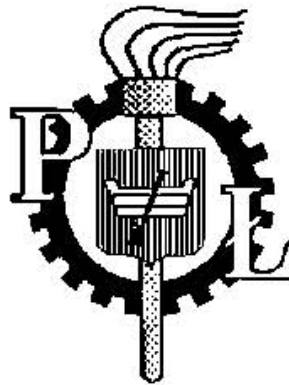


POLITECHNIKA ŁÓDZKA

Wydział Elektrotechniki i Elektroniki

Katedra Mikroelektroniki i Technik Informatycznych



Rozprawa doktorska

mgr inż. Mariusz Zubert

**Wielowymiarowe i wielodomenowe modelowanie i symulacja
zjawisk fizycznych w nowoczesnych strukturach
półprzewodnikowych**

Promotor:

Prof. dr hab. inż. Andrzej Napieralski

Łódź 1998

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

Wydział Elektrotechniki i Elektroniki

Katedra Mikroelektroniki i Technik Informatycznych

mgr inż. Mariusz Zubert

**Wielowymiarowe i wielodomenowe modelowanie i symulacja
zjawisk fizycznych w nowoczesnych strukturach
półprzewodnikowych**

Rozprawa doktorska

Promotor:

Prof. dr hab. inż. Andrzej Napieralski

Łódź, wrzesień 1998

Składam serdeczne podziękowania mojemu Promotorowi Prof. dr hab. inż. Andrzejowi Napieralskiemu za opiekę naukową, inspiracje i pomoc merytoryczną przy tworzeniu rozprawy.

Pragnę wyrazić szczere podziękowania i wdzięczność Wszystkim, którzy dodawali mi otuchy i zachęty oraz udzielili wiele cennych rad, a szczególnie Dr inż. Małgorzacie Napieralskiej za wysoce fachową pomoc, trafne uwagi i sugestie oraz poświęcony czas.

Dziękuję Rodzicom za pomoc oraz stworzenie możliwości i klimatu umożliwiających napisanie tej rozprawy.

Chciałbym aby niniejsza dysertacja była godnym odzwierciedleniem pomocy ze strony wyżej wymienionych osób, które pozostawiły w niej swoją część.

Łódź, 1998r.

Mariusz Zubert

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	v
1 Wstęp	1
2 Rozwiązywanie układu równań różniczkowych cząstkowych	7
2.1 Uwagi wstępne	11
2.2 Metoda różnic skończonych dla nieregularnych siatek węzłów	12
2.2.1 Dyskretyzacja liniowych operatorów różniczkowych cząstkowych	12
2.2.2 Algorytmy wyboru gwiazd	24
2.2.3 Warunki graniczne, ekstrapolacja lub interpolacja warunków brzegowych, punkty wirtualne	28
2.3 Język opisu modeli oraz zagadnień PDAE i jego implementacja	35
2.3.1 Zarys języka	35
2.3.2 Realizacja komputerowa algorytmu	50
3 Przykłady zastosowania programu RESCUER oraz symulacji wielodomeno- wych	69
3.1 Jednowymiarowe równanie przewodnictwa pola bezźródłowego	69
3.2 Dwuwymiarowe niestacjonarne równanie przewodnictwa pola bezźródłowego . . .	78
3.3 Równanie Poissona	83
3.4 Drgania poprzeczne membrany	84
3.5 Wybrane aspekty modelowania mikropompy termopneumatycznej	91
3.6 Wybrane aspekty modelowania półprzewodnikowego mikrozwierciadła obrotowego	101
4 Zakończenie	107
Załączniki	113

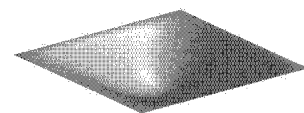
A	Przykłady dyskretyzacji operatorów różniczkowych metodą różnic skończonych dla nieregularnych siatek węzłów	113
A.1	Krótki opis występujących dalej oznaczeń	113
A.2	Dyskretyzacja operatora 2st. w przestrzeni jednowymiarowej	115
A.3	Dyskretyzacja operatora 4st. w przestrzeni jednowymiarowej	115
A.4	Dyskretyzacja operatora 2st. w przestrzeni dwuwymiarowej	116
A.5	Dyskretyzacja operatora 4st. w przestrzeni dwuwymiarowej	117
A.6	Dyskretyzacja operatora 2st. w przestrzeni trójwymiarowej	120
A.7	Dyskretyzacja operatora 2st. w przestrzeni czterowymiarowej	122
B	Specyfikacja języka opisu	125
B.1	Specyfikacja języka w notacji EBNF	125
B.2	Dostępne operatory i funkcje	128
B.3	Wykaz zaimplementowanych opcji kompilatora	130
C	Przykłady	133
C.1	Jednowymiarowe równanie przewodnictwa pola bezźródłowego	133
C.1.1	Postać obwodowa dla symulatora PSPICE	133
C.1.2	Model dla programu Mathematica	136
C.1.3	Przykładowa analiza jednowymiarowego zagadnienia przewodnictwa pola bezźródłowego	139
C.2	Dwuwymiarowe niestacjonarne równanie przewodnictwa pola bezźródłowego	143
C.2.1	Rozkład błędów dwuwymiarowe niestacjonarne równanie przewodnictwa pola bezźródłowego	143
C.2.2	Przykładowa analiza dwuwymiarowego niestacjonarnego równania przewodnictwa pola bezźródłowego	146
C.3	Równanie Poissona - rozwiązanie analityczne zagadnienia Dirichleta	149
	Bibliografia	151

Wykaz ważniejszych oznaczeń

m, p	rzęd apoksymacji operatora
n	ilość punktów sąsiedztwa uwzględnianych podczas generacji gwiazd (apoksymacji operatorów różniczkowych)
MC, MA	macierze
$\widehat{MA}, \widehat{MC}, \widehat{Du}$	wartość MA, MC, Du wyznaczona na podstawie $\widehat{h}_i, \widehat{k}_i$ i $\widehat{l}_i$ (str. 19)
P	punkt
$P(x, y, z)$	punkt P o współrzędnych (x, y, z)
$P_0, P_0(x_0, y_0, z_0)$	punkt centralny gwiazdy o współrzędnych (x_0, y_0, z_0)
$P_i, P_i(x_0 + h_i, y_0 + k_i, z_0 + l_i)$	punkt należący do sąsiedztwa punktu centralnego ($i = 1, \dots, n$)
$\vec{P}_i$	wektor określający położenie punktu P_i
$\bar{\rho}$	średnia arytmetyczna ρ_i dla $i = 1, \dots, n$
N_i, Ni, Ni	zmienna reprezentująca wartość pola skalarne w pewnym ustalonym punkcie
u_i	wartość $u(P_i)$
$[i]$	węzeł obwodu elektrycznego o numerze (nazwie) i
Ω	obszar
$\partial\Omega$	brzeg obszaru Ω
φ	pole skalarne określone w całym lub w części obszaru Ω
$\vec{A}$	pole wektorowe określone w całym lub w części obszaru Ω
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	wersory kartezjańskiego układu współrzędnych
∇	operator Hamiltona (tzw. nabra)
Δ	operator różniczkowy Laplace'a (tzw. laplasjan)
$P \in U(P_0, \delta)$	punkt P należy do otoczenia punktu P_0 o promieniu δ , tzn. $\ P - P_0\ < \delta$, gdzie $\delta > 0$
$P \in S(P_0, \delta)$	punkt P należy do sąsiedztwa punktu P_0 o promieniu δ , tzn. $0 < \ P - P_0\ < \delta$, gdzie $\delta > 0$
$o(x)$	nieskończenie mała
$O(x)$	nieskończenie duża
$C^n(\Omega)$	obszar, w którym funkcja jest n -krotnie różniczkowalna w sposób ciągły
A^T	transpozycja macierzy

$\ \vec{\mathbf{P}}_i\ $	pewna norma wektora $\vec{\mathbf{P}}_i$
$\ \vec{\mathbf{P}}_i\ _2$	norma euklidesowa wektora $\vec{\mathbf{P}}_i$
$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} _P$	pochodna pola φ w kierunku normalnym do powierzchni $\partial\Omega$ w punkcie $P \in \partial\Omega$
$1(t)$	funkcja Heaviside’a (tzw. funkcja skoku jednostkowego)
$\langle a, b \rangle$	przedział domknięty
$\Omega_1 \times \Omega_2$	iloczyn kartezjański zbiorów
$T_{\text{anal}}(x, t)$	dokładne rozwiązanie analityczne
$\tilde{T}_{\text{anal}}(x, t)$	przybliżenie rozwiązania analitycznego powstałe w wyniku uwzględnienia skończonej ilości wyrazów szeregu $T_{\text{anal}}(x, t)$
$(0, 0)$	punkt o współrzędnych $(0, 0)$
$\varphi_1 : \varphi_1 = \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2}$	dwukropek oznacza ewaluowanie z równania wartości φ_1
$\mathbf{M}\mathbf{A}^{-1}$	macierz odwrotna
$\mathbf{M}\mathbf{A}^\#$	macierz odwrotna lub pseudoodwrotna
$\{1, 2, 3, 4, 5\}$	macierz diagonalna
$3 + 4 + a + a \Rightarrow 7 + 2 \cdot a$	Zapis oznacza podjęcie próby przekształcenia wyrażenia znajdującego się po lewej stronie symbolu $\Rightarrow$, do wyrażenia znajdującego po jego prawej stronie (zob. str. 51).

Zobacz również tabele B.1 (str. 128) oraz B.4 (str. 129).



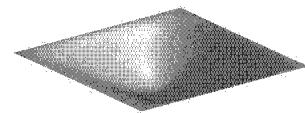
Rozdział 1

Wstęp

Poruszona w niniejszej pracy tematyka dotycząca wielowymiarowego i wielodomenowego (wielozjawiskowego) modelowania i symulacji zjawisk fizycznych w nowoczesnych strukturach półprzewodnikowych jest bezpośrednim odzwierciedleniem obserwowanej w ostatnich latach intensyfikacji badań prowadzonych przez czołowe ośrodki naukowo-badawcze na całym świecie nad mikrosystemami tj. nowoczesnymi strukturami półprzewodnikowymi zawierającymi oprócz elektronicznych jednostek sterujących miniaturowe czujniki, elementy wykonawcze oraz urządzenia transmitujące i przetwarzające. Działanie mikrosystemów oparte jest na elektrycznych i nieelektrycznych zjawiskach fizycznych takich jak np.: zjawiska mechaniczne, cieplne, chemiczne, optyczne lub też hydrauliczne oraz występujących pomiędzy nimi sprzężeniach i interakcjach. Prowadzone prace wciąż owocują powstawaniem nowych urządzeń zawierających miniaturowe zespoły wykonawcze takie jak np. mikropompy, mikrosilniki oraz mikroczujniki: gazów, stężenia jonów, temperatury, wilgotności powietrza czy też naprężeń¹. Prowadzone i finansowane aktualnie przez Unię Europejską oraz Stany Zjednoczone programy badawcze mogą już w niedalekiej przyszłości pozwolić na rozpowszechnienie w życiu codziennym urządzeń zawierających superszybkie miniaturowe złącza optyczne zbudowane w oparciu o VCSELs² lub np. implanty zajmujące się właściwą dystrybucją leków, precyzyjnie korygujące wadliwy metabolizm i utrzymujące równowagę biologiczną organizmu; zintegrowanych w formie mikrostruktur krzemowych. Potrzeba analizy i projektowania nowoczesnych mikrosystemów krzemowych w wymienionych obszarach zastosowań spowodowała konieczność powstania nowych narzędzi symulacyjnych, czego przykładem mogą być ukazujące się już od 1997 roku publikacje dotyczące prób stworzenia tego typu narzędzi [42].

¹Patrz [A-1÷A-45].

²VCSELs - Vertical Cavity Surface Emitting Lasers (*lasery z emisją w kierunku pionowym* [123])



Innym przykładem wzrostu zainteresowania projektantów modelowaniem wielodomenowym we współczesnej mikroelektronice są układy scalone, w których duże upakowanie elementów oraz stosowanie nowoczesnych elementów mocy powoduje wzrost gęstości wydzielanej mocy cieplnej i tym samym konieczność uwzględnienia ciągłych zmian warunków pracy poszczególnych elementów elektronicznych oraz występujących między nimi sprzężeń elektro-termicznych. Efekty takie mają szczególne znaczenie w przypadku układów Smart Power³ zawierających w tej samej strukturze zarówno elementy wykonawcze jak i część sterującą. W celu efektywnego modelowania i symulacji tego typu układów wszystkie klasyczne modele takich elementów jak: rezystor, dioda, tranzystor bipolarny, tranzystor MOS i np. VDMOS⁴ uzupełnia się o dodatkową „końcówkę termiczną” pozwalającą na połączenie skupionego obwodu elektronicznego z modelem zastępczym obwodu termicznego o parametrach rozłożonych. Otrzymane w procesie projektowania zastępcze modele elektro-termiczne mogą być również przydatne w przypadku tworzenia elektronicznych podsystemów, pozwalających na monitorowanie rozkładu wydzielanej w układzie scalonym (lub jego newralgicznych miejscach) mocy oraz temperatury na podstawie danych zebranych przez rozmieszczone w jego odpowiednich punktach czujniki.

Rozważając szczegółowo metodologię projektowania wyżej wymienionych struktur można w niej wyodrębnić następujące zadania:

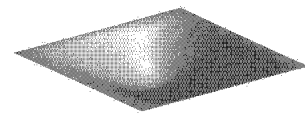
- wykonywanie wstępnych symulacji poszczególnych zjawisk przy początkowym założeniu braku wzajemnych sprzężeń i interakcji pomiędzy nimi,
- stworzenie dokładnego modelu uwzględniającego zjawiska dominujące w prototypie, ich wzajemne sprzężenia oraz interakcje ze środowiskiem, w jakim może pracować opracowywany wyrób,
- stworzenie (do dalszych badań lub dla użytkownika końcowego) tzw. modeli kompaktowych lub behawioralnych uwzględniających tylko najistotniejsze: zjawiska, sprzężenia i interakcje,
- optymalizację parametrów projektowanego elementu.

Zadanie pierwsze może być wykonane przy użyciu powszechnie dostępnych komercyjnych symulatorów firm ANSYS, CFDRC, MathWorks oraz np. pakietu DIFFPAC⁵. W przypadku po-

³Smart Power - *inteligentny układ mocy*

⁴VDMOS - Vertical Double diffusion Metal-Oxide-Semiconductor (*tranzystor MOS mający strukturę pionową, wykonany w technologii podwójnej dyfuzji* [91]).

⁵Opracowana na Uniwersytecie w Oslo biblioteka napisana w języku C++ pozwalająca rozwiązywać zagadnienia różniczkowe [70, 71].



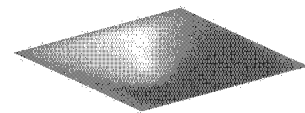
zostałych zadań, pełna symulacja uwzględniająca wszystkie dominujące zjawiska oraz elementy elektroniczne (np. diody, tranzystory, wzmacniacze operacyjne lub złożone układy cyfrowe) może wymagać napisania w języku C/C++ lub FORTRAN⁶ własnego symulatora oraz modeli pewnych elementów albo stworzenia własnego *synchronizera* łączącego kilka symulatorów. Zastosowana w pracy koncepcja generacji pewnej klasy modeli dla zagadnień opisanych układem równań różniczkowych cząstkowych do języków: HDL-A⁷, Mathematica, typu SPICE⁸ i w przyszłości innych dowolnych języków programowania wydaje się być znacznie bardziej atrakcyjnym podejściem niż stosowanie komercyjnych specjalizowanych pakietów przeznaczonych z założenia do rozwiązywania ograniczonej klasy problemów. Zastosowana w pracy modyfikacja metody różnic skończonych jest narzędziem pozwalającym autorowi tej pracy przekształcać układ równań różniczkowych cząstkowych do układu równań algebraiczno-różniczkowych. Polega ona na uwzględnieniu większej ilości składników szeregu Taylora oraz zastosowaniu przekształceń arytmetycznych pozwalających na ich dokładniejsze wyznaczenie. W literaturze można znaleźć pewne próby modyfikacji metody różnic skończonych dla przestrzeni dwuwymiarowej, z których moim zdaniem najważniejsze są pierwsze prace Jensen'a oraz Davies'a [33, 51] dotyczące uwzględnienia podczas aproksymacji operatorów większej ilości składników szeregu Taylora, oraz próby wyznaczania operatorów wyższego stopnia w przestrzeni dwuwymiarowej [122]. Duży wkład do rozwoju metod bezsiatkowych wniosła szkoła polska. Znane są cytowane w dalszej części pracy publikacje Tribiño, Liszki, Orkisa oraz propozycja uwzględnienia podczas aproksymacji operatorów różniczkowych większej ilości punktów otoczenia (ramion gwiazdy) od ilości poszukiwanych pochodnych [76]. Podjęta w niniejszej pracy tematyka została zainspirowana wykładem zaproszonym prof. J. Orkisa [98]. Jednak moim zdaniem, żadna z wcześniejszych prób nie rozwiązała tego problemu w sposób zaprezentowany w niniejszej pracy, w której starano się przedstawić ogólne podejście do *wyznaczania operatorów różniczkowych od pierwszego do czwartego rzędu w przestrzeni 1-, 2-, 3- i 4- wymiarowych (pokazując możliwość jej zastosowania dla przestrzeni n-wymiarowych) z zastosowaniem minimalizacji funkcji i skalowania układu równań*. Zastosowanie gwiazd wieloramiennych pozwoliło w przebadanych przykładach na zmniejszenie promienia spektralnego "macierzy procesu" $\mathbf{A}_j$ (zob. dodatek C.1.3 na

⁶FORTRAN - FORMuła TRANslator (tłumacz wyrażeń)

⁷HDL-A - Analogue Hardware Description Language (język opisu sprzętu). Opracowany przez firmę ANACAD język prototypowy dla języka VHDL-AMS (Analog and Mixed Signal extension for VHDL, zobacz <http://www.vhdl.org>), pozwalający na tworzenie modeli analogowo-cyfrowych oraz na symulacje mieszane.

⁸SPICE - Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis (program przeznaczony do symulacji elektrycznych układów scalonych).

⁸W przyszłości planuje się również generację modeli dla języka VHDL-AMS. Według zapowiedzi firm MAST oraz ANACAD pierwsze wersje symulatorów języka VHDL-AMS mają się pojawić za około 9 miesięcy.

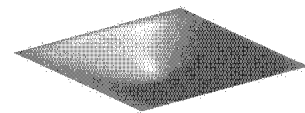


str. 139 oraz zob. dodatek C.2.2 na str. 146) i tym samym *polepszenie własności numerycznych zagadnienia przybliżonego powstałego w wyniku aproksymacji zagadnień Cauchy’ego*. Przyjęcie lokalnego sformułowania metody różnic skończonych pozwoliło na *wyeliminowanie problemu dyskretyzacji obszaru dla przestrzeni dwu-, trój- i wielowymiarowych, w którym aproksymujemy zagadnienie wejściowe*. W wyniku *odmiennego potraktowania warunków brzegowych* uzyskano *możliwość modelowania praktycznie dowolnych algebraiczno-różniczkowych zagadnień brzegowych*. W pracy zastosowano także zaproponowane przez autora algorytmy uproszczenia równań algebraicznych oraz tłumaczenia układów równań różniczkowych zwyczajnych do języków opisu sprzętu oraz postaci obwodowej. *Spotykane dotychczas w literaturze klasyczne metody tłumaczenia układów równań różniczkowych cząstkowych do postaci obwodowej [54, 55] są mniej efektywne i wymagają większych zasobów sprzętowych (pamięć, szybkość obliczeń)*. Podsumowując, najłatwiej usytuować zaprezentowaną metodę tłumaczenia wejściowych zagadnień brzegowych oraz Cauchy’ego podobnie do zaproponowanej przez Geara metody rozwiązywania sztywnych (typu *stiff*) układów równań różniczkowych zwyczajnych, która jest obecnie pierwszą znaną i jedyną uniwersalną metodą rozwiązywania układów ODE typu stiff.

Reasumując, zasadniczym przedmiotem niniejszej pracy są układy równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu w przestrzeni jedno-, dwu- i trójwymiarowej opisujące modelowe zagadnienia występujące w nowoczesnych strukturach półprzewodnikowych. Należy jednak nadmienić, że zaprezentowane w pracy podejście oraz zamieszczone w załączniku A (str. 113) wprowadzenia pozwalają na dalsze naturalne uogólnienie opracowanego w ramach doktoratu narzędzia dla przestrzeni n -wymiarowych (tj. dla $n > 4$). Wprowadzone ograniczenie rzędu układu równań różniczkowych nie stanowi istotnego ograniczenia ze względu na możliwość sprowadzenia praktycznie dowolnych układów do układu równań różniczkowych niższego rzędu; przykład taki zastał zamieszczony w rozdziale trzecim na str. 84. Celem dysertacji jest stworzenie uniwersalnego języka pozwalającego na modelowanie zagadnień opisanych układami równań PDE⁹ a nawet PDAE¹⁰ *z zachowaniem wysokiego poziomu abstrakcji* w taki sposób, który pozwoliłby na strukturalny opis zapewniający właściwe uporządkowanie i zrozumienie kodowanego problemu i jednocześnie nie ograniczałby *efektywności oraz elastyczności otrzymanego narzędzia* oraz stworzenie na podstawie opracowanego języka uniwersalnego systemu translacji pewnej klasy układu równań różniczkowych do języka opisu układów elektronicznych i innych języków obliczeń naukowych ze szczególnym uwzględnieniem zjawisk występujących w strukturach półprzewodnikowych. W uproszczeniu można powiedzieć, że praca zawiera nowe podejście do

⁹PDE - Partial Differential Equations (*równania różniczkowe cząstkowe*).

¹⁰PDAE - Partial Differential Algebraic Equations (*równania algebraiczno-różniczkowe cząstkowe*)



procesu modelowania i symulacji, które ma pozwolić wprawnemu projektantowi na szybsze oraz łatwiejsze zakodowanie modelowego problemu opisanego układem równań różniczkowych nie uwalniając go jednak od analizy matematycznej rozważanego zagadnienia (w tym analizy czy jest ono poprawnie postawione), która również powinna być wykonana podczas stosowania innego typu narzędzi. Dzięki zastosowaniu wyższego stopnia aproksymacji operatorów różniczkowych, symbolicznego upraszczania oraz generowania zredukowanych modeli do wybranych środowisk symulacyjnych starano się osiągnąć możliwość generowania zredukowanych modeli przy zachowaniu wysokiej *jakości rozwiązania*, przez którą rozumie się w tym miejscu dokładność rozwiązania rozważanego zagadnienia mierzoną w zależności od narzuconych przez użytkownika wymagań: jako błąd bezwzględny wyznaczenia wartości funkcji w zadanych punktach węzłowych (dla odpowiednich chwil) albo jako zaburzenie widma spektralnego macierzy otrzymanego układu równań ODE¹¹ (lub DAE¹²) przy jednoczesnym zachowaniu w obu przypadkach możliwie jak najmniejszej wielkości układu równań aproksymujących rozważane zagadnienie.

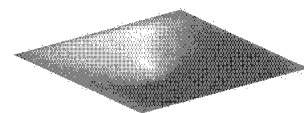
Realizację przedstawionych celów oraz koncepcji stanowi opracowanie przedstawionego w niniejszej pracy programu o roboczej nazwie RESCUER, który pozwala na opis nie tylko przedstawionych powyżej problemów ale również na modelowanie i symulację procesów o parametrach rozłożonych występujących w innych dziedzinach gospodarki, nauki i techniki np. do:

- obliczeń aktualnego oraz maksymalnego obciążenia energetycznych linii wysokiego napięcia (prace prowadzone wspólnie z Ontario Hydro w ramach grantu NATO No. 960050 "Advanced Computer Tools for Thermal Analysis of Power Cables", zobacz również [11, 12]),
- opisu dynamiki pola neutronowego w reaktorze jądrowym [127],
- opisu przebiegu poszczególnych etapów wytwarzania układów scalonych [9, 20, 118],
- opisu procesu wytopu surówki w przemyśle metalurgicznym,
- opisu termo-kinetycznego reakcji w przemyśle chemicznym,
- opisu procesu przemieszczania się zanieczyszczeń w cieczach (ochrona środowiska) itp.

Autor tej pracy ma nadzieję, że stworzona i zamieszczona w pracy koncepcja wniesie podwaliny do konstrukcji nowego typu narzędzi wspomagających projektanta nowoczesnych struktur półprzewodnikowych, dzięki zaś *stworzeniu silnego języka opisu modelowanych zagadnień*, który

¹¹ODE - Ordinary Differential Equations (*równania różniczkowe zwyczajne*)

¹²DAE - Differential Algebraic Equations (*równania algebraiczno-różniczkowe*)



cechowałyby elastyczność i łatwość użycia zbliży się do słów angielskiego filozofa i matematyka Alfreda North Whiteheada żyjącego na przełomie dziewiętnastego i dwudziestego wieku [125]:

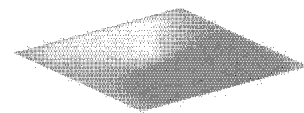
„Dobra notacja uwalnia umysł od niepotrzebnej pracy, pozwala skoncentrować się na bardziej złożonych problemach i w rezultacie zwiększa możliwości intelektualne. Przed wprowadzeniem notacji arabskiej w arytmetyce trudne było mnożenie liczb, a dzielenie liczb całkowitych wymagało specjalnych studiów matematycznych. Prawdopodobnie greckich matematyków najbardziej zdziwiłoby stwierdzenie, że we współczesnym świecie ... większość populacji zachodniej Europy umie dzielić dowolnie duże liczby ... i uznali by ten fakt za niemożliwy. Łatwość wykonywania obliczeń na ułamkach dziesiętnych jest wprost cudownym wynikiem stopniowego dochodzenia do perfekcyjnej notacji.”

W dalszej części pracy przedstawiono krótko najczęściej stosowane metody numerycznego rozwiązywania układów równań różniczkowych z odniesieniami do literatury oraz przybliżono podstawy teoretyczne i właściwości zastosowanych przez autora tej pracy metod rozwiązywania zagadnień różniczkowych. Kolejne rozdziały prezentują w sposób syntetyczny składnię i semantykę zaproponowanego języka. Wreszcie w rozdziale trzecim zamieszczono przykłady pozwalające na łatwiejsze zrozumienie oraz ocenę jakości generowanych modeli i rozwiązań. Na zakończenie przedstawiono podsumowanie otrzymanych rezultatów oraz perspektywy na przyszłość.

Główne tezy pracy sformułowano następująco:

1. Możliwe jest stworzenie języka pozwalającego na zapis pewnej klasy modeli opisanych układem równań różniczkowych oraz stworzenie programu tłumaczącego (translatora) pozwalającego na translację zagadnień zapisanych w tym języku do formatu akceptowalnego przez wybrane środowiska symulacyjne.
2. Zastosowanie języka wysokiego poziomu pozwala na jednoczesną symulację podstawowych zjawisk fizycznych istotnych dla poprawnego opisu funkcjonowania mikrosystemów.
3. Poprawne projektowanie nowoczesnych mikrostruktur scalonych wymaga zastosowania symulacji wielodomenowej.

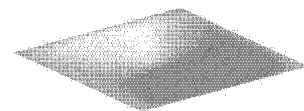
Tezy te zostały udowodnione w dalszej części pracy.



Bibliografia

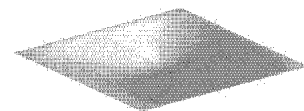
(Litera A oznaczono publikacje z udziałem autora, cytowane w rozprawie)

- [A-1] B. Więcek, M. Grecki, M. Zubert. „Konstrukcja i Aplikacje Systemu Przetwarzania Obrazów Termalnych i Optycznych”. *Druga Ogólnopolska Konferencja Termografii i Termometrii w Podczerwieni*, str. 51–53, Porąbka-Kozubnik, Listopad 1994.
- [A-2] M. Zubert. „*Implantation de Modele de Composants Magnetiques dans PACTE*”. Master’s Thesis, Department de Genie Electrique CEGELY ECPA - URA CNRS 829/Technical University of Łódź (TUL) - Instytut Elektroniki, Fevrier-Juin 1995. Rapport de Stage de Fin d’Etudes, INSA de Lyon.
- [A-3] M. Bague, H. Boutamine, M. Dumitrescu, M. Furmańczyk, R. Hamza, J. M. Karam, T. C. Nguyen, W. Oels, M. Orlikowski, S. Paquet, R. Mimoune, M. Rencz, T. Trome-lin, W. Wójciak, M. Zubert. „*TIMA Laboratory ANNUAL REPORT 1995*”. chapter „MiCroSystems (MCS) - CAD tools for MEMS”, pages 57–68. Grenoble, France, March 1996.
- [A-4] A. Napieralski, M. Orlikowski, W. Wójciak, M. Zubert. „Electro-Thermal Modelling of the Micropump and ETC Devices with ELDO HDL-A”. Technical report, LAAS CNRS/TUL DMCS, Toulouse, France/Łódź, Poland, October 1996.
- [A-5] M. Orlikowski, W. Wójciak, M. Zubert. „IRSensor”. Technical report, TIMA/TUL DMCS, Grenoble, France, March 1996.
- [A-6] M. Orlikowski, M. Zubert. „ELDO HDL-A Simulations of Micropump Report”. Tech-nical report, TIMA/TUL DMCS, Grenoble, France, March 1996.
- [A-7] M. Orlikowski, M. Zubert, W. Wójciak. „Methodology of Analog Circuit Description Using High Description Language”. *Fifth WORKSHOP in the Frame of ESPRIT Project*

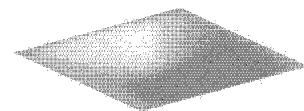


(European Strategic Program for Research and Development in Information Technology)
CEC-Contract N0 8173-BARMINT (Basic Research for Microsystem Integration), To-
ulouse, France, May 6-7 1996.

- [A-8] M. Orlikowski, M. Zubert, W. Wójciak, A. Napieralski. „General Approach to VHDL-A Modelling of an Integrated Micropump”. *Proceedings of International Workshop on Thermal Investigations of ICs and Microstructures - THERMINIC*, September 25-27 1996.
- [A-9] M. Orlikowski, M. Zubert, W. Wójciak, A. Napieralski, M. Janicki. „A New Advanced Framework for Micromachine Design. Its Application for Micropump Design”. *Proceedings of the XIXth National Conference: Circuit Theory and Electronic Circuits - KKTOiUE'96*, pages 331–336, Krynica, Poland, October 25-27 1996.
- [A-10] J. Pacholik, T. Poźniak, M. Zubert. „Smart-Power Device for SIT Control”. *Proceedings of the 3rd Advanced Training Course: Education of Computer Aided Design of Modern ICs and Devices*, pages 525–530, Łódź, Poland, May 30 - June 1 1996. TUL DMCS.
- [A-11] W. Wójciak, M. Orlikowski, M. Zubert. „ET Converter”. Technical report, TIMA/TUL DMCS, Grenoble, France, March 1996.
- [A-12] W. Wójciak, M. Zubert, M. Orlikowski, A. Napieralski. „Implementation of Micropump System in ELDO Anacad Environment”. *Proceedings of the 3rd Advanced Training Course: Education of Computer Aided Design of Modern ICs and Devices - MIXDES'96*, pages 476–481, Łódź, Poland, May 30 - June 1 1996. TUL DMCS.
- [A-13] M. Zubert. „Projekt Analogowej Części Scalonego Sterownika Tranzystora SIT w Technologii HBiMOS”. Technical report, TUL DMCS, Łódź, Listopad 1996. Rozliczenie prac własnych z realizacji tematu nr I-16/213/96/BW/II 1996.
- [A-14] M. Zubert. „Projekt Instalacji Systemu MADE oraz Technologii Mietec HBiMOS w Środowisku Cadence dla Zakładu Mikroelektroniki i Technik Informatycznych PŁ”. Technical report, TUL DMCS, Łódź, Poland, March 1996. Rozliczenie prac własnych z realizacji tematu nr I-16/213/96/BW/II 1996.
- [A-15] M. Zubert, M. Janicki, W. Wójciak, M. Orlikowski, A. Napieralski. „Application of Inverse Problem Method to the Temperature Monitoring of ICs”. *Proceedings of the XIXth National Conference: Circuit Theory and Electronic Circuits - KKTOiUE'96*, pages 301–306, Krynica, Poland, October 25-27 1996.



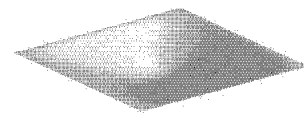
- [A-16] M. Zubert, M. Orlikowski. „General Approach to VHDL-A Modelling of Integrated Micropump”. *Fifth WORKSHOP in the Frame of ESPRIT Project CEC-Contract NO 8173- BARMINT*, Toulouse, France, May 6-7 1996.
- [A-17] M. Zubert, M. Orlikowski, A. Napieralski, M. Janicki. „Methodology of Analog ICs Modeling Using HDL-A”. *Proceedings of the XIXth National Conference: Circuit Theory and Electronic Circuits - KKTOiUE'96*, pages 209–214, Krynica, Poland, October 23-26 1996.
- [A-18] M. Zubert, M. Orlikowski, W. Wójciak. „ISFET Sensor”. Technical report, TIMA/TUL DMCS, Grenoble, France, March 1996.
- [A-19] M. Janicki, M. Zubert, A. Napieralski. „Application of Inverse Heat Conduction Problem Solution with Error Correction to Estimation of IC Temperature”. *Proceedings of International Workshop on Thermal Investigations of ICs and Microstructures - THERMINIC*, pages 17–22, Cannes-Cote d'Azur, France, September 21-23 1997.
- [A-20] M. Janicki, M. Zubert, A. Napieralski. „Zastosowanie Programu MATLAB do Wizualizacji Trójwymiarowej Wyników Obliczeń Termicznych”. *Proceedings of the Ist National Conference: Metody i Systemy Komputerowe w Badaniach Naukowych i Projektowaniu Inżynierskim*, str. 405–410, Kraków, Poland, Listopad 25-26 1997.
- [A-21] M. Janicki, M. Zubert, W. Wójciak, M. Orlikowski, A. Napieralski. „Determination of IC Surface Temperature Solving Inverse Problem”. *Proceedings of 4th Advanced Training Course: Education of Computer Aided Design of Modern ICs and Devices - MIXDES'97*, pages 253–258, Poznań, Poland, June 12-14 1997. Artykuł wyróżniony.
- [A-22] T. Poźniak, A. Szajfler, M. Zubert, W. Wójciak, A. Napieralski. „Design of Smart-Power Modules”. *Proceedings of the XXth National Conference: Circuit Theory and Electronic Circuits - KKTOiUE'97*, vol. 2, pages 343–348, Kołobrzeg, Poland, October 21-24 1997.
- [A-23] T. Poźniak, W. Wójciak, M. Zubert. „Projektowanie Układów SMART POWER w Technologii HBiMOS”. Technical report, DMCS, Łódź, 1997. Raport z badań własnych z realizacji tematu nr I-16/213/96/BW/II 1996.
- [A-24] A. Szajfler, T. Poźniak, M. Napieralska, M. Zubert, W. Wójciak, A. Napieralski. „Specific Problems in Smart Power Design”. *Proceedings of International Conference on Power Electronics and Drive Systems - PEDC'97*, pages 85–90, Singapore, May 26-29 1997.



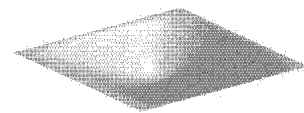
- [A-25] W. Wójciak, M. Janicki, M. Zubert, A. Napieralski. „Thermal Monitoring of Integrated Power Electronics - New Concept”. *Proceedings of 7th European Conference on Power Electronics and Applications - EPE'97*, vol. 3, pages 3.269–3.271, Trondheim, Norway, September 8-10 1997.
- [A-26] W. Wójciak, M. Orlikowski, M. Zubert, A. Napieralski. „The Design and Electro-Thermal Modeling of Microdevices in CMOS Compatible MEMS Technology”. *Proceedings of International Workshop on Thermal Investigations of ICs and Microstructures - THERMINIC*, pages 34–36, Cannes-Cote d'Azur, France, September 21-23 1997.
- [A-27] W. Wójciak, M. Orlikowski, M. Zubert., A. Napieralski. „Electro-Thermal Converter in CMOS Compatible, Front Side Bulk Micromachined Technology”. *Proceedings of 4th Advanced Training Course: Education of Computer Aided Design of Modern ICs and Devices - MIXDES'97*, pages 235–240, Poznań, Poland, June 12-14 1997.
- [A-28] W. Wójciak, M. Orlikowski, M. Zubert, A. Napieralski. „Micromachined Test Chip in CMOS MEMS Technology”. *Proceedings of 4th Advanced Training Course: Education of Computer Aided Design of Modern ICs and Devices - MIXDES'97*, pages 499–502, Poznań, Poland, June 12-14 1997.
- [A-29] W. Wójciak, T. Poźniak, A. Napieralski, M. Orlikowski, M. Zubert. „Application of Micromachined Technology to Effective Power Factor Correction”. *Proceedings of 7th European Conference on Power Electronics and Applications - EPE'97*, vol. 2, pages 2.906–2.910, Trondheim, Norway, September 8-10 1997.
- [A-30] M. Zubert. „Optymalizacja i Analiza Czułości Czujnika Temperatury PTAT”. Technical report, TUL DMCS, Łódź, December 28 1997.
- [A-31] M. Zubert, A. Napieralski, M. Napieralska, M. Janicki, M. Orlikowski. „Estymacja Parametrów Behawioralnych Modeli Elektro-Termicznych na Podstawie Modeli o Stałych Rozłożonych”. *Proceedings of the 1st National Conference: Metody i Systemy Komputerowe w Badaniach Naukowych i Projektowaniu Inżynierskim*, str. 419–424, Kraków, Poland, Listopad 25-26 1997.
- [A-32] M. Janicki, J. Soraghan, A. Napieralski, M. Zubert. „Application of Adaptive Filters to Integrated Circuit Temperature Estimation from Noisy Temperature Sensor Measurements”. *Proceedings of the 5th International Conference: Mixed Design of Integrated Circuits and Systems - MIXDES'98*, pages 183–188, Łódź, Poland, June 12-14 1998.



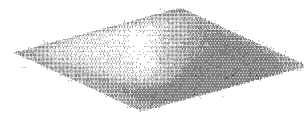
- [A-33] M. Janicki, M. Zubert, A. Napieralski. „Application of Function Specification Method for Integrated Circuit Temperature Estimation”. *Proceedings of International Workshop on Thermal Investigations of ICs and Microstructures - THERMINIC*, Cannes-Cote d’Azur, France, September 1998.
- [A-34] M. Janicki, M. Zubert, A. Napieralski. „Application of Inverse Heat Conduction Methods in Temperature Monitoring of Integrated Circuits”. *Sensors and Actuators A*, Elsevier Science Ltd., 71:51–57, 1998.
- [A-35] A. Napieralski, W. Wójciak, M. Zubert, R. Baraniecki, I. Janiszewski. „Application of Hardware Description Languages to Electronic System Design”. *Proceedings of the XXIth National Conference: Circuit Theory and Electronic Circuits - KKTOiUE’98*, October 1998. Artykuł zaproszony.
- [A-36] W. Wójciak, A. Napieralski, M. Orlikowski, M. Zubert. „Design aspects of electro-thermal Converter in CMOS MEMs Technology”. *Sensors and Actuators*, Elsevier Science Ltd., 1998. Artykuł zgłoszony.
- [A-37] M. Zubert, A. Napieralski, M. Orlikowski, W. Wójciak. „Zastosowanie Języka Wysokiego Poziomu VHDL-A do Celów Komputerowego Modelowania, Projektowania i Realizacji Mikrosystemów Scalonych - Tranzystor ISFET”. Technical report, DMCS, Łódź, Poland, Luty 2 1998. Raport wewnętrzny związany z pracami nad projektem badawczym KBN nr PB 8 T11F 01012.
- [A-38] M. Zubert, A. Napieralski, M. Orlikowski, W. Wójciak. „Zastosowanie Języka Wysokiego Poziomu VHDL-A do Celów Komputerowego Modelowania, Projektowania i Realizacji Mikrosystemów Scalonych - Punktowy Generator Światła”. Technical report, DMCS, Łódź, Luty 22 1998. Raport wewnętrzny związany z pracami nad projektem badawczym KBN nr PB 8 T11F 01012.
- [A-39] M. Janicki, M. Zubert, W. Wójciak, M. Orlikowski, A. Napieralski. „Application of Inverse Problems to IC Temperature Estimation”, pages 55–60. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1997. ISBN 0-7923-8116-5.
- [A-40] A. Napieralski et al. „Basic research for microsystems integration”, chapter „The TUL-SOFT approach”, pages 124–136. CEPAD, Toulouse, France, 1997. BARMINT (Basic Research for Microsystems Integration), LAAS-CNRS, ISBN 2-85428-456-8.



- [A-41] A. Napieralski, M. Turowski, M. Zubert. „*Travaux Pratiques: Modèles des Composants de Puissance*”. INSA de Toulouse, France, Décembre 1998. Skrypt.
- [A-42] A. Napieralski, M. Zubert. „*Support de Cours: Mcromodèles et applications*”. INSA de Toulouse, France, Décembre 1998. Skrypt.
- [A-43] W. Wójciak, A. Napieralski, M. Orlikowski, M. Zubert. „*Modelling and Synthesis of Electro-Thermal Microdevices*”, pages 77–82. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1997. ISBN 0-7923-8116-5.
- [A-44] M. Zubert, M. Orlikowski, M. Janicki, W. Wójciak, M. Janicki, A. Napieralski. „*Methodology of Analogue Silicon Microsystems Modelling Using Hardware Description Language*”, vol. 45, pages 525–537. Bulletin of the Polish Academy of Sciences - Technical Science, Warszawa, November 1997. BAPTA9 45(4)487-666(1997), PL ISSN 0239-7582, Index 353477.
- [A-45] M. Zubert, M. Orlikowski, W. Wójciak, A. Napieralski, M. Janicki. „*Basic research for microsystems integration*”, chapter „The Methodology of Multi-Domain Modelling Applied to the Thermopneumatic Micropump”, pages 88–103. CEPAD, Toulouse, France, 1997. BARMINT (Basic Research for Microsystems Integration), LAAS-CNRS, ISBN 2-85428-456-8.
- [1] D. E. Beskos, editor. „*Boundary Element Methods in Mechanics*”. North Holland, London, 1987.
- [2] ANACAD Electrical Engineering Software. „*Eldo Equations Manual*”, March 1996.
- [3] ANACAD Electrical Engineering Software. „*Eldo User Manual*”, March 1996.
- [4] American National Standard (ANSI), New York. „*IEEE Standard VHDL Language Reference Manual*”, June 6 1994.
- [5] M. Kleiber, edytor. „*Komputerowe Metody Mechaniki Ciał Stałych*”, tom 9 *Mechanika Techniczna*. PWN, Warszawa, 1995.
- [6] MicroSim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California 92718. „*MicroSim PSpice A/D Reference Manual*”, April, 1996. Version 6.3.
- [7] Analogy, Inc., London. „*Model Development Guide to Writing Template, MAST Reference Manual*”, Oct 1996. Release 4.1.



- [8] „*Poradnik Inżyniera Elektryka*”, tom 1. WNT, Warszawa, 1996.
- [9] L. Ristic, editor. „*Sensors Technology and Devices*”. Artech House, Inc., Boston/London, 1994.
- [10] A. Aho, R. Sethi, J. Ullman. „*Compilers: Principles, Techniques and Tools*”. Addison-Wesley, 1986.
- [11] G. J. Anders. „*Rating of Electric Power Cables. Ampacity Computations for Transmission, Distribution and Industrial Applications*”. IEEE Press Power Engineering Series. IEEE Press, New York, 1997. pages 428.
- [12] G. J. Anders, A. Napieralski, W. Zamojski. „Calculation of the Internal Thermal Resistance and Ampacity of 3-Core Unscreened Cables with Fillers”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, pages 393–409, December 1997. PE-757-PWRD-0-06-1997.
- [13] T. Angulo, S. Marco, J. Samitier. „*Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*”, chapter „3D Coupled Electro-Mechanical simulation in Microstructures”, pages 165–174. Adey, Southampton, 1995.
- [14] B. R. Baliga, S. V. Patankar. „A New Finite Element Formulation for Convection-Diffusion Problems”. *Numer. Heat Transfer*, 3:393–409, 1980.
- [15] P. K. Banerjee, Buterfield. „*Boundary Methods in Engineering Science*”. McGraw-Hill, London, 1981.
- [16] R. E. Bank, D. J. Rose. „Some Error Estimates for the Box Method”. *SIAM J. Numer. Anal.*, 24:777–787, 1987.
- [17] J. M. Berge, A. Fonkoua, S. Maginot, J. Roillard. „*VHDL'92 The New Features of the VHDL Hardware Description Language*”. The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science: VLSI, Computer Architecture and Digital Signal Processing. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1993. Second printing 1995.
- [18] C. A. Brebbia, J. C. F. Telles, L. C. Wrobel. „*Boundary Element Techniques*”. Springer Verlag, Berlin, 1984.
- [19] T. Burczyński. „*Metoda Elementów Brzegowych w Mechanice*”. WNT, Warszawa, 1995.
- [20] R. Bugar, R. Donovan. „*Fundamentals of Silicon Integrated Device Technology*”. Printice-Hall, New Jersey, 1969.



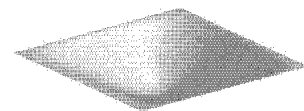
- [21] D. Bushnell, B. O. Almroth, F. Brogan. „Finite Difference Energy Method for Nonlinear Shell Analysis”. *Comp. Struct.*, 3:361–388, 1971.
- [22] D. Bushnell, B. O. Almroth, F. Brogan. „Optimal Few-Point Discretization of Linear Source Problems”. *SIAM J. Num. Anal.*, 11:700–728, 1974.
- [23] F. X. Caradonna, W. J. McCrpskey. „The Development of CFD Methods for Rotor Applications”. *NASA CP-2495*, pages 35–65, 1988.
- [24] M. Carmonan, S. Marco, J. Sieiro, J. Samitier, M. Furmańczyk, M. Janicki, A. Napieralski. „*Basic research for microsystems integration*”, chapter „Simulation Strategy, Model Extraction and Verification”, pages 104–110. CEPAD, Toulouse, France, 1997. BARMINT (Basic Research for Microsystems Integration), LAAS-CNRS, ISBN 2-85428-456-8.
- [25] B. Carnahan, H. A. Luther, J. O. Wilkes. „*Applied Numerical Methods*”. John Wiley and Sons, Inc., 1969. SBN 471 13507 0.
- [26] N. Chomsky. „Three Models for Description of Language”. *IREE Transactions on Inf. Theory*, IT 2:113–124, 1956.
- [27] L. O. Chua, P. M. Lin. „*Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits - Algorithms and Computational Techniques*”. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975. (polskie tłumaczenie: "Komputerowa Analiza Układów Elektronicznych - Algorytmy i Metody Obliczeniowe.", WNT, Warszawa, 1981).
- [28] P. G. Ciarlet. „The Finite Element Method for Elliptic Problems”, 1978.
- [29] Collatz. „*Metody Numeryczne Rozwiązywania Równań Różniczkowych*”. PWN, Warszawa, 1960.
- [30] M. Costabel, E. Stephan, W. L. Wenland. „On Boundary Integral Equations of the First Kind for Bi-Laplacian in the Polygonal Plane Domain”. *Ann. Scoul Normale Supérieure: Pisa, Seie IV*, X(2), 1983.
- [31] M. Cross, C. W. Richards, B. Knight, N. C. Markatos. „*Computational Fluid Dynamics*”, chapter „Engineering CFD Software for the Next Decade”. Elsevier Science Publishers (North-Holland), Amsterdam, 1988.
- [32] R. Curant. „Variational Methods for Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations”. *Biull. Amer. Math. Soc.*, 49:1–23, 1943.



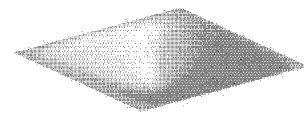
- [33] G. Davies, B. Ford, P. Mullord, O. Snell. „Application of an Irregular Mesh Finite Difference Approximation to the Plate Buckling Problem”. *Proc. of the Int. Conf. Variational Meth. Eng.*, Southampton University Press, 2, 1973.
- [34] M. Dryla, J. Jankowska, M. Jankowski. „Przegląd Metod i Algorytmów Numerycznych”, tom 2. WNT, Warszawa, 1988.
- [35] M. Dryla, J. Jankowska, M. Jankowski. „Przegląd Metod i Algorytmów Numerycznych”, tom 1. WNT, Warszawa, 1988.
- [36] R. Bialecki, A. Fic, K. Kurpisz, Z. Rudnicki A. Nowak, J. Skorek, J. Szarguta. „Modelowanie Numeryczne Pól Temperatury”. WNT, Warszawa, 1992.
- [37] J.P. Elbers, C. Glingener, E. Voges, P. Schreiber, C. Wächter, W. Karthe, D. Krabe, H. Reichl R. Dümcke, G. Hagner, S. Schröter, H. Bartelt, A. Stock, G. Bauer, W. Schäfer, H. Sickinger, J. Schwider. „Design and Modelling of Optical Microsystems”. Ph. Renaud R.A Adey, editor, *MICROSIM II - Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*, pages 167–176, Southampton, UK/Boston, USA, 1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [38] G. E. Forsythe, W. R. Wasow. „Finite Difference Methods for Partial Differential Equations”. Wiley, New York, 1960.
- [39] Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wąsowski. „Metody Numeryczne”. Podręczniki Akademickie: Elektronika Informatyka Telekomunikacja. WNT, Warszawa, 1993.
- [40] O. Francais, I. Dufour, E. Sarraute. „Membrane Deflection under Pneumatic and Electrostatic Actuation Without FEM Simulation: Application to Electrostatic Micropump”. R.A Adey, Ph. Renaud, editors, *MICROSIM II - Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*, pages 157–166, Southampton, UK/Boston, USA, 1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [41] W. H. Frey. „Flexible Finite-Difference Stencils from Isoparametric Finite Elements”. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 11:1653–1665, 1977.
- [42] J. M. Funk et al. „SOLIDS: A Tool for Microactuators Simulation in 3-D”. *Journal of Microelectromechanical systems*, 6(1):70–82, 1997.



- [43] L. A. Godoy. „Ill-Conditioned Stars in the Finite Difference Method for Arbitrary Mesh”. *Comp. Struct.*, 22(3):469–473, 1986.
- [44] S. K. Godunov, V. S. Riabenskij. „*Raznostnye Schemy*”. Nauka, Moskwa, 1973.
- [45] G. H. Golub, Van L. F. Charles. „*Matrix Computations*”. John Hopkins University Press, Balitmore, 1993.
- [46] D. Gries. „*Compiler Construction for Digital Computers*”. John Willey and Sons, Inc., New York/London/Sydney/Toronto, 1971. (tłum. na język polski, PWN, Warszawa 1984).
- [47] B. Swartz B. Wendroff H. O. Kreiss, T. A. Manteuffel, A. B. White. „Supraconvergent Schemes on Irregular Grids”. *Math. Comp.*, 47:537–554, 1986.
- [48] E. Hinton, D. R. Ownen. „*Finite Element Programming*”. London, 1977.
- [49] C. W. Ho, A. E. Ruehli, P. A. Brennan. „The Modified Nodal Approach to Network Analysis”. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, 22(6):504–509, June 1975.
- [50] C. Y. Huang, J. T. Oden. „GAMMA2D: A Multiregion/Multiblock, Structured/Unstructured Grid Generation Package for Computational Mechanics”. *Comp. Struct.*, 53(2):375–410, 1994.
- [51] P. S. Jensen. „Finite Difference Techniques for Variable Grids”. *Comp. Struct.*, pages 17–29, 1972.
- [52] B. Joe. „GEOMPACK - a Software Package for the Generation of Meshes Using Geometric Algorithms”. *Adv. Eng. Software*, 13(5/6):325–331, 1991.
- [53] B. Joe. „GEOMPACK Users’ Guide”. Technical report, Department of Computer Science University of Alberta, July 15, 1993.
- [54] E. Kącki. „*Równania Różniczkowe Cząstkowe w Zagadnieniach Fizyki i Techniki*”. WNT Warszawa, 1995.
- [55] E. Kącki. „*Termokinetika*”. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne Warszawa, 1966.
- [56] A. Klein, G. Gerlach. „Modeling of Piezoelectric Bimorph Structures Using an Analog Hardware Description Language”. R.A Adey, Ph. Renaud, editors, *MICROSIM II* -



- Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*, pages 229–238, Southampton, UK/Boston, USA, 1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [57] D. E. Knuth. „*The Art of Computer Programing*”, vol. 1. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Mass., 1968.
 - [58] D. E. Knuth. „*The Art of Computer Programing*”, vol. 2. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Mass., 1969.
 - [59] D. E. Knuth. „*The Art of Computer Programing*”, vol. 3. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Mass., 1970.
 - [60] D. E. Knuth. „On Translation of Languages from Left to Right”. *Inf. and Control*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Mass., 8(6):607–639, 1965.
 - [61] M. Krakowski. „*Elektrotechnika Teoretyczna - Obwody Liniowe i Nieliniowe*”, tom 1. PWN, Warszawa, 1995.
 - [62] M. Krakowski. „*Elektrotechnika Teoretyczna - Pole Elektromagnetyczne*”, tom 2. PWN, Warszawa, 1995.
 - [63] J. Krok, J. Orkisz. „A Unified Approach to the FE Generalized Variational FD Method in Nonlinear Mechanics. Concept and Numerical Approach”. *Discretization Methods in Structural Mechanics*, pages 353–362, Vienna, 1990. IUTAM/IACM Symposium.
 - [64] S. K. Kwok. „Geometrically Nonlinear Analysis of General Thin Shells Using a Curvilinear Finite Difference (CFD) Energy Approach”. *Comp. Struct.*, 20:683–697, 1985.
 - [65] S. K. Kwok. „Numerical Computations of Tensor Quantities on a Curved Surface by the Curvilinear Finite Difference (CFD) Method”. *Comp. Struct.*, 18:1087–1114, 1984.
 - [66] S. S. E. Lam. „Application of the Differential Quadrature Method to Two-Dimensional Problems with Arbitrary Geometry”. *Comp. Struct.*, 47(3):459–464, 1993.
 - [67] L. D. Landau, E. M. Lifszyc. „*Hydrodynamika*”. Fizyka Teoretyczna. PWN, Warszawa, 1994.
 - [68] L. D. Landau, E. M. Lifszyc. „*Teoria Sprężystości*”. Fizyka Teoretyczna. PWN, Warszawa, 1993.



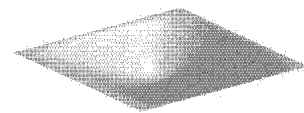
- [69] H. Langmaack. „Application of Regular Canonical Systems to Grammars Translatable from Left to Right”. *Acta Informatica*, 1:111–114, 1971.
- [70] H. P. Langtangen. „Getting Started with Finite Element Programming in DIFFPACK”. Technical report, SINTEF and University of Oslo, Oslo, October 1994.
- [71] H. P. Langtangen, G. Pedersen, W. Shen. „Finite Element Preprocessors in Diffpack”. Technical report, SINTEF and University of Oslo, Oslo, October 1994.
- [72] P. C. Lau. „Curvilinear Finite Difference Method for Biharmonic Equation”. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 14:791–812, 1979.
- [73] T. Liszka. „*Mechanika i Komputer*”, tom 2, rozdz. „Program Generacji Dowolnej Siatki Węzłów w Obszarach Płaskich”, str. 219–277. PAN, Warszawa, 1979.
- [74] T. Liszka. „*Mechanika i Komputer*”, tom 4, rozdz. „Automatyczna Generacja Dowolnej Siatki Węzłów w Obszarach Płaskich”, str. 181–186. PAN, Warszawa, 1981.
- [75] T. Liszka. „*Mechanika i Komputer*”, tom 5, rozdz. „Rozwiązywanie nieliniowych zadań mechaniki metodą różnic skończonych przy dowolnej siatce węzłów”, str. 117–130. PAN, Warszawa, 1983.
- [76] T. Liszka, J. Orkisz. „The Finite Difference Method at Arbitrary Irregular Grids and its Application in Applied Mechanics”. *Comp. Struct.*, 11:83–95, 1980.
- [77] R. Löhner. „An Adaptive Finite Element Scheme for Transient Problems in CFD”. *Comput. Meth. appl. Numer. Meth.*, 4:123–135, 1988.
- [78] J. F. Lyness, D. R. J. Owen, O. C. Zienkiewicz. „The Finite Analysis of Engineering Systems Governed by a Non-Linear Quasi-Harmonic Equation”. *Comp. Struct.*, 5:65–79, 1975.
- [79] M. Janicki M., J. Soraghan, A. Napieralski. „Strategy for Optimisation of Heat Sources and Temperature Sensors Position in Integrated Circuits”. *Proceedings of the 5th International Conference: Mixed Design of Integrated Circuits and Systems - MIXDES'98*, pages 209–212, Łódź, Poland, June 12-14 1998.
- [80] H. Marcinkowska. „*Wstęp do Teorii Równań Różniczkowych Częstkowych*”, tom 43 BM. PWN, Warszawa, 1986.



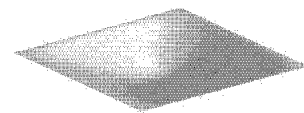
- [81] S. Marco et al. „*Basic research for microsystems integration*”, chapter „General Difficulties in The Physical Simulation of Microsystems”, pages 77–87. CEPAD, Toulouse, France, 1997. BARMINT (Basic Research for Microsystems Integration), LAAS-CNRS, ISBN 2-85428-456-8.
- [82] S. Marco et al. „*Basic research for microsystems integration*”, chapter „Examples of Electro-Mechanical Simulation”, pages 139–144. CEPAD, Toulouse, France, 1997. BARMINT (Basic Research for Microsystems Integration), LAAS-CNRS, ISBN 2-85428-456-8.
- [83] S. F. McCormick. „Multilevel Adaptive Methods for Partial Differential Equations”. *The Finite Volume Element Method, Frontiers in Applied Mathematics*, SIAM, 6, 1989.
- [84] W. J. McCroskey. „Some Recent Applications of Navier-Stokes Odes to Rotorcraft”. *Fifth Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, pages 13–16, Long Beach, California, January 1992.
- [85] A. R. Mitchell, D. F. Griffiths. „*The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*”. Wiley, New York, 1980.
- [86] P. Mullord. „A General Mesh Finite Difference Method Using Nodal and Element Interpolation”. *Appl. Math. Modelling*, 3:433–440, 1979.
- [87] A. Napieralski. „*Komputerowe Projektowanie Układów Elektronicznych*”. Skrypty dla Szkół Wyższych. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 1990.
- [88] A. Napieralski. „*Komputerowe Projektowanie Układów Półprzewodnikowych Dużej Mocy ze Szczególnym Uwzględnieniem ich Właściwości Termicznych*”. PhD thesis, Politechnika Łódzka, Łódź, 1988. Zeszyty Naukowe Nr 562, Rozprawy Naukowe z. 116.
- [89] A. Napieralski. „*Microtechnology - Thermal Problems in Micromachines, ULSI and Microsensors Design, in book: Future Trends in Microelectronics*”, pages 391–396. Kluwer Academic Publisher, Netherlands, 1996.
- [90] A. Napieralski. „Multi-level Electro-thermal Modeling and Measurements in Electronics”. Referat zaproszony przez CFDRC, Huntsville, Alabama, USA. wygłoszony 6 marca, 1998.
- [91] A. Napieralski, M. Napieralska. „*Polowe Półprzewodnikowe Przyrządy Dużej Mocy*”. WNT, Warszawa, 1995.



- [92] A. Napieralski, F. Pompignac. „NAPOM - Logiciel pour L'étude Thermique des Circuits Hybrides de Puissance”. *Electronique de Puissance*, 26:68–74, 1988.
- [93] R. A. Nay, S. Utku. „An Alternative for the Finite Element Method”. *Variat. Meth. Eng.*, pages 62–74, 1973.
- [94] R. H. Mac Neal. „An Asymmetrical Finite Difference Network”. *Quart. Apply. Math.*, 11:295–310, 1953.
- [95] Wł. Tworzydło. „Analysis of Large Deformations of Membrane Shells by the Generalized Finite Difference Method”. *Comp. Struct.*, 27(1):39–59, 1987.
- [96] J. Ogrodzki. „Komputerowa Analiza Układów Elektronicznych”. PWN, Warszawa, 1994. ISBN 83-01-11017-1.
- [97] J. Orkisz. „Komputeryzacja Metody Różnic Skończonych”, tom 2, str. 7–69. PAN, Warszawa, 1979.
- [98] J. Orkisz. „Meshless Finite Difference Method”. *Metody i Systemy Komputerowe w Badaniach Naukowych i Projektowaniu Inżynierskim*, pages III 1–III 20, Kraków, 1997.
- [99] J. Pacholik. „Analiza Termiczna Wybranych Struktur Elementów i Układów Półprzewodnikowych”. PhD thesis, Politechnika Łódzka, Łódź, Październik 1995.
- [100] J. Pacholik, A. Napieralski et al. „Thermopneumatic micropump”. *Proceedings of the 3rd WORKSHOP in the Frame of ESPRIT Project*, Darmstadt, Germany, December 20-21 1995.
- [101] V. Pavlin, N. Perrone. „Finite Difference Energy Techniques for Arbitrary Meshes”. *Comp. Struct.*, 5:45–58, 1975.
- [102] N. Perrone, R. Kao. „A Genaral Finite Difference Method for Arbitrary Meshes”. *Comp. Struct.*, 5:45–58, 1975.
- [103] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling. „Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing”. Cambridge University Presss, Cambridge/New York/Port Chester/Melbourne/Sydney, 1990. First published 1989.
- [104] Z. Randjelovic, C. Schott, R.S. Popovic. „Modelling and Simulation of High Accuracy Magnetometr”. R.A Adey, Ph. Renaud, editors, *MICROSIM II - Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*, pages 147–156, Southampton, UK/Boston, USA,



1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [105] P. Reimers, I. Scheider, A. Schneider. „CFD Analysis of Conjugate Heat Transfer in a Washer-Drier Heating Channel”. *Comp. Struct.*, 56(2/3):215–223, 1995.
- [106] R. Richtmeyer. „*Difference Methods for Initial-Value Problems*”. Wiley, New York, 1967.
- [107] R. Richtmeyer, K. W. Morton. „*Difference Methods for Boundary-Value Problems*”. Intersciences-Wiley, New York, 1967.
- [108] R. Richtmeyer, K. W. Morton. „*Difference Methods for Initial-Value Problems*”. John and Sons, New York, 1967.
- [109] B. Romanowicz, C. Schott, L. Laudon, P. Lerch, P. Renaud, R.S. Popovic, H.P. Amann, A. Boegli, V. Moser, F. Pellandini. „Microsystem Modelling Using VHDL 1076.1”. R.A Adey, Ph. Renaud, editors, *MICROSIM II - Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*, pages 179–188, Southampton, UK/Boston, USA, 1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [110] M. Romantowski. „*Zastosowanie Programu NAP2 do Obliczania Układów Elektrycznych*”. Układy i Systemy Elektroniczne. WNT, Warszawa, 1992.
- [111] Z. Sbiaa. „*Étude et réalisation d’une micropompe et de microvalves intégrées tout silicium*”. PhD thesis, CNRS LAAS, Toulouse , France, 1997. Rapport LAAS N° 97033.
- [112] J. Sienz, E. Hinton. „Reliable Structural Optimization with Error Estimation, Adaptivity and Robust Sensitivity Analysis”. *Comp. Struct.*, 64(1-4):31–63, 1997.
- [113] I. N. Sneddon. „*Fourier Transforms*”. 1951.
- [114] C. Snell, D. G. Vesey, P. Mullord. „The Application of a General Finite Difference Method to some Boundary Value Problems”. *Comp. Struct.*, 13:547–552, 1981.
- [115] B. Strang, G. J. Bulirsch. „*An Analysis of the Finite Element Method*”. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1977. Wyd. ros.: Moskwa, Maj 1977.
- [116] W. Süß S. Meinzer, A. Quinte, H. Eggert W. Jakob. „Simulation and Design Optimization of a Micropump”. R.A Adey, Ph. Renaud, editors, *MICROSIM II - Simulation and*



- Design of Microsystems and Microstructures*, pages 127–135, Southampton, UK/Boston, USA, 1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [117] M. Syczewski, R. Trubił o. „Singularities of Sets Used in the Mesh Method”. *Comp. Struct.*, 14:509–511, 1981.
- [118] S. M. Sze. „*Physics of Semiconductor Devices*”. Prentice Hall Series in Solid State Physical Electronics. John Wiley and Sons, Inc., New York/Chichester/Brisbane/Toronto/Singapore, 1981.
- [119] J. Szmelter, Z. Kurowski. „*Algorytmy Rozwiązywania Układów Liniowych Równań Różniczkowych Częstkowych przy Dowolnej Dyskretyzacji Obszaru*”, tom 2, str. 67–87. PAN, Warszawa, 1980.
- [120] M. Tadeusiewicz. „*Metody Komputerowej Analizy Stałoprądowej Nieliniowych Układów Elektronicznych*”. Układy i Systemy Elektroniczne. WNT, Warszawa, 1991.
- [121] M. Tadeusiewicz. „*Teoria Obwodów*”, tom 1 *Skrypty dla Szkół Wyższych*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 1990.
- [122] A. A. Tseng, S. X. Gu. „A Finite Difference Scheme with Arbitrary Mesh Systems for Solving High-Order Partial Differential Equations”. *Comp. Struct.*, 31(3):319–328, 1989.
- [123] M. Turowski, E. Yu, A. Przekwas, Wł . Nakwaski, M. Osiński. „3D Simulation of Thermal Phenomena in Arrays of Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers VCSELs”. *Proceedings of the 5th International Conference: Mixed Design of Integrated Circuits and Systems - MIXDES'98*, pages 177–182, Łódź, Poland, June 18-20 1998.
- [124] M. Weber, P. Lerch, P. Renaud. „Design and Simulation of Silicon Microfabricated Photoacoustic Gas Sensor”. R.A Adey, Ph. Renaud, editors, *MICROSIM II - Simulation and Design of Microsystems and Microstructures*, pages 117–126, Southampton, UK/Boston, USA, 1998. Computational Mechanics Publications. Second International Conference on the Simulation and Design of Microsystems and Microstructures MICROSIM97.
- [125] A. N. Whitehead. „*An Introduction to Mathematics*”. Oxford University Press, Oxford, 1911.
- [126] J. R. Whiteman. „*A Bibliography for Finite Elements*”. Academic Press, New York, 1975.



- [127] D. M. Wiberg. „*Modeling and Control of Distribution Parameter Nuclear Reactors (in: Distributed Parameter Control Systems: Theory and Application)*”. Pergamon Press, London, 1982.
- [128] S. Wolfram. „*The Mathematica Book*”. Wolfram Media/Cambridge University Press, Champaign/New York/Melbourne, 1996.
- [129] R-J. Yang, S-J. Lin. „Numerical Solutions of 2D Multi-Stage, Rotor-Stator Unsteady Flow Interactions”. *NASA CP-3078, CFD Symposium on Aeropropulsion*, pages 127–142, April 1990. NASA Lewis Research Center, Cleveland, OH.
- [130] O. C. Zienkiewicz. „*Metoda Elementów Skończonych*”. Arkady, Warszawa, 1972.