2/3} (P/V)^{1/3}}{\eta} \right]^A \left[\frac{c_p \eta}{\lambda} \right]^B \quad (4.64)$$

Calderbank i Moo-Young, 1961a, opierając się na wcześniejszych pracach *Pireta i wsp., 1957* oraz *Barkera i Treybala, 1960*, którzy stwierdzili brak wpływu wielkości p na współczynniki wnikania masy, wyciągnęli wniosek, że wykładnik potęgi A w równaniu (4.64) musi być równy $3/4$. Przyjmując za większością autorów wykładnik B przy liczbie Prandtla jako $B = 1/3$, równanie (4.64) można przekształcić do postaci

$$\frac{\alpha}{c_p \rho} \approx \frac{\{[(P/V)\eta]/\rho^2\}^{1/4}}{(c_p \eta/\lambda)^{2/3}} \quad (4.65)$$

Równanie to wiąże ze sobą bezpośrednio moc mieszania P ze współczynnikiem wnikania ciepła α .

Calderbank i Moo-Young, 1961a wykorzystując dane literaturowe dotyczące wnikania ciepła i masy w mieszalniku dla różnego typu mieszadeł, otrzymali współczynnik proporcjonalności w równaniu (4.65) równy 0,13, co pozwala napisać

$$\frac{\alpha}{\rho c_p} \text{Pr}^{2/3} = 0,13 \cdot \left[\frac{(P/V)\eta}{\rho^2} \right]^{1/4} \quad (4.66)$$

Błąd średni równania korelacyjnego (4.66) był jednak bardzo duży i wynosił 66%. Wynika to najprawdopodobniej z faktu różnych technik pomiarowych wielkości podstawowych stosowanych przez autorów, których prace brane były

pod uwagę przez Calderbanka i Moo-Younga. Drugim powodem było niewątpliwie użycie jednej korelacji dla mieszadeł o różnych konstrukcjach. Uzyskanie jednej korelacji z małym błędem świadczyłoby o mniej więcej jednakowej efektywności pracy wszystkich mieszadeł niezależnie od ich konstrukcji. Byłoby to sprzeczne z wynikami przeważającej liczby prac wykazujących różne efektywności poszczególnych typów mieszadeł, w zależności od ich konstrukcji i wybranego kryterium efektywności mieszania. Niemniej uzyskany średni współczynnik proporcjonalności 0,13 w równaniu (4.66) pozwala na stosowanie go jako punktu odniesienia przy ocenie efektywności pracy określonego mieszadła pod kątem szybkości wymiany ciepła lub masy na ścianie mieszalnika.

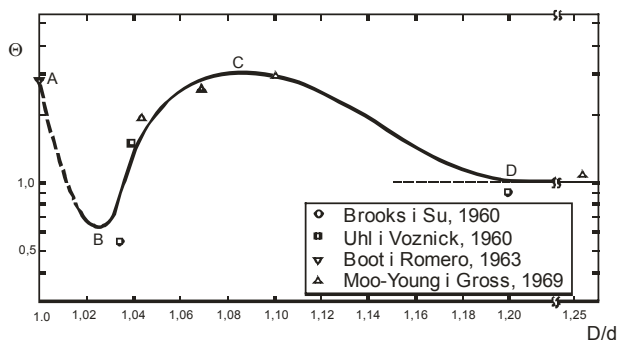
W wspomnianej już pracy *Moo-Younga i Grossa, 1969* określono wartości współczynnika proporcjonalności K w równaniu (4.67) dla mieszadeł kotwicznych o różnych prześwitach względnych c/D

$$\frac{\alpha}{\rho c_p} \text{Pr}^{2/3} = K \left[\frac{(P/V)\eta}{\rho^2} \right]^{1/4} \quad (4.67)$$

Wykorzystując badania własne oraz badania innych autorów *Moo-Young i Gross, 1969* określili oni wartość współczynnika efektywności względnej Θ opisanego równaniem (4.68) dla mieszadeł o różnych prześwitach

$$\Theta = \frac{0,13}{K} \quad (4.68)$$

Można uznać, że wykres zależności (4.68) pokazany na rys. 4.12 jest rozwinięciem pracy *Heinleina i Sandalla, 1972* przedstawionej na rys. 4.11 oraz pracy *Uhla i Voznicka, 1960*. Wprawdzie osie y są opisane w obu przypadkach w inny sposób, niemniej w obu przypadkach znajduje się tam współczynnik wnikania ciepła na ścianie mieszalnika. Z obu wykresów wynika, że wpływ prześwitu na współczynniki wnikania ciepła na ścianie nie jest jednoznaczny i zależy w dużym stopniu od zakresu c/D lub D/d .



Rys. 4.12. Efektywność mieszania mieszadłami kotwicznymi wg *Moo-Younga i Grossa, 1969*

Jak wynika z rys. 4.12 duża efektywność mieszania występuje dla $D/d = 1,0$, czyli dla mieszadła skrobakowego, co ze zjawiskowego punktu widzenia jest jak najbardziej zrozumiałe. Zastanawiające jest jednak, że podobny efekt można osiągnąć stosując mieszadła o dużo mniejszym prześwicie, mianowicie dla stosunku $D/d \cong 1,10$. Fakt ten można wytłumaczyć częściowo tworzeniem się wirów w przestrzeni pomiędzy obracającą się łapą mieszadła a ścianką (*Peters i Smith, 1969*), nie tłumaczy to jednak całkowicie tak znacznej efektywności. Częściową dyskusję tego zagadnienia przedstawiono w pracy *Uhla i Voznicka, 1960*.

Najbardziej niekorzystnym obszarem jest prześwit $D/d \cong 1,04$, co w dużej mierze potwierdzają wyniki pracy *Uhla i Voznicka, 1960* oraz dla przypadku, kiedy łapa mieszadła operuje w dużej odległości od ścianki mieszalnika ($D/d > 1,15$) i zaburzenia wytwarzane przez mieszadło nie docierają bezpośrednio do ścianki.

4.3.2. Ciecze nienewtonowskie

W przypadku cieczy nienewtonowskich jedynym dodatkowym i istotnym problemem w porównaniu z cieczami newtonowskimi jest konieczność uwzględnienia zmiennej lepkości płynu wraz ze zmianą częstości obrotowej mieszadła. Zagadnienie to było szerzej omówione na początku niniejszego rozdziału. Jednak sposób, w jaki poszczególni autorzy uwzględniali wpływ zmiennej lepkości w proponowanych przez siebie zależnościach nie był jednakowy we wszystkich przypadkach. Większość dostępnych prac można byłoby podzielić na dwie grupy. Do pierwszej z nich należy zaliczyć te prace (*Pawłuszenko i Głuz, 1966a; Głuz i Pawłuszenko, 1967; Martone i Sandale, 1971*), w których w podawanych zależnościach korelacyjnych w miejsce lepkości molekularnej, będącej tylko funkcją temperatury, wstawiano lekkość pozorną η_{ac} z wykorzystaniem stałej K_s w równaniu (3.56). Druga grupa prac bazuje na analizie równań Naviera-Stokesa, równania ciągłości i równania energii z uwzględnieniem ich różnych uproszczeń (*Hagedorn i Salomone, 1967; Pollard i Kantyka, 1969*). W ten sposób w równaniach korelacyjnych pojawiają się dodatkowe czynniki, które nie występują w przypadku mieszania cieczy newtonowskich.

Ze względu na różnorodność propozycji poszczególne prace nie będą omawiane w sposób szczegółowy, natomiast proponowane równania korelacyjne są przedstawione w tabeli 4.3 wraz z najważniejszymi parametrami. W tabeli podano zakresy zmienności liczby Reynoldsa, a w tekście poniżej sposób ich definicji przez poszczególnych autorów.

Tabela 4.3. Wnikanie ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy nienewtonowskich dla mieszadeł kotwicowych

Autorzy	D[m]	Ciecze	Re	
Pollard i Kantyka, 1969	0,305 0,610 0,965	Wodne zawiesiny kredy, $0,6 < n < 1,0$	$200 \cdot 10^6$	$\frac{\alpha D}{\lambda} = 0,35 \text{Re}_1^{2/3} \text{Pr}_1^{1/3} (k/k_{sc})^{0,14}$
Głuz i Pawłuszenko 1966	0,3	Woda, olej, r-ry NaCMC $0,6 < n < 1,0$	8-30	$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,636 \text{Re}_2^{0,5} \text{Pr}_2^{1/3} (k/k_{sc})^{0,18}$
Pawłuszenko i Głuz, 1966b	0,3	Woda, olej, r-ry NaCMC $0,6 < n < 1,0$	$30 \cdot 3 \cdot 10^5$	$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,374 \text{Re}_2^{2/3} \text{Pr}_2^{1/3} (k/k_{sc})^{0,18}$
Sandall i Patell, 1970	0,2	R-ry CMC $0,3 < n < 1,0$	$320 \cdot 9 \cdot 10^4$	$\frac{\alpha D}{\lambda} = 0,315 \text{Re}_1^{2/3} \text{Pr}_1^{1/3} (k/k_{sc})^{0,12}$
Martone i Sandall, 1971	0,2	Zawiesiny kredy w wodzie	$336 \cdot 9,5 \cdot 10^4$	$\frac{\alpha D}{\lambda} = 0,315 \text{Re}_3^{2/3} \text{Pr}_3^{1/3} (\eta_{ae}/\eta_{ae,sc})^{0,2} [1/(1 - \quad)]^{0,072}$ φ -stężenie masowe zawiesiny
Mizushina i wsp., 1967	0,3	R-ry NaCMC	$100 \cdot 5,5 \cdot 10^5$	$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,4 \text{Re}_4^{0,67} \text{Pr}_4^{0,33} \text{Vi}^{0,14}$
Hagedorn i Salomone, 1967	0,2	R-ry CMC $0,3 < n < 1,0$	$35 \cdot 6,8 \cdot 10^5$	$\frac{\alpha d}{\lambda} = 0,56 \text{Re}_5^{(1,43/(n+1))} \text{Pr}_5^{0,3} \text{Vi}^{0,34} n^{0,54}$

Pollard i Kantyka, 1969

Zastosowali wyprowadzoną przez *Calderbanka i Moo Younga, 1961b* zależność (4.69) określającą średnią szybkość ścinania cieczy w mieszalniku

$$\dot{\gamma} = \text{BN} \cdot \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{n/(n-1)} \quad (4.69)$$

gdzie wartość B wyrażona była równaniem (4.30). Ponieważ

$$\eta_{ae} = k\dot{\gamma}^{n-1} = k(\text{BN})^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (4.70)$$

zatem równania określające liczbę Reynoldsa, Prandtla oraz simpleks lepkości przyjmą postać

$$\text{Re}_1 = \frac{\text{Nd}^2 \rho}{\eta_{ae}} = \frac{\rho d^2 N^{2-n} B^{1-n}}{k} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (4.71)$$

$$\text{Pr}_1 = \frac{\eta_{ae} c_p}{\lambda} = \frac{k c_p (\text{BN})^{n-1}}{\lambda} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (4.72)$$

Głuz i Pawłuszenko, 1966 oraz Pawłuszenko i Głuz, 1966a

Jako jedyni stosowali w swoich badaniach wartość $K_s = 4\pi$. Wartość tę stosuje się klasycznie dla przypadku mieszadeł otwartych, dla których prawdziwy jest model wiru centralnego. W efekcie otrzymali

$$Re_2 = \frac{Nd^2\rho}{\eta_{ae}} = \frac{\rho d^2 N^{2-n}}{k} (4\pi)^{1-n} \quad (4.73)$$

$$Pr_2 = \frac{c_p k N^{n-1}}{\lambda} (4\pi)^{n-1} \quad (4.74)$$

Sandall i Patell, 1970

Stosowali tę samą metodę jak *Calderbanka i Moo Younga, 1961b* oraz *Pollard i Kantyka, 1969*, tzn. liczbę Reynoldsa oraz Prandtla obliczali z zależności (4.69÷4.72).

Martone i Sandall, 1971

Badali ciecze Bingham, dla których lepkość pozorna η_{ae} określona jest zależnością

$$\eta_{ae} = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \eta_p = \frac{\tau_0}{K_s N} + \eta_p \quad (4.75)$$

Liczby Reynoldsa i Prandtla obliczali z zależności (4.76) i (4.77) z wykorzystaniem równania (4.75)

$$Re_3 = \frac{Nd^2\rho}{\eta_{ae}} \quad (4.76)$$

$$Pr_3 = \frac{c_p \eta_{ae}}{\lambda} \quad (4.77)$$

Mizushina, Ito, Mukaraki i Tanaka, 1967

Lepkość dla cieczy pseudoplastycznych określali dla szczeliny pomiędzy ścianką mieszalnika a łapą mieszadła i w konsekwencji

$$Re_4 = \frac{\rho d^2 N^{2-n}}{k} \left(\frac{D/d-1}{2\pi} \right)^{n-1} \quad (4.78)$$

$$Pr_4 = \frac{c_p k}{\lambda} \left(\frac{2\pi\beta N}{D/d-1} \right)^{n-1} \quad (4.79)$$

Autorzy ci, analizując rozkłady prędkości w termicznej warstwie granicznej opisane równaniami Naviera-Stokesa, zaniedbali wszystkie gradienty prędkości oprócz gradientu składowej osiowej w kierunku promieniowym. W ten sposób analizę zjawiskową sprowadzili do analizy przepływu cieczy w rurze o średnicy d . W efekcie uzyskali równanie, w którym wykładnik potęgi był uzależniony od wskaźnika płynięcia płynu n

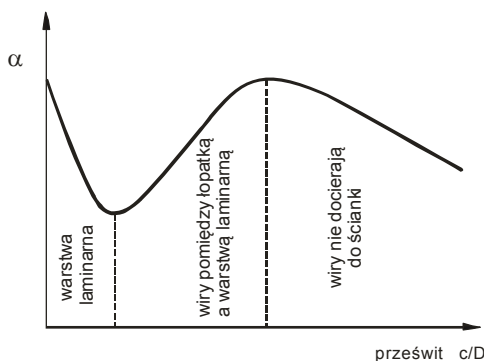
$$\text{Re}_5 = \left(\frac{d^2 N^{2-n} \rho}{k} \right)^{\frac{a}{n+1} + b} \quad (4.80)$$

Analizując równania korelacyjne zawarte w tabeli 4.3 oraz sposoby definiowania liczb Reynoldsa i liczb Prandtla (przede wszystkim liczb Reynoldsa) można stwierdzić, że szczególnie duża różnorodność definicji dotyczy sposobu obliczania średniej szybkości ścinania w mieszalniku, co bezpośrednio wpływa na wartości liczbowe kryterium Reynoldsa i Prandtla. Należy jedynie żałować, że pomimo tak wielu badań do chwili obecnej nie udało się rozwiązać tego ważnego problemu. Najprawdopodobniej tkwi on w tym, że lepkość cieczy nienewtonowskiej jest funkcją nie tyle średniej, co lokalnej szybkości ścinania w mieszalniku, a w przypadku płaszczowej wymiany ciepła, jest funkcją szybkości ścinania przede wszystkim w warstwie termicznej. Zatem w przypadku cieczy rozrzedzanych ścinaniem obliczone wartości współczynników wnikania ciepła określone m.in. na podstawie średniej szybkości ścinania dotyczącej całego mieszalnika mogą być obarczone dużym błędem (*Kuncewicz i wsp., 2011*).

Dużą zgodność obserwujemy natomiast w wartościach wykładników potęg przy liczbach Reynoldsa i Prandtla. Przy liczbie Prandtla wartość wykładnika była z zasady przyjmowana jako 1/3 z wyjątkiem *Hagedorna i Salomone, 1967*. Była to zatem wartość przyjmowana, a nie określana na podstawie badań doświadczalnych. Podobna sytuacja występuje w przypadku wykładników potęg przy liczbie Reynoldsa. Wartością dominującą jest wartość 2/3, gdyż zgodnie z podawanym przez poszczególnych autorów zakresem liczb Reynoldsa, badania w absolutnej większości przebiegały w warunkach ruchu przejściowego lub burzliwego. Jedynie w przypadku *Gluza i Pawłuszenki, 1966* wartość tego wykładnika wynosiła 1/2, gdyż badania były przeprowadzone jedynie dla ruchu laminarnego. Należy jednak podkreślić, że również i tym razem omawiane wartości były raczej przyjmowane, a nie były obliczane.

Zaskakujące jest, że w równaniach korelacyjnych prezentowanych w tabeli 4.3 nie występują parametry inwariantów geometrycznych mieszadła, szczególnie dotyczy to prześwitu c/D . Nie oznacza to jednak, że parametr ten nie wpływa na wartość α . Niewątpliwie ma on wpływ, i nawet stosunkowo duży, jednak wpływ

ten nie jest jednoznaczny i dlatego trudno go ująć w formie równania matematycznego. Rys. 4.13 ilustruje jakościową zależność wartości α od prześwitu, którą przedstawili w swojej pracy *Edwards i Wilkinson, 1972a* na podstawie przeanalizowanych prac *Uhla i Voznicka, 1960*; *Sterbaca i Tauska, 1965a*; *Penny i Bella, 1967* oraz *Moo-Younga i Grossa, 1969*. Przebieg linii na rys. 4.13 *Edwards i Wilkinson, 1972a* tłumaczą w podobny sposób jak *Uhl i Voznick, 1960*. Dla bardzo małych prześwitów następuje zdzieranie warstwy granicznej, następny wzrost wartości α ze wzrostem prześwitu wynika z coraz większej penetracji wirów w obszarze przyściennym, a przy bardzo dużych prześwitach energia kinetyczna wirów nie dociera już do ścianki mieszalnika i wartość strumienia cieplnego maleje. Ciekawe jest, że przedstawiony wykres bardzo dobrze pokrywa się z podobną pracą *Heinleina i Sandalla, 1972* opublikowaną w tym samym roku co praca *Edwarda i Wilkinson, 1972a*. Autorzy nie mogli nawzajem korzystać ze swoich wyników, a mimo to wnioski z ich pracy są niemal identyczne. Obie wymienione prace bardzo dobrze zgadzają się również z wynikami *Moo-Younga i Grossa, 1969* przedstawionymi na rys. 4.12.



Rys. 4.13. Wpływ prześwitu na współczynniki wnikania ciepła α dla mieszadeł kotwicznych wg *Edwarda i Wilkinson, 1972a*

Biorąc pod uwagę powyższy jakościowy opis wpływu prześwitu na współczynniki wnikania ciepła, należy bardzo ostrożnie podchodzić do prezentowanych zależności korelacyjnych. Dodatkowo, kiedy projektujemy mieszalnik w skali przemysłowej dochodzi problem powiększania skali. Absolutna większość prac badawczych była przeprowadzona w mieszalnikach o wielkościach $0,2 \div 0,3$ m. Wprawdzie zastosowanie liczb kryterialnych pozwala częściowo ominąć ten problem, ale nierozważne byłoby korzystanie z proponowanych zależności korelacyjnych, kiedy wartość którejkolwiek z liczb kryterialnych wychodzi poza zakres, w którym obowiązuje dane równanie. Przedstawiają to w swojej pracy *Coyle i wsp., 1970*, którzy badali mieszadła wąskoprześwitowe pracujące w cieczach o lepkości rzędu $5 \div 500$ Pas. Przy tak dużych lepkościach cieczy liczby Reynoldsa

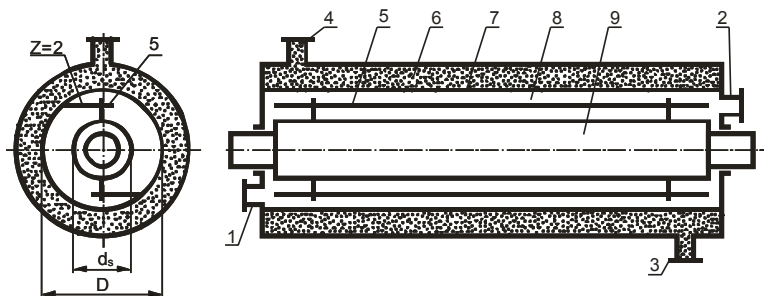
były bardzo małe, natomiast liczby Prandtla bardzo wysokie i znajdowały się one poza zakresem stosowalności wszystkich równań kryterialnych. Wówczas, jak stwierdzają *Coyle wsp., 1970*, należy stosować zupełnie inny model wnikania ciepła, tzn. model bazujący bardziej na przewodzeniu, a nie na konwekcji cieplnej opisywanej równaniami korelacyjnymi.

Często w mieszalniku z mieszadłem kotwicowym zamontowana jest węzownica wewnętrzna, w której przepływa czynnik grzejny lub chłodzący. Wtedy powierzchnia węzownicy jest dodatkową powierzchnią grzejną lub chłodzącą i dla niej należy również określać wartości współczynników wnikania ciepła. Więcej na ten temat można znaleźć m.in. w pracach *Krishana i Pandya, 1966; Pollarda i Kantyki, 1969* oraz *Skellanda i Dimmicka, 1969*.

4.3.3. Mieszadła skrobakowe

Z przedstawionych poprzednio wyników prac *Uhla i Voznicka, 1960; Heinleina i Sandalla, 1972* oraz *Edwarda i Wilkinsona, 1972a* wynika, że zmniejszenie prześwitu pomiędzy łopata obracającego się mieszadła a ścianką do wartości granicznej $c/D \rightarrow 0$, powinno powodować duży wzrost intensywności wymiany ciepła. Należy więc oczekiwać, że maksymalną wartość strumienia cieplnego uzyska się przy całkowitym zdzieraniu warstwy laminarnej. Przypuszczenia te potwierdziły badania *Coyle'a i wsp., 1970*. Rozszerzając łapy mieszadła kotwiczowego tak, że powstało mieszadło skrobakowe, otrzymali oni $\alpha_{\text{skrobak.}}/\alpha_{\text{kotw.}} = 2,3$ przy jednoczesnym około dwukrotnym wzroście mocy mieszania.

Przykładami praktycznego wykorzystania tej obserwacji są mieszadła skrobakowe. Są one zbudowane w formie rury, wewnątrz której obraca się wał z przytwierdzonymi do niego elementami poruszającymi po ścianie rury. Na rys. 4.14 przedstawiono konstrukcję mieszadła skrobakowego typu Votator. W rozwiązaniu tym luźno zamocowane łopatki na sworzniach w wale zostają dociskane do ścianki wymiennika ciepła po wprawieniu wału i łopatek w ruch obrotowy, gdzie na skutek działania siły odśrodkowej oraz siły pochodzącej od naporu cieczy, łopatka dociskana jest do powierzchni ścianki. Im większe obroty wału, tym większa jest siła dociskająca łopatki. Koniec łopatki może być ścięty na swojej tylnej części lub mieć zakończenie płaskie. Dla prawidłowej pracy wymienników skrobakowych wymagana jest bardzo dokładna obróbka obu współpracujących ze sobą powierzchni. Pierwsze wymienniki typu Votator zostały wyprodukowane przez firmę Chemetron Corp. (w Polsce Pleszewska Fabryka Aparatury Przemysłowej) o stosunkowo małych średnicach rzędu 80÷100 mm i długości około 1 m. Stosuje się je w przemyśle spożywczym, a także podczas produkcji smarów i detergentów.

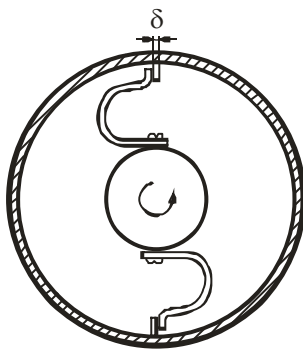


Rys. 4.14. Mieszadło skrobakowe (Kozioł i Konieczny, 1978)

1,2 – wlot i wylot cieczy mieszanej, 3,4 – wlot i wylot czynnika grzewczego (chłodzącego),
5 – skrobak, 6 – czynnik grzewczy, 7 – cylinder roboczy,
8 – ciecz mieszana, 9 – wał

Wewnętrzny cylinder roboczy otoczony jest płaszczem, a przepływ płynu przez sam cylinder roboczy wymuszony jest pompą zewnętrzną.

Inną odmianą mieszadeł, w których element mieszający porusza się po ścianie jest skrobak sprężynowy pokazany na rys. 4.15. Dwa elementy kluczowe to sprężyna w kształcie litery U oraz skrobak ślizgający się po ścianie. W przypadku tego rozwiązania średnice cylindrów roboczych dochodzą do 0,3 m i długości do 10 m (Penny i Bell, 1967).



Rys. 4.15. Mieszadło skrobakowe, sprężynowe
(Penny i Bell, 1967)

Analiza szybkości wymiany ciepła na ścianie wymiennika skrobakowego opiera się na założeniu, że zgodnie ze sposobem pracy tego typu wymienników, w warstwie przysiennej następuje cykliczny nieustalony ruch ciepła po każdym przejściu skrobaka. Średni czas kontaktu warstwy przysiennej ze ścianką aparatu wynosi $\tau = 1/(NZ)$, gdzie Z oznacza liczbę skrobaków. Jest to typowy nieustalony, jednokierunkowy ruch ciepła, w którym obowiązuje równanie

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (4.81)$$

Po rozwiązaniu tego równania z odpowiednimi warunkami brzegowymi (*Kozioł i Konieczny, 1978; Stręk, 1981*) ostatecznie uzyskujemy równanie

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (Z Re_m Pr)^{1/2} \quad (4.82)$$

W równaniu (4.82) Re_m oznacza klasyczną liczbę Reynoldsa dla mieszania, a indeks „m” został dodany, aby odróżnić wpływ mieszania na współczynnik wnikania ciepła od wpływu prędkości cieczy wzdłuż osi wymiennika, który będzie charakteryzowany klasyczną liczbą Reynoldsa dla przepływu cieczy w przekroju pierścieniowym $Re = (D - d_w)u\rho/\eta$ (d_w – średnica wału, u – prędkość cieczy wzdłuż osi wymiennika). Dlatego niektórzy autorzy wprowadzili do równania (4.82) wartość Re uwzględniającą przepływ płynu wzdłuż osi mieszalnika

$$Nu = C Re_m^A Re^B Pr^D Vi^E \psi^F \quad (4.83)$$

Takie podejście w swoich pracach zaprezentowali m.in. *Skelland, 1958; Skelland i wsp., 1962; Bott i Sheikh, 1964 oraz Trommelen, 1967*. Wprowadzony dodatkowo czynnik ψ^F uwzględniał wpływ geometrii mieszalnika na szybkość wnikania ciepła. Z oczywistych względów równanie (4.83) jest bardziej dokładne niż równanie (4.82), ale jednocześnie jest bardziej skomplikowane. Jego krytyczną analizę przedstawili w swojej pracy *Kozioł i Konieczny, 1978*, którzy bazując jedynie na równaniu teoretycznym (4.82) wprowadzili do niego poprawki, proponując ostatecznie równanie (4.84) słuszne w bardzo szerokim zakresie liczby $Re_m = 5 \div 20000$.

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} = 1,39 Re_m^{0,5} Pr^{0,3} Z^{0,5} \quad (4.84)$$

Jak łatwo zauważyć, autorzy pominęli wpływ prędkości wzdłuż osi w cylindrze roboczym jako efekt nieistotny w porównaniu z efektem mieszania (zdzierania warstwy przyściennej). Biorąc pod uwagę mechanizm wymiany ciepła na ścianie mieszalnika skrobakowego, powyższy zabieg wydaje się być słuszny.

Ze względu na duże długości mieszadeł skrobakowych nieco inaczej oblicza się zapotrzebowanie mocy do ich napędu. W definicji klasycznej liczby mocy Lm wprowadza się do niej dodatkowo długość skrobaków L (*Penny i Bell, 1967*)

$$Lm = \frac{P}{N^3 d^4 L \rho} \quad (4.85)$$

W ten sposób moc mieszania jest proporcjonalna do długości cylindra.

Mieszalniki z mieszadłami skrobakowymi wykazują stosunkowo duże współczynniki wnikania ciepła α od 1600 do 2300 W/(m²K) przy wydajności przepływającego przez cylinder roboczy medium od 1000 do 4000 kg/h. Biorąc pod uwagę, że mieszalniki te są stosowane do cieczy bardzo lepkich, jak również do płynów z granicą płynięcia (smalec, margaryna, krochmal, koncentraty owocowe, koncentraty pomarańczowe), osiągane wartości należy uznać za wysokie. Więcej informacji na ten temat można znaleźć m.in. w pracach *Boot i Azoory, 1968; Boot i Romero, 1963* czy *Trommelen, 1971*.

4.3.4. Wymiana ciepła do węzownic

Jeśli powierzchnia ścianki mieszalnika nie jest wystarczająca do wymiany wymaganego strumienia ciepłego od cieczy mieszanej do ścianki lub odwrotnie, możemy dodatkowo zastosować węzownice wewnątrz mieszalnika. W przypadku mieszadeł kotwicowych, w literaturze przedmiotu jest bardzo niewiele danych dotyczących sposobu obliczania współczynników wnikania do ścianki węzownicy.

Pollard i Kantyka, 1969 dla mieszadeł kotwicowych i cieczy rozrzedzanych ścinaniem otrzymali równanie (4.86), w którym wykładniki potęg przy simpleksach geometrycznych były przyjęte według pracy *Iha i Rao, 1967* dla mieszadeł turbinowych

$$\frac{\alpha_w D}{\lambda} \left(\frac{d_w}{D} \right)^{0,48} \left(\frac{D_w}{D} \right)^{0,27} = 0,077 Re^{2/3} Pr^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,14} \quad (4.86)$$

gdzie d_w oznaczało średnicę zewnętrzną rurki, z której wykonana była węzownica, natomiast D_w było średnicą podziałową węzownicy.

Mizishina i wsp., 1967 dla płynów Bingham'a uzyskali zależność

$$\frac{\alpha_w d_w}{\lambda} = 23 Re^{1/2} Pr^{0,3} \beta^{0,15} \left(\frac{d_w}{D_w} \right)^{1,7} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,14} \quad (4.87)$$

gdzie wielkość β była stosunkiem rzutu szerokości łapy mieszadła na płaszczyznę przechodzącą przez oś mieszalnika do wysokości łapy.

W pracy *Błasińskiego i wsp., 1975* poddano w wątpliwość słuszność obu zależności, gdyż wynikało z nich, że wraz ze wzrostem średnicy podziałowej węzownicy D_w współczynniki wnikania ciepła na ścianie węzownicy powinny maleć. Stoi to w sprzeczności ze zjawiskowym postrzeganiem wymiany ciepła. Zwiększenie wartości D_w powoduje zbliżenie powierzchni węzownicy do obracających się ramion mieszadła, a więc w rejon intensywniejszej cyrkulacji, co powinno prowadzić do wzrostu wartości α_w . W części doświadczalnej autorzy przeprowadzili badania dla trzech węzownic o istotnie różniących się średnicach podziałowych, umieszczonych pomiędzy wałem a łapą obracającego się mieszadła

($D_w/D = 0,733$; $0,567$ oraz $0,4$). Dla cieczy nienewtonowskich uzyskali oni równanie korelacyjne (4.88) słuszne w zakresie liczb Reynoldsa $31 < Re < 28000$

$$\frac{\alpha_w d_w}{\lambda} = 0,084 Re^{0,55} Pr^{0,33} \left(\frac{D_w}{D} \right)^{0,74} \left(\frac{\eta}{\eta_{sc}} \right)^{0,14} \pm 18,3\% \quad (4.88)$$

Uzyskana wartość wykładnika potęgi przy liczbie Reynoldsa była wartością pośrednią pomiędzy wartościami w równaniach (4.86) i (4.87) i zgodnie z równaniem (4.88) dla największej z przebadanych węzownic współczynniki wnikania ciepła na ścianie węzownicy α_w były średnio większe o około 52% od podobnych wartości dla najmniejszej z węzownic. W konkluzji autorzy zalecają, że jeśli nie jesteśmy ograniczeni żadnymi względami konstrukcyjnymi, to należy stosować węzownice o możliwie dużych średnicach, gdyż prowadzi to do zwiększenia wartości α_w , jak również i powierzchni wymiany ciepła. Należy jednak zdawać sobie sprawę, że zabudowanie mieszalnika węzownicą prowadzi zawsze do zwiększenia zapotrzebowania mocy mieszania (*Błasiński i wsp., 1974*).

Informacje na temat wymiany ciepła do węzownic umieszczonych w mieszalniku można również znaleźć w pracach *Krishany i Pandya, 1966* oraz *Skellanda i Dimmicka, 1969*.

Literatura

1. Ait-Kadi A., Marchal P., Choplin L., Chrissemant A.S., Bousmina M., (2002), Quantitative analysis of mixer-type rheometers using the Couette analogy, *Can. J. Chem. Eng.*, **80**, (6), 1166–1174.
2. Anne-Archard D., Marouche M., Boisson H., (2006), Hydrodynamics and Metzner-Otto correlation in stirred vessel for yield stress fluids, *Chem. Eng. Journal*, **125**, 15-24.
3. Barker J., Treybal R., (1960), Mass transfer coefficient for solid suspended liquids, *A.I.Ch.E.J.*, **6**, 289-295.
4. Beckner J., Smith J., (1966), Anchor Agitated System: Power Input with Newtonian and Pseudo-Plastic Fluid, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **44**, 224-236.
5. Bertrand F., Tanguy P.A., Brito De La Fuente E., (1996), A new perspective for the mixing of yield stress fluids with anchor impellers, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **29**, (1), 51-58.
6. Bird R.B., Dai G.C., Yarusso B.J., (1983), The rheology and flow of viscoplastic materials, *Rev. Chem. Eng.*, **1**, (1), 1-70.
7. Błasiński H., (1964), Wpływ węzownic w mieszalnikach na zużycie mocy mieszania, *Chem. Stos.*, **2B**, 219.
8. Błasiński H., Heim A., Kuncewicz Cz., (1974), Wpływ węzownic na moc mieszania mieszadłami kotwiczowymi, *Inż. Chem.*, **IV**, (1), 3-11.

9. Błaśiński H., Heim A., Kuncewicz Cz., (1975), Wnikanie ciepła do węzownic podczas mieszania cieczy nieniutonowskich mieszadłami kotwicowymi, *Inż. Chem.*, **V**, (4), 705-715.
10. Bott T., Azoory S., (1968), Scraped surface heat transfer with Knit Mesh Scrapers, *Brit. Chem. Eng.*, **13**, (3), 372-374.
11. Bott T., Romero J., (1963), Heat transfer across a scraped surface, *Can. J. Chem. Eng.*, **41**, (5), 213-219.
12. Bott T., Sheikh M., (1964), Effects of blade design in scraped surface heat transfer, *Brit. Chem. Eng.*, **9**, (4), 229-231.
13. Bousmina M., Ait-Kadi A., Faisant J.B., (1999), Determination of shear rate and viscosity from batch mixer data, *J. Rheo.*, **43**, (2), 415.
14. Brauer H., (1967), Ansaltz zur hteoretischen Berechnung des Leistungsbedarfs und des Wärmeübergangs beim Rühren, *Chemie-Ing.-Techn.*, **39**, (5-6), 209-217.
15. Brooks G., Su G., (1960), *Chem. Eng. Prog. Sympisium Series*, **56**, 237.
16. Calderbank P., Moo-Young M., (1961a), The continuous phase and mass-transfer properties of dispersions, *Chem. Eng. Sci.*, **28**, 39-54.
17. Calderbank P., Moo-Young M., (1961b), The Power Characteristics of Agitatars for the Mixing of Newtonian and Non-Newtonian Fluids, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **39**, 337-347.
18. Coyle C., Hirschland H., Michel B., Oldshue J., (1970), Heat Transfer to Jacked with Close Clearance Impellers in Viscous Materials, *Can. J. Chem. Eng.*, **48**, 275.
19. Curran S.J., Hayes R.E., Afacan A., Williams M., Tanguy P., (2000), Experimental mixing of a yield stress fluid in a laminar stirred tank, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **39** 195-202.
20. De la Villeon J., Bertrand F., Tanguy P.A., Labrie R., Bousquet J., Lebouvier D., (1998), Numerical investigation of mixing efficiency of helical ribbons, *A.I.Ch.E. Journal*, **44**, 972-977.
21. Dubois C., Thibault F., Tanguy P.A., Ait-Kadi A., (1996), Characterization of viscous mixing in a twin intermeshing conical helical mixers, *Institution of Chemical Engineers Symposium Series*, **140**, 249-258.
22. Duquesnoy J., Tanguy P., Thibault F. & Leuliet, J., (1997), A new pigment disperser for high solids paper coating colors, *Chemical Engineering and Technology*, **20**, 424-428.
23. Edwards M., Wikinson M., (1972a), Heat Transfer in Agitated Vessels Part I – Newtonian Fluid, *Chem. Eng.*, 310-319.
24. Edwards M., Wikinson M., (1972b), Heat Transfer in Agitated Vessels Part II – Non-Newtonian Fluid, *Chem. Eng.*, 328-332.
25. Ein-Mozaffari F., Bennington C., G.A. Dumont, (2005), Suspension yield stress and the dynamic response of agitated pulp chests, *Chem. Eng. Sci.*, **60**, 2399-2408.
26. Elson T.P., (1990), The growth of caverns formed around rotating impellers during the mixing of a yield stress fluid, *Chem. Eng. Commun.*, **96**, 303-319.

27. Espinosa-Solares T., Brito-De La Fuente E., Tecante A., Medina-Thorres L., Tanguy P., (2002), Mixing time in rheological evolving model fluids by hybrid dual mixing system, *Chem. Eng. Res. Des.*, **80**, (A8), 817-823.
28. Espinosa-Solares T., Brito-De La Fuente E., Tecante A., Tanguy P.A., (1997), Power consumption of a dual turbine-helical ribbon impeller mixer in ungassed conditions, *Chemical Engineering Journal*, **67**, 215-219.
29. Espinosa-Solares T., Brito-De La Fuente E., Tecante A., Tanguy P.A., (2001), Flow patterns in rheologically evolving model fluids produced by hybrid mixing systems, *Chemical Engineering Technology*, **24**, 913-918.
30. Foresti R., Liu T., (1959), Agitation of Non-Newtonian Fluids, *Ind. Eng. Chem.*, **51**, 860-864.
31. Foucault S., Ascanio G., Tanguy P., (2005), Power Characteristic in Coaxial Mixing: Newtonian and Non-Newtonian Fluids, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **44**, 5036-5043.
32. Foucault S., Ascanio G., Tanguy P., (2006), Mixing Time in Coaxial Mixers with Newtonian and Non-Newtonian Fluids, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **45**, 352-359.
33. Foucault S., Ascanio G., Tanguy P.A., (2004), Coaxial mixer hydrodynamics with Newtonian and non-Newtonian fluids, *Chemical Engineering Technology*, **27**, (3), 324-329.
34. Gluz M., Pawłuszenko I., (1966), Doświadczalne badania wymiany ciepła podczas mieszania cieczy nieniuonowskich, *J. Appl. Chem. ZSRR*, **39**, 2475-2483.
35. Gluz M., Pawłuszenko I., (1967), Moc mieszania cieczy nieniuonowskich, *J. Appl. Chem. ZSRR*, **40**, 1485-1490.
36. Hagedorn D., Salomone J., (1967), Batch heat transfer coefficients for pseudoplastic fluids in agitated vessels, *Ind. Eng. Proc. Des. Devel.*, **6**, 467-475.
37. Heinlein H., Sandall O., (1972), Low Reynolds Number Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids in Anchor-Agitated Vessels, *Ind. Chem. Eng. Proc. Des. Devel.*, **11**, (4), 490.
38. Hirata Y., Aoshima Y., (1996), Formation and growth of cavern in yield stress fluids agitated under baffled and non-baffled conditions, *Chem. Eng. Res. Des.*, **74**, (4), 438-444.
39. Ho F. & Kwong A., (1973), A guide to designing special agitators, *Chemical Engineering*, New York, Juillet, 94-104.
40. Hoogendoorn C., Den-Hartog A., (1967), Model studies in the viscous flow region, *Chemical Engineering Science*, **22**, 1689-1699.
41. Iha R., Rao S., (1967), Heat transfer through coiled tubes in agitated vessels, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **10**, 395-401.
42. Jarny S., Coussot P., (2002), Caractèrisation des écoulements de pâte dans une géométrie Couette, *Rhéologie*, **2**, 52-63.
43. Kai W., Shengyao Y., (1989), Heat Transfer and Power Consumption of Non-Newtonian Fluids in Agitated Vessels, *Chem. Eng. Sci.*, **44**, 33-40.
44. Kembłowski Z., (1973), *Reometria płynów nienewtonowskich*, WNT, Warszawa.

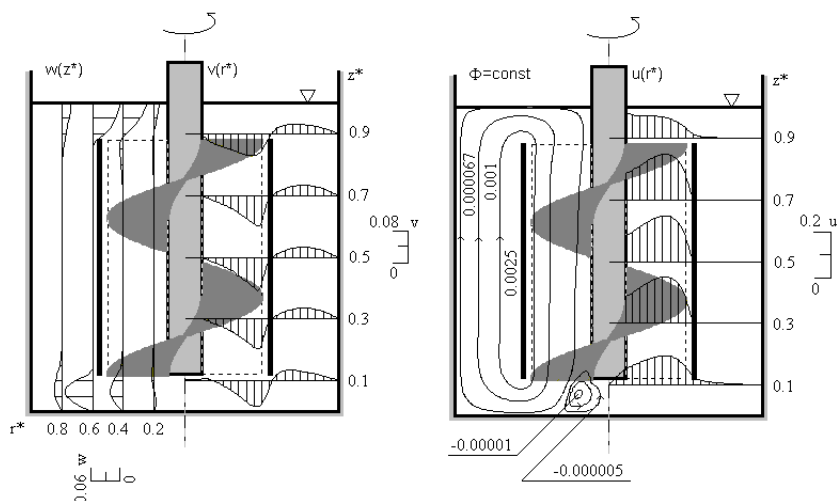
45. Koziół K., Konieczny J., (1978), Wnikanie ciepła w wymiennikach skrobakowych, *Inż. Ap. Chem.*, (1), 1-5.
46. Krishnan R., Pandya S., (1966), Heat transfer to non-Newtonian fluids, *Indian Chem. Eng.*, **8**, 43.
47. Kuncewicz Cz., Niedzielski M., Stelmach J., (2011), Wyznaczanie średniej szybkości ścinania w mieszalnik dla zakresu mieszania laminarnego, *Przem. Chem.*, **9**, 1656-1660.
48. Kuncewicz Cz., Pietrzykowski M., (2010a), A 3D/2D hybrid model for straight blade impellers operating in the laminar flow, *Chem. and Proc. Eng.*, **31**, 289-302.
49. Kuncewicz Cz., Pietrzykowski M., (2010b), Verification of a 3D/2D hybrid model for laminar mixing range, *Chem. and Proc. Eng.*, **31**, 303-315.
50. Maingonnat J., Muller L., Leuliet J., (2005), Modelling the built-up of a tixotropic fluid under wiscosimetric and mixing conditions, *Journal of Food Eng.*, **71**, 265-272.
51. Marouche M., Anne-Archard D. & Boisson H. C., (2002), A numerical approach of yield stress fluid dynamics in a mixing vessel, *Applied Rheology*, **12**, 182-191.
52. Martone J., Sandall O., (1971), Heat Transfer to Bingham Plastic Slurries in Agitated Vessels, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **10**, 86-91.
53. Metzner A., Otto R., (1957), Agitation of non-Newtonian fluids, *Am. Inst. Chem. Eng. J.*, **3**, 3-10.
54. Metzner A.B., Taylor J.S., (1960), Flow pattern in agitated vessels, *AIChE J*, **6**, (1), 109-114.
55. Mitsuishi N., Miyairi Y., (1973), Heat transfer to non-Newtonian fluids in an agitated vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **6**, (5), 415.
56. Mizushina T., Ito R., Mukarami M., (1967), *Kagaku Kogaku*, **8**, 267.
57. Mizushina T., Ito R., Mukarami Y., Tanaka S., (1966a), Experimental study on Film Coefficients of Non-Newtonian Fluids In Agitated Vessels, *Chem. Eng.*, Tokyo, **30**, 819-826.
58. Mizushina T., Ito R., Mukarami Y., Tanaka S., (1967), *Kagaku Kogaku*, **5**, 87.
59. Mizushina T., Ito R., Murakami Y., Kiri M., (1966b), Experimental study of the heat transfer of Newtonian fluid to the wall of agitated vessel, *Kagaku Kogaku*, **30**, (8), 719-726; *Kagaku Kogaku*, (1967), **5**, (1), 43-48.
60. Moo-Young M., Gross J., (1969), Heat transfer Rates to Newtonian Fluids in an Anchor-Agitated Kettle, *Can. J. Chem. Eng.*, **47**, 369-373.
61. Nagata S., (1975), *Mixing. Principles and applications*. John Wiley & Sons, New York.
62. Oyma Y., (1956), *Chem. Ing. (Japan)*, **20**, 575, (cyt. wg *Calderbank i Moo-Young (1961)*).
63. Pawłuszenko I., Głuz M., (1966a), Równania kryterialne procesów przenoszenie podczas mieszania cieczy nieniuonowskich, *J. Appl. Chem. ZSRR*, **21**, 2288-2295.
64. Pawłuszenko I., Głuz M., (1966b), Badania wymiany ciepła podczas mieszania cieczy, *J. Appl. Chem. ZSRR*, **21**, 2146-2152.

65. Penny W., Bell K., (1967), Close-Clearance Agitators, Power Requirements, *Ind. And Eng. Chem.*, **59**, (4), 40-46.
66. Peters D., Smith J., (1969), Mixing in Anchor Agitated Vessel, *Can. J. Chem. Eng.*, **47**, 268-271.
67. Piret E., Mattern R., Bilous O., (1957), Continuous-flow stirred tank reactors: Solid-liquid system, *A.I.Ch.E. Journal*, **3**, 497.
68. Pollard J., Kantyka T., (1969), Heat transfer to agitated non-Newtonian fluids, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **47**, T21-T27.
69. Reher E., Bohm H., (1970), Rühren nicht-Newtonscher Flüssigkeiten, *Chem. Techn.*, **22**, 136.
70. Rieger F., Novak V., (1973), Power consumption of agitators in highly viscous non-Newtonian liquids, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **51**, 105-111.
71. Rivera C., Foucault S., Heniche M., Espinisa-Solares T., Tanguy P., (2006), Mixing analysis in coaxial mixer, *Chem. Eng. Sci.*, **61**, 2895-2907.
72. Salomon J., Elson T.P., Nienow A.W., Pace G.W., (1981), Cavern sizes in agitated fluids with yield stress, *Chemical Engineering Communications*, **11**, 143-164.
73. Sandall O., Patell K., (1970), Heat transfer to non-Newtonian pseudoplastic fluids in agitated vessels, *Ind. Eng. Proc. Des. Dev.*, **9**, 139-144.
74. Sawinsky J., Havas G., Deak A., (1976), Power requirement of anchor and helical ribbon impellers for the case of agitating Newtonian and pseudo-plastic liquids, *Chem. Eng. Sci.*, **31**, 507-509.
75. Schilo D., (1969), Leistungsbedarf von Tangentialrühren beim Rühren von nicht-Newtonschen Flüssigkeiten, *Chemie-Ing. Tech.*, **41**, 253-259.
76. Schneider T., Todtenhaupt E., (1990), Mixing time and heat transfer in coaxial stirrers. EKATO Rühren-Mischtech. G.m.b.H., Schopfheim, Germany, *Chem. Ing. Tech.*, **62**, (3), 208-209.
77. Skelland A., (1958), Correlation of scraped film heat transfer in the votator, *Chem. Eng. Sci.*, **7**, (3), 166-175.
78. Skelland A., Dimmick G., (1969), Heat transfer between coil and non-Newtonian fluids with propeller agitator, *Ind. Eng. Proc. Des. Devel.*, **8**, 267-274.
79. Skelland A., Olivier D., Tooke S., (1962), Heat transfer in water-cooled scraped-surface heat exchanger, *Brit. Chem. Eng.*, **7**, (5), 346-353.
80. Sterbacek Z., Tausk P., (1965), *Mixing in the Chemical Industry*, Oxford: Pergamon Press.
81. Stręk F., (1981), *Mieszanie i mieszalniki*, WNT, Warszawa.
82. Takahashi K., Arai K., Saito S., (1980), Power correlation for anchor and helical ribbon impellers in highly viscous liquids, *J. Chem. Eng. Japan*, **13**, (2), 147-150.
83. Takahashi K., Arai K., Saito S., (1982), An extended power correlation for anchor and helical ribbon impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **15**, (1), 77-79.
84. Tanguy P., Thibault F., Brito De la Fuente E., (1996), A New Investigation of the Metzner-Otto Concept for Anchor Mixing Impellers, **74**, 222-228.

85. Tanguy P., Thibault F., Brito-De La Fuente E., Espinosa-Solares T., Tecante A., (1997), Mixing performance induced by coaxial flat blade-helical ribbon impellers rotating at different speeds, *Chem. Eng. Sci.*, **52**, (11), 1733-1741.
86. Tanguy P.A., Bertrand F., Dubois C., Ait- A., (1999), Mixing hydrodynamics in a planetary mixers, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, **77**, 318-324.
87. Tanguy P.A., Bertrand F., Labrie R., Brito De La Fuente E., (1996), Numerical modeling of the mixing of viscoplastic slurries in a twin-blade planetary mixer, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **74**, 499-504.
88. Thakur R., Vial C, Djelveh G., Labbafi M., (2004), Mixing of complex fluids with flat-bladed impeller: effect of impeller geometry and highly shear-thinning behaviour, *Chem. Eng. Process*, **43**, 1211-1222.
89. Thibault F., Tanguy P., (2002), Power-draw analysis of coaxial mixer with Newtonian and non-Newtonian fluids in the laminar regime, *Chem. Eng. Sci.*, **57**, 3861-3872.
90. Trommelen A., (1967), Heat transfer in a scraped-surface heat exchange, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **45**, 176-178.
91. Trommelen A., Beek W., Van de Westelaken H., (1971), A mechanism for heat transfer in Votator-type scraped surface heat exchanger, *Chem. Eng. Sci.*, **26**, (12), 1987-2002.
92. Uhl V., (1955), Heat transfer to viscous material in jacked agitated kettles, *Chem. Eng. Progr. Symp. Series*, **51**, 17, 93-108.
93. Uhl V., Voznick H., (1960), The anchor agitator, *Chem. Eng. Prog.*, **56**, (3), 72-77.
94. Yao W.G., Sato H., Takahashi K., Koyama K., (1998), Mixing performance experiments in impeller stirred tanks subjected to unsteady rotational speeds, *Chem. Eng. Sci.*, **53**, (17), 3031-3043.
95. Yap C.Y., Patterson W.I., Carreau P.J., (1979), Mixing with helical gibbon agitators, Part III: Non-Newtonian fluids, *A.I.Ch.E. Journal*, **25**, 516-521.
96. Zlokarnik M., (1969), Wärmeübergang an der Wand eines Ruhrbehalters beim Kühlen und Heizen im Bereich $10^0 < Re < 10^5$, *Chem. Ing. Techn.*, **41**, (22) 1195-1202.

5. MIESZADŁA ŚLIMAKOWE

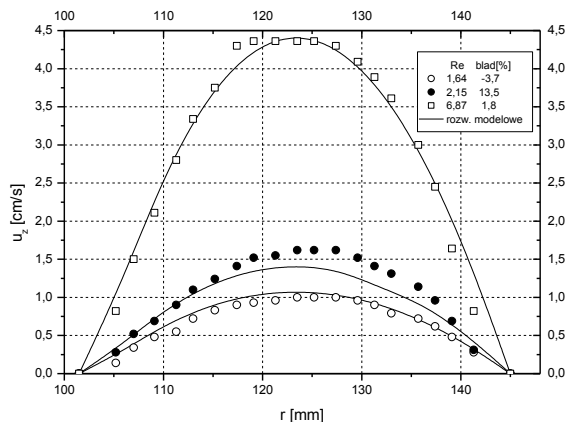
Mieszadło ślimakowe obracające się wewnątrz dyfuzora pracuje w dużym przybliżeniu jak wytłaczarka, której ślimak naciskając na ciecz wypycha ją z wnętrza statora (dyfuzora) na zewnątrz. Mieszadła tego typu dobrze sprawdzają się przy mieszaniu cieczy o dużych lepkościach (nawet do 100 Pas) i pracują przy niskich wartościach liczb Reynoldsa $Re < 100$. Bliskie zazwyczaj usytuowanie zewnętrznej krawędzi wstęgi ślimaka przy ścianie dyfuzora powoduje brak praktycznej możliwości przepływu powrotnego cieczy wewnątrz dyfuzora. Można przyjąć, że w tym obszarze istnieją jedynie składowe prędkości obwodowej i osiowej. Natomiast na zewnątrz dyfuzora, w przestrzeni pomiędzy dyfuzorem a ścianką mieszalnika, powinna istnieć jedynie składowa osiowa, ponieważ ścianka dyfuzora spełnia w tym momencie rolę przegrody i żadne zaburzenia pochodzące od obracającego się mieszadła nie powinny bezpośrednio docierać do ścianki mieszalnika. Potwierdzenie tych przewidywań można znaleźć w pracy *Kuncewicza i wsp., 2005*, którzy na podstawie rozwiązań modelowych 2D dla zakresu mieszania laminarnego (*Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001; Kuncewicz i wsp., 2001*) zweryfikowali swój model dla mieszadeł ślimakowych, porównując wyniki modelowe z wynikami doświadczalnymi uzyskanymi przez *Seichtera, 1981*.



Rys. 5.1. Sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku z mieszadłem ślimakowym dla $Re = 20$
wg *Kuncewicza i wsp., 2005*

Przedstawiony na rys. 5.1 sposób cyrkulacji cieczy wewnątrz i na zewnątrz dyfuzora odpowiada zjawiskowemu postrzeganiu ruchu cieczy w mieszalniku, gdzie ciecz lepka wypływająca z dyfuzora do przestrzeni pierścieniowej szybko

traci swoją prędkość obwodową (rys. prawy) i w przestrzeni poza dyfuzorem praktycznie istnieje jedynie składowa osiowa (rys. lewy). W dyfuzorze jednak większe wartości przyjmuje prędkość obwodowa i jej średnia wartość jest większa od średniej prędkości osiowej w tym samym obszarze około 5÷6 razy (skale prędkości na obu rysunkach nie są te same). Jest to zgodne z wynikami doświadczalnymi *Pigforda, 1955* i *Chavany, 1983*, którzy podają wartość tego stosunku równą około 6. Jak wynika z rys. 5.1 (lewy) maksymalna prędkość osiowa wewnątrz dyfuzora nie występowała na wysokości końców łopatki ślimaka, ale była nieznacznie przesunięta w kierunku osi mieszalnika. Jest to niewątpliwie efekt hamującego wpływu ścianki dyfuzora. W pracy *Chavany, 1983* wartość tego przesunięcia względem promienia dyfuzora podano na poziomie $0,06 \div 0,075$ i w przybliżeniu zgadza się ono dobrze z rozwiązaniem modelowym przedstawionym na rys. 5.1. Cyrkulacja promieniowo-osiowa przedstawiona na rysunku prawym jest cyrkulacją w pełni uporządkowaną. Linie prądu, które w tym przypadku pokrywają się z liniami $\Phi = \text{const}$ (ruch ustalony) są do siebie praktycznie równoległe, a składowa promieniowa prędkości występuje jedynie nad i pod dyfuzorem, gdzie następuje zwrot kierunku przepływu cieczy. W przestrzeni pomiędzy dyfuzorem a ścianką mieszalnika rozkład prędkości osiowej jest w przybliżeniu paraboliczny z zerowymi wartościami na obu ściankach (rys. 5.2).



Rys. 5.2. Rozkład prędkości osiowej w przestrzeni pomiędzy ścianką dyfuzora a ścianką mieszalnika wg *Seichtera, 1981* i *Kuncewicz i wsp., 2005*

5.1. Czasy cyrkulacji oraz czasy zmieszania

Płyn, po kilkukrotnym przejściu przez dyfuzor i obszar mieszadła, gdzie następuje najszybsza deformacja jego poszczególnych elementów, może osiągnąć właściwy z technologicznego punktu widzenia stan wymieszania. Czas potrzebny

na osiągnięcie tego stanu jest czasem zmieszania τ_m . Doświadczalne metody określania czasu τ_m opierają się na obserwacji zmian koloru, temperatury czy przewodnictwa elektrycznego cieczy w mieszalniku w określonym jego punkcie. Problem ten był szerzej opisany w p. 3.2. Zmierzone w ten sposób czasy zmieszania zależą od stosowanej techniki, przyjętego stopnia jednorodności mieszaniny oraz od skali obserwacji, dlatego wyniki uzyskiwane przez poszczególnych autorów różnią się zazwyczaj i porównywanie jest stosunkowo trudne.

Metodą konkurencyjną w stosunku do metod opartych na obserwacji zmian właściwości cieczy mieszanej jest metoda bazująca na czasach cyrkulacji τ_c . Czas zmieszania jest zazwyczaj $3 \div 4$ razy większy od czasu cyrkulacji. Czas cyrkulacji jest rozumiany jako czas potrzebny na wykonanie jednej pełnej pętli cyrkulacyjnej w mieszalniku i praktycznie jest to czas pomiędzy dwoma przejściami znacznika przez wybraną powierzchnię w tym samym kierunku. Chociaż ruch znacznika razem z cieczą nie przebiega bez chwilowych zatrzymań w niektórych obszarach mieszalnika, a pomiary wymagają dużej dokładności, to metoda ta, ze względu na swoją prostotę, znalazła dość szerokie zastosowanie. Szczególnie dotyczy to mieszadeł ślimakowych i cieczy przezroczystych.

Pierwsze podsumowanie danych dotyczących czasów cyrkulacji opublikował w swojej monografii *Gray, 1966*. Monografia zawierała opis podstaw samej metody pomiarowej oraz przedstawiała niektóre wyniki doświadczeń z użyciem mieszadeł turbinowych. *Holmes i wsp., 1964* stwierdził, że grupa bezwymiarowa

$$N\bar{\tau}_c \cdot (d/D) = \text{const} \quad (5.1)$$

posiada wartość stałą dla liczby Reynoldsa większej niż 1000. Wielkość $\bar{\tau}_c$ była w tym przypadku średnim doświadczalnym czasem cyrkulacji. Praca *Holmesa i wsp., 1964* była jedną z pierwszych prac sugerujących, że iloczyn czasu zmieszania i częstości obrotowych mieszadła jest dla danego mieszadła w przybliżeniu stały.

Wielkość cyrkulacji wtórnej, czas zmieszania oraz czas cyrkulacji dla mieszadeł wstęgowych oraz ślimakowych pracujących w dyfuzorze były przedmiotem intensywnych badań grupy Chavany i współpracowników. Należy wymienić przede wszystkim prace *Chavany i Ulbrechta, 1973a; Chavany i wsp., 1975a; Chavany i wsp., 1975b*. W pracach tych do opisu wyników doświadczalnych autorzy posługiwali się bezwymiarową liczbą C_i , która była odwrotnie proporcjonalna do średniego czasu cyrkulacji $\bar{\tau}_c$

$$C_i = \frac{(V / \bar{\tau}_c)}{Nd^3} \quad (5.2)$$

Łatwo zauważyć, że forma równania (5.2) definiująca wielkość C_i jest identyczna z definicją bezwymiarowej liczby cyrkulacji K_{sc} określonej równaniem (2.15).

Chavana i współpracownicy stosowali trzy techniki pomiarowe: pomiar wizualny z użyciem znacznika, pomiar spadku ciśnienia w dyfuzorze oraz bezpośredni pomiar wydajności pompowania w dyfuzorze, uzyskując porównywalne rezultaty. Doświadczenia wykazały, że w dużym zakresie zmian właściwości cieczy mieszanej, bezwymiarowa liczba cyrkulacji C_i zdefiniowana równaniem (5.2) jest niezależna od liczby Reynoldsa (dla $Re < 20$), podobnie jak bezwymiarowa liczba cyrkulacji wtórnej K_{sc} zdefiniowana równaniem (2.15), natomiast ich wartości są mocno uzależnione od parametrów geometrycznych mieszadła. Dla mieszadeł wstęgowych liczba cyrkulacji C_i zmieniała się od wartości 0,04, w przypadku cieczy rozrzedzanych ścinaniem, do wartości 0,02 dla cieczy sprężystolepkich. Podobne wartości dla mieszadeł ślimakowych pracujących w dyfuzorze były wyższe i wahały się od 0,01 do 0,2. Jest to o tyle zrozumiałe, że mieszadło ślimakowe w dyfuzorze, w odróżnieniu od mieszadła wstęgowego, wytwarza w dyfuzorze praktycznie tylko osiowy strumień cieczy. Obserwowano również (*Chavany i wsp., 1975a*) obniżenie wydajności pompowania mieszadeł ślimakowych wraz ze wzrostem właściwości sprężystych cieczy, natomiast nie obserwowano podobnego wpływu przy mieszaniu cieczy rozrzedzanych ścinaniem. Obserwacje te są w zgodzie z pomiarami prędkości osiowych wykonanymi przez *Carreau i wsp., 1976*, którzy stwierdzili znaczny ich spadek, kiedy mieszaniu podlegały ciecze o właściwościach sprężystych. *O'Shima i Yuge, 1970* jako jedni z nielicznych porównali wszystkie trzy mieszadła wąskoprześwitowe pod względem ich wydajności pompowania i wpływu parametrów mieszadeł na czasy cyrkulacji. Badali oni również wpływ lepkości na rozkład czasów cyrkulacji w zakresie lepkości 0,16÷7,3 Pas. Stwierdzili, że najkrótsze czasy zmieszania, niezależnie od typu mieszadła, otrzymano w przypadku średnich lepkości cieczy w przedziale 1÷4 Pas.

Obszerne badania dotyczące wydajności pompowania, która w przypadku mieszadeł ślimakowych jest równa cyrkulacji wtórnej, przeprowadzili *Serwiński i Błasiński, 1961*. Zbadali oni wielkość cyrkulacji wtórnej dla różnych lepkości cieczy i różnych skoków ślimaka. Wyniki korelowali w postaci równania (5.3). Niezależnie od lepkości cieczy wartość V_s była zawsze wprost proporcjonalna do obrotów mieszadła, co potwierdza słuszność równania (2.15) dla $K_{sc} = \text{const}$. Najciekawszym wynikiem tej pracy było określenie wielkości „opóźnienia” cieczy pompowanej do góry w dyfuzorze w stosunku do teoretycznej jej prędkości przy założeniu, że ciecz porusza się z hipotetyczną prędkością w kierunku pionowym zgodnie z zależnością (5.3)

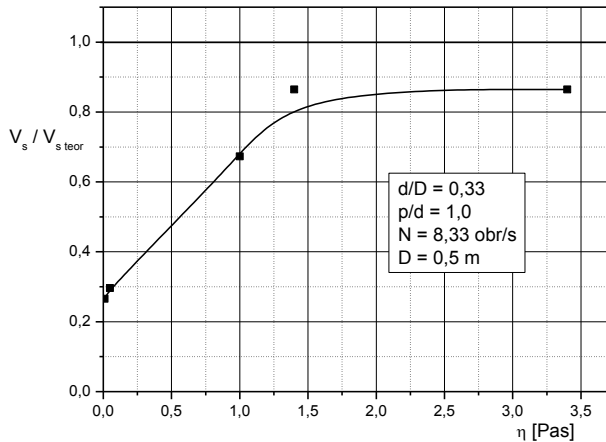
$$v_{\text{teor}} = p \cdot N \quad (5.3)$$

Zatem teoretyczna, maksymalna wartość cyrkulacji wtórnej $V_{s \text{ teor}}$ jest równa

$$V_{s \text{ teor}} = v_{\text{teor}} \cdot S_t \quad (5.4)$$

gdzie S_t jest powierzchnią przekroju dyfuzora.

Na rys. 5.3, na podstawie pracy Serwińskiego i Błasińskiego, 1960, przedstawiono stosunek rzeczywistego średniego objętościowego przepływu cieczy w dyfuzorze V_s do teoretycznej, maksymalnej wartości tego przepływu obliczonej z równania (5.4) w zależności od lepkości pompowanej cieczy η .



Rys. 5.3. Wielkość „opóźnienia” cieczy w dyfuzorze w zależności od lepkości mieszanej cieczy

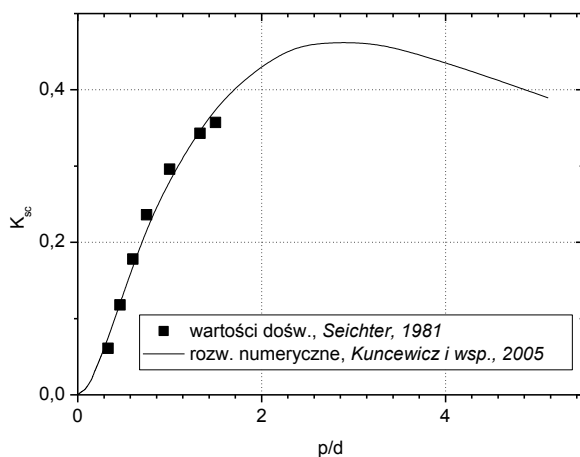
Jak wynika z rys. 5.3 dla lepkości cieczy około 1,5 Pas, co odpowiadało liczbie Reynoldsa $Re = 150$, stosunek $V_s/V_{s \text{ teor}}$ wynosił około 0,86 i w całym zakresie ruchu laminarnego był praktycznie stały. Oznacza to, że mieszadło ślimakowe pracowało w tym zakresie ruchu podobnie jak wylączarka i „opóźnienie” cieczy w stosunku do hipotetycznej prędkości ślimaka wynosiło zaledwie 14%. Dla mniejszych lepkości cieczy mierzone „opóźnienie” wzrastało i dla wody ($Re = 2 \cdot 10^5$) wynosiło ono już 70%. W ostatnim przypadku pewna część cieczy, szczególnie w przestrzeni pomiędzy ślimakiem a powierzchnią dyfuzora, nie nadążała za przesuwaną się powierzchnią ślimaka, pozostając nadal wewnątrz dyfuzora i wykonywała w tym czasie ruch okrężny.

Odzwierciedlenie tego faktu można było obserwować w uzyskanych przez autorów wartościach K_{sc} (w oryginalnej pracy autorzy nazwali tę wielkość „liczba intensywności cyrkulacji”). W ruchu laminarnym wartości K_{sc} były wartościami praktycznie stałymi, natomiast w ruchu przejściowym i burzliwym wartość K_{sc} niezbyt szybko, ale systematycznie malała. W granicznych przypadkach wartość K_{sc} w ruchu laminarnym była od 1,5 do 3 razy większa niż

podobna wartość w ruchu burzliwym, w zależności od skoku ślimaka. Koresponduje to bardzo dobrze z rys. 5.3, pokazując „opóźnienie” cieczy w dyfuzorze. Taki kierunek zmian cyrkulacji wtórnej w mieszalniku jest nietypowy w porównaniu z innymi typami mieszadeł (Nagata, 1975; Stręk, 1981), gdzie cyrkulacja wtórna malała wraz ze wzrostem lepkości cieczy. Świadczy to pośrednio o wyjątkowo dużej efektywności mieszadeł ślimakowych w przypadku mieszania cieczy wysokolepkich.

Oprócz metod doświadczalnych do obliczania czasów cyrkulacji i cyrkulacji wtórnej w mieszalniku, wartości V_s można określać stosując metody oparte na obliczeniach numerycznych, w wyniku których uzyskuje się rozkłady wszystkich trzech składowych prędkości w mieszalniku. Taką metodę obliczania wartości cyrkulacji wtórnej zastosowali w swojej pracy Kunciewicz i wsp., 2005, a uzyskane z całkowania rozkładów prędkości wartości cyrkulacji wtórnej V_s przedstawiali w formie bezwymiarowej liczby cyrkulacji wtórnej K_{sc} określonej równaniem (2.5) w p. 2.

$$K_{sc} = \frac{V_s}{Nd^3} \quad (2.5)$$

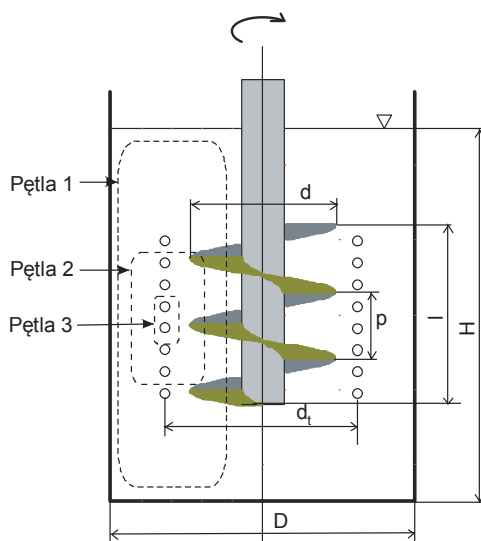


Rys. 5.4. Cyrkulacja wtórna w mieszalniku

Na rys. 5.4 widać wyraźny wpływ skoku wstęgi ślimaka na cyrkulację promieniowo-osiową. Dla umiarkowanych i najczęściej stosowanych skoków wstęgi ślimaka $p/d < 2,5 \div 3$ uzyskano praktycznie zależność proporcjonalną pomiędzy obiema wartościami. Im większy skok, tym większa cyrkulacja wtórna. Jeśli przyjmniemy, że podczas jednego obrotu wstęgi ślimaka ciecz zostanie przesunięta o odcinek pionowy równy skokowi ślimaka (lub wielkość proporcjonalną do skoku ślimaka), to tendencja pokazana na rys. 5.4 zostanie zachowana w całym zakresie $p/d < 2,5 \div 3$.

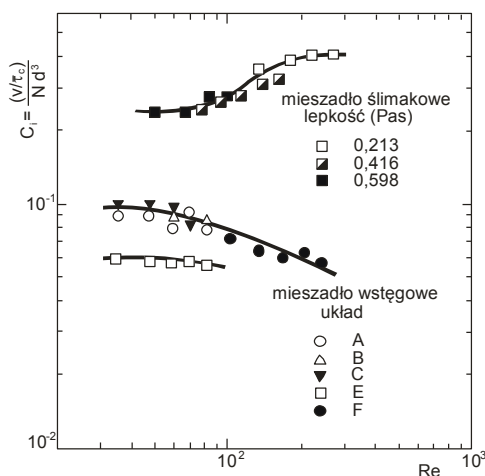
Uzyskane wyniki w tym zakresie były zgodne z wynikami *Seichtera, 1981* oraz *Seichtera i wsp., 1981*. Jednak dla bardzo dużych skoków ślimaka $p/d > 3$ wstęga ślimaka przyjmuje pozycję coraz bardziej pionową i nie jest ona w stanie przesuwac cieczy w kierunku pionowym tak efektywnie jak dotychczas. Ciecz w dyfuzorze będzie bardziej obracana przez ślimak wokół osi mieszadła niż pompowana w dół (do góry). Z tego powodu dla dużych skoków wstęgi cyrkulacja wtórna w mieszalniku maleje.

Nietypowy układ geometryczny mieszalnik-mieszadło ślimakowe przebadali *Guerin i wsp., 1984*. Wyszli oni z założenia, że w przypadku mieszadeł ślimakowych wymiana ciepła na ścianie mieszalnika jest bardzo słaba ze względu na brak bezpośredniego oddziaływania mieszadła w tym obszarze i dlatego zaproponowali układ przedstawiony na rys. 5.5, gdzie rolę dyfuzora spełnia wężownica grzejna lub chłodząca. W takim układzie geometrycznym największa część cieczy jest tłoczona wzdłuż pętli 1 i jej przebieg ma największy wpływ na współczynniki wnikania ciepła na ścianie mieszalnika. Pozostała część cieczy tłoczona jest wzdłuż pętli 2 lub pętli 3. Dwie ostatnie pętłe będą decydowały o współczynnikach wnikania ciepła na ścianie wężownicy. W swojej pracy nie określali jednak liczbowych udziałów poszczególnych pętli w cyrkulacji ogólnej, określali natomiast wielkość średniego czasu cyrkulacji $\bar{\tau}_c$ w całym mieszalniku. Dodatkowo, obok badań mieszadeł ślimakowych, zbadali również 6 mieszadeł wstęgowych i określili wpływ ich parametrów geometrycznych na wartość $\bar{\tau}_c$.

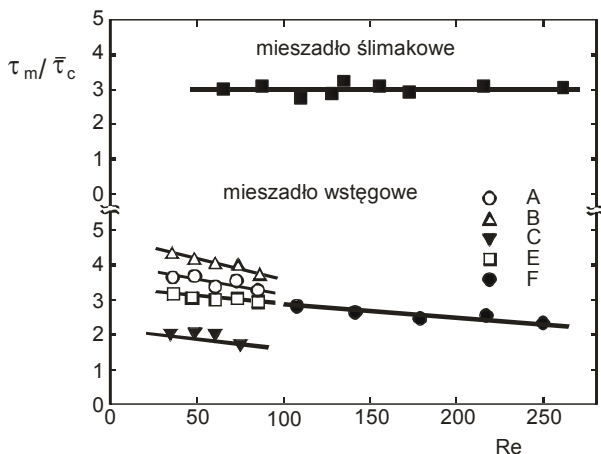


Rys. 5.5. Układ geometryczny mieszadła śmigłowego przebadany przez *Guerina i wsp., 1984*

Na rys. 5.6 przedstawiono uzyskane przez *Guerina i wsp., 1984* wartości bezwymiarowych czasów cyrkulacji C_i zdefiniowanych równaniem (5.2), a na rys. 5.7 uzyskane stosunki $\tau_m / \bar{\tau}_c$ dla różnych liczb Reynoldsa. Jak wynika z rys. 5.6 dla mieszadła ślimakowego wzrost częstości obrotowej mieszadła powodował wzrost wartości C_i , czyli zmniejszenie się czasu cyrkulacji $\bar{\tau}_c$. Było to efektem zwiększenia cyrkulacji wtórnej w mieszalniku. Przedstawione wyniki były zgodne z wynikami *Chavany i Ulbrechta, 1973b*, pomimo istniejących różnic w geometrii badanych układów.



Rys. 5.6. Zależność czasów cyrkulacji od typu i parametrów geometrycznych mieszadeł *Guerina i wsp., 1984* (oznaczenia mieszadeł zgodnie z tabelą 5.3)



Rys. 5.7. Zależność stosunku czasów zmieszania do czasów cyrkulacji dla mieszadeł wstępowych i ślimakowych

Wyniki przedstawione na rys. 5.7 potwierdziły natomiast, że stosunek czasu zmieszania do czasu cyrkulacji dla określonego mieszadła jest stały lub bardzo mało zmienny. W przypadku mieszadła ślimakowego i cieczy newtonowskiej stosunek ten wyniósł około 2,9. Był on stały i zgodny z wynikami dotyczącymi czasów zmieszania uzyskanymi w pracach *Novaka i Riegera, 1969; Forda i wsp., 1972; Chavan i wsp., 1975a oraz Forda i Ulbrechta, 1976*. Dodatkowo, ze względu na podobny sposób działania mieszadeł wstęgowych i ślimakowych uzyskany stosunek $\tau_m / \bar{\tau}_c = 2,9$ był bliski wartości 3,33, pokazanej na rys. 3.10 dla mieszadeł wstęgowych na podstawie prac *Nagaty i wsp., 1956; Bornue i Butlera, 1969; Carreau i wsp., 1976; Guerina i wsp., 1984; Takahashi i wsp., 1989; Brito de la Fuente i wsp., 1990 oraz Takahashi i wsp., 1994*. Biorąc pod uwagę uzyskane stosunki $\tau_m / \bar{\tau}_c$ dla obu typów mieszadeł można powiedzieć, że dla cieczy newtonowskich i mieszadeł wstęgowych oraz ślimakowych pracujących w dyfuzorze w ruchu laminarnym, ciecz powinna średnio wykonać trzy pełne pętle cyrkulacyjne, aby uzyskała ona wystarczający z technologicznego punktu widzenia stopień zmieszania.

Liczba pętli równa 3 nie jest jednak wartością uniwersalną. Jej wartość wzrasta wraz ze wzrostem właściwości nienewtonowskich cieczy. Obrazuje to tabela 5.1, z której wynika, że dla cieczy pseudoplastycznej, jaką był 2% roztwór CMC, liczba koniecznych pętli cyrkulacyjnych jest około dwukrotnie większa niż dla cieczy newtonowskich (w oryginalnej pracy *Guerina i wsp., 1984* nie podano wartości wskaźnika płynięcia n).

Tabela 5.1. Wpływ właściwości cieczy mieszanej na czasy cyrkulacji dla mieszadeł ślimakowych (*Guerin i wsp., 1984*)

Ciecz	$\bar{\tau}_c \cdot N [-]$	$\tau_m / \bar{\tau}_c [-]$
Gliceryna	14,4 ÷ 16,6	2,9 ÷ 3,2
1% CMC	11,5 ÷ 16,5	3,0 ÷ 4,0
2% CMC	26,5 ÷ 30,8	3,9 ÷ 6,9

Przeprowadzone w tej samej pracy (*Guerina i wsp., 1984*) dodatkowe eksperymenty bez dyfuzora oraz dla przypadku niecentrycznego umieszczenia mieszadła ślimakowego w mieszalniku wykazały, że zgodnie z oczekiwaniem czasy cyrkulacji i czasy zmieszania były „znacząco dłuższe”.

Stały stosunek $\tau_m / \bar{\tau}_c$ oznacza, że słuszna jest zależność (2.17) wyprowadzona w p. 2, oznaczająca stały iloczyn $\tau_m \cdot N = \text{const}$ i bezpośrednie korzystanie z równania (2.17) jest niewątpliwie najszybszym sposobem określania czasów zmieszania, jeśli znana jest wartość K_m .

Zależność stałej K_m od wielkości mieszadła ślimakowego (stosunku D/d) zbadali w swojej pracy *Novak i Rieger, 1977*. Na podstawie wyników doświadczalnych oraz wyników swojej poprzedniej pracy (*Novak i Rieger, 1975*) podali dwa równania słuszne odpowiednio dla mieszadła ślimakowego pracującego w dyfuzorze (5.5a) oraz dla mieszadła bez dyfuzora umieszczonego niecentrycznie w mieszalniku (5.5b)

$$K_m = 12,65 \left(\frac{D}{d} \right)^{2,52} \quad (5.5a)$$

$$K_m = 11,95 \left(\frac{D}{d} \right)^{2,88} \quad (5.5b)$$

Czasy zmieszania dla mieszadła umieszczonego niecentrycznie były o około 25÷40% większe niż dla mieszadła ślimakowego pracującego w dyfuzorze. Zależności (5.5a) i (5.5b) obowiązują dla zakresu mieszania laminarnego ($Re < 50$), gdyż dla zakresu mieszania przejściowego wartość K_m systematycznie maleje, aby dla zakresu mieszania burzliwego ($Re > 2000$) znów osiągnąć wartość stałą. Nowa, mniejsza wartość K_m jest mniejsza około 3,5 razy od podobnej wartości dla zakresu laminarnego i w takim samym stosunku zmienia się również czas zmieszania τ_m .

5.2. Efektywność mieszania

Aby określić efektywność mieszania cieczy należy ocenić nakłady poniesione na podtrzymanie ruchu wewnątrz mieszalnika, czyli należy znać moc mieszania P oraz uzyskane efekty, czyli na przykład czas zmieszania τ_m . Pierwsze próby połączenia obu tych wielkości czynione już były w latach 60. ubiegłego wieku. Przykładowo, dla cieczy lepkich oraz cieczy nienewtonowskich dane na ten temat można znaleźć w pracach *Hoogedorna i den Hartoga, 1967*; *Coyla i wsp., 1970* czy *Yapa i wsp., 1979*.

Porównanie ilościowe efektywności mieszania różnych typów mieszadeł łącznie z mieszadłami ślimakowymi wykonali w swoich pracach *Novak i Rieger, 1975* i *Novak i Rieger, 1977*. Jako kryterium porównawcze stosowali zależność (5.6a), gdzie wielkości znajdujące się po lewej i po prawej stronie tego równania można było rozpiszać zgodnie z równaniami (5.6b) i (5.6c)

$$\frac{P\tau_m^2}{\eta D^3} = f \left(\frac{D^2 \rho}{\eta \tau_m} \right) \quad (5.6a)$$

$$\frac{P\tau_m^2}{\eta D^3} = Lm Re (N\tau_m) \left(\frac{d}{D} \right)^3 \quad (5.6b)$$

$$\frac{D^2 P}{\eta \tau_m} = \text{Re}(N \tau_m)^{-1} \left(\frac{D}{d} \right)^2 \quad (5.6c)$$

Kryterium po lewej stronie równania (5.6a) jest wprost proporcjonalne do energii mieszania $P \cdot \tau_m$ podzielonej przez hipotetyczne objętościowe natężenie przepływu cieczy przez mieszalnik ($\sim D^3/\tau_m$). Podstawowy powód, dla którego stosuje się to kryterium, to szybka możliwość określenia, który z typów mieszadła dla określonej objętości cieczy (zależnej od średnicy mieszalnika D) i wymaganej intensywności mieszania (zależnej od czasu zmieszania τ_m) należy zastosować. *Novak i Rieger, 1975* dla mieszadeł wstępowych, kotwicznych, turbinowo-dyskowych, turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochylonych oraz mieszadeł ślimakowych pracujących w dyfuzorze lub bez dyfuzora określili funkcję (5.6a) na podstawie badań doświadczalnych. Im wartość lewej strony równania (5.6a) była mniejsza, tym dane mieszadło pracowało bardziej efektywnie. Dla zakresu mieszania laminarnego najniższe wartości lewej strony równania (5.6a) uzyskali dla mieszadła ślimakowego pracującego w dyfuzorze. Następne wzrastające wartości tego samego kryterium uzyskali dla mieszadeł w kolejności:

- mieszadła ślimakowe umieszczone niecentrycznie w mieszalniku,
- mieszadła wstępowe,
- mieszadła turbinowo-łopatkowe o łopatkach pochylonych,
- mieszadła kotwiczne o łopatkach prostych,
- mieszadła kotwiczne o łopatkach pochylonych.

Wyraźnie widać przewagę mieszadeł o działaniu osiowym nad pozostałymi typami mieszadeł. Jak zauważają autorzy, mieszadła ślimakowe pracowały również efektywnie w zakresie ruchu burzliwego, co preferuje ich stosowanie w tych przypadkach, kiedy podczas procesu następuje zmiana lepkości cieczy.

Jeśli porównujemy mieszadła tego samego typu, można stosować prostsze kryteria efektywności. Najprostszym kryterium jest energia mieszania $E[J]$ jako iloczyn mocy mieszania P i czasu zmieszania τ_m , czyli $E = P \cdot \tau_m$. To właśnie kryterium zastosowano w pracy *Kuncewicza i wsp., 2005*. Dodatkowo autorzy przyjęli, że czas zmieszania jest cztery razy większy niż czas cyrkulacji (*Stręk, 1981*), czyli

$$\tau_m = 4 \cdot \frac{V}{V_s} \quad (5.7)$$

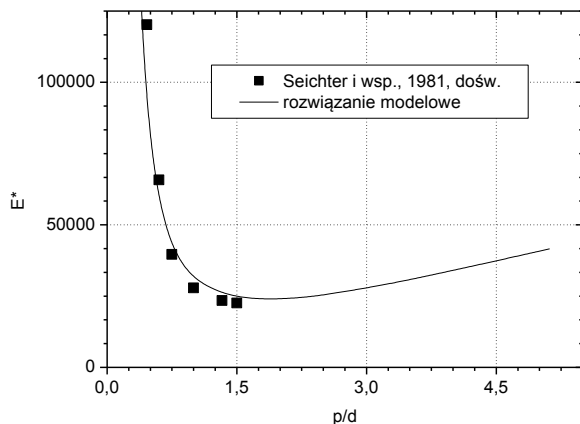
Jeśli się uwzględni, że w ruchu laminarnym moc mieszania P wyraża się zależnością

$$P = A \cdot N^2 \cdot d^3 \cdot \eta \quad (5.8)$$

wtedy energię mieszania E można było wyrazić w bezwymiarowej formie równania (5.9)

$$E^* \equiv \frac{E}{nd^3\eta} = \pi \frac{A}{K_{sc}} \left(\frac{H}{D} \right) \left(\frac{D}{d} \right)^3 \quad (5.9)$$

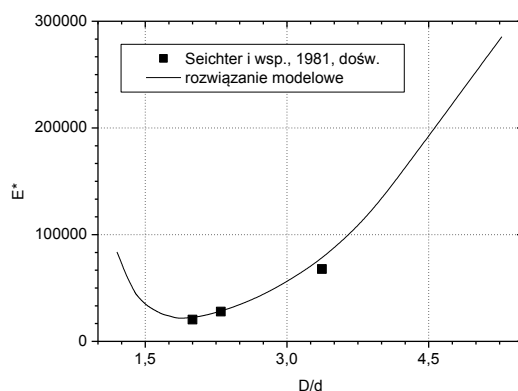
gdzie wartość bezwymiarowej liczby cyrkulacji wtórnej K_{sc} oraz wartość iloczynu $A = Lm \cdot Re$ autorzy określali na podstawie rozwiązań modelowych. Uzyskane przez *Kuncewicza i wsp., 2005* wartości E^* przedstawione są na rys. 5.8 i rys. 5.9.



Rys. 5.8. Efektywność mieszania mieszadeł ślimakowych w zależności od skoku wstęgi ślimaka (*Kuncewicz i wsp., 2005*)

Im mniejsza była wartość E^* , tym efektywniej pracowało mieszadło ślimakowe. Wielkością optymalną stosunku p/d była wartość około 1,5. Jest to wartość graniczna z najczęściej stosowanego zakresu stosunku p/d w rozwiązaniach praktycznych $p/d \cong 1 \div 1,5$. Dla małych skoków mieszadła uzyskujemy małe cyrkulacje wtórne, natomiast dla dużych skoków (powyżej $p/d = 1,5$) szybko wzrasta moc mieszania, gdyż coraz bardziej stromy ślimak zwiększa opory kształtu, a tym samym moc mieszania.

W zagadnieniach projektowych, jak również w badaniach laboratoryjnych, najczęściej średnica dyfuzora jest równa w przybliżeniu połowie średnicy mieszalnika, co daje stosunek $D/d \cong 2$. Wyniki analizowanej pracy potwierdziły właściwość takiego wyboru. Jak wynika z rys. 5.9, właśnie dla stosunku $D/d \cong 1,8 \div 2$ uzyskano najlepszą efektywność mieszania, jeśli za kryterium efektywności przyjąć energię mieszania E .



Rys. 5.9. Zależność efektywności mieszania od stosunku D/d
(Kuncewicz i wsp., 2005)

W pracy *Szulca, 2004* porównano efektywność pracy mieszadła ślimakowego z punktu widzenia czasów zmieszania τ_m . Czas τ_m autor określał jako $3,33 \tau_c$ zgodnie z badaniami *Guerina i wsp., 1984* oraz z podobnymi wynikami dla mieszadeł wstęgowych (rys. 3.10). W tabeli 5.2 zestawiono doświadczalne i modelowe wartości czasów zmieszania τ_m , mocy P oraz wartości wprowadzonego kryterium energetycznego mieszania $E = (\tau_m \cdot P)$ [J]. Pozwalało ono znaleźć układ optymalny zarówno ze względu na moc, jak i czas zmieszania. Analiza sprowadziła się więc do poszukiwania minimum funkcji (5.10). Wyniki analizy przedstawiono w tabeli 5.2.

$$E = (\tau_m \cdot P)_{p/d} \rightarrow \min \quad (5.10)$$

Tabela 5.2. Zestawienie wartości czasów homogenizacji τ_m , mocy mieszania P oraz kryterium energetycznego E dla mieszadeł ślimakowych, dla $N = 1,04 \text{ [s}^{-1}\text{]}$ i lepkości $\eta = 4 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$, *Szulc, 2004*

d/D	Średnica mieszadła d [m]	Liczba zwojów i [-]	p/d [-]	Re [-]	Dośw. τ_m [s]	Model. τ_m [s]	P [W]	Doświadczalne $E = (\tau_m \cdot P)$ [J]	Modelowe $E = (\tau_m \cdot P)$ [J]
0,462	0,135	1	1,26	6,4	97,9	104,1	2,38	232,3	247,1
0,462	0,135	2	0,63	6,4	140,6	174,3	2,71	381,6	473,1
0,462	0,135	3	0,42	6,4	203,3	226,2	4,26	865,6	963,1
0,562	0,164	2	0,52	9,4	84,4	64,5	5,57	470,1	359,6
0,289	0,084	2	1,01	2,5	863,3	933,3	0,90	779,2	842,4

Jak wynika z analizy tabeli 5.2 optymalnym, z punktu widzenia wprowadzonego kryterium efektywności E , okazało się mieszadło ślimakowe o inwariancie średnic $d/D = 0,462$ oraz skoku $p/d = 1,26$. Jak zaznacza sam autor, decydującym elementem w tym przypadku była duża wartość cyrkulacji wtórnej V_s dla tego mieszadła. Skok $p/d = 1,26$ oraz inwariant d/D były zbliżone do podobnych wartości uzyskanych przez *Kuncewicza i wsp., 2005*. Z przedstawionych powyżej wyników można wnioskować, że w zastosowaniach praktycznych nie powinno się stosować mieszadeł ślimakowych o zbyt małych średnicach i zbyt małych skokach wstęgi, gdyż wytwarzają one bardzo małą cyrkulację wtórną w mieszalniku, co przekłada się z kolei na długie czasy zmieszania τ_m .

Porównanie efektywności mieszania mieszadeł ślimakowych i wstęgowych przeprowadzili również *Guerin i wsp., 1984*. Użyli oni kryterium porównawczego zaproponowanego przez *Pattersona i wsp., 1979*, w którym energia mieszania $P\tau_m$, w odróżnieniu od równania (5.9), umieszczona była w mianowniku ułamka

$$(eff)_{rel} = \frac{1000\eta ND^2 H}{P\tau_m} \quad (5.11)$$

W tym przypadku, im większa była wartość kryterium efektywności $(eff)_{rel}$, tym bardziej efektywnie pracowało mieszadło (w źródłowej pracy *Pattersona i wsp., 1979* zamiast wielkości $D^2 H$ użyto czynnika d^3). Ze względu na otrzymywane bardzo małe wartości liczbowe $(eff)_{rel}$ w liczniku równania (5.11) zastosowano mnożnik 1000. Jak wynika z danych zamieszczonych w tabeli 5.3 mieszadło ślimakowe było najbardziej efektywnym mieszadłem w porównaniu z pięcioma mieszadłami wstęgowymi o zmiennych parametrach geometrycznych.

Tabela 5.3. Porównanie efektywności $(eff)_{rel}$ mieszania mieszadła ślimakowego z mieszadłami wstęgowymi

Mieszadło	Liczba wstęp	D/d	w/d	p/d	$(eff)_{rel}$
A Wstęgowe	2	1,11	0,0	0,72	0,075
B Wstęgowe	2	1,11	0,10	1,05	0,137
C Wstęgowe	2	1,11	0,20	0,71	0,188
D Wstęgowe	2	1,37	0,12	0,85	-
E Wstęgowe	1	1,11	0,10	0,70	0,129
F Wstęgowe	2	1,11	0,10	0,70	0,075
G Ślimakowe	1	1,71	0,45	0,98	0,260

Było to spowodowane najprawdopodobniej tym, że pomimo podobnego działania obu typów mieszadeł, mieszadło ślimakowe, ze względu na swoją małą średnicę, wykazywało dużo mniejsze zapotrzebowanie mocy mieszania.

5.3. Wymiana ciepła

Mieszadło ślimakowe pracujące w dyfuzorze jest specyficznym układem, w którym może zachodzić wymiana ciepła. Poszczególne powierzchnie omywane przez ciecz można podzielić na dwie grupy: pierwsza z nich to wewnętrzna powierzchnia dyfuzora znajdująca się blisko obracającego się ślimaka oraz druga to powierzchnia zewnętrzna dyfuzora i powierzchnia ścianki mieszalnika. W pierwszym przypadku strumień cieczy omywający tę powierzchnię jest znaczący i powinniśmy się spodziewać dużych wartości współczynników wnikania ciepła. Natomiast na dwóch pozostałych powierzchniach nie występuje bezpośrednie oddziaływanie mieszadła i są mało intensywnie omywane pompowaną przez mieszadło cieczą.

Jak wynika z prac *Pigforda, 1955; Chavany, 1983* oraz *Kuncewicza i wsp., 2005*, pomimo znaczącej prędkości osiowej wewnątrz dyfuzora, prędkość obwodowa przewyższa 4÷6 razy prędkość osiową w tym obszarze. Zatem obok dużej cyrkulacji wtórnej w mieszalniku, wewnątrz dyfuzora dominuje jednak cyrkulacja pierwotna i (a) duża prędkość wypadkowa powinna sprzyjać osiągnięciu dużych wartości α na wewnętrznej powierzchni ścianki dyfuzora. Z kolei na zewnątrz dyfuzora przepływa tylko strumień cieczy związany z cyrkulacją wtórną. Jeśli średnica dyfuzora stanowi połowę średnicy mieszalnika, to przekrój pierścieniowy pomiędzy dyfuzorem a ścianką jest trzy razy większy niż przekrój samego dyfuzora. Zatem średnia prędkość osiowa w przestrzeni pierścieniowej jest trzy razy mniejsza niż w dyfuzorze. Oznacza to, że prędkość na zewnątrz dyfuzora może być nawet o rząd wielkości mniejsza niż wewnątrz dyfuzora. Można to zaobserwować na rys. 5.1, gdzie przedstawiono rozkłady prędkości uzyskane z rozwiązań numerycznych. Maksymalna wartość bezwymiarowej prędkości osiowej v dla pierścienia na zewnątrz dyfuzora była rzędu 0,02, natomiast podobna maksymalna prędkość obwodowa u wewnątrz dyfuzora wynosiła około 0,2. Przyjmując, że w ruchu laminarnym współczynnik wnikania ciepła $\alpha \sim Re^{0,33}$, oznacza to, że jest on w takim samym stopniu zależny od prędkości cieczy. Podstawiając $\alpha \sim 10^{0,33}$ uzyskujemy, że wartość α na zewnętrznej powierzchni dyfuzora będzie 2,13 razy mniejsza niż na powierzchni wewnętrznej.

Powyższe obliczenia potwierdzają badania doświadczalne *Mitsubishi i wsp., 1973*, którzy dla cieczy newtonowskich przebadali kilka układów geometrycznych mieszadło ślimakowe-mieszalnik, mierząc oddzielnie wartości współczynników wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej dyfuzora. Okazało się, że wartości α na powierzchni zewnętrznej dyfuzora były średnio około 2,5 razy mniejsze niż na powierzchni wewnętrznej, co jest zgodne z wykonanymi poprzednio obliczeniami szacunkowymi. W konkluzji pracy autorzy dodatkowo stwierdzają, że lepsze warunki do wnikania ciepła zachodzą w przypadku kiedy ciecz w dyfuzorze tłoczona jest do dołu.

W następnej pracy *Mitshuishi i Miyari, 1973* w badaniach dla cieczy nie newtonowskich potwierdzili jedynie swoje poprzednie wyniki. Zaprezentowane badania doświadczalne zgadzają się bardzo dobrze z poprzednio wykonaną analizą wartości α . Oznacza to, że powierzchnia ścianki mieszalnika będzie się zawsze charakteryzować niskimi wartościami współczynników wnikania ciepła i w przypadku, kiedy istnieje konieczność wymiany ciepła w mieszalniku, należy raczej chłodzić lub ogrzewać jego zawartość powierzchnią dyfuzora, a nie powierzchnią ścianki mieszalnika.

Podobne wyniki badań i podobne wnioski można wyciągnąć z pracy *Strobina, 1979*, który również mierzył oddzielnie współczynniki wnikania ciepła na trzech charakterystycznych powierzchniach dla mieszadeł ślimakowych pracujących w dyfuzorze. Dodatkowo wartości α uzależnił od wielkości skoku wstęgi ślimaka. Wyniki przedstawił w postaci równań (5.12÷5.14):

– dla powierzchni wewnętrznej dyfuzora:

$$\frac{\alpha L}{\lambda} = 0,310 \cdot \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{0,66} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{p}{d} \right)^{0,13} Vi^{0,14} \quad (5.12)$$

– dla powierzchni zewnętrznej dyfuzora

$$\frac{\alpha L}{\lambda} = 0,041 \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{0,83} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{p}{d} \right)^{0,22} Vi^{0,14} \quad (5.13)$$

– dla powierzchni ścianki mieszalnika

$$\frac{\alpha L}{\lambda} = 0,181 \left(\frac{Nd^2 \rho}{\eta} \right)^{0,72} \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^{1/3} \left(\frac{p}{d} \right)^{0,23} Vi^{0,14} \quad (5.14)$$

Ważność równań (5.12÷5.14) obowiązywała w zakresie liczb Reynoldsa $180 < Re < 19400$, a wielkość L była średnicą walca, na którego powierzchni następowała wymiana ciepła. Ze względu na różne wartości wykładników potęg przy liczbie Reynoldsa, nie można porównywać bezpośrednio współczynników proporcjonalności w równaniach (5.12÷5.14). Jeśli jednak założymy $Re = 1000 = \text{const}$, to z powyższych równań wynika, że dla powierzchni zewnętrznej dyfuzora wartości współczynników wnikania ciepła α będą około 2,5 razy mniejsze niż dla powierzchni wewnętrznej, a dla powierzchni ścianki mieszalnika wartość α będzie równa zaledwie 0,26 wartości wewnątrz dyfuzora. Zestawienie to wykazuje, że jedynie wewnętrzną powierzchnię ścianki dyfuzora można efektywnie wykorzystywać do wymiany ciepła w mieszalniku.

Wyniki doświadczalne *Mitshuishi i wsp., 1973*; *Mitshuishi i Miyari, 1973* oraz wyniki badań własnych dotyczących hydrodynamiki mieszania były dla *Carreau i wsp., 1992* motywacją opracowania zjawiskowego modelu wymiany

ciepła pomiędzy ścianką węzownicy, z której wykonany był dyfuzor, a cieczą mieszaną. Autorzy w wyniku przeprowadzonych pomiarów dla układu geometrycznego przedstawionego na rys. 5.10 uzyskali równanie kryterialne (5.15) dla trzech wielkości węzownic. Miało ono klasyczną postać, a wykładnik potęgi przy liczbie Reynoldsa był wartością uśrednioną, gdyż nachylenia linii korelacyjnych dla poszczególnych węzownic były znacząco różne

$$\frac{\alpha d_w}{\lambda} = 0,387 \text{Re}_{ae}^{0,511} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{d_w}{d} \right)^{0,594} \quad (5.15)$$

Dokładność równania (5.15) wynosiła około 40% i autorzy uznali, że w przypadku wymiany ciepła dokładność ta jest niewystarczająca. Skłoniło to ich do opracowania nowego modelu, w którym węzownicę pełniącą jednocześnie rolę dyfuzora traktowano jako element omywany z zewnątrz strumieniem cieczy, poruszającym się w kierunku z góry do dołu lub odwrotnie. W ten sposób podstawowym parametrem brany pod uwagę była wartość prędkości osiowej v_c w mieszalniku będącej stosunkiem średniej długości śladu $\bar{l}_c$, który zakreśla cyrkulujący element cieczy, do czasu cyrkulacji $\bar{\tau}_c$

$$v_c = \frac{\bar{l}_c}{\bar{\tau}_c} \quad (5.16)$$

Identyczne podejście zaprezentowali wcześniej *Desplanches, 1983* i *Desplanches i wsp., 1983*, którzy zaobserwowali, że współczynniki wnikania ciepła do lub od węzownicy przy mieszaniu mieszadłami turbinowymi lub śmigłowymi kontrolowane były przez liczbę cyrkulacyjną Reynoldsa Re_c , zdefiniowaną równaniem (5.17)

$$\text{Re}_c = \frac{v_c d_w \rho}{\eta_{ae}} \quad (5.17)$$

gdzie d_w było zewnętrzną średnicą węzownicy.

Średnią wartość v_c można zmierzyć doświadczalnie lub obliczyć na podstawie bezwymiarowej liczby cyrkulacji C_i dla określonych typów mieszadeł i określonych typów cieczy. W przypadku mieszadeł ślimakowych i cieczy o właściwościach sprężystolepkich, *Carreau i wsp., 1994* skorzystali z własnej zależności (5.18) podanej w swojej wcześniejszej pracy (*Carreau i wsp., 1992*)

$$C_i = \frac{(V/\bar{\tau}_c)}{Nd^3} = \{0,124 + 0,265[1 - \exp(0,0083\text{Re}_{ae})]\} \cdot (1 - 0,81 \text{Wi}^{0,249}) \quad (5.18)$$

Wartość średniej szybkości ścinania $\bar{\dot{\gamma}}$ dla elementu omywanego przez ciecz obliczali zgodnie z sugestią *Mizushiny i Usui, 1978* oraz *Mizushiny i wsp., 1978*, jako

$$\bar{\dot{\gamma}} = \frac{v_c}{d_w} \quad (5.19)$$

Natomiast jako wymiaru charakterystycznego w definicji liczby Reynoldsa i liczby Nusselta używali efektywnej wysokości węzownicy $n_s d_w$, gdzie n_s była liczbą zwojów węzownicy. W ten sposób odpowiednie liczby kryterialne przybierały postać

$$Re_c = \frac{v_c n_s d_w \rho}{\eta} \quad \text{ciecz newtonowska} \quad (5.20)$$

$$Re_{cg} = \frac{v_c^{2-n} n_s d_w^n \rho}{\eta_{ae}} \quad \text{ciecz nienewtonowska} \quad (5.21)$$

$$Pr_{cg} = \frac{c_p k v_c^{n-1}}{\lambda d_w^{n-1}} \quad \text{ciecz nienewtonowska} \quad (5.22)$$

$$Nu_c = Nu_{cg} = \frac{\alpha_w n_s d_w}{\lambda} \quad (5.23)$$

Stosując nowo wprowadzone liczby kryterialne, *Carreau i wsp., 1994* otrzymali bardzo dobrą korelację dla wszystkich przebadanych węzownic dla cieczy newtonowskich i nienewtonowskich w postaci równań (5.24) i (5.25)

$$Nu_c = 2,563 Re_c^{0,395} Pr^{1/3} \quad \text{ciecz newtonowska} \quad (5.24)$$

$$Nu_{cg} = 2,82 Re_{cg}^{0,385} Pr_{cg}^{1/3} \quad \text{ciecz nienewtonowska} \quad (5.25)$$

Dokładność obu równań była rzędu 10%, co stanowi bardzo dobry wynik. Metoda obliczania współczynników wnikania ciepła na ścianie węzownicy (ściance dyfuzora) zaproponowana przez *Carreau i wsp., 1994* jest wprawdzie dość kłopotliwa i wymaga wielu wstępnych obliczeń, jednak jej zaletą jest duża dokładność i uniwersalność, gdyż wszystkie wielkości, a przede wszystkim wartość prędkości cieczy v_c omywającej węzownicę, są możliwe do obliczenia niezależnie od typu mieszadła.

5.4. Moc mieszania

Pomimo podobieństw w konstrukcji i sposobie działania mieszadeł ślimakowych i wstęgowych, różnią się one istotnie. Najważniejszą z różnic jest średnica mieszadła. Mieszadła ślimakowe pracują z zasady w dyfuzorze, którego średnica jest równa najczęściej połowie średnicy mieszalnika, a prześwit względny pomiędzy krawędzią ślimaka a ścianką dyfuzora wynosi standardowo 0,05, co odpowiada stosunkowi $d_1/d = 1,1$. Oznacza to, że średnica mieszadła ślimakowego jest dwukrotnie mniejsza niż mieszadła wstęgowego. Biorąc pod uwagę podobieństwo oporów wstęgi ślimaka i mieszadła wstęgowego oznacza to, że w przepływie laminarnym w mieszalniku, w identycznych warunkach zapotrzebowanie mocy mieszania mieszadła ślimakowego będzie średnio równe 1/8 zapotrzebowania

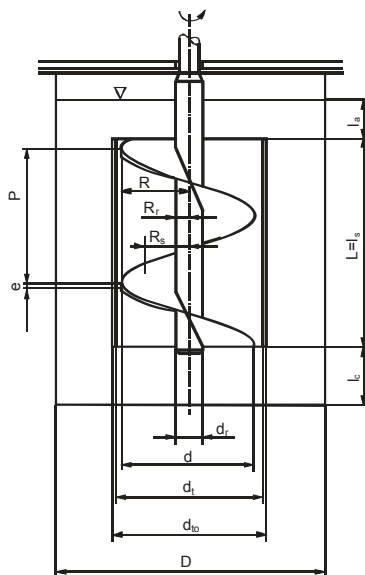
mocy dla mieszadła wstęgowego (w ruchu laminarnym $P \approx d^3$). Małe zapotrzebowanie mocy jest niewątpliwym atutem mieszadeł ślimakowych, stąd ich popularność, szczególnie do mieszania cieczy wysokolepkich, gdzie moc mieszania jest wprost proporcjonalna do lepkości mieszanego płynu.

Niewiele jest prac poświęconych pomiarom mocy mieszania dla mieszadeł ślimakowych. Na pierwszym miejscu należy wymienić listę prac Chavany i współpracowników (Chavan i wsp., 1972; Chavan i Ulbrecht, 1973b; Chavan, 1983), w których autorzy zaproponowali zjawiskowy model pracy mieszadła ślimakowego w dyfuzorze. W modelu, autorzy zastąpili pracę rzeczywistego mieszadła ślimakowego pracą wewnętrznego walca o średnicy d_{ech} w układzie dwóch cylindrów współosiowych w przepływie Couette'a, gdzie na powierzchni cylindra wewnętrznego szybkość ścinania jest równa średniej szybkości ścinania wewnątrz dyfuzora (Chavan i wsp., 1972). Jak podają autorzy wartość tej średnicy równa jest

$$d_{ech} = d_t - \frac{2 \cdot c_1}{\ln \left[\frac{(d_t/d) - (1 - 2 \cdot (c/d))}{(d_t/d) - 1} \right]} \quad (5.26)$$

gdzie d_t oznacza średnicę wewnętrzną dyfuzora, a prześwit c_1 między wewnętrzną średnicą dyfuzora a krawędzią ślimaka wyraża się zależnością (5.27). Pozostałe oznaczenia pokazane są na rys. 5.10.

$$c_1 = \frac{d - d_r}{2} \quad (5.27)$$



Rys. 5.10. Mieszadło ślimakowe w dyfuzorze

Powierzchnię wewnętrznego walca o średnicy d_{eCh} proponują obliczać z zależności

$$A_{Ch} = \frac{l_s \cdot i \cdot p}{3 \cdot \pi} \cdot \left\{ \frac{\pi \cdot \sqrt{\pi^2 + \left(\frac{p}{d}\right)^2}}{\left(\frac{p}{d}\right)^2} + \ln \left[\frac{\pi}{\left(\frac{p}{d}\right)} + \frac{\sqrt{\pi^2 + \left(\frac{p}{d}\right)^2}}{\left(\frac{p}{d}\right)} \right] \right\} \cdot \left[1 - \left(1 - 2 \cdot \frac{c_l}{d} \right)^2 \right] + \pi \cdot d_r \cdot l_s \quad (5.28)$$

gdzie: l_s – długość ślimaka,

i – liczba zwojów ślimaka,

p – skok ślimaka.

Wyprowadzenie powyższych zależności jest mocno uciążliwe, a ich dokładne omówienie można znaleźć w pracach *Chavany i wsp., 1972; Chavany i Ulbrechat, 1973b* czy *Budzyńskiego, 1992*.

Moment skręcający, który musi być dostarczany na cylinder wewnętrzny wyrażony jest jako iloczyn siły i ramienia

$$M_{Ch} = \frac{1}{2} \cdot d_{eCh} \cdot A_{Ch} \cdot \tau_{av} \quad (5.29)$$

Z rozwiązania dla przepływu Couette’a dla cieczy newtonowskiej wynika ciąg zależności (5.30 ÷ 5.32)

$$\tau_{av} = \mu \cdot \dot{\gamma}_{avCh} \quad (5.30)$$

$$\dot{\gamma}_{avCh} = K_{eCh} \cdot N \quad (5.31)$$

$$K_{eCh} = \frac{4 \cdot \pi}{(1 - S_{eCh}^2)} \quad (5.32)$$

gdzie S_{eCh} jest stosunkiem średnicy cylindra wewnętrznego do średnicy cylindra zewnętrznego

$$S_{eCh} = \frac{d_{eCh}}{d_t} \quad (5.33)$$

Natomiast dla cieczy pseudoplastycznej spełniającej równanie potęgowe, w ciągu podobnych zależności pojawia się wskaźnik płynięcia n

$$\tau_{av} = k \cdot (\dot{\gamma}'_{avCh})^n \quad (5.34)$$

$$\dot{\gamma}'_{avCh} = K'_{eCh} \cdot N \quad (5.35)$$

$$K'_{eCh} = \frac{4 \cdot \pi}{n \cdot (1 - S_{eCh}^{2/n})} \quad (5.36)$$

Dysponując momentem obrotowym i częstością obrotową N , moc mieszania można wyrazić w postaci bezwymiarowych modułów Lm i Re

$$Lm \cdot Re = Z \quad (5.37)$$

gdzie

$$Z = \frac{A_{Ch} \cdot \pi \cdot K_{eCh}}{d^2} \quad (5.38)$$

Natomiast dla płynów spełniających prawo potęgowe uzyskano nieco zmodyfikowane zależności

$$Lm \cdot Re' = Z' \quad (5.39)$$

gdzie

$$Z' = \frac{A_{Ch} \cdot \pi \cdot K'_{eCh}}{d^2} \quad (5.40)$$

$$Re' = \frac{d^2 \cdot N^{2-n} \cdot \rho}{k} \quad (5.41)$$

Ze względu na to, że wyniki pomiarów nie uwzględniały wszystkich wymiarów mieszalnika, w którym umieszczone było mieszadło wraz z dyfuzorem, *Chavan i Ulbrecht, 1973b* wprowadzili poprawkę f_1

$$f_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{d}{l_c}\right)^{0,37} \cdot \left(\frac{D - d_{to}}{l_s}\right)^{-0,046} \cdot \left(\frac{l_c}{d}\right)^{-0,036} \quad (5.42)$$

gdzie: d_{to} – średnica zewnętrzna dyfuzora,

l_c – odległość ślimaka od dna zbiornika.

Z wartości wykładników potęg w równaniu (5.42) łatwo zauważyć, że największy wpływ na wartość poprawki f_1 ma odległość ślimaka od dna zbiornika l_c . Po uwzględnieniu poprawki (5.42) uzyskano ostatecznie równania krzywych mocy dla zakresu mieszania laminarnego w postaci bezwymiarowej. Dla cieczy newtonowskiej

$$Lm \cdot Re = Z \cdot f_1 \quad (5.43)$$

oraz dla cieczy pseudoplastycznej

$$Lm \cdot Re' = Z' \cdot f_1 \quad (5.44)$$

Zaproponowany przez Chawanę i współpracowników sposób określania mocy mieszania dla mieszadeł ślimakowych jest sposobem uniwersalnym, chociaż należy również zauważyć, że jest to sposób mocno uciążliwy i wymagający

wielu obliczeń, z tego też względu raczej rzadko stosowany w obliczeniach praktycznych.

Jeszcze bardziej skomplikowaną metodę obliczania zapotrzebowania mocy mieszania do napędu mieszadeł ślimakowych zaproponowali *Seichter i wsp., 1981; Rieger, 1987; Rieger, 1989a,b*. Wyszli oni z uproszczonej teorii wytłaczarek, w której przyjmuje się następujące założenia:

- ślimak pozostaje nieruchomy a cylinder (dyfuzor) wiruje wokół niego w kierunku przeciwnym do normalnego kierunku obrotów ślimaka,
- gradienty ciśnienia w kierunku promieniowym są pomijane,
- ślimak jest rozpatrywany jako prostokątny kanał, cylinder jest natomiast płaską płytą,
- układ ma nieskończoną długość.

Rieger, 1989b zaproponował, aby całkowite zapotrzebowanie mocy mieszania rozpatrywać jako sumę trzech jej składników

$$P = P_c + P_d + P_p \quad (5.45)$$

gdzie: P_c – moc związana ze ścinaniem płynu w szczelinie między grzbietami zwojów ślimaka a dyfuzorem,

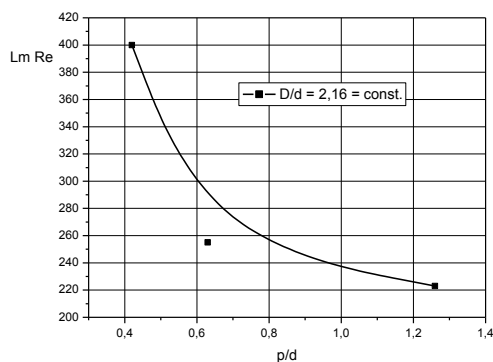
P_d – moc związana z przepływem wleczonym płynu w kanale ślimaka,

P_p – moc związana z przepływem ciśnieniowym.

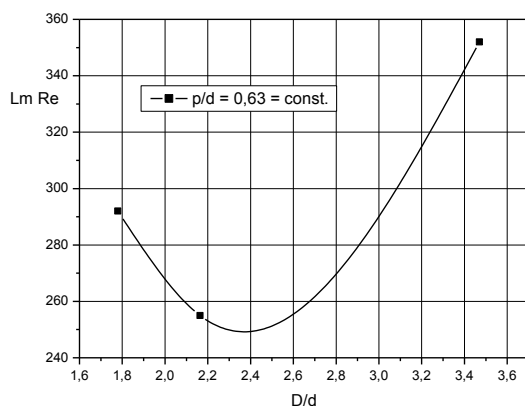
W wyniku rozwiązania uzyskano wartości poszczególnych składników równania (5.45). Dokładny opis sposobu uzyskania rozwiązania można znaleźć w pracach źródłowych.

Szulc, 2004 opracował i rozwiązał model 3D (rozwiązanie równań Naviera-Stokesa i równania ciągłości) dla mieszadeł wstęgowych i ślimakowych pracujących w ruchu laminarnym. W części eksperymentalnej zmierzył i przedstawił doświadczalne wartości iloczynów $Lm \cdot Re = A$. Na rys. 5.11 i rys. 5.12 przedstawione są wyniki w postaci funkcji $A = f(p/d)$ oraz $A = f(D/d)$ dla mieszadeł ślimakowych.

Moc mieszania w zakresie zmian stosunku $0,4 < p/d < 1,26$ rosła wraz ze zmniejszeniem się skoku wstęgi ślimaka, gdyż wzrastała powierzchnia ślimaka, a tym samym opory tarcia dominujące w zakresie ruchu laminarnego. Jednak już wpływ średnicy ślimaka d na moc mieszania nie jest jednoznaczny. Jak wynika z rys. 5.12 iloczyn $Lm \cdot Re$ najpierw się zmniejszał, by potem rosnąć. Nie oznacza to jednak, że w taki sam sposób zmieniała się moc mieszania, ponieważ przy analizie wpływu średnicy mieszadeł na moc mieszania należy dodatkowo brać pod uwagę definicję liczby mocy Lm oraz liczby Reynoldsa Re .



Rys. 5.11. Moc mieszania dla mieszadeł ślimakowych, $Lm \cdot Re = f(Re)$ dla mieszadeł o różnym skoku, *Szulc, 2004*



Rys. 5.12. Wpływ średnicy mieszadeł ślimakowych na iloczyn $Lm \cdot Re$, *Szulc, 2004*

Po uwzględnieniu tych definicji otrzymamy

$$P = A \cdot N^2 \cdot d^3 \cdot \eta \quad (5.46)$$

co oznacza, że dla stałych częstości obrotowych mieszadła i stałej lepkości cieczy, dla zakresu mieszania laminarnego, moc mieszania jest proporcjonalna do iloczynu $A \cdot d^3$, co można zapisać w formie

$$P = f(A \cdot d^3) \quad (5.47)$$

Dominującą rolę w wartości prawej strony równania (5.47) odgrywa czynnik d^3 , gdyż średnica mieszadła ślimakowego zmieniała się prawie dwukrotnie. W tabeli 5.4 przedstawiono rzeczywiste moce mieszania trzech mieszadeł ślimakowych w odniesieniu do mocy najmniejszego z nich.

Tabela 5.4. Porównanie rzeczywistych mocy pobieranych przez mieszadła ślimakowe, *Szulc, 2004*

d [m]	D/d [-]	N [s ⁻¹]	A [-]	η [Pa·s]	Lm [-]	Re [-]	P [W]	$\frac{P}{P_{(d=0,084)}} [-]$
0,164	1,780	1	292	22	176,9	1,65	28,3	6,19
0,135	2,163	1	255	22	228,0	1,12	13,8	3,02
0,084	3,476	1	351	22	810,7	0,43	4,58	1
0,164	1,780	2	292	4	16,1	18,1	20,6	6,19
0,135	2,163	2	255	4	20,7	12,3	10,0	3,02
0,084	3,476	2	351	4	73,7	4,76	3,33	1

Dla mieszadła o pośredniej średnicy otrzymano

$$\frac{P_{(d=0,135m)}}{P_{(d=0,084m)}} \approx 3 \quad (5.48)$$

Natomiast porównanie mieszadeł o granicznych inwariantach $D/d = 1,780$ oraz $D/d = 3,476$ wykazało około sześciokrotną różnicę mocy mieszania obu mieszadeł dla tych samych wartości obrotów N i lepkości cieczy η

$$\frac{P_{(d=0,164m)}}{P_{(d=0,084m)}} \approx 6 \quad (5.49)$$

Z przeprowadzonej powyżej analizy można wyciągnąć jeden podstawowy wniosek: moc mieszania mieszadeł ślimakowych wzrasta szybko ze wzrostem średnicy mieszadła, ale wzrost ten zupełnie nie pokrywa się z przebiegiem funkcji $Lm \cdot Re = f(D/d)$ przedstawionym na rys. 5.12.

Do obliczeń inżynierskich najprostszym jednak sposobem obliczenia zapotrzebowania mocy do napędu mieszadeł ślimakowych jest skorzystanie z doświadczalnych charakterystyk mocy. Jedną z najbardziej obszernych prac na ten temat opublikowali *Serwiński i Błasiński, 1960*. Podali oni krzywe mocy w formie wykreślnej dla bardzo szerokiego zakresu liczby Reynoldsa $0,3 < Re < 2 \cdot 10^5$. W ruchu laminarnym w układzie podwójnie logarytmicznym dla zakresu mieszania laminarnego ($Re < 100$) uzyskali linie proste o nachyleniu bliskim -1. Jedynie dla mieszadła o skoku wstęgi $p/d = 0,5$ nachylenie wynosiło -1,06. W tabeli 5.5 zamieszczono wartości liczb mocy Lm odczytane z odpowiednich wykresów dla $Re = 1,0$, co odpowiada iloczynowi $Lm \cdot Re = A$.

Tabela 5.5. Wartości doświadczalnych liczb mocy L_m dla mieszadeł ślimakowych o różnych skokach ślimaka dla $d/D = 0,33$, wg *Serwińskiego i Błasińskiego, 1960*

p/d	Re = 1,0	Re = 10 ⁵
0,5	840	0,52
0,75	580	0,65
1,0	510	0,85
1,5	580	1,1
2,0	580	1,5

W ruchu laminarnym ($Re = 1,0$) iloczyny $L_m \cdot Re$ są stosunkowo duże i znacznie przewyższają podobne wartości dla mieszadeł wstęgowych, dla których średnia wartość tego iloczynu wynosi około 170÷250. Moc mieszania dla mieszadeł ślimakowych będzie jednak dużo mniejsza niż dla mieszadeł wstęgowych. Uwzględnienie definicji liczb Reynoldsa i liczby mocy oraz faktu, że w pracy *Serwińskiego i Błasińskiego, 1960* średnica mieszadła ślimakowego była równa 1/3 średnicy mieszalnika prowadzi do wniosku, że w identycznych warunkach procesowych pobierałoby ono około 0,1 mocy potrzebnej dla mieszadła wstęgowego. Łatwo zauważyć, że najwyższą moc wykazywało mieszadło o najmniejszym skoku. Było to związane niewątpliwie z największą powierzchnią tego mieszadła i największymi oporami tarcia, które dominują w ruchu laminarnym. Wyniki przedstawione w tabeli 5.5 dobrze zgadzają się z krzywymi mocy przedstawionymi w pracy *Riegera, 2001*.

W ruchu burzliwym ($Re > 10^5$), odwrotnie niż w ruchu laminarnym, moc mieszania zwiększała się systematycznie wraz ze wzrostem skoku ślimaka. Było to najprawdopodobniej efektem zwiększających się oporów kształtu dominujących w ruchu burzliwym. Wartości liczbowe L_m po wypłaszczeniu się krzywych mocy w ruchu burzliwym znajdowały się pomiędzy podobnymi wartościami dla mieszadeł łapowych i śmigłowych (*Stręk, 1981*), co sytuuje je w dobrej kolejności, biorąc pod uwagę ich opory kształtu.

Novak i Rieger, 1977 wykonali badania doświadczalne mocy mieszania dla 10 mieszadeł ślimakowych o zmiennej średnicy, ale o stałym w przybliżeniu stosunku średnicy dyfuzora do średnicy mieszadła $d/d \cong 1,09$ i stałym skoku ślimaka $p/d = 1,0$. Autorzy rozpatrywali przepływ wewnątrz dyfuzora jako sumę dwóch przepływów: przepływ ciągniony spowodowany obrotem samego mieszadła i przepływ hydrauliczny w pierścieniu pomiędzy ścianką mieszalnika a ścianą dyfuzora, spowodowany wytworzoną tam różnicą ciśnień. Dlatego, opracowane na podstawie wykonanych pomiarów, równanie (5.50) składało się z dwóch członów. Człon pierwszy reprezentował przepływ ciągniony, który był niezależny

od stosunku D/d i drugi, zależny od wielkości przestrzeni pierścieniowej między dyfuzorem a ścianką mieszalnika, czyli zależny od stosunku D/d

$$Lm \cdot Re = 210 + 480 \left(\frac{D}{d} \right)^{-4,54} \quad (5.50)$$

Dokładność równania (5.50) była bardzo wysoka i wynosiła $\pm 2\%$. Pewną jego wadą było jednak nieuwzględnienie stosunku d_i/d , który to stosunek niewątpliwie musi wpływać na wartość mocy mieszania. Równanie powyższe można było stosować dla $Re < 50$ w zakresie zmian parametru $1,6 < D/d < 3,96$. Ci sami autorzy dla mieszadła bez dyfuzora usytuowanego niecentrycznie w mieszalniku proponują równanie (5.51)

$$Lm \cdot Re = 130,5 + 267,2 \left(\frac{D}{d} \right)^{-3,41} \quad (5.51)$$

ważne w tym samym zakresie zmian parametrów. Błąd średni równania (5.51) był mniejszy niż $\pm 5\%$. Jak wynika z porównania dwóch powyższych zależności, to samo mieszadło ślimakowe umieszczone niecentrycznie w mieszalniku potrzebuje od 35% do 50% mniej energii do utrzymania ruchu w mieszalniku w identycznych warunkach procesowych. Wykazuje ono jednak większe czasy zmieszania.

Seichter, 1973 na podstawie podobnych badań uwzględnił wpływ skoku ślimaka oraz jego wysokości (liczba zwojów), proponując równanie (5.52)

$$Lm \cdot Re = 290,7 \left(\frac{D}{d} \right)^{-2,02} \left(\frac{p}{d} \right)^{-1,21} + \frac{h}{d} \left[\frac{82,7}{1,1 - \frac{d_i}{d}} + 752,5 \left(\frac{p}{d} \right) \left(\frac{b}{d} \right) \right] \quad (5.52)$$

gdzie: b oznacza szerokość wstęgi ślimaka, h – wysokość mieszadła a d_i – średnicę wału. Równanie (5.52) jest ważne w zakresie zmian parametrów $1,59 < D/d < 3,37$ oraz $0,33 < p/d < 1,5$. Dokładność równania wynosiła $\pm 12\%$ i jak podaje *Novak i Rieger, 1977* równanie to bardzo dobrze sprawdzało ich wyniki doświadczeń.

W podsumowaniu można stwierdzić, że mieszadła ślimakowe należy stosować przede wszystkim do mieszania cieczy wysokolepkich w takich przypadkach, kiedy głównym celem mieszania jest możliwe szybkie uzyskanie jednorodnego mieszanego medium. Dodatkowo, przepływ cieczy wewnątrz dyfuzora, gdy mieszadło ślimakowe ma średnicę zbliżoną do wewnętrznej średnicy dyfuzora powoduje duże szybkości deformacji poszczególnych elementów płynu nawet w głęboko laminarnym zakresie przepływu, co sprzyja szybkiemu mikromieszaniu (*Rozeń, 2007*). Atutem mieszadeł ślimakowych jest niewątpliwie mały pobór

mocy, który wynika ze stosunkowo małej średnicy mieszadła ślimakowego w porównaniu z innymi mieszadłami wąskoprześwitowymi.

Wadą mieszadeł ślimakowych jest ich słaba efektywność w przypadku wymiany ciepła. Jedynie na wewnętrznej powierzchni dyfuzora uzyskuje się podobne wartości współczynników wnikania ciepła, jak w przypadku pozostałych mieszadeł wąskoprześwitowych, jednak mała wartość tej powierzchni nie zapewnia zazwyczaj wymaganych ilości wymienianego ciepła. W takich przypadkach należy stosować mieszadła wstęgowe lub kotwicowe.

Literatura

1. Bourne J.R., Butler H., (1969), An analysis of the flow produced by helical ribbon impellers, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **47**, 11-17.
2. Brito-de la Fuente E., Leuliet J.C., Choplin L., Tanguy P.A., (1990), Mixing and circulation times in rheologically complex fluids, *AIChE Symp. Ser.*, **121**, 76-96.
3. Budzyński P., (1992), *Reometr rotacyjny typu "on-line" do pomiaru właściwości reologicznych zawiesin fermentujących*, Praca doktorska wykonana na Wydziale Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechniki Łódzkiej, Łódź.
4. Carreau P., Paris J., Guerin P., (1992), Mixing of Newtonian and Non-Newtonian Fluids: Screw Agitator and Draft Coil System, *Can. J. Chem. Eng.*, **70**, 1071-1082.
5. Carreau P., Paris J., Guerin P., (1994), Heat Transfer to Newtonian Liquids in a Screw Agitator and Draft Coil System, *Can. J. Chem. Eng.*, **72**, 996-974.
6. Carreau P., Patterson I., Yap Y., (1976), Mixing of Viscoelastic Fluids with helical Ribbon Agitators, I: Mixing Time and Flow Patterns, *Can. J. Chem. Eng.*, **54**, 135-142.
7. Chavan V., (1983), Close-Clearance Helical Impellers: A Physical Model for Newtonian Liquids at Low Reynolds Numbers, *AIChEJ*, **29**, 177-185.
8. Chavan V., Arumugam M., Ulbrecht J., (1975b), On the Influence of Liquid Elasticity on Mixing in Vessel Agitated by a Combined Ribbon Screw Impeller, *AIChEJ*, **21**, 613-616.
9. Chavan V., Ford D., Arumugan M., (1975a), Influence of Fluid Rheology in Circulation, Mixing and Blending, *Can. J. Chem. Eng.*, **53**, 628-635.
10. Chavan V., Jhaveri A., Ulbrecht J., (1972), Power Consumption for Mixing Inelastic Non-Newtonian Fluids by Helical Screw Agitators, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **50**, 147-155.
11. Chavan V., Ulbrecht J., (1973a), Internal Circulation in Vessels Agitated by Screw Impellers, *Chem. Eng. J.*, **6**, 213-223.
12. Chavan V., Ulbrecht J., (1973b), Power Correlation for Close-Clearance helical impellers for Non-Newtonian Fluids, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Devel.*, **12**, 472-476.
13. Coyle C., Hirschland H., Michel B., Ojdschue Y., (1970), Mixing in viscous liquids, *AIChEJ*, **16**, 903-906.

14. Desplanches H., (1983), *Analyse des transfer thermiquers par serpent in immergé en cuve agitée*, Ph. D. Thesis, Université de droit, d'économie des science Marseille.
15. Desplanches H., Bruxelmane M., Chevalier J., Dusla J., (1983), Characteristic Variable Prediction and Scale-up for Heat Transfer to Coil in Agitated Vessel, *Chem. Eng. Res. Dev.*, **61**, 3-12.
16. Ford D., Mashelkar R., Ulbrecht J., (1972), Mixing Time in Newtonian and Non-Newtonian Fluids, *Proc. Tech. Int.*, **17**, 803-807.
17. Ford D., Ulbrecht J., (1976), Influence of Rheological Properties of Polymer Solutions upon Mixing Circulation Times, *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **15**, 321-336.
18. Gray J., Flow Patterns, (1966), *Fluid Velocities, and Mixing Agitated Vessels*, Acad. Press, New York.
19. Guerin P., Carreau P., Patterson W., Paris J., (1984), Characterization of Helical Impellers by Circulation Times, *Can. J. Chem. Eng.*, **62**, 301-309.
20. Holmes D., Voncken R., Dekker J., (1964), Fluid Flow in Turbine Stirred, Baffled Tanks I: Circulation Time, *Chem. Eng. Sci.* **19**, 201-208.
21. Hoogedorn C., den Hartog P., (1967), Model Studies in Mixer in the Viscous Flow Region, *Chem. Eng. Sci.*, **22**, 1689-99.
22. Kunciewicz C., Pietrzykowski M., (2001), Hydrodynamic model of a mixing vessel with pitched-blade turbines, *Chem. Eng. Sci.*, **56**, 4659-4672.
23. Kunciewicz C., Pietrzykowski M., Szulc K., (2001), Modelling of hydrodynamics of ribbon impellers in laminar flow regime, *Inż. Chem. Proc.*, **22**, 461-481.
24. Kunciewicz C., Szulc K., Kurasiński T., (2005), Hydrodynamics of the tank with a screw impeller, *Chem. Eng. Proc.*, **44**, 766-774.
25. Mitshuishi N., Miyari Y., (1973), Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids in Agitated Vessels, *J. Chem. Eng. Japan*, **6**, 415-420.
26. Mitshuishi N., Miyari Y., Katamine T., (1973), Heat Transfer to Newtonian Liquids in Agitated Vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **6**, 409-414.
27. Mizushina T., Usui H., (1978), Approximate Solution of the Bondary Layer Equations for the flow Non-Newtonian Fluid Around a Circular Cylinder, *Heat Transfer Japan Res.*, **7**, 83-92.
28. Mizushina T., Usui H., Veno K., Kato T., (1978), Experiments on Pseudoplastic Fluid Cross Flow Around a Circular Cylinder, *Heat transfer Res.*, **7**, 92-101.
29. Nagata S., (1975), *Mixing. Principles and applications*. John Wiley & Sons, New York.
30. Nagata S., Yanagimoto M., Yokoyama T., (1956), Studies on the mixing of high viscous liquids, *Memoirs of the faculty of engineering*, Kyoto University, **18**, 444-460.
31. Novak V., Rieger F., (1969), Homogenization with Helical Screw Agitators, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **47**, 335-340.
32. Novak V., Rieger F., (1975), Homogenization Efficiency of Helical Ribbon and Anchor Agitators, *Chem. Eng. Journal*, **9**, 63-70.

33. Novak V., Rieger F., (1977), Influence of vessel to screw diameter ratio on efficiency of screw agitators, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **55**, 202-206.
34. O'Shima E., Yuge K., (1970), Circulation Time Distribution of Viscous Liquids in a Mixing Vessel. Helical Ribbon Type, Anchor Type and Screw Type Impellers, *Kagaku Kogaku*, **34**, 779-85.
35. Patterson W.I., Carreau P.J., Yap C.Y., (1979), Mixing with helical ribbon agitators, Part II. Newtonian fluids, *AIChE J.*, **25**, 508-516.
36. Pigford R., (1955), Non-isothermal and heat transfer inside vertical tubes, *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, **51**, (17), 79.
37. Rieger F., (1987), The pumping characteristic of screw rotors. I: The theory of calculation for the pumping capacity of screw rotors, *Coll. Czech. Chem. Commun.*, **52**, 357-371.
38. Rieger F., (1989a), Power input of screw rotors and agitators: theory of calculation of power input of screw rotors, *Coll. Czech. Chem. Commun.*, **54**, 1575-1588.
39. Rieger F., (1989b), The power input of screw rotors: the power input of screw agitator with a draft tube, *Coll. Czech. Chem. Commun.*, **54**, 1598-1598.
40. Rieger F., (2001), Power characteristic of screw agitator in a tube, *International Symposium on Mixing in Industrial Processes – ISIMP*, Tuluza.
41. Rozeń A., (2007), *Mikromieszanie płynów różniących się lepkością w układach z przepływem laminarnym*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
42. Seichter P., (1973), *Proceeding of Conference on Mixing and Design of Mixing Equipment*, Brno.
43. Seichter P., (1981), Process characteristics of screw impellers with a draught tube for newtonian liquids. Pumping capacity of the impeller, *Coll. Czech. Chem. Commun.*, **46**, 2032-2042.
44. Seichter P., Dohnal J., Rieger F., (1981), Process characteristics of screw impellers with a draught tube for Newtonian liquids. The power input, *Coll. Czech. Chem. Commun.*, **46**, 2007-2020.
45. Serwiński M., Błasiński H., (1960), Określenie zużycia mocy mieszadeł ślimakowych, *Chem. Stos.*, **3-4**, 325-357.
46. Serwiński M., Błasiński H., (1961), Intensywność cyrkulacji dla mieszadeł ślimakowych, *Chem. Stos.*, **1**, 17-37.
47. Stręk F., (1981), *Mieszanie i mieszalniki*, WNT, Warszawa.
48. Strobin W., (1979), *Wnikanie ciepła przy mieszaniu cieczy nienewtonowskich w mieszalnikach z mieszadłami ślimakowymi*, Praca doktorska wykonana w Instytucie Inżynierii Chemicznej Politechniki Łódzkiej, Łódź.
49. Szulc K., (2004), *Modelowanie przepływu w mieszalniku - zakres laminarny, mieszadła wstęgowe i ślimakowe*, Praca doktorska wykonana na Wydziale Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska Politechniki Łódzkiej, Łódź.

50. Takahashi K., Iwaki M., Yokota T., Konno H., (1989), Circulation time for pseudoplastic liquids in a vessel equipped with a variety of helical ribbon impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **22**, 413-418.
51. Takahashi K., Yokota T., Furukawa T., Harada K., (1994), Mixing of highly viscous newtonian liquid in a helical ribbon agitated vessel at various liquid depths, *J. Chem. Eng. Japan*, **27**, 244-247.
52. Yap C., Patterson W., Carreau P., (1979), Mixing with helical ribbon agitators: Part III. Non-Newtonian Fluids, *AIChE Journal*, 25, (3), 516-521.

6. MODELOWANIE HYDRODYNAMIKI MIESZALNIKA

Określenie pola prędkości w mieszalniku jest podstawą analizy hydrodynamiki mieszalnika w całym jego obszarze. Wartości liczbowe poszczególnych lokalnych składowych prędkości są podstawą do obliczenia wielu praktycznych wielkości, takich jak: moc mieszania, czas zmieszania czy też współczynniki wnikania ciepła. Wzajemne relacje pomiędzy tymi wielkościami decydują, między innymi, o efektywności pracy danego mieszadła. Wielkości podstawowe potrzebne do przedstawienia powyższych relacji można uzyskać na podstawie wykonanych doświadczeń lub otrzymać jako wynik obliczeń analitycznych albo obliczeń numerycznych z wykorzystaniem metod CFD.

Dośłowne tłumaczenie zwrotu *Computational Fluid Dynamics* (CFD) na język polski prowadzi do określenia „obliczeniowa dynamika płynów”. Termin ten nie jest jedynym stosowanym w opracowaniach literaturowych i spotyka się również określenia takie jak „obliczeniowa mechanika płynów”, „numeryczna mechanika płynów” czy „numeryczna dynamika płynów”. Wszystkie one są synonimami pierwszego określenia, które w polskiej literaturze przedmiotu używane jest najczęściej.

Jednoznacznej definicji metod CFD nie ma, można jednak powiedzieć, że pozwalają one uzyskać w szczególnych punktach przestrzeni (węzłach siatki) rozwiązania przybliżone do wyników rozwiązań analitycznych opartych na rozwiązaniach mechaniki teoretycznej. Metody CFD stosujemy wówczas, gdy brak jest rozwiązań analitycznych, gdyż można w ten sposób przejść z rozwiązań ciągłych do rozwiązań dyskretnych obowiązujących tylko w węzłach. Z praktycznego punktu widzenia utrata informacji o tym, co dzieje się pomiędzy węzłami siatki nie jest istotna. Stosowane obecnie gęstości siatek obliczeniowych (obwarowane jeszcze wieloma innymi ograniczeniami) są jednocześnie na tyle gęste, że spełniają praktycznie warunek pseudociągłości uzyskanych rozwiązań. Uwzględniając jednak skończoną wielkość siatki numerycznej, nie można badać zjawisk fizycznych przebiegających w skali mniejszej niż zastosowana w obliczeniach skala przestrzenna lub czasowa. W mechanice płynów zakładamy ciągłość ośrodka płynnego, co oznacza, że nie możemy zakładać skali siatki numerycznej mniejszej niż rozdzielczość ośrodka określanego wielkością jego pojedynczych elementów. W mechanice płynów taką graniczną rozdzielczością jest wymiar rzędu 10^{-6} m, gdyż z fenomenologicznego punktu widzenia jest to wielkość wystarczająca do traktowania ośrodka jako kontinuum i wystarczająca do uśredniania cech płynu. Stosowane praktycznie gęstości siatek (Jaworski, 2005) są co najmniej o rząd wielkości większe i przewyższają znacznie odległości międzycząsteczkowe.

Obliczenia metodami CFD polegają na iteracyjnym rozwiązywaniu układu równań różniczkowych, których argumentami są funkcje. Po wykorzystaniu równań uproszczonego różniczkowania, pierwotny układ równań różniczkowych zamienia się na układ równań algebraicznych.

6.1. Przegląd ogólny modeli

W praktyce obliczeniowej dynamiki płynów stosowane są najczęściej trzy metody symulacji numerycznej:

- metoda RANS wykorzystująca uśrednienia Reynoldsa równań Naviera-Stokesa,
- metoda LES, czyli symulacja wielkich wirów (*Large Eddy Simulations*) oraz
- metoda DNS, czyli metoda bezpośredniej symulacji numerycznej (*Direct Numerical Simulations*).

Decyzja, którą z wymienionych metod zastosuje się w konkretnym przypadku, zależy w dużym stopniu od modelowanego układu oraz od charakteru analizowanego przepływu. Najczęściej trzecią z metod stosuje się do modelowania przepływów laminarnych, natomiast dwie pierwsze do modelowania przepływów burzliwych.

Do głównych zalet symulacji numerycznych należy zaliczyć:

- szybkie uzyskanie kompletu wyników w całej domenie obliczeniowej bez konieczności przeprowadzania czasochłonnego i pracochłonnego eksperymentu,
- wstępną eliminację nieefektywnych wariantów już na etapie projektowania,
- możliwość prowadzenia analizy zjawiska w skali mikro, czego nie można zazwyczaj uzyskać w warunkach realnego eksperymentu,
- prowadzenie badań wariantów niemożliwych do zrealizowania w realnych warunkach technicznych,
- niezależność przewidywań od skali procesu,
- możliwość budowania modelu, uwzględniając podstawy fenomenologiczne analizowanego procesu.

Z kolei główne wady metod CFD to:

- niepewność uzyskanych wyników szczególnie dla modeli złożonych, dla których brak jest dokładnych opisów modelowych zjawisk składowych (różne hipotezy domykające) i wynikająca stąd konieczność ich doświadczalnej weryfikacji,
- konieczność stosowania uproszczeń na etapie budowy modelu,
- brak pewności, że uwzględniliśmy wszystkie istotne czynniki wpływające na analizowany proces,

- dość wysokie opłaty licencyjne, jeśli korzystamy z komercyjnych pakietów obliczeniowych.

Metoda RANS

Metoda RANS polega na uśrednieniu równań Naviera-Stokesa i innych równań transportu wielkości skalarnych poprzez przyjęcie założenia, że chwilowa wartość jakiegokolwiek parametru płynu jest sumą jego wartości: wartości średniej oraz chwilowej wartości fluktuacyjnej

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (6.1)$$

Jest to typowe podejście stosowane w analizie przepływów burzliwych. Przyjęcie powyższej koncepcji wymusza zmianę równań transportu w ujęciu Eulera nawet dla najprostszego przypadku, czyli dla jednofazowego przepływu laminarnego płynu newtonowskiego. W postaci ogólnej równanie transportu dla pędu, ciepła i masy przyjmuje postać

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial\tau} + \text{div}(\rho\mathbf{v}\phi) - \text{div}(\Gamma\text{grad}\phi) = S_\phi \quad (6.2)$$

Współczynnik Γ opisuje intensywność transportu molekularnego i w zależności od rozpatrywanego równania transportu odpowiednio oznacza:

- lepkość η – dla bilansu pędu,
- współczynnik wyrównywania temperatury a – dla bilansu energii,
- współczynnik dyfuzji molekularnej D – dla bilansu masy składnika.

Zmienna ϕ jest natomiast dowolną wielkością intensywną – może nią być prędkość $\mathbf{v}$ w odpowiednim kierunku dla równania bilansu masy, temperatura dla bilansu energii, stężenie dla bilansu masy i przyjmuje wartość jeden dla równania ciągłości.

W równaniu (6.2) wyróżnia się trzy składniki odpowiedzialne za trzy podstawowe mechanizmy transportu. Pierwszy składnik po lewej stronie równania przedstawia akumulację rozpatrywanej wielkości w układzie, drugi opisuje szybkość konwekcji (unoszenia) tej wielkości, a trzeci odpowiedzialny jest za jej dyfuzję. Prawa strona równania (6.2) przedstawia sobą wszystkie źródła i upusty, które nie były uwzględnione poprzednio.

Po wprowadzeniu równania (6.1) do równania (6.2) w równaniu końcowym pojawi się dodatkowe wyrażenie $\mathbf{v}\phi'$. Jest to nowa wielkość, która powoduje nieoznaczoność rozpatrywanego układu równań. Należy w tym przypadku sformułować dodatkowo tzw. hipotezy domykające, pozwalające na domknięcie bilansu różniczkowego. Najczęściej w celu ostatecznego zbilansowania równań transportu w przepływie burzliwym stosuje się metodę zamknięcia opartą na koncepcji lepkości burzliwej Boussinesqa. W koncepcji tej wielkość $\mathbf{v}\phi'$

zastępuje się przez iloczyn współczynnika transportu burzliwego Γ_t i średniego gradientu ϕ . W ten sposób pojawiający się w końcowym równaniu efektywny współczynnik przenoszenia Γ_{eff} jest sumą współczynnika przenoszenia molekularnego i burzliwego

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma + \Gamma_t \quad (6.3)$$

W ten sposób problem symulacji metodą RANS sprowadza się do poprawnego określenia wyrażenia $\overline{v'\phi'}$ lub współczynnika transportu burzliwego Γ_t . Zagadnienie hipotez domykających jest niezwykle trudnym problemem i ich opis ma zawsze charakter przybliżony. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w specjalistycznych monografiach *Anderson, 1995; Lesieur, 1997; Pope, 2000; Heine, 2003* lub monografii *Jaworskiego, 2005*. Natomiast przegląd modeli burzliwości i obieranie odpowiednich strategii przy wyborze hipotez zamykających przedstawili w swojej książce *Lander i Sandham, 2002*. Również podobne zagadnienia dla reakcji przebiegających w mieszalniku poruszane są w monografiach *Baldygi i Bourne'a, (1999)* oraz książce *Foxa, 2003*.

Metody opracowywania hipotez domykających można podzielić na dwie grupy. Pierwszą z nich cechuje użycie zależności algebraicznych, w drugiej wykorzystuje się dodatkowo kilka równań różniczkowych. Jako przykład metody należącej do pierwszej grupy można wymienić często stosowany dwuwymiarowy model dyfuzyjności burzliwej dla przepływu w warstwie granicznej, wyrażony równaniem (6.4), gdzie l oznacza tzw. średnią drogę mieszania

$$\Gamma_t = l^2 \left| \frac{d\bar{u}_1}{dx_2} \right| \quad (6.4)$$

Z metod wykorzystujących dodatkowe równania różniczkowe można wymienić najbardziej popularną z nich, czyli metodę „k-ε” wyrażoną równaniem (6.5). Do jego pełnego opisu należy stosować dwa dodatkowe bilanse różniczkowe wiążące kinetyczną energię burzliwości k oraz szybkość dyssypacji energii kinetycznej ε ze współczynnikiem transportu burzliwego Γ_t

$$\Gamma_t = C \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6.5)$$

Wadą wszystkich metod RANS jest konieczność określenia pewnych parametrów modelu. W przypadku równania (6.5) należy znać wartość współczynnika proporcjonalności C . Wartość tę można wyznaczyć doświadczalnie. W pracy *Costesa i Courdeca, 1988* stwierdzono, że wartość tej stałej była uzależniona od geometrii i rozmiaru mieszadła i wynosiła od 2,4 do 4,4. W pracy *Laufhutta i Mersmana, 1985* uzyskana wartość $C = 6$ była około dwukrotnie większa. Wartości stałej C dla innych układów geometrycznych można znaleźć w pracach m.in. *Cuttera, 1966; Batchelora, 1970; Sreenivasaa, 1984; Zhou i Kresty, 1996 i Kresty, 1998*.

Metoda LES

W przepływie turbulentnym następuje kaskadowy transport energii od największych wirów do najmniejszych, w zakresie których następuje całkowite lepkościowe rozproszenie kinetycznej energii burzliwości. Oznacza to, że każdemu rozmiarowi wirów odpowiada określona część energii. Energia wszystkich wirów uczestniczących w przepływie tworzy widmo energii turbulencji, które ze względu na okresowy i poliharmoniczny charakter zmian pulsacji wyraża się najczęściej w funkcji liczby falowej. W przepływie trójwymiarowym energia kinetyczna przypadająca na jednostkę masy płynącego medium (*Elsner, 1987*) może być przedstawiona poprzez sumę wariancji prędkości mierzonych we wszystkich kierunkach układu współrzędnych i wielkość tę nazywamy trójwymiarowym spektrum energetycznym $E(k, t)$, gdzie k jest liczbą falową.

Pierwotne wiry wytwarzane przez mieszadło charakteryzują się małą liczbą falową k_m , a ich rozmiary l_m porównywalne są z rozmiarami mieszalnika. Kształt tych trójwymiarowych wirów zależy od budowy mieszalnika i zazwyczaj występuje w tym przypadku anizotropia przestrzenna, spowodowana oddziaływaniem ścianek zbiornika. Struktury te są nietrwałe i szybko rozpadają się na wiry mniejsze o większej liczbie falowej, które mają coraz mniejsze powinowactwo ze skalą aparatu.

Jak wynika z rozważań teoretycznych *Elsnera, 1987*, główna część energii kinetycznej turbulencji zawarta jest w niewielkim obszarze liczb falowych. W tym zakresie występuje maksimum spektrum energii określone liczbą k_e o przeciętnym rozmiarze wirów l_e porównywalnych z rozmiarami mieszadła.

W obszarze uniwersalnej równowagi funkcja $E(k, t)$ zależy jedynie od modułu liczby falowej i szybkości dyssypacji energii. Uproszczony model wewnętrznego transportu energii zakłada, że energia przepływu głównego z pierwszego zakresu widma przekazywana jest bez strat do obszaru dyssypatywnego. Obszar ten scharakteryzowany jest poprzez dwie liczby falowe k_λ oraz k_η , którym odpowiadają kolejno skale liniowe l_λ oraz l_η . Pierwsza wielkość charakteryzuje skalę wirów Taylora opisująca wiry z początku zakresu dyssypatywnego, druga określa skalę wirów Kołmogorowa, powyżej których ruch wirowy ulega całkowitemu rozproszeniu lepkościowemu. Wielkość wirów z zakresu Kołmogorowa określa równanie (6.6) wyprowadzone jedynie na podstawie analizy wymiarowej (*Kołmogorow, 1942*)

$$l_\eta = \left(\frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (6.6)$$

Podczas symulacji burzliwości metodą LES uwzględnia się fakt, że duże wiry o liczbie falowej k_e i skali l_e zawierają główną część energii ruchu wirowego i mają większy wkład do przenoszenia skalarnego (*Jaworski, 1999*). Stąd główną

cechą metody LES jest całkowanie równań Naviera-Stokesa dla skal wirów większych od wielkości siatki numerycznej. Wiry mniejsze mają najczęściej skalę dużo mniejszą od rozmiarów siatki numerycznej, jednak ze względu na fakt, iż mają one charakter uniwersalny, można je modelować z dobrym przybliżeniem. W metodzie LES stosuje się tzw. filtrowanie równań transportu. W konsekwencji, w równaniach tych w miejscu wartości średnich wielkości intensywnych pojawiają się średnie filtrowane oraz dodatkowa nieznaną wielkość zwana podsiatkowym naprężeniem Reynoldsa. Jej wartość można obliczyć (Szulc, 2004) bazując na:

- modelu Smarogińskiego (Smarogiński, 1963; Baldyga, 2001),
- modelu dynamicznym (Ottino, 1989),
- modelu spektralnym (Gatski i wsp., 1966; Jaworski, 1999) lub
- modelu podobieństwa skali.

Stosując metody ELS, można modelować przepływy w skali mniejszej od rozmiarów siatki oraz oddziaływanie tych przepływów na ruchy płynu w większej skali (Smagorński, 1963). Umożliwia to zastosowanie tej metody do modelowania m. in. przepływów laminarnych. Jest to niewątpliwa zaleta metod LES. Obszerną dyskusję na temat możliwości aplikacyjnych modeli LES można znaleźć w pracy Reynoldsa, 1990, a zastosowanie tej metody do modelowania hydrodynamiki mieszalnika z mieszadłem turbinowo-łopatkowym można znaleźć m.in. w pracy Derksena i Van Der Akkera, 1999.

Metoda DNS

Jest najczęściej stosowaną metodą do modelowania przepływów laminarnych. Metody DNS polegają na bezpośrednim całkowaniu równań Naviera-Stokesa wraz z równaniem ciągłości. Ponieważ w ruchu laminarnym burzliwość układu mieszanego jest do pominięcia, na etapie budowy modelu odpada więc konieczność uwzględniania hipotez domykających. Czyni to metody DNS najprostszymi z metod stosowanymi do modelowania bezpośredniego. Nie ma również konieczności stosowania bardzo drobnych siatek numerycznych ze względu na potrzebę modelowania wirów o małych skalach. O gęstości siatki decyduje przede wszystkim zgodność wyników doświadczalnych z wynikami modelowymi. Najczęściej na początku symulacji metodą „prób i błędów” dobiera się na tyle gęstą siatkę, aby dalsze jej zwiększanie nie prowadziło już do polepszania zgodności modelu z doświadczeniem (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010b) i tak dobraną siatkę stosuje się jako normę w dalszych symulacjach. Metody DNS stosowane dla zakresu mieszania laminarnego pozwalają szybko, w ciągu kilkunastu minut, uzyskać komplet wyników dotyczących całego obszaru mieszalnika. Znając z kolei rozkłady wszystkich trzech składowych prędkości w mieszalniku, w dalszych etapach modelowania w tzw. *postprocessingu* można obliczać wiele użytecznych wielkości.

Metody DNS można również w niektórych przypadkach stosować do modelowania przepływów burzliwych (*Orszag i Patterson, 1972*), jednak należy stosować bardzo gęstą siatkę. Biorąc pod uwagę, że stosowana metoda polega na bezpośrednim rozwiązaniu równań ruchu, liczba uzyskiwanych w ten sposób równań, które należy rozwiązać jednocześnie, może być zbyt duża (*Baldyga, 1989*). Z tego też względu metody DNS są dość rzadko stosowane w zakresie ruchu burzliwego ze względu na duże koszty obliczeniowe. Zastosowane jednak, pozwalają na zrozumienie mechanizmu burzliwości, ułatwiają też tworzenie nowych modeli burzliwości oraz ich weryfikację.

6.2. Modelowanie dla zakresu mieszania laminarnego

Energia potrzebna na podtrzymanie ruchu cieczy w mieszalniku oraz rozkład prędkości w mieszalniku są ze sobą ściśle związane. Rozkład ten można określić albo na drodze doświadczalnej (z wykorzystaniem różnych technik pomiarowych), albo na drodze modelowania matematycznego. W ostatnich latach dzięki bardzo szybkiemu rozwojowi technik komputerowych, dla zakresu mieszania laminarnego stało się praktycznie możliwe określenie tego rozkładu na drodze modelowania numerycznego (*Bertrand i Couderc, 1982; Spragg i wsp., 1985; Hiraoka i wsp., 1988; Kaminoyama i wsp., 1990; Tanguy i wsp., 1994; Harvey i wsp., 1995; Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001a; Szulc, 2004; Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010a*). Pomimo popularności tej metody badawczej, podczas praktycznej realizacji symulacji numerycznych należy rozwiązać kilka ważnych problemów. Trudności w modelowaniu cyfrowym to przede wszystkim dobór możliwych do przyjęcia uproszczeń, przy których model może być rozwiązany numerycznie (p. 5.2) oraz prawidłowe określenie odpowiednich warunków brzegowych.

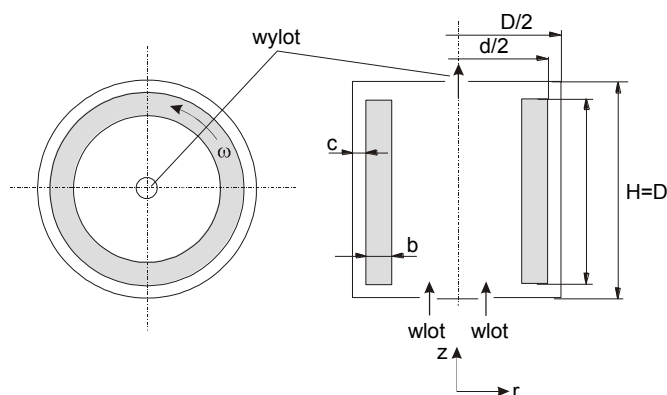
Stopień skomplikowania poszczególnych modeli jest bardzo zróżnicowany. Najbardziej skomplikowanymi modelami są niewątpliwie modele 3D dotyczące ruchu burzliwego w mieszalniku. Ze względu na duże trudności w określaniu struktury burzliwości w mieszalniku, do tej pory właściwie nie został opracowany całościowy model dla tego zakresu mieszania. Również w ruchu laminarnym najbardziej złożonymi modelami są modele trójwymiarowe dla wszystkich trzech składowych prędkości (*Kaminoyama i wsp., 1990; Harvey i wsp., 1995; Kaminoyama i wsp., 1999*). Z oczywistych względów, w tym zakresie ruchu odpada problem turbulencji w mieszalniku, dlatego liczba modeli dla zakresu mieszania laminarnego jest większa niż dla zakresu mieszania burzliwego, ale praktyczne korzystanie z nich jest jednak często utrudnione. Przede wszystkim brak jest bezpośredniego dostępu do modeli (znane są jedynie założenia modelowe, ogólna metoda rozwiązania oraz wybrane wyniki końcowe), po drugie czas obliczeń iteracyjnych dla tych modeli jest bardzo długi. Na przykład jedna seria obliczeń dla trójwymiarowego modelu *Harveya i wsp., 1995* wymaga około

4 godzin obliczeń na superkomputerze Cray C90, a około 100 godzin na mini-komputerze Indygo. Wykonanie podobnych obliczeń na komputerach klasy PC było praktycznie niemożliwe.

6.2.1. Dwuwymiarowe modele fenomenologiczne

W niektórych przypadkach skomplikowane, trójwymiarowe modele można w sposób istotny uprościć. Dotyczy to szczególnie tych przypadków, w których można zaniedbać rozkład prędkości w kierunku obwodowym (*Thiele, 1972; Ohta i wsp., 1985; Kuncewicz, 1992a; Kuncewicz i wsp., 1997*). Pomimo istotnych uproszczeń, stopień zgodności tych modeli z doświadczeniem był obciążony niezbyt dużym błędem, rzędu $8 \div 11\%$ (*Kuncewicz i Heim, 1999*).

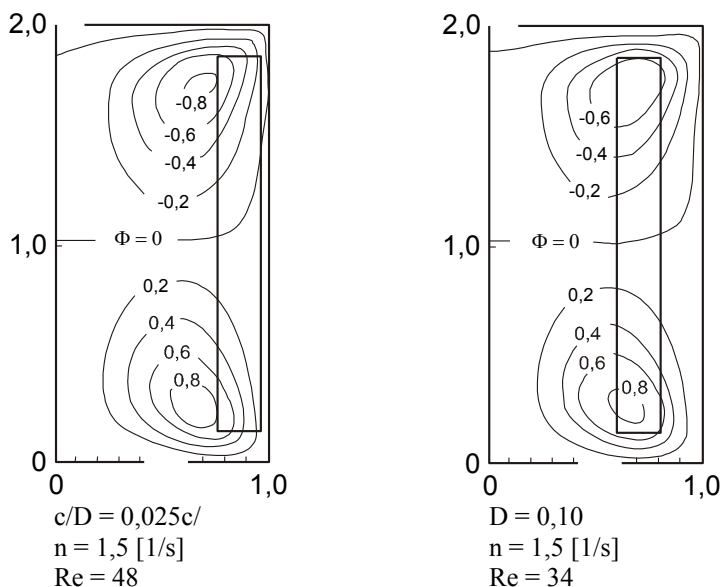
Dwuwymiarowy model przepływu cieczy w mieszalniku z mieszadłem kotwicznym (*Ohta i wsp., 1985*) zakładał brak rozkładu prędkości w kierunku obwodowym. W założeniach przyjęto, że mieszalnik pracuje w układzie przepływowym (wlot cieczy przez otwór w dnie, wylot przez otwór w górnej pokrywie w osi mieszalnika), przy czym pracę mieszadła kotwicznego zastąpiono obracającą się z pewną prędkością kątową ω warstwą cieczy o grubości pokrywającej się z grubością łapy mieszadła kotwicznego (rys. 6.1).



Rys. 6.1. Dwuwymiarowy model dla mieszadeł kotwicznych (*Ohta i wsp., 1985*)

Wprowadzenie założenia $\partial/\partial\varphi = 0$ znacznie upraszczało równania ruchu i pozwoliło osiągnąć zbieżność rozwiązań. Obliczenia numeryczne wykonane dla przeswytów $c/D = 0,025 \div 0,10$ wskazują, że w rejonie dolnego oraz górnego końca łapy mieszadła tworzą się dwa oddzielne wiry (rys. 6.2) obracające się w przeciwnych kierunkach. Najsłabiej mieszanym obszarem był obszar w środku mieszalnika, gdyż w tym rejonie linie $\Phi = \text{const}$ były najbardziej od siebie oddalone. Zmniejszenie przeswytu pomiędzy łapą mieszadła a ścianką mieszalnika wyraźnie zwiększało cyrkulację wtórną w prześwicie, a zatem zwiększało też

szybkość wymiany cieczy w tym obszarze, co powinno skutkować wyższymi współczynnikami wnikania ciepła.

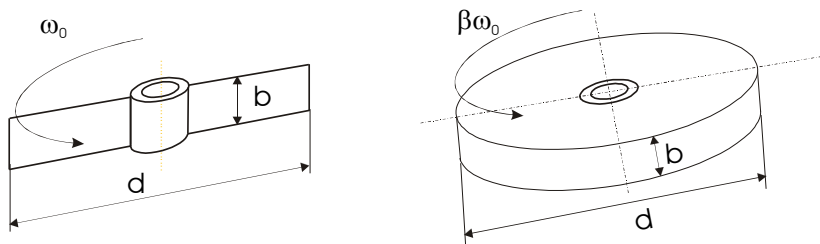


Rys. 6.2. Wiry cyrkulacji wtórnej powstające przy końcach łopatek mieszadła kotwicowego (Ohta i wsp., 1985)

Podobne podejście do problemu zamiany rzeczywistego mieszadła turbinowo-łopatkowego obracającego się z częstotliwością ω_0 na obracającą się warstwę cieczy z pewną mniejszą częstotliwością $\beta\omega_0$ ($\beta < 1$) przyjęto w pracy Kuncewicza, 1992a. Na podstawie pomiarów mocy mieszania w ruchu laminarnym dla rzeczywistego mieszadła turbinowo-łopatkowego oraz dla mieszadła tarczowego określono zależność wartości β od liczby łap mieszadła n_p dla mieszadła o parametrach $d/D = 0,5$ oraz $b/D = 0,1$

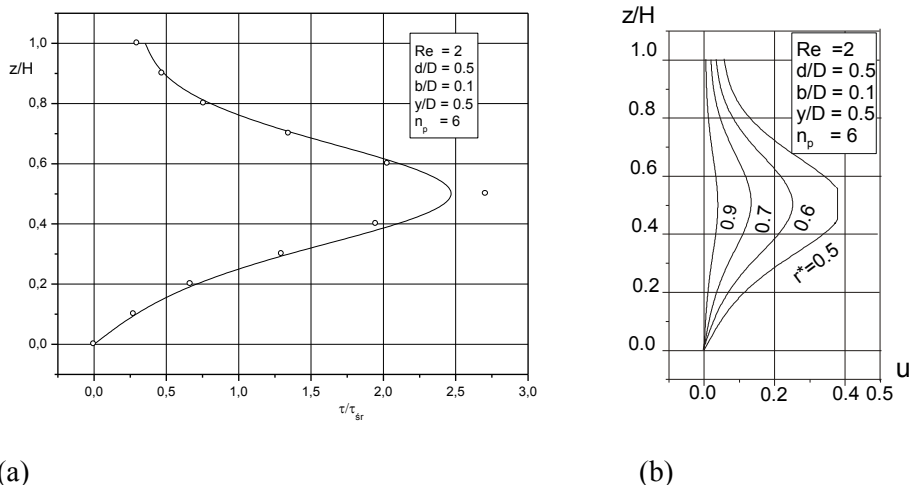
$$\beta = 1 - \exp(-n_p / 4) \quad (\beta < 1,0) \quad (6.7)$$

gdzie β oznaczało stosunek częstotliwości obrotowej cieczy w obszarze mieszadła do częstotliwości obrotowej samego mieszadła.



Rys. 6.3. Zamiana rzeczywistego mieszadła turbinowo-łopatkowego na obracającą się warstwę cieczy w kształcie tarczy (Kuncewicz, 1992a)

Wartość β dla mieszadła czterołopatkowego wynosiła 0,63, natomiast dla najczęściej stosowanego mieszadła turbinowo-łopatkowego o liczbie łopatek $n_p = 6$, ciecz w obszarze mieszadła wirowała z częstością $0,78 \cdot \omega_0$. Wyniki obliczeń numerycznych (model rozwiązano metodą elementu skończonego) były zgodne z wynikami doświadczeń (rys. 6.4a), a średnie odchylenie lokalnych wartości naprężeń stycznych obliczonych z modelu różniły się mniej niż 10% od wartości określonych doświadczalnie.



Rys. 6.4. Porównanie wyników modelowych (Kuncewicz, 1992a) z danymi eksperymentalnymi

Rozkład naprężeń stycznych na ścianie mieszalnika był zgodny z rozkładem prędkości obwodowych wewnątrz mieszalnika (rys. 6.4b). Zgodnie z modelem największe prędkości obwodowe występowały zawsze na wysokości zawieszenia mieszadła, malały do zera przy dnie mieszalnika oraz dążyły do pewnej małej wartości na powierzchni swobodnej cieczy. W modelu nie uwzględniano tarcia powierzchni swobodnej o powietrze, dlatego też jak wynika z rys. 6.4b dla $z/H = 1,0$ pochodna $(\partial u / \partial z) = 0$.

Ten stosunkowo prosty model sprawdzał wyniki doświadczeń dotyczących mocy mieszania z błędem mniejszym niż 10% i miał on bardziej znaczenie poznawcze niż praktyczne, gdyż ze względu na małą średnicę mieszadeł turbinowo-łopatkowych ich obszar zastosowań nie obejmuje zakresu mieszania laminarnego. Stosunkowo proste założenia dotyczące obszaru mieszadła pozwoliły uzyskać dodatkowo analityczne rozwiązanie modelu (Kuncewicz, 1992b). Pomijając mianowicie całkowicie cyrkulację wtórną w mieszalniku, równania ruchu uproszczono do postaci

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (6.8)$$

Po pewnych przekształceniach wyjściowe równanie (6.8) można było sprowadzić do równania eliptycznego, którego rozwiązanie w postaci sumy szeregów zawierało zmodyfikowane funkcje Bessela i McDonalda oznaczone odpowiednio w równaniu (6.9) jako I_1 oraz K_1 . Wielkość λ była wartością własną układu, natomiast stałe C_0 oraz C_{0n} były uzależnione od parametrów geometrycznych układu mieszadło-mieszalnik i ich wartości można było obliczyć z odpowiednich szeregów

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \left[C_{0n} \frac{I_1(\lambda r^*)}{r^*} + \frac{K_1(\lambda r^*)}{r^*} \right] \sin[\pi(2n-1)z^*/2] \quad (6.9)$$

Mimo dość skomplikowanej formy uzyskanego równania wyniki rozwiązania analitycznego bardzo dobrze zgadzały się z wynikami rozwiązania numerycznego (oba rozwiązania różniły się między sobą mniej niż 5%), chociaż ostatnie z nich w ogóle nie uwzględniało cyrkulacji wtórnej w mieszalniku. Pośrednio świadczyło to o poprawności obu rozwiązań oraz o bardzo małym wpływie cyrkulacji wtórnej w mieszalniku w ruchu laminarnym na moc mieszania. Wynika to najprawdopodobniej z bardzo małej wartości tej cyrkulacji dla tego typu mieszadeł, tzn. dla mieszadeł, których średnica jest mała w stosunku do średnicy mieszalnika i brak jest efektu pompującego samego mieszadła. Należy nadmienić, że prezentowane rozwiązanie jest jednym z nielicznych rozwiązań analitycznych dostępnych w literaturze przedmiotu dotyczących problemów mieszania.

Omawiane powyżej dwa modele imitowały pracę rzeczywistego mieszadła wewnątrz zbiornika obrotem warstwy cieczy pokrywającej się z obszarem mieszadła z częstością obrotową mniejszą od częstości obrotowej mieszadła rzeczywistego. Dwuwymiarowe modele przepływu cieczy w mieszalniku można również budować bez konieczności zakładania warunku dla obszaru mieszadła. Przykładem takiego podejścia jest praca *Hiraoki i wsp., 1978*, w której założono stałość wszystkich parametrów w kierunku pionowym (założono zatem $\partial/\partial z = 0$), nie wyszczególniając jednak w jakikolwiek sposób obszaru mieszadła. Ze względów oczywistych, założenie takie można było przyjąć jedynie dla mieszadeł, które podczas pracy wytwarzają rozkłady prędkości w mieszalniku odpowiadające w przybliżeniu założeniu modelowemu $\partial/\partial z = 0$. Dotyczy to przede wszystkim mieszadeł o dużej wysokości łap, gdyż w tym przypadku na dużej środkowej części łapy warunki hydrodynamiczne nie będą się zmieniały z wysokością. Upraszczając równania ruchu oraz przyjmując zasadę zachowania momentu pędu w warunkach ustalonych, autorzy otrzymali rozwiązanie numeryczne dla mieszadeł kotwicowych oraz mieszadeł łapowych o bardzo dużym stosunku b/D ($b/D = 0,7$) w zakresie średnic $0,3 < d/D < 0,9$. Uzyskane wyniki rozwiązań numerycznych dotyczących mocy mieszania korelowali w postaci równania (6.10) i były one zgodne z doświadczalnymi wynikami badań własnych dotyczących

mieszadeł kotwicowych oraz wynikami Nagaty (*Nagata, 1975*) dotyczącymi mieszadeł łapowych.

$$Lm \cdot Re = \frac{\pi^2 (h/d)}{\eta_d \left[1 - (d/D)^2 \right]} \cdot (f \cdot Re_G) \quad (6.10)$$

W równaniu (6.10) wielkość η_d była współczynnikiem korekcyjnym, określona równaniem (6.11), natomiast zmodyfikowana liczba Reynoldsa Re_G oraz współczynnik oporu f były zdefiniowane zależnościami (6.12) oraz (6.13)

$$\eta_d = 1 + \exp \left[-10 \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right] \quad (6.11)$$

$$Re_G = \frac{Lv_\theta}{\nu} \quad (6.12)$$

$$f = \frac{2\tau_w}{\rho v_\theta^2} \quad (6.13)$$

Charakterystyczny wymiar liniowy L oraz charakterystyczna prędkość v_θ wyprowadzone były z rozważań dotyczących analogii wnikania na ścianie mieszalnika wykonanymi w pracy *Hiroaki i Ito, 1973*

$$L = \frac{D}{2} \eta_d \cdot \ln \frac{D}{d} \quad (6.14)$$

$$v_\theta = \frac{\pi}{2} Nd\beta_H \quad (6.15)$$

Współczynnik korekcyjny β_H określony równaniem (6.16) dla mieszadeł wąsko-prześwitowych był on bliski wartości 1,0

$$\beta_H = \frac{2 \ln \frac{D}{d}}{\frac{D}{d} - \frac{d}{D}} \quad (6.16)$$

Ciąg równań (6.10÷6.16) tworzy zamkniętą całość, z której można obliczyć liczbę mocy Lm , a następnie moc mieszania P . Okazało się, że dla mieszadeł dwułopowych niezależnie od ich średnicy oraz dla mieszadeł kotwicowych wartość iloczynu $f \cdot Re_G$ jest w przybliżeniu stała i wynosi $f \cdot Re_G \cong 2,0$, co oznacza, że wpływ średnicy mieszadła d został dobrze uwzględniony w równaniach definiujących wielkości bezwymiarowe. Uzyskany w pracy *Hiraoki i Ito, 1973* iloczyn $f \cdot Re_G \sim n_p^{1/3}$ oznacza, że moc mieszania P wzrastała również w takim samym stopniu wraz ze wzrostem liczby łap n_p . Wynik ten jest zbliżony do wyniku uzyskanego w modelu Kuncewicza (*Kuncewicz, 1992a*), gdzie zgodnie

z równaniem (6.7) wzrost mocy mieszania dla zakresu zmian $n_p = 4 \div 8$ wynosi $P \sim n_p^{0,44}$ (obliczenia wykonane z wykorzystaniem równania (6.7)). Jest to o tyle interesujące, że oba modele różniły się w sposób dość istotny, gdyż pomijały rozkłady prędkości w mieszalniku w kierunkach wzajemnie do siebie prostopadłych.

Założenia braku zmian prędkości w kierunku obwodowym lub osiowym mają swoje zalety i wady. O ile założenie modelowe Hiraoki (*Hiraoka i wsp., 1978*) jest bardziej zbliżone do warunków rzeczywistych niż jest to w przypadku modeli zakładających ruch osiowo-symetryczny w mieszalniku, to jednak założenie $\partial/\partial z = 0$ nie może uwzględniać obecności dna mieszalnika oraz warstwy cieczy nad mieszadłem. Uwzględnienie tych obszarów wymagałoby wprowadzenie do rozważań trzeciego kierunku (pionowego), co czyniłoby model modelem trójwymiarowym. Stąd też w modelach dwuwymiarowych preferuje się raczej założenie $\partial/\partial \varphi = 0$, stosując jednocześnie różne założenia upraszczające dotyczące obszaru mieszadła.

Ze względu na swoją prostotę, modele zjawiskowe rozwiązywane analitycznie lub numerycznie dotyczą zazwyczaj ograniczonej liczby przypadków. Również istotne uproszczenia, które muszą być przyjmowane na etapie budowy modelu powodują, że ich dokładność jest zmniejszona. W większości przypadków praktycznych stosuje się albo modele 2D z dość prostymi uproszczeniami, albo stosuje się pełne modele 3D. W obu jednak przypadkach, ze względu na stopień skomplikowania modeli, rozwiązania można uzyskać jedynie na drodze symulacji numerycznych. W dwóch następnych punktach tej monografii zostaną przedstawione sposoby budowy dwóch modeli. Pierwszym z nich jest model 2D dla mieszadeł o łopatkach ustawionych prostopadle do płaszczyzny obrotów mieszadła, drugi model 2D dla mieszadeł o łopatkach ustawionych ukośnie do płaszczyzny obrotów mieszadła.

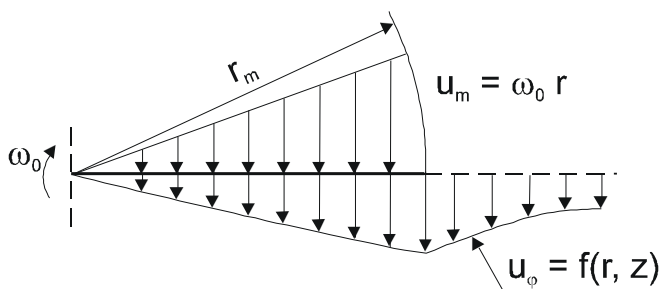
Mimo podobieństwa istnieją istotne różnice w stopniu skomplikowania oraz w sposobie budowy obu modeli. Oba omówienia mogą pomóc Czytelnikowi w zrozumieniu procedury postępowania przy konstruowaniu modeli, a następnie w jego rozwiązaniu z wykorzystaniem metod CFD. Pierwszy z modeli zostanie przedstawiony w sposób uproszczony, natomiast w drugim przypadku szczegółowość opisu będzie dużo większa.

6.2.2. Model 2D dla mieszadeł o łopatkach ustawionych prostopadle do płaszczyzny obrotów mieszadła

Przy budowie modelu hydrodynamicznego 2D newralgicznym obszarem jest zawsze obszar mieszadła. W rzeczywistości, w obszarze tym istnieją zawsze trzy składowe prędkości i są one zmienne we wszystkich trzech kierunkach. Jeśli budujemy model 2D, to zmiana prędkości i ciśnienia w jednym z kierunków w całym obszarze mieszalnika powinna być zaniedbana. Obszar mieszadła

jest obszarem specyficznym, gdyż tam dostarczana jest energia potrzebna na podtrzymanie ruchu obrotowego w mieszalniku. Energia ta może być dostarczana tylko wtedy, gdy istnieje różnica prędkości łopatki mieszadła i cieczy.

W modelu 2D (Kuncewicz, 1997; Kuncewicz i wsp., 1997) naturalny ruch mieszadła turbinowo-łopatkowego zastąpiono ruchem "przezroczystych" dla cieczy łopatek, które obracały się z taką samą częstością jak mieszadło rzeczywiste (rys. 6.5), co oznacza, że prędkość liniowa łopatki wynosiła $u_m = \omega_0 \cdot r$. Obracające się łopatki mieszadła napotykały na swojej drodze ciecz o mniejszej częstości obrotowej (składowa obwodowa prędkości cieczy u_ϕ zależała od położenia w mieszalniku) i różnica obu prędkości obwodowych była siłą napędową przepływu. Założono, że prędkość cieczy u_ϕ była funkcją promienia i wysokości w mieszalniku (również w obszarze mieszadła), natomiast nie była ona zależna od kąta ϕ .



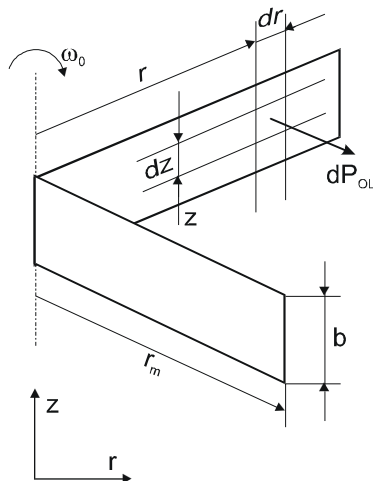
Rys. 6.5. Rysunek pomocniczy wyjaśniający siłę napędową przepływu cieczy w mieszalniku

Występująca różnica prędkości dla różniczkowej powierzchni $dr \cdot dz$ generowała dodatkową siłę dP określoną równaniem (6.17), gdzie wartość ζ była nieznanym współczynnikiem oporu łopatki mieszadła

$$dP = \zeta \cdot \frac{(\omega_0 r - u)^2}{2} \cdot \rho \cdot dr \cdot dz \quad (6.17)$$

Siłę tę uwzględniono w równaniach ruchu Naviera-Stokesa poprzez równomiernie jej rozłożenie na wszystkie elementy płynu leżące na obwodzie okręgu o danym promieniu, pomiędzy sąsiednimi łopatkami mieszadła. Przy założeniu, że łopatka jest prostopadła do kierunku obrotu mieszadła wspomnianą siłę uwzględniono jedynie w równaniu (6.18) dla kierunku obwodowego

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u}{\partial r} + u_z \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{u_r u}{r} + \frac{n_p \cdot \zeta \cdot (\omega_0 \cdot r - u)^2}{4 \cdot \pi \cdot r} = \\ = \nu \cdot \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (6.18)$$



Rys. 6.6. Dodatkowa siła działająca na elementy płynu znajdujące się w obszarze mieszadła

Na podstawie porównania wartości doświadczalnych oraz modelowych mocy mieszania dla mieszadeł łopatkowych wyznaczono wartości współczynnika oporu ζ , co w konsekwencji pozwoliło wykorzystać tę wartość w równaniu (6.18) i w efekcie określić rozkłady dowolnych składowych prędkości w mieszalniku w ruchu laminarnym dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych. Porównanie doświadczalnych oraz modelowych składowych prędkości wykazywało zadowalającą zgodność (Kuncewicz, 1997), ponadto model pozwalał określać sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku oraz obliczać zapotrzebowanie mocy z dokładnością do 10% dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych oraz mieszadeł turbinowo-dyskowych, niezależnie od ich parametrów geometrycznych.

Przedstawiony powyżej model był modelem dwuparametrowym (przed rozwiązaniem należało określić wartości dwóch stałych charakteryzujących opory kształtu i opory tarcia łopatki mieszadła) i miał znaczenie bardziej poznawcze niż praktyczne, gdyż jak już wcześniej wspomniano mieszadeł tego typu nie stosuje się raczej do mieszania cieczy wysokolepkich. Do mieszania tych cieczy stosuje się przede wszystkim mieszadła wstęgowe oraz ślimakowe (kotwicowe, jeśli chcemy zapewnić tylko dobrą wymianę ciepła), a oba typy mieszadeł zbudowane są z elementów ustawionych ukośnie do płaszczyzny obrotów mieszadła. Dlatego też w następnej pracy (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001a) przedstawiono dwuwymiarowy model hydrodynamiczny dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochylonych.

6.2.3. Model 2D dla mieszadeł o łopatkach ustawionych ukośnie do płaszczyzny obrotów mieszadła

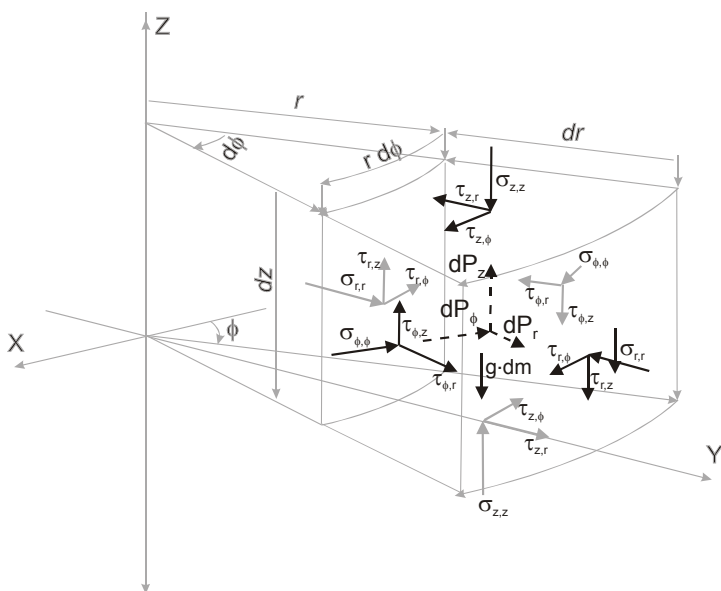
Ze względów oczywistych modele 2D, jak i wszystkie pozostałe modele, posiadają swoje wady i zalety. Podstawową wadą modeli 2D jest brak możliwości analizy rozkładów wszystkich wielkości hydrodynamicznych w jednym z kierunków. Wada ta jest konsekwencją obranej z góry drogi postępowania. Ale modele 2D posiadają, a raczej posiadały do tej pory, podstawową zaletę: ich rozwiązania były kilkadziesiąt, a czasami nawet kilkaset razy szybsze w porównaniu w modelami trójwymiarowymi. W latach 1980-2010 (górna granica tego okresu może być rzeczą dyskusyjną) następował bardzo szybki postęp technik komputerowych. Szybko zwiększały się zarówno pojemności pamięci operacyjnych komputerów klasy PC, jak również ich szybkość obliczeniowa. Na początku tego okresu nie można było w zasadzie wykonywać symulacji komputerowych dotyczących przestrzeni 3D z rozsądnie gęstą siatką obliczeniową, gdyż czas obliczeń pojedynczej iteracji mógł wynosić nawet kilka minut, a wymagana liczba iteracji potrzebna do osiągnięcia założonej zbieżności mogła wynosić nawet kilkadziesiąt tysięcy. Dodatkową, istotną rolę odgrywałby również czas, jaki autor modelu (programista) musiałby poświęcić, aby dojść do właściwej implementacji modelu. Dlatego modele dwuwymiarowe w tym czasie były w dużym stopniu prostą drogą do pokonania istotnych trudności technicznych, chociaż wiązały się one ze świadomą rezygnacją z uzyskania dokładnych wyników.

W rodzinie mieszadeł wąskoprześwitowych jedynie mieszadła kotwicowe nie posiadają elementów nachylonych do płaszczyzny obrotu pod kątem różnym od kąta prostego (90°). W pozostałych mieszadłach, tzn. mieszadłach wstęgowych i ślimakowych, to pochylenie stanowi główną siłę sprawczą wymuszającą cyrkulację wtórną w mieszalniku, czyli powoduje pompowanie cieczy w górę lub w dół mieszalnika. Dlatego przy omawianiu metod modelowania specjalną uwagę poświęcono modelowi 2D dotyczącemu hydrodynamiki mieszalnika w ruchu laminarnym dla mieszadeł, których elementy robocze ustawione są pod kątem różnym od prostego do płaszczyzny obrotu mieszadła. Aby podczas budowy modelu uniknąć dodatkowych problemów z definicją geometrii mieszadła, jako mieszadło podstawowe wybrano mieszadło turbinowo-łopatkowe o łopatkach pochylonych. Z punktu widzenia obliczeń numerycznych mieszadła wstęgowe oraz mieszadła ślimakowe są więc podobne do mieszadła podstawowego (choć ich obszary zastosowań zupełnie nie pokrywają się), dlatego przedstawiony model był dobrym punktem wyjścia do łatwego jego późniejszego zaadaptowania na inne typy mieszadeł.

W przypadku modeli dwuwymiarowych dotyczących ruchu laminarnego podstawowym problemem jest modelowanie przepływu w obszarze mieszadła. W obszarze tym następuje dostarczanie pędu przez obracające się łopatki

mieszadła do cieczy mieszanej, muszą zatem występować dodatkowe siły działające na elementy cieczy przyległe do powierzchni mieszadła, które to siły będą następnie przenoszone na elementy sąsiednie. Dlatego należało najpierw wyprowadzić równania ruchu z uwzględnieniem wspomnianych wyżej sił.

Jeśli wyodrębnimy myślowo pewien nieskończenie mały element cieczy znajdujący się w obszarze mieszadła (rys. 6.7), to abstrahując od tego w jaki sposób siły te należy obliczać, w przypadku ogólnym, należy je uwzględnić w równaniach Naviera-Stokesa. Zgodnie z rys. 6.7 są to siły o wartościach dP_ϕ , dP_z oraz dP_r działające odpowiednio w kierunkach obwodowym, osiowym oraz promieniowym. W wyprowadzeniu równań podstawowych dla obszaru mieszadła nie można korzystać z gotowych równań Naviera-Stokesa, gdyż przy ich formułowaniu uwzględniano jedynie siły działające na wyodrębniony myślowo element płynu od elementów sąsiednich bez uwzględnienia obecności łopatki mieszadła. Należało zatem wyjść z analizy wszystkich sił działających na ten element płynu.



Rys. 6.7. Siły działające na element cieczy w obszarze mieszadła

Dla przejrzystości, na rys. 6.7 nie zaznaczano zmian naprężeń normalnych σ oraz naprężeń stycznych τ na odległościach opisujących wymiary elementu. Dlatego wartości naprężeń reprezentowane przez szare strzałki przyporządkowane powierzchniom elementu niewidocznym dla obserwatora, należy rozumieć jako zmienione naprężenia w stosunku do wielkości przyporządkowanych powierzchniom widocznym dla obserwatora. Przykładowo, dla wewnętrznej powierzchni elementu naprężenia $\sigma_{r,r}$, $\tau_{r,\phi}$ oraz $\tau_{r,z}$ należy rozumieć jako

$$\begin{aligned}
& \sigma_{r,r} + \frac{\partial \sigma_{r,r}}{\partial r} dr \\
& \tau_{r,r} + \frac{\partial \tau_{r,r}}{\partial r} dr \\
& \tau_{r,z} + \frac{\partial \tau_{r,z}}{\partial r} dr
\end{aligned} \tag{6.19}$$

gdzie pierwszy z indeksów w naprężeniach stycznych τ oznacza płaszczyznę, na której one leżą, a drugi z indeksów oznacza kierunek działania.

Zgodnie z klasycznymi zasadami mechaniki płynów, wypadkowa siła działająca na element w określonym kierunku równa jest sile d'Alamberta działającej w tym samym kierunku (prawa strona równania (6.20))

$$\begin{aligned}
& \sigma_r drdz - (\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr) drdz - \tau_{r,r} r dr dz + (\tau_{r,r} - \frac{\partial \tau_{r,r}}{\partial r} dr)(r + dr) dr dz - \tau_{r,z} r dr + \\
& + (\tau_{r,z} - \frac{\partial \tau_{r,z}}{\partial r} dr) r dr + dP = (\frac{du}{dt} + \frac{u_r u}{r}) \rho r dr dz
\end{aligned} \tag{6.20}$$

gdzie t oznacza czas.

Po redukcji wyrazów podobnych i podzieleniu równania (6.20) przez masę analizowanego elementu płynu $dm = \rho \cdot r d\phi drdz$ otrzymamy równanie ruchu (6.21) w kierunku obwodowym wyrażone w najbardziej pierwotnej postaci, czyli w postaci równowagi sił

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{r,r}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{r,z}}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\tau_{r,r}}{r} + \frac{dP}{dm} = \frac{du}{dt} + \frac{u_r u}{r} \tag{6.21}$$

Wykonując podobne sumowanie sił w dwóch pozostałych kierunkach uzyskuje się dwa pozostałe równania ruchu.

Równanie (6.21) oraz pozostałe dwa nieprezentowane równania są równaniami ruchu wyrażonymi w postaci naprężeń. Celem wyeliminowania naprężeń stycznych oraz normalnych, wielkości te należy wyrazić za pomocą ciśnienia skalarnego p oraz składowych u_ϕ , u_r , u_z wektora prędkości u . Z analizy odkształceń elementu płynu w cylindrycznym układzie współrzędnych (*Troskański, 1967*) można uzyskać zależności pomiędzy odpowiednimi naprężeniami a gradientami składowych prędkości

$$\sigma_{r,r} = -p + 2 \cdot \eta \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \tag{6.22}$$

$$\sigma_r = -p + 2 \cdot \eta \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) \tag{6.23}$$

$$\sigma_{z,z} = -p + 2 \cdot \eta \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (6.24)$$

$$\tau_{r,z} = \tau_{z,r} = \eta \cdot \left[r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \right] = \eta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \quad (6.25)$$

$$\tau_{r,z} = \tau_{z,r} = \eta \cdot \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (6.26)$$

$$\tau_{z,z} = \tau_{z,z} = \eta \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (6.27)$$

Zakładając ruch ustalony płynu ($\partial/\partial t = 0$) oraz wprowadzając równania (6.22÷6.28) do równania (6.21) (i dwóch pozostałych), otrzymamy najbardziej ogólny układ równań ruchu (6.28÷6.30) dla przepływu ustalonego, dla cieczy nieściśliwej, znajdującej się w obszarze mieszadła. Równania te wyrażone są za pomocą składowych prędkości i uwzględniają dodatkowe składowe siły dP pochodzącej od obrotowych elementów mieszadła

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dm} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{r \cdot \partial} + v \cdot \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{r^2 \cdot \partial^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial} \right] = \\ = \left[u_r \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + u \cdot \frac{\partial u}{r \cdot \partial} + u_z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{u_r \cdot u}{r} \right] \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_r}{dm} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + v \cdot \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{r^2 \cdot \partial^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial} \right] = \\ = \left[u_r \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} + u \cdot \frac{\partial u_r}{r \cdot \partial} + u_z \cdot \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u^2}{r} \right] \end{aligned} \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_z}{dm} - \left(g + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) + v \cdot \left[\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{r^2 \cdot \partial^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] = \\ = \left[u_r \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} + u \cdot \frac{\partial u_z}{r \cdot \partial} + u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (6.30)$$

Ogólny układ równań uprości się w znacznym stopniu, jeśli przyjmiemy założenie, że wszystkie wielkości hydrodynamiczne w jednym z kierunków są niezmiennie. W przypadku mieszadeł turbinowo-łopatkowych założenie takie można najbezpieczniej wykonać dla kierunku obwodowego (*Kuncewicz, 1997*), co oznacza przyjęcie warunku (6.31) w całym obszarze mieszadła

$$\frac{\partial}{\partial} = 0 \quad (6.31)$$

Przyjęcie warunku (6.31) nie tylko upraszcza formalny zapis równań ruchu, ale znacznie zmniejsza czas obliczeń iteracyjnych, gdyż pozwala na przejście z modelowania przepływu w przestrzeni 3D do modelowania w przestrzeni dwuwymiarowej 2D. Po wprowadzeniu warunku (6.31) otrzymamy trzy równania ruchu (6.32÷6.34) oraz równanie ciągłości (6.35) dla przestrzeni dwuwymiarowej r-z

$$u_r \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + u_z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{u_r \cdot u}{r} = v \cdot \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \frac{dP}{dm} \quad (6.32)$$

$$u_r \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \cdot \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + v \cdot \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right] + \frac{dP_r}{dm} \quad (6.33)$$

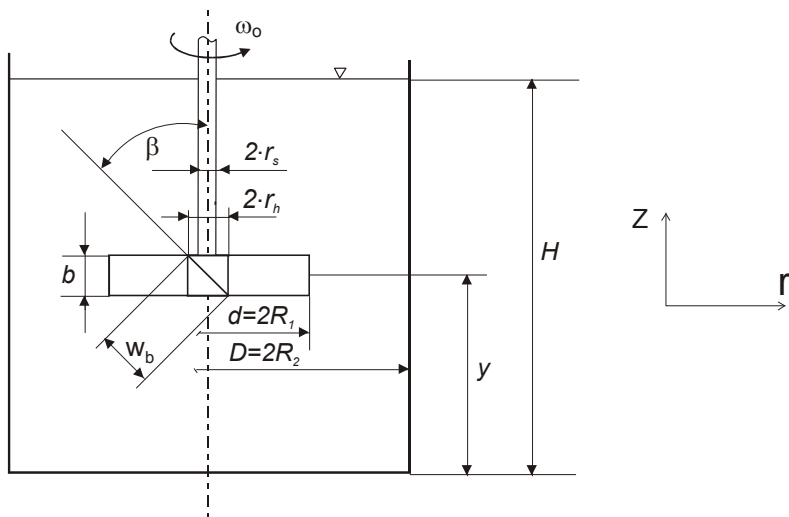
$$u_r \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\left[g + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right] + v \cdot \left[\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] + \frac{dP_z}{dm} \quad (6.34)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0 \quad (6.35)$$

Łatwo sprawdzić (*Troskański, 1967*), że uzyskany układ równań (6.32÷6.34) różni się od klasycznych równań Naviera-Stokesa dla układu cylindrycznego jedynie dodatkowymi członami dP/dm dla poszczególnych kierunków. Teoretycznie, można zatem było skorzystać z wyprowadzonych już równań Naviera-Stokesa, dodając jedynie dodatkowe człony w formie przyspieszeń dP/dm . Wykonanie jednak tak prostego technicznego zabiegu nie zawsze prowadzi do prawidłowych końcowych zależności. W niektórych przypadkach, jak na przykład przy przejściu do układu nieizotermicznego, uzyskane dodatkowe człony uwzględniające zmiany lepkości cieczy w zależności od położenia punktu w mieszalniku (*Niedzielska i Kuncewicz, 2005*) są bardziej rozbudowane i ich postać *a priori* nie jest możliwa do określenia. Dlatego zaleca się, aby wszystkie wyprowadzenia równań zaczynać od najbardziej podstawowych, czyli równań bilansowych lub równań równowagi. Jest to niewątpliwie droga dłuższa, ale bardziej bezpieczna.

Wyprowadzony układ równań (6.32÷6.34) wraz z równaniem ciągłości (6.35) obowiązuje dla obszaru mieszadła (w przestrzeni 2D), gdyż uwzględnia dodatkowe oddziaływanie łopatki mieszadła na ciecz w tym obszarze. Poza obszarem mieszadła obowiązuje ten sam układ równań, ale wartości sił dP_φ , dP_z oraz dP_r występujące w tych równaniach, są równe zero.

Otrzymane równania są równaniami wymiarowymi i ich rozwiązanie dotyczyłoby jednego konkretnego przypadku dla jednej określonej wielkości mieszalnika. Aby rozwiązania były niezależne od skali mieszalnika należało wprowadzić zmienne bezwymiarowe. Na rys. 6.8 przedstawiono schemat mieszalnika z najważniejszymi jego wymiarami.



Rys. 6.8. Schemat mieszalnika

Przyjmując promień mieszalnika R_2 , wysokość cieczy w mieszalniku H oraz częstotliwość obrotową wału mieszadła ω_0 jako zmienne normalizujące, wszystkie pozostałe wielkości można było wyrazić w postaci bezwymiarowej. Najważniejsze z nich przedstawiono w formie równań (6.36) i (6.37)

$$r^* = \frac{r}{R_2}, \quad z^* = \frac{z}{H}, \quad \lambda = \frac{R_2}{H}, \quad p^* = \frac{p}{H \cdot \rho \cdot g} \quad (6.36)$$

$$u = \frac{u}{\omega_0 \cdot R_2}, \quad w = \frac{u_r}{\omega_0 \cdot R_2}, \quad v = \frac{u_z}{\omega_0 \cdot R_2}, \quad \omega^* = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (6.37)$$

Wyznaczając z równań (6.36) i (6.37) odpowiednie zmienne wymiarowe i wstawiając je do przekształconych równań ruchu (6.32÷6.34) oraz równania ciągłości (6.35), otrzymamy układ równań (6.38÷6.41) w formie bezwymiarowej

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial u}{\partial r^*} - \frac{u}{r^{*2}} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^{*2}} = \text{Re}^* \cdot \left[w \cdot \frac{\partial u}{\partial r^*} + \lambda \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial z^*} + \frac{w \cdot u}{r^*} \right] - a_\varphi^* \quad (6.38)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial w}{\partial r^*} - \frac{w}{r^{*2}} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^{*2}} = \text{Re}^* \cdot \left[w \cdot \frac{\partial w}{\partial r^*} + \lambda \cdot v \cdot \frac{\partial w}{\partial z^*} - \frac{u^2}{r^*} \right] + \frac{\text{Re}^*}{\text{Fr}^*} \cdot \frac{\partial p^*}{\partial r^*} - a_r^* \quad (6.39)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial v}{\partial r^*} + \lambda^2 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial z^{*2}} = \text{Re}^* \cdot \left[w \cdot \frac{\partial v}{\partial r^*} + \lambda \cdot v \cdot \frac{\partial v}{\partial z^*} \right] + \frac{\lambda \cdot \text{Re}^*}{\text{Fr}^*} \cdot \left[1 + \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right] - a_z^* \quad (6.40)$$

$$\frac{\partial w}{\partial r^*} + \frac{w}{r^*} + \lambda \cdot \frac{\partial v}{\partial z^*} = 0 \quad (6.41)$$

W równaniach tych pojawiły się dwie nowe wielkości Re^* oraz Fr^* . Są to odpowiednio zmodyfikowane liczby Reynoldsa i Froude'a zdefiniowane równaniami (6.42) i (6.43), które podają również wzajemne relacje pomiędzy zmodyfikowanymi liczbami Reynoldsa i Froude'a a ich wartościami klasycznymi. Natomiast symbolami a_φ^* , a_z^* oraz a_r^* oznaczono odpowiednio bezwymiarowe dodatkowe przyspieszenia dP_φ/dm , dP_z/dm oraz dP_r/dm (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001a)

$$\text{Re}^* = \frac{\omega_0 \cdot R_2^2}{v} = \frac{\pi \left(\frac{D}{d} \right)^2 \frac{Nd^2}{v}}{2} = \frac{\pi \left(\frac{D}{d} \right)^2}{2} \cdot \text{Re} \quad (6.42)$$

$$\text{Fr}^* = \frac{\omega_0^2 \cdot R_2^2}{g \cdot H} = \pi^2 \left(\frac{D}{H} \right) \cdot \left(\frac{D}{d} \right) \frac{N^2 d}{g} = \pi^2 \left(\frac{D}{H} \right) \cdot \left(\frac{D}{d} \right) \cdot \text{Fr} \quad (6.43)$$

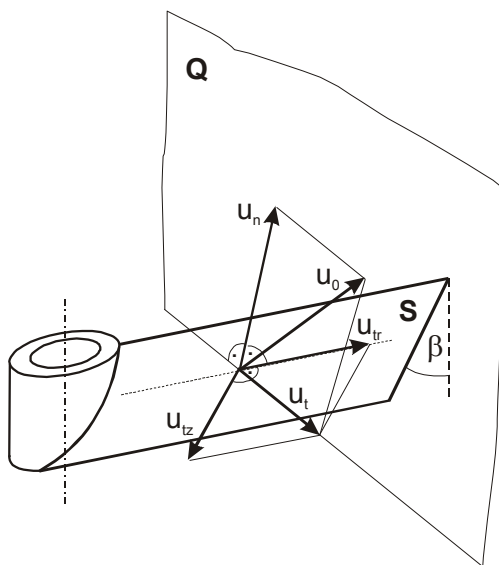
Równania (6.38÷6.41) są podstawowymi, bezwymiarowymi równaniami wyjściowymi dwuwymiarowego modelu hydrodynamicznego przepływu cieczy w mieszalniku w ruchu laminarnym. Są to równania ogólne niezależne od typu stosowanego mieszadła. Typ oraz parametry geometryczne poszczególnych mieszadeł muszą być uwzględniane w sposobie określania bezwymiarowych przyspieszeń a_φ^* , a_z^* oraz a_r^* , jak również w warunkach brzegowych, przy których układ równań (6.38÷6.41) będzie rozwiązany.

6.2.3.1. Określenie dodatkowych sił działających na elementy cieczy w obszarze mieszadła

Obracające się mieszadło turbinowo-łopatkowe przedstawione na rys. 6.9, zgodnie z założeniem, wytwarza pole prędkości niezależne od kąta φ . Pochylona łopátka mieszadła napotyka na swej drodze elementy cieczy, które poruszają się z mniejszą prędkością niż sama łopátka. Powstała w wyniku różnicy prędkości siłę wypadkową P można rozłożyć na trzy składowe P_φ , P_z oraz P_r występujące w równaniach (6.32÷6.34) i działające odpowiednio w kierunkach φ , z oraz r . Celem ułatwienia analizy tych sił, całkowity opór łopátki można rozpatrywać jako sumę dwóch oporów: oporu kształtu oraz oporu tarcia łopátki, a wielkość obu oporów można określić analizując przepływ płynu wokół obracającej się łopátki mieszadła.

Rozpatrzmy przypadek, kiedy łopátka mieszadła turbinowo-łopatkowego jest pochylona pod kątem β do osi pionowej mieszadła. Ogólnie każdy wektor

prędkości cieczy w obszarze mieszadła $u = u(u_\phi, u_r, u_z)$ jest skierowany pod pewnym kątem do płaszczyzny łopatki mieszadła S (rys. 6.9). Poprowadźmy płaszczyznę Q prostopadłą do płaszczyzny łopatki S przechodzącą przez wektor u . Wektor ten można rozłożyć na dwie składowe prędkości: składową prędkości u_n normalną do płaszczyzny łopatki S oraz składową u_t leżącą na płaszczyźnie S . Składową u_t można z kolei rozłożyć na dwie składowe u_{tr} oraz u_{tz} . Obie składowe leżą na płaszczyźnie łopatki S i działają odpowiednio w kierunku promieniowym (r) oraz kierunku do niego prostopadłym (obwodowym).



Rys. 6.9. Rozkład wektora prędkości cieczy na składowe normalne i styczne do płaszczyzny łopatki mieszadła

Składowa prostopadła do płaszczyzny łopatki mieszadła u_n powoduje opory kształtu P_n , natomiast składowa u_t , która jest równoległa do powierzchni łopatki powoduje opory tarcia P_t . Pierwsza z nich jest wynikiem różnicy prędkości łopatki i cieczy $(\omega_0 r - u_\phi)$, natomiast druga jest uzależniona od wartości u_t . Siły P_t i P_n mają składowe odpowiednio P_ϕ , P_z oraz P_r i można je określić wykorzystując pojęcie współczynnika oporu kształtu ζ_n oraz współczynnika oporu tarcia ζ_t . Rozpatrując elementarną powierzchnię łopatki mieszadła dF , można napisać

$$dP_n = \zeta_n dF \frac{\Delta u_n^2}{2} \rho \quad (6.44)$$

$$dP_t = \zeta_t dF \frac{u_t^2}{2} \rho \quad (6.45)$$

i następnie obliczyć siły $dP_\phi, dP_z, dP_r = f(dP_n, dP_t)$. Dokładny sposób określania wartości poszczególnych sił jest dość żmudny i można go znaleźć w pracy

Kuncewicza i Pietrzykowskiego, 2001a. Zakładając, że przepływ wokół łopatkı miesząda jest przepływem laminarnym, wartości współczynników oporu ζ_n oraz ζ_t będą odwrotnie proporcjonalne do odpowiednich liczb Reynoldsa, a ich wartości można obliczyć z równań (6.46) i (6.47), gdzie stałe C_n oraz C_t są stałymi charakteryzującymi opory kształtu oraz opory tarcia elementu obrotowego, czyli w tym przypadku łopatkı miesząda

$$\zeta_n = \frac{C_n}{Re_{L_n}} \quad (6.46)$$

$$\zeta_t = \frac{C_t}{Re_{L_t}} \quad (6.47)$$

Lokalne wartości liczb Reynoldsa w równaniach (6.46÷6.47) charakteryzują przepływ cieczy wzdłuż łopatkı i w swojej definicji uwzględniają różnice prędkości w odpowiednich kierunkach oraz liniowy wymiar charakterystyczny.

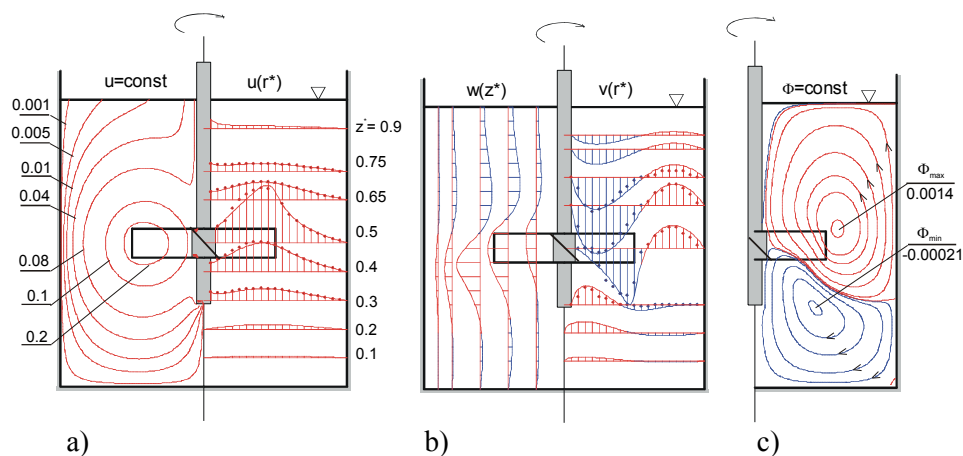
Tak zbudowany model był modelem dwuparametrowym zawierającym dwie stałe C_n oraz C_t , które powinny być znane w trakcie odliczeń iteracyjnych. Wartości tych stałych ($C_n = 30$, $C_t = 75$) autorzy wyznaczyli na podstawie pomiarów mocy mieszania oraz siły osiowej działającej na łopatkę miesząda.

6.2.3.2. Rozwiązanie modelu

W wyniku rozwiązania przedstawionego powyżej modelu 2D uzyskano rozkłady wszystkich składowych prędkości w kierunku osiowym i promieniowym $u_\varphi, u_z, u_r = f(z^*, r^*)$ oraz rozkład ciśnienia $p = f(z^*, r^*)$. Na rys. 6.10 przedstawiono porównanie wyników doświadczalnych (punkty) oraz rozwiązania modelowego (linie ciągłe) dla stosunkowo niskiej liczby Reynoldsa $Re = 3,48$ dla miesząda turbinowo-łopatkowego o stosunku $d/D = 0,5$, które posiadało 4 łopatkı pochylone pod kątem 45° . Jak wynika z analizy tego rysunku, w przypadku składowej obwodowej oraz składowej promieniowej prędkości uzyskano bardzo dobrą zgodność pomiędzy wartościami doświadczalnymi oraz wartościami modelowymi.

Największe prędkości obwodowe występowały w obszarze miesząda (przy końcu łopatek miesząda średnia wartość tej składowej wynosiła około 0,4 prędkości obwodowej końca łopatkı miesząda), natomiast obszary położone przy powierzchni swobodnej, dnie oraz ścianie mieszalnika wirowały z bardzo małą prędkością (rys. 6.10a, lewy). Około 1/3 cieczy w mieszalniku wirowała z prędkością równą zaledwie 0,1 prędkości końca łopatkı miesząda. Przy analizie wartości liczbowych u , podanych z lewej strony rys. 6.10a, należy uwzględnić sposób definicji tej wartości równaniem (6.37), gdzie wielkością normalizującą prędkość jest wartość πDN , a nie najczęściej występująca prędkość łopatkı miesząda πdN . Zgodnie z oczekiwaniem, największe prędkości promieniowe występowały w strumieniu cieczy wypływającym z obszaru miesząda. Jest to

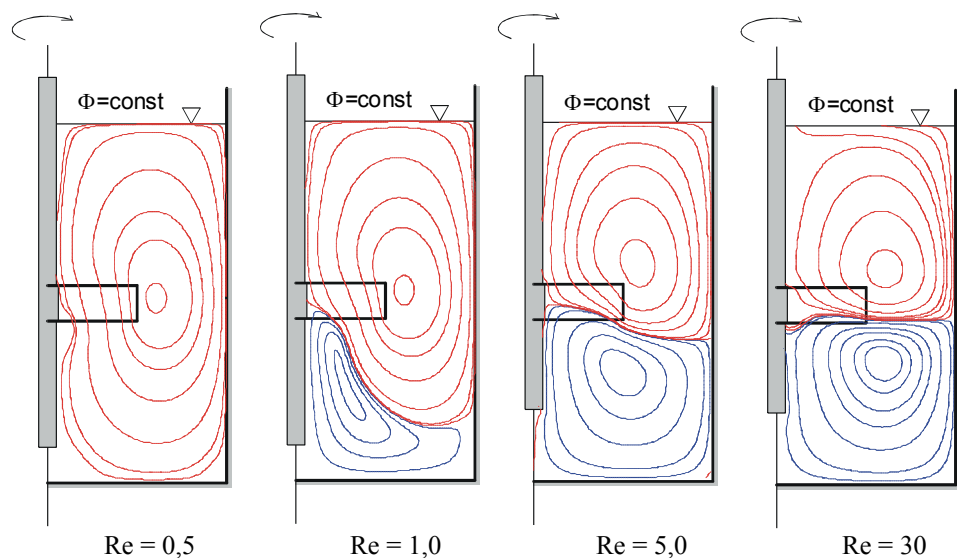
wynik działania siły odśrodkowej w tym obszarze. Wartość cyrkulacji wtórnej oraz sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku w płaszczyźnie r - z pokazany jest na rys. 6.10c, gdzie poszczególne linie przedstawiają wartości funkcji prądu $\Phi = \text{const}$ uzyskane z rozwiązania modelowego. Jak wynika z tego rysunku, w mieszalniku dla liczby Reynoldsa $Re = 3,48$ formują się już dwa wyraźne wiry cyrkulacji wtórnej, przy czym objętościowe natężenie przepływu cieczy w dolnym wirze jest prawie 7 razy mniejsze niż w wirze górnym (bezwzględne wartości bezwymiarowej funkcji prądu Φ). Należy podkreślić, że wir górny obraca się zgodnie z kierunkiem przepływu cieczy przez obszar mieszadła. Kierunek ten jest określony przez pochylenie oraz kierunek obrotów mieszadła. W tym przypadku następowało pompowanie cieczy do dołu.



Rys. 6.10. Cyrkulacja pierwotna a), wtórna b) oraz funkcja prądu c) dla mieszadła turbinowo-łopatkowego dla liczby Reynoldsa $Re = 3,48$

Sposób formowania wirów cyrkulacji wtórnej w mieszalniku dla mieszadeł o pochylonych łopatkach jest uzależniony od liczby Reynoldsa (rys. 6.11). Jak wynikało z rozwiązań modelowych dla małych liczb Reynoldsa ($Re = 0,5$) poszczególne elementy płynu krążą w płaszczyźnie poziomej z bardzo małą prędkością. Wpływ siły odśrodkowej jest wówczas znikomo mały, a dominującą rolę ma efekt pompujący wywołany przez obracające się nachylone łopatki mieszadła. Powstawał zatem tylko jeden wir, w którym ciecz obracała się w kierunku zgodnym z wymuszeniem spowodowanym nachyleniem łopatek. Przy wzroście liczby Reynoldsa szybkość wirowania cieczy w płaszczyźnie poziomej wzrastała, wzrastała zatem siła odśrodkowa działająca na elementy cieczy (siła $F \sim u^2$). Siła ta powoduje wyrzucanie pewnej ilości cieczy z obszaru mieszadła w kierunku promieniowym do ścianki. W efekcie powstaje drugi, dolny wir, który obraca się w kierunku przeciwnym do wiru górnego. Im większa liczba Reynoldsa tym większy wpływ siły odśrodkowej i tym bardziej wzmacniał się

wir dolny. Dla liczby Reynoldsa $Re \approx 30$ siła odśrodkowa jest już siłą dominującą i w mieszalniku powstają dwa wiry o porównywalnych objętościowych natężeniach przepływu. Mimo, że ze wzrostem liczby Reynoldsa wir dolny coraz bardziej się umacniał, objętościowe natężenie przepływu cieczy w nim zawarte nigdy nie było większe od podobnej wartości dla wiru górnego. Według autorów (*Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001b*) spowodowane to było dwoma przyczynami. Po pierwsze, wir górny był z góry ograniczony powierzchnią swobodną cieczy, a nie dnem i nie był obserwowany w tym przypadku hamujący wpływ dna mieszalnika. Po drugie, kierunek obrotów górnego wiru pokrywał się z kierunkiem, jaki był wymuszany obracającymi się łopatkami mieszadła, zatem wir górny zawsze był zasilany pewnym dodatkowym strumieniem cieczy.



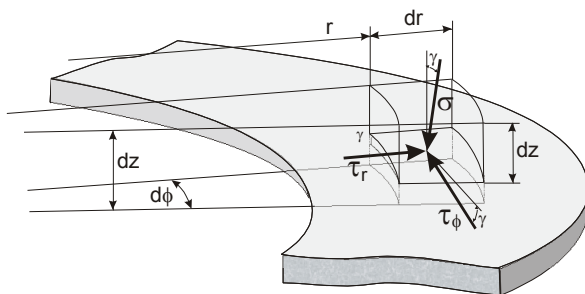
Rys. 6.11. Formowanie się wirów cyrkulacji wtórnej w mieszalniku dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochylonych (*Kuncewicz i Pietrzykowski, 2001b*)

Przedstawiony powyżej opis dwuwymiarowego modelu przepływu cieczy w mieszalniku w ruchu laminarnym dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochylonych można uznać za etap wstępny modelowania ruchu laminarnego w mieszalniku z dowolnym typem mieszadła, pokazujący dość dokładnie sam sposób budowy, a następnie rozwiązanie modelu.

Jak wynika z rys. 6.10 cyrkulacja pierwotna i wtórna dla tego typu mieszadeł jest bardzo mała ($u_{\max} \cong 0,2$, $\Phi_{\max} = 0,0014$) i tego typu mieszadeł, z wyjątkiem zastosowań specjalnych (*Espinosa-Solares i wsp., 1997*), nie stosuje się do mieszania cieczy wysokolepkich.

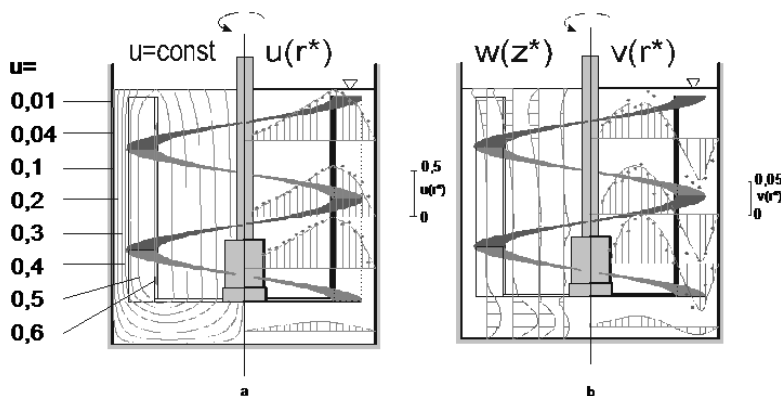
6.2.3.3. Rozwiązanie modelu 2D dla mieszadeł wstęgowych

Obszar zastosowań mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochylonych oraz mieszadeł wstęgowych jest zdecydowanie różny. Jednak sposób modelowania hydrodynamiki cieczy w mieszalniku jest właściwie identyczny. Oba typy mieszadeł posiadają elementy obrotowe nachylone pod pewnym kątem do płaszczyzny obrotów mieszadła. Dlatego przedstawiony w poprzednim punkcie model hydrodynamiczny dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych bardzo łatwo jest zaadaptować do przypadku mieszadeł wstęgowych, zmieniając jedynie granice obszaru mieszadła oraz uzależniając kąt nachylenia wstęgi mieszadła od jej średnicy i skoku.



Rys. 6.12. Wycinek wstęgi mieszadła

Element cieczy znajdujący się w obszarze mieszadła (rys. 6.12) będzie poddany tym samym siłom jak w poprzednim przypadku (rys. 6.7). Na rys. 6.12 zaznaczono jedynie symbolicznie naprężenia normalne σ oraz naprężenia styczne τ_r i τ_ϕ działające na dolną powierzchnię elementu o wymiarach $rd\phi \times dr \times dz$. Ze względu na zmianę proporcji d/D obu typów mieszadeł różne będą wartości stałych C_n i C_t , które w tym przypadku wyniosły odpowiednio 2000 oraz 330. Dla tak przyjętych stałych uzyskano dobre dopasowanie modelowych oraz doświadczalnych rozkładów prędkości obwodowych oraz osiowych przedstawionych na rys. 6.13.



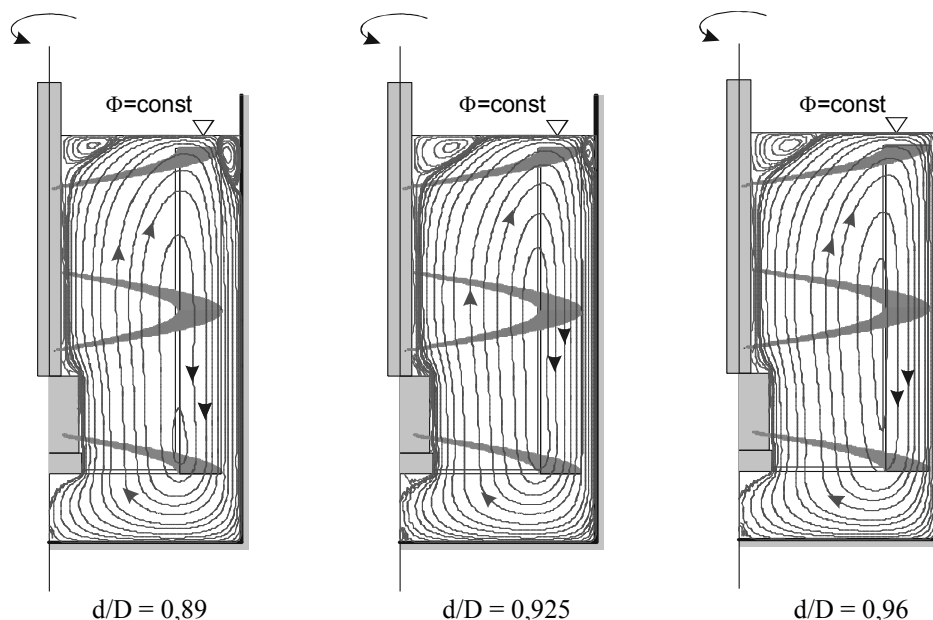
Rys. 6.13. Rozkład prędkości obwodowej i osiowej dla mieszadła wstęgowego dwuwojowego $d/D = 0,89$; $w/d = 0,1$; $Re = 6,64$ (Kunciewicz i wsp., 2001)

W mieszalniku dominowała wprawdzie prędkość obwodowa ($u_{\max} \cong 0,6$), ale cyrkulacja wtórna związana z prędkościami osiowymi przybierała w tym przypadku już znaczne wartości $v_{\max} \cong 0,06$ (Kuncewicz i wsp., 2001). Największe prędkości obwodowe występowały w obszarze wstęgi w pobliżu jej krawędzi wewnętrznej. Taki właśnie rozkład był wynikiem efektu hamującego ścianki mieszalnika. Zewnętrzna krawędź wstęgi obracająca się blisko ścianki nie była w stanie pokonać dużych naprężeń stycznych w obszarze ścianki i nadać cieczy odpowiednio dużej prędkości obwodowej. Warto zauważyć, że w przypadku mieszadeł wstęgowych średnio około 80% całej cieczy w mieszalniku wiruje z prędkością większą niż 0,1 prędkości końca wstęgi mieszadła. Jak wynika z rys. 6.10, w przypadku mieszadeł turbinowo-łopatkowych tylko około 25% cieczy w mieszalniku wirowało z podobną prędkością obwodową. Potwierdza to nieprzydatność mieszadeł o małych średnicach do mieszania cieczy o dużych lepkościach. We wszystkich przypadkach największą zgodność wyników doświadczalnych z wartościami teoretycznymi otrzymano dla prędkości obwodowych, gdzie średni błąd wynosił około 7%. Gorszą zgodność otrzymano dla prędkości osiowych. Średni błąd w tym przypadku wynosił 10÷20%. Istotną przyczyną różnic pomiędzy tymi błędami może być np. wielkość mierzonych wartości. Prędkości osiowe były o rząd wielkości mniejsze od prędkości obwodowych, co nie pozostaje bez wpływu na względny błąd pomiaru.

Prezentowane na rys. 6.13 wykresy przedstawiające rozkłady prędkości obwodowych i osiowych podlegały indywidualnemu skalowaniu. Oznacza to, że skale rysunków przedstawiających prędkości obwodowe i osiowe (lewa i prawa strona rysunku) nie są sobie równe. Ich skale dobierano indywidualnie, ze względu na czytelność rysunku. Na poszczególnych rysunkach można więc porównywać ze sobą np. prędkości osiowe na poszczególnych poziomach, lecz nie można ich bezpośrednio porównać z prędkościami obwodowymi. Tym samym długościom linii na prawej i lewej części rysunku odpowiadają różne bezwzględne wartości liczbowe.

Rys. 6.14 pokazuje sposób cyrkulacji cieczy w mieszalniku w płaszczyźnie r-z. Poszczególne linie przedstawiają teoretyczne wartości funkcji prądu $\Phi = \text{const}$ uzyskane na drodze rozwiązania modelowego. Jak wynika z rysunku, w mieszalniku formował się jeden, dwa lub trzy wiry cyrkulacji wtórnej w zależności od liczby Re oraz średnicy mieszadła. Obszar wiru głównego, który zajmował prawie całą przestrzeń mieszalnika pokrywał się z kierunkiem pompowania cieczy wywołanym przez wstęgę mieszadła (strzałki określają kierunek przepływu cieczy, który był określony przez pochylenie wstęgi oraz kierunek jej obrotów). Oprócz niego w górnej części mieszalnika powstawały dwa wiry mniejsze i silniejszy z nich usytuowany był w pobliżu wału mieszadła. Całkowite objętościowe natężenie przepływu cieczy w górnych, słabszych wirach było mniejsze około 100 razy niż w wirze głównym. Dla liczby $Re > 10$ wir występujący w obszarze pod

powierzchnią swobodną przy wale mieszadła stopniowo malał, aż do całkowitego zaniku po przekroczeniu wartości liczby Reynoldsa $Re \approx 15$. Zjawisko to występowało niezależnie od średnicy mieszadła.



Rys. 6.14. Formowanie się wirów cyrkulacji wtórnej w mieszalniku dla mieszadeł wstęgowych o różnych średnicach dla tej samej liczby Re (Kuncewicz i wsp., 2001)

Trzeci, najmniejszy z opisanych wirów, występujący w prześwicie pod powierzchnią swobodną powstawał zawsze niezależnie od liczby Re , ale tylko dla mieszadeł o średnicy $d/D < 0,94$. Z praktycznego punktu widzenia, występujący w prześwicie wir jest zupełnie nieistotny, gdyż objętościowe natężenie przepływu cieczy w tym wirze było dwa do trzech rzędów wielkości mniejsze od podobnej wartości wiru głównego, ale ze zjawiskowego punktu widzenia jest on elementem łączącym pracę mieszadła wstęgowego z pracą mieszadła turbinowo-łopatkowego. Zmniejszanie się średnicy mieszadła wstęgowego powoduje stopniowe powiększanie się tego wiru i przy przejściu do mieszadeł turbinowo-łopatkowych stanowi on górną pętlę cyrkulacyjną tego mieszadła (rys. 6.11).

Dysponując rozwiązaniem modelowym 2D pozwalającym określić rozkłady poszczególnych składowych prędkości w mieszalniku, w następnym kroku można uzyskać rozwiązanie modelu dotyczącego szybkości wymiany ciepła na ścianie mieszalnika. W tym celu do kompletu równań Naviera-Stokesa oraz równania ciągłości należy dodać równanie energii. Model oraz wyniki uzyskane

z rozwiązania takiego modelu dla mieszadła wstęgowego (*Niedzielska, 2003* oraz *Niedzielska i Kuncewicz, 2005*) są prezentowane w p. 3.4.5, natomiast wyniki dotyczące wymiany ciepła na ścianie mieszalnika dla mieszadła turbinowo-łopatkowego można znaleźć w pracy *Kuncewicza, 2002*.

Zmieniając warunki brzegowe oraz dodając wewnątrz mieszalnika element w postaci nieruchomego pierścienia imitującego dyfuzor, w następnej swojej pracy *Kuncewicz i wsp., 2005* uzyskali rozwiązanie modelu 2D dla mieszadła ślimakowego. Informację na ten temat można znaleźć w rozdziale 2.

Rozwijane modele 2D, przy końcu ubiegłego wieku, pomimo pewnych uproszczeń miały tę zaletę, że rozwiązanie ich mogło być uzyskane w rozsądnym czasie rzędu 15÷20 min na komputerach klasy PC. Wraz z rozwojem technik komputerowych i zwiększonych pojemnościach pamięci operacyjnych oraz coraz większych szybkościach obliczeń, realne stało się rozwiązywanie modeli 3D również na komputerach klasy PC, ale dużo szybszych niż przy końcu ubiegłego wieku.

6.2.4. Modele 3D oraz model hybrydowy 3D/2D

Pierwsze modele 3D zaczęły powstawać w latach 80. ubiegłego wieku. Ze względu na łatwość konstrukcji tego typu modeli dla mieszalników bez przegród na początku modele 3D dotyczyły jedynie takich właśnie mieszalników.

Kaminoyama i Kamiwano, 1991, stosując metodę z wirującym układem współrzędnych opisaną w ich wcześniejszej pracy (*Kaminoyama i wsp., 1988*), analizowali przepływ cieczy w mieszalniku wybierając jako domenę obliczeniową obszar pomiędzy dwiema obracającymi się sąsiednimi łopatkami mieszadła turbinowo-łopatkowego. Badali oni przepływy nieustalone stwierdzając, że po około 5 sekundach od uruchomienia mieszadła przepływ cieczy w mieszalniku można było uznać za przepływ ustalony. Stosując tę samą metodę w innej swojej pracy *Kaminoyama i wsp., 1990* badali podobieństwo przepływu dla cieczy nienewtonowskich dla różnych skal zbiorników. Obliczenia wykonano dla cieczy mieszanych mieszadłami turbinowo-łopatkowymi, turbinowo-dyskowymi oraz mieszadłami kotwicowymi w mieszalniku bez przegród. Ze względu na niskie szybkości obliczeń ówczesnych komputerów klasy PC stosowali oni siatki obliczeniowe o wymiarach zaledwie $20 \times 6 \times 40$ oraz $20 \times 9 \times 20$. W wyniku przeprowadzonych wielu symulacji numerycznych stwierdzili, że w ruchu laminarnym znormalizowane profile prędkości porównywane pomiędzy dwiema sąsiednimi łopatkami mieszadła były do siebie zbliżone, niezależnie od liczby Reynoldsa, niemniej różnice te wzrastały wraz ze wzrostem skali aparatów (średnica mieszalnika zmieniała się od 0,2 do 0,8 m). Największe różnice występowwały

w przypadku mieszadła kotwicowego i dla współczynnika powiększenia skali równego 4,0. Wtedy różnice znormalizowanych prędkości wynosiły nawet 30%.

Przy końcu lat 80. i na początku lat 90. ubiegłego wieku często stosowano metodę prowadzenia symulacji komputerowych z wykorzystaniem wirującego układu współrzędnych. *Hiraoka i wsp., 1988* użyli jej do badania pól prędkości dla mieszalnika bez przegród dla mieszadła turbinowo-łopatkowego o łopatkach prostych. Celem uproszczenia warunków brzegowych analizowali oni przepływ cieczy w mieszalniku zamkniętym, czyli przykrytym od góry pokrywą stykającą się ze zwierciadłem cieczy. Dzięki temu przepływy w dolnej i górnej części mieszalnika były przepływami symetrycznymi. Wyniki weryfikowali z wykorzystaniem dopplerowskiego systemu laserowego LDV. Po uzyskaniu rozkładów prędkości we wszystkich trzech kierunkach autorzy obliczyli następnie moc mieszania. Określone w ten sposób liczby mocy były zgodne z wynikami *Nagaty, 1975* oraz z własnym równaniem korelacyjnym (6.48) ustalonym na podstawie badań doświadczalnych, które było podane we wcześniejszej pracy *Hiraoki i wsp., 1981*

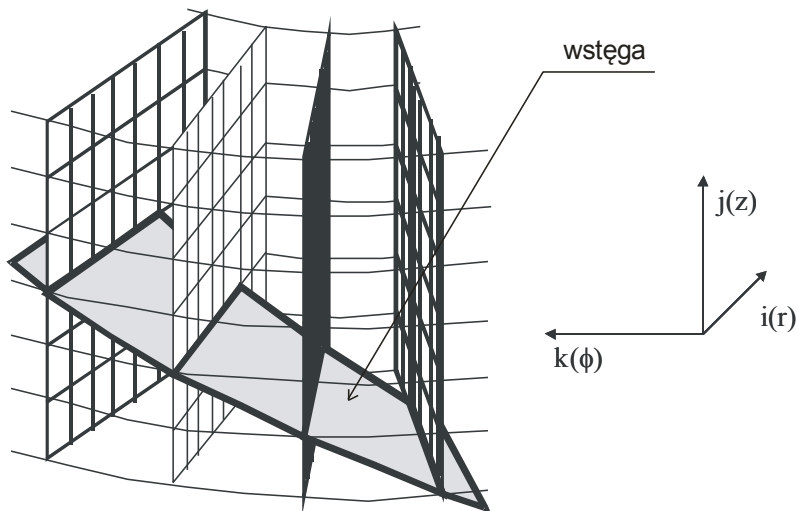
$$\frac{Lm \cdot Re}{(n_p / 2)^{1/3}} = 13 + 34 \left(\frac{1}{\eta_d} \right) \left(\frac{2b}{D} \right) \frac{(D/d)}{\left(\frac{D}{d} - \frac{d}{D} \right)} \quad (6.48)$$

gdzie wartość η_d była współczynnikiem korekcyjnym uwzględniającym wielkość mieszadła

$$\eta_d = 1 + \exp \left[-10 \left(\frac{D}{d} - 1 \right) \right] \quad (6.49)$$

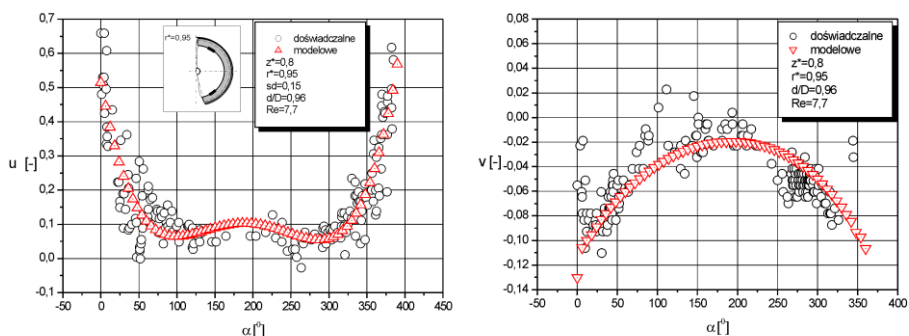
Moc określona na podstawie obliczeń modelowych była zawsze większa o około 8% od mocy obliczonej z równania (6.48).

Model hydrodynamiczny mieszalnika z mieszadłami wstęgowymi oraz ślimakowymi pracującymi w ruchu laminarnym zbudował i rozwiązał *Szulc, 2004*. Równania Naviera-Stokesa oraz równanie ciągłości były rozwiązywane metodą przedziału skończonego stosując siatkę strukturalną. Ograniczenie polegające na niemożności stosowania dowolnych pochyłeń wstęg mieszadła lub ślimaka (ślimak lub wstęga musiały pokrywać się z węzłami siatki, jak to pokazano na rys. 6.15) było jedynym ograniczeniem wynikającym z zastosowanej dyskretyzacji wnętrza mieszalnika.



Rys. 6.15. Konstrukcja siatki obliczeniowej dla mieszadła wstęgowego

W wyniku zastosowania w pracy własnych procedur obliczeniowych, uzyskano rozkłady wszystkich trzech składowych prędkości w mieszalniku i na tej podstawie określono moc mieszania, wielkość cyrkulacji wtórnej w mieszalniku oraz efektywność mieszania ze względu na czasy zmieszania.

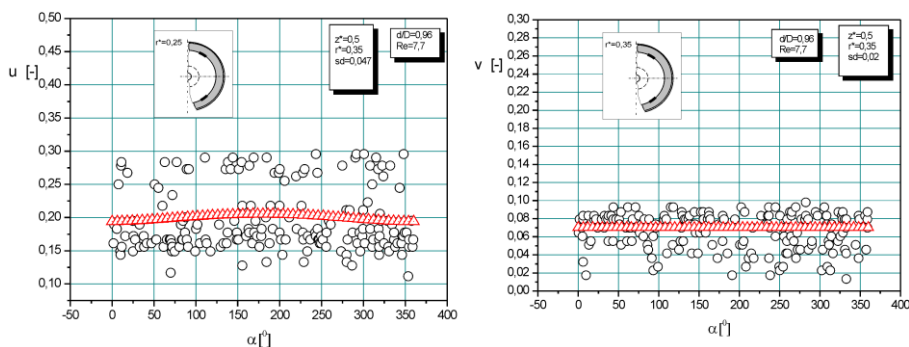


Rys. 6.16. Porównanie modelowego i doświadczalnego rozkładu prędkości w mieszalniku dla mieszadła wstęgowego $d/D = 0,96$ (Szulc, 2004)

Weryfikacja doświadczalna potwierdziła poprawność obliczeń. Jak wynika z rys. 6.16 wewnątrz obszaru mieszadła dla $r^* = 0,95$ istniała bardzo silna zależność prędkości obwodowych od kąta (rysunek lewy). Ze względu na dużą lepkość cieczy ($Re = 7,7$), w punkcie po przeciwległej stronie w stosunku do wstęgi mieszadła prędkość obwodowa wynosiła średnio około 8÷10% prędkości końca wstęgi mieszadła. Oznacza to, że intensywne zdzieranie warstewki cieczy ze ścianki mieszalnika występowało tylko na dość krótkim łuku wynoszącym około 40° przed i za wstęgą (rys. 6.16 – lewy). Tak duże zmiany prędkości

w kierunku obwodowym istniały tylko w pobliżu wstęgi mieszadła, gdyż wewnątrz mieszalnika dla $r^* = 0,35$, tak prędkość osiowa, jak i promieniowa były zupełnie niezależne od kąta (rys. 6.17).

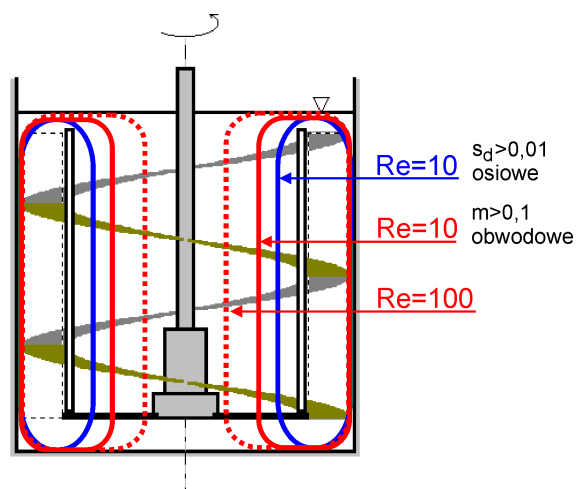
Należy również zauważyć, że bezwymiarowa prędkość osiowa v była kilkakrotnie mniejsza (rys. 6.16 – prawy) niż prędkość obwodowa pomimo, że mieszadło wstępowe należy do mieszadeł wytwarzających stosunkowo duże cyrkulacje wtórne w mieszalniku.



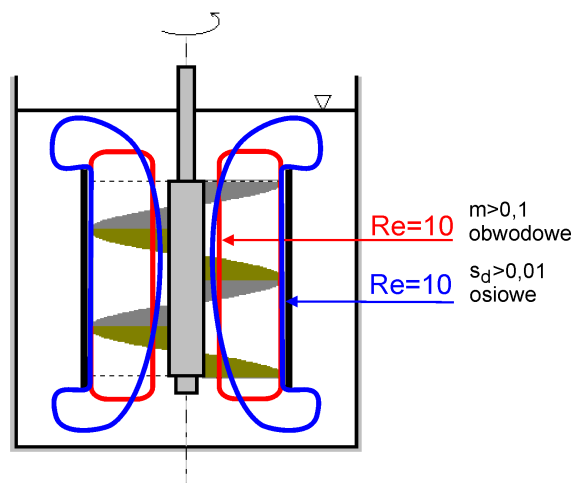
Rys. 6.17. Rozkład prędkości w pobliżu osi mieszalnika dla $r^* = 0,35$ (Szulc, 2004)

Wykonana w pracy Szulca, 2004 optymalizacja parametrów geometrycznych mieszadeł wstępowych i ślimakowych, gdzie kryterium optymalizacyjnym był czas zmieszania i energia mieszania $\tau_m \cdot P$, wykazała, że optymalnym mieszadłem wstępowym było mieszadło jednowstępowe o inwariancie średnic $d/D = 0,96$ oraz inwariancie skoku wstęgi $p/d \cong 1$. Z kolei w przypadku mieszadeł ślimakowych optymalne parametry ze względu na czas zmieszania spełniało mieszadło, którego średnica i skok ślimaka wynosiły $d/D \cong 0,5$ oraz $p/d \cong 1,25$.

Ciekawym pod względem sposobu budowania modelu był hybrydowy model hydrodynamiczny 3D/2D zaprezentowany przez Kuncewicza i Pietrzykowskiego, 2010a i 2010b. W konstrukcji modelu autorzy uwzględnili fakt, że w mieszalniku istotne rozkłady wszystkich składowych prędkości w kierunku obwodowym istnieją praktycznie tylko w obszarze mieszadła oraz w niedużej od niego odległości (Jakubowska, 2001). Świadczą o tym między innymi rys. 6.16 i rys. 6.17. Jeszcze bardziej jest to widoczne na rys. 6.18 i rys. 6.19, gdzie przedstawiono obliczone odchylenia standardowe s rozkładu bezwymiarowej składowej obwodowej i osiowej wzdłuż obwodu oraz parametr m będący stosunkiem odchylenia standardowego s do średniej wartości odpowiedniej składowej prędkości (Szulc, 2004). Jak widać z obu rysunków, niezależnie od typu mieszadła, rozkłady prędkości w kierunku obwodowym obserwowane były tylko w obszarze mieszadła i w pewnym jego otoczeniu.

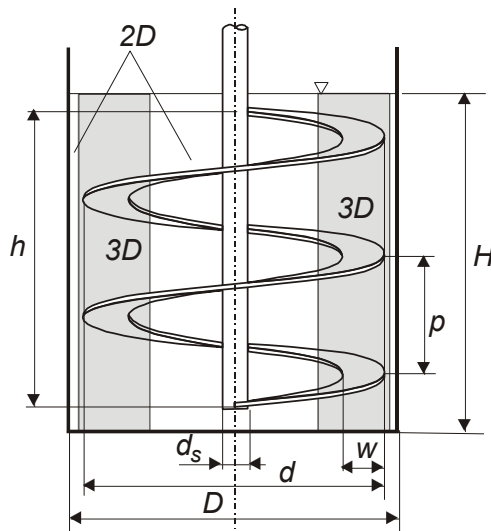


Rys. 6.18. Obszary występowania istotnych rozkładów prędkości ($m > 0,1$) w zależności od liczby Reynoldsa dla mieszadła wstęgowego



Rys. 6.19. Obszary występowania istotnych rozkładów prędkości ($m > 0,1$) dla mieszadła ślimakowego

W pracach *Kuncewicza i Pietrzykowskiego, 2010a; b*, biorąc powyższe pod uwagę, cały obszar mieszalnika podzielono na dwa podobszary. Pierwszy z nich obejmował obszar mieszadła i jego najbliższe otoczenie, gdzie rozwiązywany był model 3D oraz pozostała część mieszalnika, gdzie rozwiązywany był model 2D. W ostatnim przypadku zaniedbywano rozkłady wszystkich składowych prędkości oraz ciśnienia w kierunku obwodowym. Sposób podziału mieszalnika na dwa podobszary dla mieszadeł wstęgowych przedstawiono na rys. 6.20.



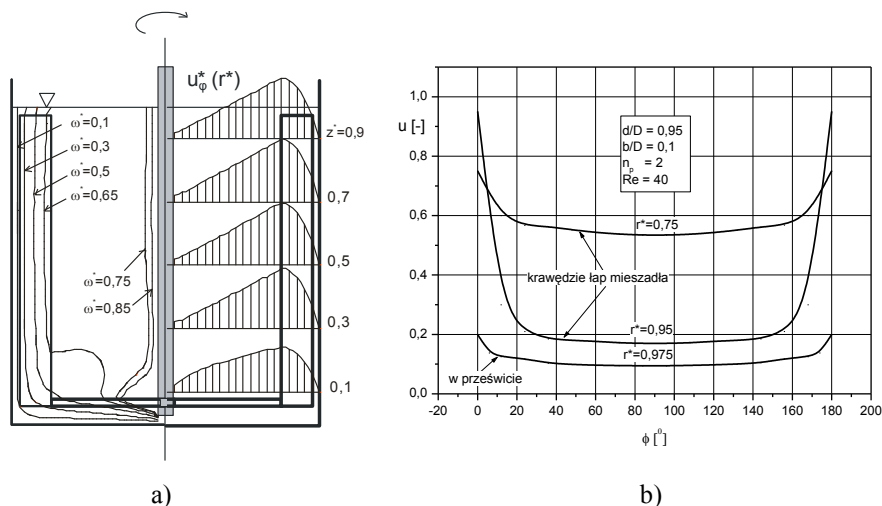
Rys. 6.20. Obszary 2D i 3D w modelu hybrydowym

Ze względu na wykonywanie obliczeń w przestrzeni 3D dla obszaru mieszadła, model był modelem bezparametrowym, a jego koszty obliczeniowe były znacząco niższe niż w przypadku rozwiązywania modelu 3D w całej przestrzeni mieszalnika. Jak wynika z tabeli 6.1 czas obliczeń modelu hybrydowego w porównaniu z czasem obliczeń modelu 3D dla obszaru całego mieszalnika na tym samym komputerze klasy PC był około dziesięciokrotnie krótszy.

Tabela 6.1. Porównanie czasów obliczeń modelu hybrydowego i pełnego modelu 3D (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010b)

Re	Model	Liczba iteracji	Średnie błędy względne równań N-S w kierunku [%]				Czas obliczeń [min:s]
			φ	r	z	równanie ciągłości	
24	2D/3D	9000	0,13	0,25	0,05	0,46	3:26
	3D	19 500	0,35	0,39	0,44	1,10	41:11
30	2D/3D	8000	0,12	0,16	0,06	0,57	3:02
	3D	13 100	0,72	1,04	0,99	1,34	27:39

Mimo tak dużych różnic w czasach obliczeń, różnice w wartościach liczbowych dotyczących rozkładów prędkości uzyskanych z rozwiązań końcowych obu wersji modelu były poniżej 4%. Potwierdza to poprawność koncepcji budowy modeli hybrydowych.



Rys. 6.21. Rozwiązanie modelu hybrydowego dla mieszadła kotwicowego, $d/D = 0,95$ (Kuncewicz i Pietrzykowski, 2010b)

Na rys. 6.21 przedstawiono rozwiązanie modelu hybrydowego dla mieszadła kotwicowego. W przestrzeni pomiędzy wałem a łapą mieszadła prędkość obwodowa rosła praktycznie liniowo z promieniem, co oznacza, że ciecz wewnątrz mieszalnika obracała się z jednakową częstością obrotową, czyli obracała się jak ciało stałe. Potwierdza to jedynie fakt, że mieszadła kotwicowe wytwarzają bardzo małą cyrkulację wtórną w mieszalniku, a tym samym czasy zmieszania dla tego typu mieszadeł są stosunkowo długie.

Prezentowane powyżej modele 3D dotyczyły mieszalników bez przegród, w których wirujący układ współrzędnych można było stosować do obszaru całego mieszalnika. W przypadku mieszalnika z przegrodami, przegrody są zamocowane na stałe do ścianki mieszalnika i w rzeczywistości brak jest pełnej symetrii przepływu, a ruch poszczególnych strug cieczy w obszarze przegród można rozpatrywać jako ruch wprowadzie cykliczny, ale jednocześnie nieustalony. Stanowiło to dość istotny problem do rozwiązania w dalszym rozwijaniu metod CFD, gdyż obracające się łopatki mieszadła mijające nieruchome przegrody nie pozwalały na bezpośrednie zastosowanie metody wirujących współrzędnych.

Rozwiązaniem okazało się podzielenie mieszalnika również na dwa podobszary. Pierwszym z nich był obszar wewnętrzny z wirującym układem współrzędnych zawierający obracające się mieszadło, a drugi zewnętrzny podobszar mieszalnika z przegrodami ze stacjonarnym układem współrzędnych. Wielkości obliczeniowe dla punktów znajdujących się na powierzchni styku obu obszarów były obliczane technikami modelowania dynamicznego (Rogers i wsp., 1987; Rogers i wsp., 1991; Rogers i Kwak, 1990). Stosując tę właśnie technikę, Harvey i wsp., 1995 wykonali szereg symulacji pól prędkości w mieszalniku z dnem płaskim i czterema

przegrodami, w którym umieszczone było mieszkadło turbinowo-łopatkowe z czterema łopatkami pochylonymi pod kątem 45° . Dla liczby Reynoldsa $Re = 21$ porównywali oni modelowe rozkłady prędkości wszystkich trzech składowych prędkości (uśrednione w kierunku obwodowym) z wartościami doświadczalnymi uzyskanymi metodami anemometrii laserowej LDA. Uzyskano bardzo dobre zgodności składowych osiowych i promieniowych, natomiast obliczone prędkości obwodowe były o około 25% większe od wartości doświadczalnych. Jak stwierdzają sami autorzy, lepsze rezultaty były uzyskiwane dla gęstszych siatek obliczeniowych i tylko dla najgęstszej z możliwych siatek $14 \times 27 \times 123$ uzyskano zadowalające zgodności. Koszty obliczeniowe były jednak dość duże. Na komputerze SGI R4000 Indigo czas obliczeń wyniósł ponad 110 godzin, a na minikomputerze Cray C90 około 4 godzin. W konkluzji autorzy stwierdzają jednak, że proponowana metoda pozwala projektantom uzyskać pole prędkości w mieszalniku dużo szybciej niż rozwiązując równania Naviera-Stokesa dla ruchu nieustalonego.

Od połowy lat 90. ubiegłego wieku większość prac dotyczących modelowania hydrodynamiki mieszalnika metodami CFD dla cieczy wysokolepkich bazuje na gotowych solwerach, będących podstawowym elementem różnego rodzaju pakietów zintegrowanych, takich jak: FIDE UP, FLUENT czy ANSYS, z ich różnymi modyfikacjami. W ten sposób w odpowiednim programie należy wygenerować siatkę w interesującej nas domenie obliczeniowej, a następnie zdecydować się na wybranie właściwego modelu hydrodynamicznego (w przypadku ruchu burzliwego właściwej hipotezy domykającej). Z zasady, każdy model hydrodynamiczny można uzupełniać o własne modyfikacje, uwzględniając np. dodatkowe siły, oddziaływania czy zmiany własności fizykochemicznych itp.

Mając do dyspozycji tak zaawansowane narzędzia badawcze, wielu autorów skoncentrowało swoje wysiłki na potwierdzeniu istniejących w literaturze przedmiotu wyników doświadczalnych lub na próbach opisu mieszania cieczy o złożonych właściwościach reologicznych (Harvey i Rogers, 1996; Tanguy i wsp., 1996; Ranade, 1997; Tanguy i wsp., 1998; Harvey i wsp., 2000; Tanguy i wsp., 2001; Zalc i wsp., 2001; Bujalski i wsp., 2002). Symulacje były prowadzone najczęściej metodą objętości skończonej lub elementu skończonego w połączeniu z metodą *moving meches* (Demirdzic i Peric, 1990) lub *sliding meches* (Perng i Murthy, 1992) z uwzględnieniem oddziaływania mieszkadła na otaczającą go ciecz oraz oddziaływanie ścianki mieszalnika na ciecz. Inny sposób na odwzorowania tych oddziaływań, nazywany metodą wirtualnego elementu skończonego (VFEM), wprowadzili Bertrand i wsp., 1997. Zaproponowana przez nich metoda była szczególnym przypadkiem metody urojonego obszaru (*fictitious domain method*) opracowanej przez Glowinskiego i wsp., 1994 i sprawdzała się dobrze w przypadkach przepływów w zamkniętych naczyniach, jakimi są np. mieszalniki. W dużym uproszczeniu metoda VFEM sprowadzała się do umieszczania na obracającej się

powierzchni wału oraz mieszadła punktów kontrolnych (CP), których zadaniem było odwzorowywanie oddziaływań kinematycznych pomiędzy mieszadłem a otoczeniem. Metoda miała szczególne zastosowanie przy modelowaniu nietypowych układów mieszających, takich jak: zagniatarki planetarne (*Tanguy i wsp., 1996; 2001*), mieszadła stożkowe (*Dubois i wsp., 1996*), wytłaczarki ślimakowe (*Bertrand i wsp., 2003*) czy mieszadła umieszczone niecentrycznie w mieszalniku (*Rivera i wsp., 2004*). Ostatnia z metod była rozwijana w pracach *Rivery i wsp., 2009*, gdzie można znaleźć rozwiązania pól prędkości dla niestandardowego układu mieszadeł Superblend i obliczone na tej podstawie moce mieszania oraz wydajności pompowania dla tego typu mieszadła. We wszystkich przypadkach uzyskano dobre zgodności wyników modelowych z eksperymentem. Jednak koszty obliczeniowe tej metody, jak wynika z informacji zamieszczonych w cytowanych pracach, są bardzo duże. Przykładowo w przypadku *Rivery i wsp., 2004* obliczenia musiały być wykonywane na stacji roboczej IBM RS/6000. Autorzy nie podali jednak czasu obliczeń poszczególnych serii.

6.3. Podsumowanie

Przewagę modelowania cyfrowego nad doświadczeniem stanowią: mały koszt, krótki czas uzyskania kompletu wyników oraz możliwość analizy zjawiska w mikroskali, gdyż pomiary doświadczalne najczęściej dotyczą wielkości globalnych. Dodatkowo, w przypadku uzyskania pełnego rozwiązania numerycznego dla trzech składowych prędkości w aparacie, określenie rozkładu dowolnej wielkości hydrodynamicznej w tym samym aparacie jest praktycznie natychmiastowe.

Oprócz walorów poznawczych wynikających z możliwości analizy wielkości lokalnych w mieszalniku modelowanie matematyczne posiada również walory czysto praktyczne. Wyniki modelowania mogą być zastosowane w rozwiązaniu następujących problemów:

- a) możliwość określenia rozkładu dodatkowych wielkości hydrodynamicznych wewnątrz mieszalnika, takich jak: rozkład naprężeń stycznych, szybkości ścinania, prędkości wypadkowych itp.,
- b) bezpośrednie obliczenie mocy mieszania oraz pośrednie obliczenie czasu zmieszania poprzez powiązanie tej wielkości z wartością cyrkulacji wtórnej w mieszalniku obliczonej na podstawie modelu (*Takahashi i wsp., 1982; Guerin i wsp., 1984; Delaplace i wsp., 2000*),
- c) określenie rozkładu temperatury oraz obliczenie lokalnych i średnich współczynników wnikania ciepła od ścianki mieszalnika do cieczy mieszanej przy płaszczowej wymianie ciepła w mieszalniku,
- d) optymalizacja parametrów geometrycznych mieszadeł na podstawie wartości współczynników wnikania ciepła, czasu zmieszania oraz mocy mieszania.

Należy nadmienić, że modelowanie cyfrowe w obecnej chwili stało się ogólnościowym trendem w badaniach zjawisk przepływu. Przykładowo na IX Europejskiej Konferencji nt. „Mieszanie” około 50% prac bezpośrednio lub pośrednio dotyczyło metod modelowania matematycznego. Podobny udział metod numerycznych w ogólnej liczbie prac był na XII Ogólnopolskim Seminarium „Mieszanie” w Międzyzdrojach w 2011 roku. W Europie powstała specjalna organizacja pod nazwą *European Community On Flow, Turbulence And Combustion* (ERCOFTAC), która jest organizatorem Grup Specjalnych Zainteresowań dla tych, którzy w swojej pracy wykorzystują metody CFD. W 2000 roku organizacja ta wydała broszurę „The ERCOFTAC Best Practice Guidelines for Industrial Computational Fluid Dynamics” zawierającą cały pakiet praktycznych wskazówek dla użytkowników kodów CFD.

Należy się spodziewać, że w niedługim czasie liczba prac eksperymentalnych, szczególnie dotyczących ruchu laminarnego w mieszalniku, będzie znacząco spadać. Ze względu na niską turbulencję w mieszalniku lub jej praktyczny brak, nie ma konieczności stosowania hipotez domykających. Z tego względu zgodność wyników modelowych z wynikami doświadczalnymi dla zakresu mieszania laminarnego jest coraz lepsza i praktycznie niedługo wyeliminuje całkowicie konieczność weryfikacji wyników modelowych.

Literatura

1. Anderson J.D., (1995), *Computational Fluid Dynamics. The basics with applications*, McGraw Hill, New York.
2. Bałdyga J., (1989), Turbulent mixer model with applications to homogeneous, instantaneous chemical reactions, *Chem. Eng. Sci.*, **44**, 1175-1182.
3. Bałdyga J., (2001), Zastosowanie obliczeniowej mechaniki płynów (CFD) w inżynierii chemicznej i procesowej, *Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Inż. Chem. Proc.* T22, Z3A, Wrocław.
4. Bałdyga J., Bourne J., (1999), *Turbulent Mixing and Chemical Reactions*, John Wiley & Sons, Chichester.
5. Batchelor G., (1970), *The theory of Homogenous Turbulence*, Cambridge Univ. Press, London, UK.
6. Bertrand F., Tanguy P., Thibault, F., (2003), Adaptative finite element simulations of fluid flow in twin-screw extruders, *Computers & Chemical Engineering*, **27**, 491.
7. Bertrand F., Tanguy P., Thibault, F., (1997), A three-dimensional fictitious domain method for incompressible fluid flow problems, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, **25**, 719.
8. Bertrand J., Couderc J., (1982), Agitation de fluides pseudoplastiques par un agitateur bipale, *Can. J. Chem. Eng.*, **60**, 738-747.

9. Bujalski J., Jaworski Z., Bujalski W., Nienow A., (2002), The influence of the addition position of a tracer on CFD simulated mixing times in a vessel agitated by a Rushton turbine, *Trans. Inst. Chem. Eng. Part A*, **80**, 824.
10. Costes J., Courdec J., (1988), Study by laser Doppler anemometry of the turbulent flow induced by a Rushton turbine in a stirred tank: influence of the size of the units. II-Special analysis and scales of turbulence, *Chem. Eng. Sci.*, **43**, (10), 2765-2772.
11. Cutter L., (1966), Flow and Turbulence in a Stirred Tank, *AIChEJ.*, **12**, 35-45.
12. Delaplace G., Leuliet J., Relandeau V., (2000), Circulation and mixing times for helical ribbon impellers. Review and experiments, *Experiments in fluids*, **28**, 170-182.
13. Demirdzic I., Peric M., (1990), Finite volume method for the prediction of fluid flow in arbitrary shaped domains with moving boundaries, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, **10**, 771.
14. Derksen J., Van Den Akker., (1999), Large eddy simulations on the flow driven by a Rushton turbine, *AIChEJ.*, **45**, 209.
15. Dubois C., Thibault F., Tanguy P., Aït-Kadi A., (1996), Characterization of viscous mixing in a twin intermeshing conical helical mixer, *Inst. Chem. Eng. Symposium Series*, **140**, 249.
16. Elsner J., (1987), *Turbulencja przepływów*, PWN, Warszawa.
17. Espinosa-Solares T., Brito-De La Fluente E., Tecante A., Tanguy P., (1997), Power consumption of dual turbine-helical ribbon impeller mixer in ungassed conditions, *Chem. Eng. J.*, **67**, 215-219.
18. Fox R., (2003), *Computational Models for Turbulent Reacting Flows*, Cambridge University Press, Cambridge.
19. Gatski T., Lumley J., (1996), *Simulation and modelling of turbulent flows*. Oxford University Press, New York.
20. Glowinski, R., Pan T., Periaux J., (1994), A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, **111**, 283.
21. Guerin P., Carreau P., Patterson W., Paris J., (1984), Characterization of helical impellers by circulation times, *The Can. J. Chem. Eng.*, **62**, 301-309.
22. Harvey A., Lee C., Rogers S., (1995), Steady-State Modelling and Experimental Measurements of a Baffled Impeller Stirred Tank, *AIChE Journal*, **41**, (10), 2177-2186.
23. Harvey A., Rogers S., (1996), Steady and unsteady computation of impeller-stirred reactors, *AIChEJ.*, **42**, 2701.
24. Harvey A., West D., Tuffillaro N., (2000), Evaluation of laminar mixing in stirred tanks using a discrete-time particle-mapping procedure, *Chem. Eng. Sci.*, **55**, 667.
25. Heinz S., (2003), *Statistical Mechanics of Turbulent Flows*, Springer-Verlag, Berlin.
26. Hiraoka G., Yamada A., Sato A., Sato K., (1981), *Bull. Nagoya Inst. Tech.*, **33**, 279.
27. Hiraoka S., Ito R., (1973), On the relation of power input and transport phenomena at the wall of agitated vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **6**, (5), 464-467.

28. Hiraoka S., Yamada I., Aragaki T., Nishiki H., Sata A., Takagi T., (1988), Numerical Analysis of Three-Dimensional Velocity Profile of Highly Viscous Newtonian fluid in an agitated paddle impeller, *J. Chem. Eng. Japan*, **21**, 79-86.
29. Hiraoka S., Yamada I., Mizoguchi K., (1978), Numerical analysis of flow behaviour of highly viscous fluid in agitated vessel, *J. Chem. Eng. Japan*, **11**, (6), 487-493.
30. Jakubowska S., (2001), *Rozkład prędkości w mieszalniku dla mieszadeł wstęgowych*, Praca dyplomowa wykonana w Katedrze Aparatury Procesowej Politechniki Łódzkiej, Łódź.
31. Jaworski Z., (1999), Metody CFD w modelowaniu procesów transportu w mieszalnikach. *Prace Wydziału Inżynierii Chemicznej i Procesowej Politechniki Warszawskiej*, XXV, z. 1-3, 23.
32. Jaworski Z., (2005), *Numeryczna mechanika płynów w inżynierii chemicznej i procesowej*, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Exit, Warszawa.
33. Kaminoyama M., Kamiwano M., (1991), Numerical Analysis on Power Consumption and Mixing Time of a Highly Viscous Pseudoplastic Liquid in Geometrically Similar Paddle Impeller Mixer, *Proceeding of 7th European Conference on Mixing*, Brugge, Belgium, p. 545.
34. Kaminoyama M., Saito F. and Kamiwano M., (1990), Flow analogy of pseudoplastic liquid in geometrically similar stirred vessels based on numerical analysis, *J. Chem. Eng. Japan*, **23**, (2), 214-221.
35. Kaminoyama M., Saito F., Kamiwano., (1988), *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **14**, 786.
36. Kaminoyama M., Watanabe M., Nishi K., Kamiwano M., (1999), Numerical simulation of local heat transfer coefficient in stirred vessel with impeller for highly viscous fluids, *J. Chem. Eng. Japan*, **32**, (1), 23-30.
37. Kołmogorow A., (1942), Equations of turbulent motion in an incompressible fluid, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Phys.*, VI, **1-2**, 56.
38. Kresta S., (1998), Turbulence in Stirred Tank: Anisotropic, Approximate and Applied, *Can. Journal of Chem. Eng.*, **76**, 563-576.
39. Kuncewicz C., (1992a), Three-dimensional model of laminar liquid flow for paddle impellers and flat-blade turbines, *Chem. Eng. Science*, **47**, 3959-3967.
40. Kuncewicz C., (1992b), Przepływ laminarny cieczy w mieszalniku. III Rozwiązanie analityczne, *Inż. Chem. Proc.*, **3**, 369-386.
41. Kuncewicz C., (1997), *Modelowanie przepływu cieczy w mieszalniku w ruchu laminarnym*, Praca habilitacyjna wykonana na Wydziale Inżynierii procesowej i Ochrony Środowiska Politechniki Łódzkiej, *Zeszyty Naukowe PŁ*, Nr 766, Łódź.
42. Kuncewicz C., (2002), Modelling of heat transfer for pitched-blade turbines operating in laminar range of mixing, *Chem. Eng. Sci.*, **57**, 4533-4538.
43. Kuncewicz C., Heim A. and Pietrzykowski M., (1997), A model of laminar liquid flow for flat bladed paddles, *Proceedings of 10th European Conference on Mixing*, 113-120, Paris.

44. Kuncewicz C., Heim A., (1999), Granice stosowalności modeli dwuwymiarowych w ruchu laminarnym, *Materiały Konferencyjne VIII Ogólnopolskiej Konferencji nt. Mieszanie*, 159-163, Warszawa-Jachranka.
45. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., (2001a), Hydrodynamic model of a mixing vessel with pitched-blade turbines, *Chem. Eng. Sci.*, **56**, 1-14.
46. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., (2001b), Rozkład prędkości cieczy w mieszalniku w ruchu laminarnym dla mieszadeł turbinowo-łopatkowych o łopatkach pochyłonych, *Inż. Chem. i Proc.*, **22**, 135-152 .
47. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., Szulc K., (2001), Modelowanie hydrodynamiki mieszalnika dla mieszadeł wstęgowych pracujących w ruchu laminarnym, *Inż. Chem. i Proc.*, **22**, 461-481.
48. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., (2010a), A 3D/2D hybrid model for flat blade impellers operating in the laminar flow, *Chem. Proc. Eng.*, **31**, 289-302.
49. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., (2010b), Verification of a 3D/2D hybrid model for laminar mixing range, *Chem. Proc. Eng.*, **31**, 303-315.
50. Kuncewicz C., Pietrzykowski M., Szulc K., (2001b), Modelowanie hydrodynamiki mieszalnika dla mieszadeł wstęgowych pracujących w ruchu laminarnym, *Inż. Chem. i Proc.*, **22**, 461-481.
51. Kuncewicz C., Szulc K., Budzyński P., (2001a), Modelowanie przepływu cieczy wysokolepkiej w mieszalniku dla mieszadeł ślimakowych, *Inż. Chem. i Proc.*, **22**, 3C, 837-842.
52. Kuncewicz C., Szulc K., Kurasiński T., (2005), Hydrodynamics of the tank with a screw impeller, *Chem. Eng. Proc.*, **44**, 766-774.
53. Lander B., Sandham N., (2002), *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*. Cambridge University Press, Cambridge.
54. Lauftlutte H., Mersman A., (1985), Dissipation of power in stirred vessel, *Proceedings of the 5th European Conference on Mixing, BHRA Fluid Engineering*, 331-340, Wurzburg, West Germany.
55. Lesieur M., (1997), *Turbulence in Fluids*, 3rd Edition, Kluwer, Dordrecht.
56. Nagata S., (1975), *Mixing, Principles and Applications*, Halsted Press, New York.
57. Niedzielska A., (2003), *Modelowanie wymiany ciepła dla mieszadła wstęgowego*, Praca doktorska wykonana w Katedrze Aparatury Procesowej Politechniki Łódzkiej, Łódź.
58. Niedzielska A., Kuncewicz C., (2005), Heat transfer and power consumption for ribbon impellers. Mixing efficiency, *Chem. Eng. Sci.*, **60**, 2439-2448.
59. Ohta M., Kuriyama M., Arai K., Saito S., (1985), A two-dimensional model for the secondary flow in an agitated vessel with anchor impeller, *J. Chem. Eng. Japan*, **18**, (1), 81-84.
60. Orszag S., Patterson G., (1972), *Numerical simulations in turbulence in Statistical Models and Turbulence*, ed. Rosenblatt M. and Van Atta, Springer-Verlag, Berlin.

61. Ottino J. M., (1989), *The kinematics of mixing: Stretching, chaos and transport*, Cambridge, Cambridge University Press.
62. Perng, C., Murthy J., (1992), *A moving mesh technique for the simulation of flow in mixing tanks*, FL, USA: Miami Beach.
63. Pope S.B., (2000), *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, Cambridge.
64. Ranade, V., (1997), An efficient computational model for simulating flow in stirred vessels: A case of Rushton turbine, *Chem. Eng. Sci.*, **52**, 4473.
65. Rehm H.J. and Reed G., (1985), *Biotechnol.*, **2**, 405 VCH, Weinheim, 402-432,
66. Reynolds W. C., (1990), *The potential and limitations of direct and large eddy simulations in Whither Turbulence at the Crossroads*, ed. Lumley J. L., Berlin, Springer-Verlag, 313.
67. Rivera C., Heniche M., Ascanio G., Tanguy P., (2004), A virtual finite element model for centred and eccentric mixer configurations, *Computers Chem. Eng.*, **28**, 2459-2468.
68. Rivera C., Heniche M., Katsuhide T., Tangu P., (2009), Finite element modeling of the laminar and transition flow of Superblend dual shaft coaxial mixer on parallel computers, *Chem. Eng. Sci.*, **64**, 4442-4456.
69. Rogers S., Kwak D., (1990), Upwind Differencing Scheme for the Time-Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations, *AIAA J.*, **28**, (Feb.).
70. Rogers S., Kwak D., Kaul U., (1987), On the Accuracy of the Pseudocompressibility Method in Solving the Incompressible Navier-Stokes Equations, *Appl. Math. Modelling*, **11**, (Feb.).
71. Rogers S., Kwak D., Kiris C., (1991), Steady and Unsteady Solutions of the Incompressible Navier-Stokes Equations, *AIAA J.*, **29**, (Apr.).
72. Smagorinski J., (1963), General circulation experiments with the primitive equations, *Mon. Weath. Rev.*, **91**, 99.
73. Spragg A., Maskell S., Patrick M., (1985), Mixing and flow in a spinning disk blender, *Proceedings of 5th European Conference on Mixing*, Wurzburg, 507-514.
74. Sreenivasan K., (1984), On the Scaling of the Turbulence Energy Dissipation Rate, *Phys. Fluids*, **27**, 1048-1051.
75. Szulc K., (2004), *Modelowanie przepływu w mieszalniku - zakres laminarny, mieszadła wstępowe i ślimakowe*, Praca doktorska wykonana na Wydziale Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska Politechniki Łódzkiej, Łódź.
76. Takahashi K., Arai K., Saito S., (1982), An extended power correlation for anchor and helical ribbon impellers, *J. Chem. Eng. Japan*, **15**, (1), 77-79.
77. Tanguy P.A., Bertrand F., Brito de la Fuente E., (1994), Mixing of viscoplastic fluids with anchor impellers, *Proceedings of 8th European Conference on Mixing*, Cambridge, 525-532.
78. Tanguy, P. A., Bertrand, F., Labrie, R., Brito-De La Fuente, E., (1996), Simulation of kneading mechanisms in a three blade planetary mixer, *Trans. Inst. Chem. Eng. Part A*, **74A**, 499.

79. Tanguy, P., Bertrand, F., Thibault, F., Fages, F., Lamotte, M., Giraud, E., et al., (1998), Mécanismes de malaxage dans malaxeur bipale à mouvement planétaire: Simulation numérique 3D et étude expérimentale par tracéage fluviométrique. *Récents progrès en génie des procédés*, **61**, 43, (cyt. wg Rivera i wsp., 2004).
80. Tanguy, P., Bertrand, F., Thibault, F., Galy-Jammou, P., (2001), *The encyclopedia of materials science and technology*. Amsterdam: Elsevier.
81. Thiele H., (1972), *Stromung und Leistungbedarf beim Rühren Newtonscher Flüssigkeiten mit Anker, Blatt-und Turbinenrühren in laminar Bereich*, Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin. [quoted after Rehm et. al. (1985)]
82. Troskalanński A., (1967), *Hydromechanika*, WNT, Warszawa.
83. Zalc, J., Alvarez, M., Muzzio, F., Arik, E., (2001), Extensive validation of computed laminar flow in a stirred tank with three Rushton turbines, *AIChEJ*, **47**, 2144.
84. Zhou G., Kresta S., (1996), Impact of Tank Geometry on the Maximum Turbulence Energy Dissipation Rate for Impellers, *AIChEJ*, **42**, 2477-2490.

SUMMARY

Based on years of industrial experience and laboratory tests, it was found that highly viscous liquids such as molten polymers, pastes, bitumen, varnishes, pulps, dyestuffs, resins, tar etc. are best mixed by close-clearance agitators, i.e. ribbon, horseshoe and screw impellers operating in a diffuser. Slightly less popular solutions in this case appeared to be frame, scrape and screw agitators operating without a diffuser. Among the above listed types of agitators ribbon and screw impellers deserve the most attention. While working, they produce high secondary circulation practically in the whole mixer irrespective of the viscosity of liquid being stirred. High radial and axial circulation causes also that just the last two types of impellers are most popular in practical applications. This monograph presents a discussion of the state of experimental investigations and theoretical studies on close-clearance impellers operating in laminar motion. A separate problem discussed in the book is modeling of mixer hydrodynamics and heat transfer for the impellers.

The monograph consists of segments. In the first two chapters the fundamental notions of primary and secondary circulation in the mixer, the function of current, current lines, circulation time, etc. used further in the book are defined. The main properties of liquid as a continuous species are discussed there. The three subsequent chapters present a discussion of helical ribbon, horseshoe and screw impellers. Every impeller type is considered from the point of view of the analysis of hydrodynamics of a mixer-impeller system, mixing time, heat transfer coefficients, mixing power and efficiency. Depending on the impeller type, the center of gravity of the presented analysis is shifted towards this region in which the given impeller type is most frequently applied. The book presents numerous tables containing dimensionless or semi-empirical equations proposed by various authors to calculate many basic values. The tables have been critically evaluated.

Opposite to turbulent flow, mixing of highly viscous liquids proceeds always in the laminar or deeply laminar regime which is often called the creeping flow. Very often, highly viscous liquids are not non-Newtonian liquids. Thus, there are problems associated with the necessity of taking into account the whole spectrum of non-Newtonian liquids and with the analysis of mixing efficiency with respect to energy consumption. High liquid viscosity causes that much energy is required to drive the impeller. This is directly proportional to the viscosity of liquid. Hence, for each type of the impeller methods to determine mean shear rates of liquid in the mixer and to calculate apparent viscosity of non-Newtonian liquid have been described. Because there are many types of non-Newtonian liquids, the book is focused only on shear-thinned and viscoelastic liquids.

The last chapter of the monograph is dedicated to modeling of the mixer hydrodynamics in laminar motion. This is a reference to modern and still more popular methods associated with the application of CFD techniques which help the designing process. In this chapter attention is focused on discussing various authors' models available in the literature rather than on the discussion of integrated packages accessible on the market. Discussion of the latter ones can easily be found in the scientific and commercial literature.

The presented monograph is intended for students of higher years of studies at the departments of chemical engineering, chemistry, mechanical engineering and related ones. The monograph should be particularly helpful for students preparing their diploma theses, providing them with appropriate literature on the subject and for PhD students in the above mentioned departments.

Besides being helpful for students, the book can also be useful for designers who cope in their professional work with the problems of mixing highly viscous liquids. At present, there are no universal methods to select properly the type and geometric parameters of an impeller according to the main goal of mixing, viscosity of the liquid being mixed and its rheological properties.

ISBN 978-7283-463-8

Cz. Kuncewicz - Mieszanie cieczy wysokolepkich. Podstawy procesowe * Nr 2004