

Politechnika Łódzka

ZESZYTY NAUKOWE Nr 1185

JERZY CZEKAŁSKI

MODELOWANIE PROCESU ROZCIĄGANIA
STRUMIENIA WŁÓKIEN
W APARATACH ROZCIĄGOWYCH PRZĘDZAREK

ŁÓDŹ 2014

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

ZESZYTY NAUKOWE Nr 1185

ROZPRAWY NAUKOWE, Z. 481

JERZY CZEKALSKI

MODELOWANIE PROCESU ROZCIĄGANIA
STRUMIENIA WŁÓKIEN
W APARATACH ROZCIĄGOWYCH PRZĘDZAREK

ŁÓDŹ 2014

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
SCIENTIFIC BULLETIN
OF THE LODZ UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
BULLETIN SCIENTIFIQUE
DE L'UNIVERSITÉ POLYTECHNIQUE DE LODZ
НАУЧНЫЕ ЗАПИСКИ
ЛОДЗИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
WISSENSCHAFTLICHE HEFTE
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT IN LODZ

Redaktor Naukowy Wydziału: **prof. dr hab. inż. Krzysztof Kowalski**

Recenzenci: **prof. dr hab. inż. Tadeusz Jackowski**
dr hab. inż. Stanisław Lewandowski, prof. ATH

©Copyright by Politechnika Łódzka 2014

Adres Redakcji – Адрес Редакции – Editor's Office
Adresse de Redaction – Schriftleitungsadresse:

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223
tel. 42 631 20 87, fax 42 631 25 38
e-mail: zamówienia@info.p.lodz.pl
www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISSN 0137-4834

Nakład 100 egz. Ark. druk. 11,0. Papier offset. 80 g, 70 x 100
Druk ukończono w listopadzie 2014 r.
Wykonano w Drukarni Quick-Druk, 90-562 Łódź, ul. Łąkowa 11

SPIS TREŚCI

STRESZCZENIE	5
1. WYKAZ OZNACZEŃ.....	8
2. PROBLEMATYKA BADAŃ	11
2.1. Wprowadzenie.....	11
3. CEL I TEZA PRACY	16
4. PODSTAWY TEORETYCZNE ROZCIĄGANIA.....	18
4.1. Cel i istota procesu rozciągania.....	18
4.2. Rozkłady długościowe włókien	19
4.2.1. Rozkład prostokątny	21
4.2.2. Rozkład trapezowy.....	22
4.2.3. Rozkład normalny.....	23
4.3. Wpływ rozkładu długości włókien na parametry jakości strumienia włókien w świetle dotychczasowych badań.....	24
4.4. Siły tarcia w rozciągany strumieniu włókien	25
4.5. Ruch włókien w polu rozciągowym.....	28
4.6. Ruch włókien wiązkami	32
4.7. Metody i kryteria oceny procesu rozciągania.....	35
4.7.1. Krzywa pocienienia	38
4.7.2. Metody oceny pracy aparatu rozciągowego za pomocą charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych.....	41
5. PODSUMOWANIE PRZEGLĄDU LITERATURY	49
6. IDENTYFIKACJA PROCESU ROZCIĄGANIA	51
6.1. Badanie sygnału wejściowego i wyjściowego aparatu rozciągowego.....	52
6.1.1. Wartości średnie sygnałów	52
6.1.2. Współczynnik zmienności sygnałów	53
6.1.3. Widma liniowe harmoniczne	54
6.1.4. Gęstość prawdopodobieństwa sygnałów.....	56
6.1.5. Określenie struktury układu	58
6.1.6. Analiza porównawcza dla funkcji regresji.....	63
7. WYKORZYSTANIE WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY REGRESJI DO MODELOWANIA PROCESU ROZCIĄGANIA	67
7.1. Tworzenie opisu matematycznego procesu rozciągania	67
7.2. Statystyczne właściwości procesów przędzalniczych.....	67
7.3. Wyznaczanie równań regresji	71
7.4. Interpretacja graficzna otrzymanych równań	72

8. ANALIZA CHARAKTERYSTYK CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH UKŁADU (matematyczny model procesu rozciągania).....	78
8.1. Krzywa pocienienia.....	79
8.1.1. Wyznaczanie i sposób oceny krzywych pocienienia.....	79
8.1.2. Ocena krzywych pocienienia.....	79
8.1.3. Rozrzut krzywych pocienienia	79
8.1.4. Względna różnica kątów pochylenia rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia	80
8.1.5. Miejsce zmiany prędkości przednich końców włókien	81
8.1.6. Badanie wpływu przebiegu prędkości włókien przez aparat rozciągowy na przebieg krzywej pocienienia.....	81
8.1.7. Badanie wpływu rozkładu długości włókien na przebieg krzywej pocienienia.....	83
8.2. Wyznaczenie siły rozciągającej strumień włókien.....	84
8.3. Matematyczny model procesu rozciągania strumienia włókien w jednostrefowym i dwustrefowym aparacie rozciągowym.....	85
8.3.1. Schematy aparatów rozciągowych przyjętych do rozważań teoretycznych.....	89
8.3.2. Matematyczny model procesu rozciągania w jednostrefowym aparacie rozciągowym	94
8.3.3. Matematyczny model aparatu dwustrefowego	99
8.3.4. Wyznaczenie eksperymentalnych charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych pola rozciągowego	105
8.3.5. Wyznaczanie charakterystyk częstotliwościowych na podstawie spektrogramu	106
8.3.6. Zasada wyznaczania charakterystyk eksperymentalnych.....	109
8.3.7. Zasada wyznaczania teoretycznych charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych	116
8.3.8. Porównanie charakterystyki teoretycznej z eksperymentalną. Analiza statystyczna wyników	128
8.3.9. Wpływ wahań prędkości wałków zasilających i wydających na amplitudę charakterystyki częstotliwościowej	138
8.3.10. Ocena pracy aparatu rozciągowego	141
9. PODSUMOWANIE	147
10. WNIOSKI.....	152
ZAŁĄCZNIK A	154
ZAŁĄCZNIK B.....	159
LITERATURA	161
ABSTRACT	166
CHARAKTERYSTYKA ZAWODOWA AUTORA.....	168

STRESZCZENIE

W badaniach procesu rozciągania realizowanego w aparatach rozciągowych stosowana była gradientowa metoda badań. Polegała ona na badaniu wpływu kilku czynników o decydującym znaczeniu dla pracy aparatu. Wpływ ten badano celowo, zmieniając kolejne wartości jednego lub nawet kilku czynników i obserwowano jak zmiany te wpływają na przebieg procesu. W badaniach tych pewna grupa czynników mogąca mieć wpływ na wyniki badań jest niemożliwa do ustalenia na określonym stałym poziomie. Przy ustalaniu optymalnych parametrów pracy aparatu należałoby również określić wzajemny wpływ poszczególnych parametrów na siebie. Jest to jednak praktycznie niemożliwe do wykonania, ponieważ wymaga nieskończenie dużej liczby pomiarów.

W wielu pracach dotyczących procesu rozciągania stosowano różne metody badawcze i kryteria oceny. Analizowano przebiegi krzywych pocieniania, wychodząc z założenia, że ich kształty oraz różnice w przebiegu są uzależnione od sposobu ruchu włókien w rozciągany strumieniu. Badano również wielkość sił występujących w polu rozciągowym i na tej drodze określono wpływy, między innymi, rozkładu długości włókien na przebieg procesu rozciągania strumienia włókien. Dokonano też oceny procesu rozciągania i zjawisk temu procesowi towarzyszących, stosując analizę nierównomierności rozkładu masy rozciąganego strumienia włókien. W oparciu o charakterystykę widmową pola rozciągowego oceniano strumienie włókien na wlocie i wylocie aparatu rozciągowego oraz podjęto próbę powiązania charakteru rozkładu masy w strumieniu przed i po rozciągnięciu.

Dotychczas wiele opracowanych modeli matematycznych procesu rozciągania jest przedstawionych w formie uproszczonej, a równania zawierają wiele parametrów niemierzalnych, takich jak:

- względne przesunięcie środków włókien,
- liczby przednich końców włókien,
- współczynnik wzajemnego powiązania włókien.

Równania, w których występują jedynie wskaźniki charakteryzujące nierównomierność w postaci współczynników zmienności masy strumienia włókien pozwalają na przybliżoną ocenę procesu rozciągania.

O jakości pracy aparatu rozciągowego decyduje nierównomierność masy strumienia włókien powstająca podczas rozciągania. Zależy ona od wielu czynników, takich jak:

- nierównomierność masy strumienia zasilającego aparat rozciągowy,
- rozkład długości włókien w strumieniu,

- stan techniczny maszyn,
- dobór parametrów technicznych i technologicznych, takich jak: rozciągi częściowe i całkowite, rozstawienie elementów aparatu rozciągowego, wielkość obciążenia górnych wałków a w przypadku paskowych aparatów rozciągowych również rodzaj pasków oraz wielkość wkładek dystansowych.

Realizacja procedury modelowania wymaga przeprowadzenia eksperymentów, które dają informacje o zjawiskach zachodzących w badanym obiekcie. Informacje te uzyskano analizując sygnał wejściowy i wyjściowy obiektu. Najważniejszymi cechami sygnałów są:

- stacjonarność,
- występowanie składowych okresowych,
- normalność sygnału.

W celu scharakteryzowania sygnałów: wejściowego i wyjściowego, analizowano ich wartości średnie, wariancje, widma liniowe harmoniczne oraz gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy. Do oceny wyżej wymienionych charakterystyk sygnałów zastosowano testy statystyczne. Biorąc pod uwagę, że wartości średnie i wariancje oraz średnie wartości amplitud kolejnych składowych harmonicznych badanych sygnałów nie zależą od czasu przyjęto analizowany sygnał za stochastyczny stacjonarny o rozkładzie normalnym. Identyfikacja układu mechanicznego, jakim jest aparat rozciągowy, obejmuje problemy związane z wyborem postaci modelu matematycznego badanego obiektu. Przez wybór postaci modelu rozumie się problem określenia jego struktury. Jedną z metod identyfikacji strukturalnej, którą można zastosować do badania układów mechanicznych, jest analiza charakterystyk częstotliwościowych układu. Przy założeniu, że sygnał wejściowy jest procesem stochastycznym normalnym, również sygnał otrzymany na wyjściu układu liniowego jest procesem stochastycznym o rozkładzie normalnym. Każde odchylenie sygnału wyjściowego od normalnego rozkładu wskazuje na występowanie w układzie nieliniowości. W celu znalezienia związków matematycznych między sygnałem wejściowym a wyjściowym wykorzystano analizę regresji. Dla każdego z wariantów wyznaczono funkcje regresji metodą najmniejszych kwadratów. Na podstawie przeprowadzonej analizy statystycznej stwierdzono, że we wszystkich przypadkach zależność między sygnałem wejściowym a wyjściowym jest prosto-liniowa. Po analizie sygnału wejściowego i wyjściowego obiektu oraz określeniu jego struktury przystąpiono do opracowania modeli matematycznych procesu rozciągania realizowanego w aparatach rozciągowych przędzarek obrączkowych.

W pierwszym etapie badań wykorzystano wielowymiarową analizę regresji w celu wytypowania do dalszych rozważań parametrów procesu rozciągania

wpływających na nierównomierność masy strumienia włókien wydawanego z aparatu rozciągowego.

W drugim etapie badań przedstawiono nowy kierunek badawczy procesu rozciągania sprowadzający problematykę rozciągania strumienia w polu rozciągowym do zagadnień związanych z analizą układów dynamicznych. Opracowano nowy matematyczny model procesu rozciągania dla jedno i dwustrefowego aparatu rozciągowego. Głównym celem było uzyskanie wyrażenia w formie transmitancji dla dynamicznych związków między wielkościami wejściowymi i wyjściowymi aparatu rozciągowego. Parametry poszczególnych transmitancji uzależniono od właściwości strumienia wejściowego, parametrów pola rozciągowego oraz zmiennej prędkości strumienia w strefie rozciągania. Zaproponowany model przewidywania właściwości strumienia włókien zweryfikowano eksperymentalnie. Przedstawiono propozycję aplikacji omawianej metody do optymalizacji procesu rozciągania.

1. WYKAZ OZNACZEŃ

W zestawieniu oznaczeń przedstawiono te, które występują w wielu miejscach pracy.

$\frac{A_0}{2}$	– wartość średnia funkcji $x(t)$,
μ	– współczynnik tarcia,
α	– poziom istotności,
$\Delta V_1(t)$	– zmienna składowa prędkości $V_1(t)$ strumienia wejściowego,
$\Delta V_2(t)$	– zmienna składowa prędkości $V_2(t)$ strumienia zakleszczonego przez wałki środkowe,
$\Delta V_3(t)$	– zmienna składowa prędkości $V_3(t)$ strumienia wyjściowego,
$\varphi(\lambda, x)$	– rozkład długości włókien, których przednie końce przecinają układ współrzędnych w jednostce czasu po chwili $t = \lambda$,
λ_k	– średnia długość prześlizgujących się końców włókien,
ω_n	– prędkość kątowna składowych harmonicznym sygnału,
λ_n	– długość okresu n -tej harmoniki,
φ_n	– przesunięcie fazowe n -tej harmoniki,
ΔN_0	– rozkład masy strumienia zasilającego,
ΔN_{23}	– rozkład masy strumienia wyjściowego,
α_{rz}	– kąt pochylenia rzeczywistej krzywej pocienienia,
α_t	– kąt pochylenia teoretycznej krzywej pocienienia,
$ H(\omega) ^2$	– widmowa funkcja przejścia,
a	– estymator współczynnika regresji,
$A(\omega)$	– charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa,
A_n	– amplituda n -tej harmoniki,
AR	– aparat rozciągowy,
b	– estymator współczynnika regresji,
$C(\lambda)$	– wysokość wykresu rozkładu długości włókien,
CV	– współczynnik zmienności masy liniowej strumienia,
CV_{id}	– nierównomierność masy idealnego strumienia włókien,
CV_{id}	– współczynnik zmienności masy liniowej idealnego strumienia włókien obliczony z wzoru Martindale’a,
CV_{rz}	– nierównomierność masy rzeczywistego strumienia włókien (współczynnik zmienności),
D	– liczba łączy,
F	– test Snedecora,
$f(l)$	– gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej L ,
$F(l)$	– dystrybuanta długości włókien,

$f(x)$	– funkcja ilościowego rozkładu długości włókien,
f_0	– gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości włókien,
$F_n(x)$	– wartość doświadczalnej dystrybucyjnej,
G_X	– gęstość widmowa sygnału wejściowego,
$G_X(\omega)$	– widmowa gęstość mocy,
G_Y	– gęstość widmowa sygnału wyjściowego,
h	– szczepliwość jednostkowa,
H	– szczepność włókien,
$\bar{l}$	– średnia długość włókien,
i	– liczba włókien na jednostkę długości strumienia,
I	– współczynnik Huberty’ego,
I_1	– współczynnik Huberty’ego dla strumienia zasilającego,
I_2	– współczynnik Huberty’ego dla strumienia wydawanego,
k	– liczba włókien w wiązce,
L	– długość strefy rozciągania, rozstawienie wałków aparatu rozciągowego,
l_0	– minimalna długość włókna,
l_m	– maksymalna długość włókna,
M_R	– wskaźnik jakości rozciągania,
N	– siła nacisku normalnego,
n_0	– średnia liczba przednich końców włókien na jednostkę długości strumienia w miejscu zakleszczenia,
n_1	– liczba włókien w strumieniu rozciągany,
$n_{1(x)}$	– liczba włókien w przekroju x poruszających się z prędkością V_1 ,
$n_{2(x)}$	– liczba włókien w przekroju x poruszających się z prędkością V_2 ,
$N_{12(x)}$	– liczba włókien niekontrolowanych,
n_2	– liczba włókien w strumieniu rozciągniętym,
P_x	– prawdopodobieństwo pociągnięcia włókien niekontrolowanych przez włókna zakleszczone w wałkach rozciągowych,
R	– rozciąg,
r	– współczynnik korelacji liniowej,
r_{kr}	– wartość krytyczna współczynnika korelacji,
$R_X(\tau)$	– funkcja autokorelacji,
$R_{XY}(\tau)$	– funkcja interkorelacji,
S^2	– wariancja,
$S_{Arz}(\omega_1, \omega_2)$	– pole pod krzywą eksperymentalną charakterystyki częstotliwościowej,
$S_{At}(\omega_1, \omega_2)$	– pole pod krzywą teoretyczną charakterystyki częstotliwościowej,
SSR^2	– wartość wariancji resztowej,
T_r	– siła tarcia,
T	– stała czasowa,
t	– test Studenta,
t_{kr}	– wartość krytyczna statystyki testowanej t_{kr} ,

U	– niemierzalne zakłócenia,
V_1	– współczynnik zmienności długości włókien,
V_1	– prędkość obwodowa wałków zasilających,
V_2	– prędkość obwodowa wałków wydających,
V_{ni}	– współczynnik zmienności liczby włókien kolejnych przekrojów,
$W_N(s)$	– transmitancja wiążąca zmiany masy liniowej strumienia na wyjściu do zmian masy liniowej strumienia w punkcie wejściowym,
X	– macierz eksperymentu,
x	– dowolny punkt w strefie rozciągania,
$x = 0$	– początek pola rozciągowego,
$x = 1$	– punkt, w którym rozpoczyna się rozciąganie,
$x(t)$	– proces losowy stacjonarny na wejściu układu,
$\overline{x_1(t)}$	– wartość średnia,
X_1, X_2	– rzędne odcinka włókna, na który działa siła normalna,
$y(t)$	– proces losowy stacjonarny na wyjściu układu,
Y	– wielkość wyjściowa,
Δ	– obszar zakleszczenia przednich końców włókien,
$\Delta V_1(t)$	– zmienna składowa prędkości $V_1(t)$,
$\Delta V_2(t)$	– zmienna składowa prędkości $V_2(t)$,
Θ	– średnia z współczynników zmienności liczby włókien w poszczególnych przekrojach wycinka strumienia,
η	– względna różnica kątów pochylenia rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia.

2. PROBLEMATYKA BADAŃ

2.1. Wprowadzenie

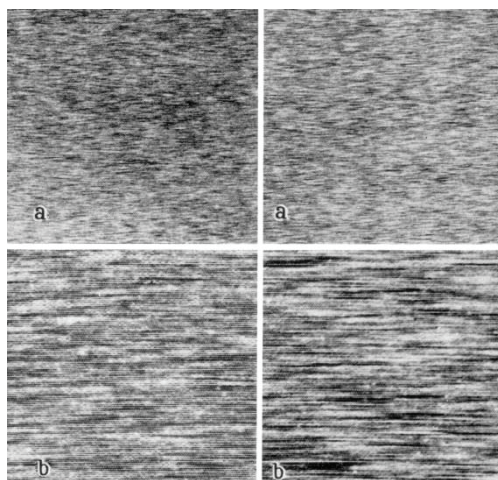
W procesie technologicznym, którego zadaniem jest uformowanie przędzy z luźnej masy włókien zachodzi wielokrotne rozciąganie i łączenie półproduktów. Proces rozciągania jest realizowany w aparatach rozciągowych zgrzeblarek, rozciągarek, niedoprzędzarek i przędzarek. Polega on na przesuwaniu włókien wzdłuż osi strumienia i układaniu ich na odcinku dłuższym od poprzedniego. W wyniku rozciągania zachodzi pocienienie, czyli zmniejszenie masy liniowej strumienia. O jakości pracy aparatu rozciągowego decyduje nierównomierność masy liniowej strumienia włókien powstająca podczas rozciągania. Nierównomierny rozkład masy strumienia decyduje o właściwościach technologicznych i wyglądzie estetycznym wyrobu końcowego. Względy technologiczne, a w konsekwencji względ na jakość wyrobów włókienniczych, zmuszają do stosowania zespołu środków, które do minimum ograniczą szkodliwe niezaprogramowane zmiany masy w strumieniu. Zmiany te można zminimalizować sterując pracą aparatu rozciągowego.

Nierównomierny rozkład masy w strumieniu na wylocie pola rozciągowego jest wynikiem specyficznie pozornie chaotycznego rozmieszczenia włókien wzdłuż osi strumienia, struktura wewnętrzna z kolei jest związana z ruchem włókien w polu rozciągowym aparatu rozciągowego. Prawa rządzące tym ruchem są tak złożone, że obecnie istnieje co najmniej kilkanaście różnych i wychodzących z różnych pozycji hipotez. Mimo różnic założeń i metod, cel badań jest zawsze ten sam, mianowicie chodzi o opracowanie sposobu określenia z góry nierównomierności strumienia na wylocie pola na podstawie znajomości nierównomierności strumienia wlotowego i parametrów pola rozciągowego. Wyznaczanie funkcyjnej zależności krzywych rozkładu masy umożliwi optymalne sterowanie w danych warunkach eksploatacyjnych pracy aparatu rozciągowego.

Do tej pory opracowane funkcyjne zależności krzywych rozkładu masy są przedstawione w formie uproszczonej, a równania zawierają wiele parametrów niemierzalnych, takich jak np. względne przesunięcie środków włókien, liczby przednich końców włókien, współczynnik wzajemnego powiązania włókien itd. Równania, w których występują jedynie wskaźniki charakteryzujące nierównomierność w postaci współczynników zmienności masy liniowej pozwalają tylko na przybliżoną ocenę procesu rozciągania i w bardziej dokładnych badaniach nie mogą być stosowane. Nierównomierny rozkład masy liniowej przędzy decyduje

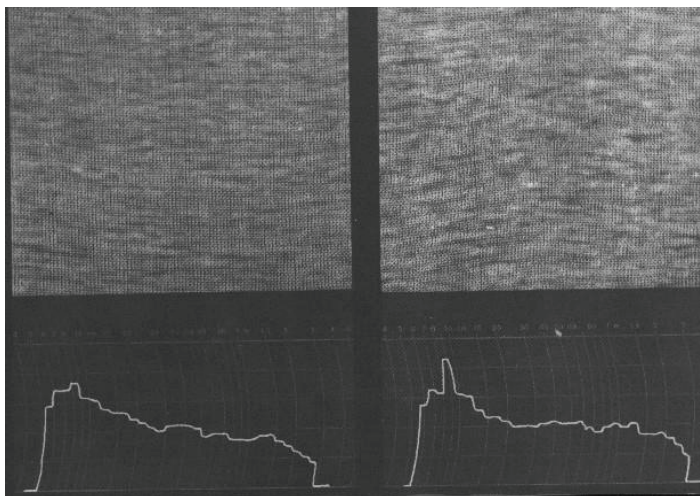
o właściwościach technologicznych i wyglądzie estetycznym wyrobu końcowego. Nierównomierność masy liniowej przędzy ściśle wiąże się z jej budową wewnętrzną, masa liniowa przędzy mierzona wzdłuż jej osi zależy bowiem od długości i masy liniowej włókien użytych do jej wytwarzania, od stopnia ich rozprostowania, od ich orientacji względem osi przędzy oraz sposobu ich rozmieszczenia wzdłuż osi. Rozkład masy przędzy jest więc funkcją zarówno procesu technologicznego, jak i surowca do tego procesu użytego. Nierównomierny rozkład masy liniowej przędzy jest funkcją wszystkich kolejno po sobie następujących faz przerobu włókien objętych procesem wytwarzania. Z wymienionych wyżej względów zagadnienie nierównomierności masy przędzy zajmuje pozycję szczególną w problematyce przędzenia włókien. Z tych względów dalszy postęp w procesie unowocześniania technologii przędzalnictwa jest najściślej uwarunkowany odpowiednim rozwojem badań struktury strumienia w ogóle oraz procesów technologicznych, które ten strumień przetwarzają i formują przędze. Do takich procesów przede wszystkim należy zaliczyć procesy zachodzące w różnego typu aparatach rozciągowych.

Rozkład masy strumienia włókien, oprócz składnika losowego wynikającego z ruchu włókien w polu rozciągowym, może zawierać składnik lub składniki harmoniczne (okresowe) spowodowane wadliwością pracujących elementów aparatu. Okresowy rozkład masy przędzy może być przyczyną wystąpienia w tkaninie lub dzianinie nieoczekiwanych wzorów pogarszających ich jakość. Na rysunku 2.1 przedstawiono rozmieszczenia okresowych zgrubień i pocienień przędzy w gotowym wyrobie.



Rys. 2.1. Rozmieszczenie okresowych zgrubień i pocienień przędzy w tkaninie
Źródło: opracowanie własne.

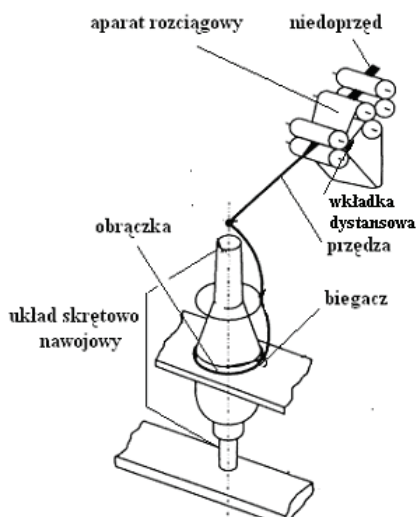
Względy technologiczne, a w konsekwencji wzgląd na jakość wyrobów włókienniczych, zmuszają do stosowania zespołu środków, które do minimum ograniczą nierównomierność masy liniowej strumienia. Nierównomierność tę można zminimalizować eliminując nieprawidłową pracę aparatów rozciągowych (rys. 2.2).



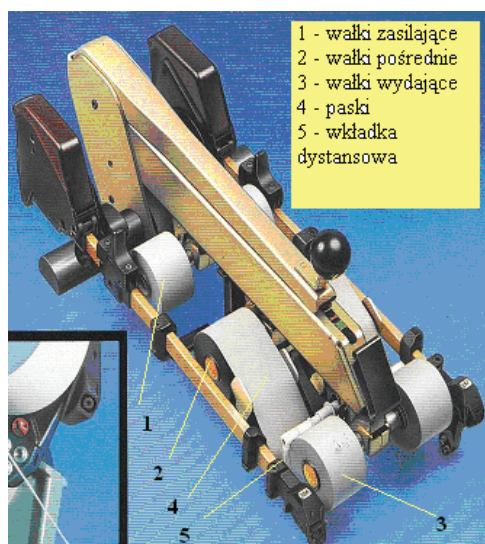
Rys. 2.2. Rozmieszczenie okresowych zgrubień i pocień przędzy w dzianinie
Źródło: opracowanie własne.

Okresowa nierównomierność powstająca w rezultacie niewłaściwego działania aparatu rozciągowego charakteryzuje się stosunkowo niewielkimi długościami fal i dużymi amplitudami. Nierównomierność tego typu wpływa w decydującym stopniu na wzrost przypadkowej zrywności podczas przędzenia, a tym samym na zmniejszenie wydajności przędzarki. Ponadto okresowa nierównomierność, której źródłem jest niewłaściwa praca aparatu rozciągowego przędzarki nie może być już zmniejszona w następnych operacjach technologicznych i decyduje o jakości przędz.

Obiektem badań w niniejszej pracy jest aparat rozciągowy typu Duo-Roth zainstalowany na przędzarce obrączkowej (rys. 2.3 i 2.4). Zadaniem przędzarki obrączkowej jest pocienienie strumienia włókien do żądanej masy liniowej, nadanie skrętu oraz nawinięcie otrzymanej przędzy na cewkę. Zadania te są realizowane przez dwa zespoły robocze: aparat rozciągowy i układ skrętowo-nawojowy. Warunki pracy tych zespołów decydują o jakości wytwarzanej przędzy. Jak już wspomniano, aparat rozciągowy wpływa na równomierność rozkładu masy, układ skrętowo-nawojowy – na wielkość napięć generowanych w przędzy w procesie wytwarzania.



Rys. 2.3. Schemat technologiczny podstawowych zespołów roboczych przędzarki obrączkowej
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2.4. Schemat jednostrefowego aparatu rozciągowego typu Duo-Roth
Źródło: opracowanie własne
na podstawie źródła [100] Prospekt: Textilmaschinen VDMA, MADE IN GERMANY.

Wskaźniki jakościowe przędzy zależą od nastawień elementów aparatu rozciągowego przędzarki, takich jak:

- wielkość rozciągu,
- długość pola rozciągowego,
- wysokość wkładki dystansowej.

Teoretyczne rozważania [23] prowadzą do stwierdzenia, że nierównomierność wydawanego strumienia wzrasta ze wzrostem rozciągu. Wynika z tego, że stosowanie niskich rozciągów całkowitych prowadzi do uzyskania przędzy o większej równomierności. Z szeregu prac autora [92÷98] przeprowadzonych na ten temat wynika natomiast, że dla każdej maszyny wyposażonej w aparat rozciągowy i dla każdego surowca istnieje pewien obszar optymalnych rozciągów, przy których zakłócenia wywołane procesem rozciągania są najmniejsze. Zastosowanie większych lub mniejszych rozciągów spoza tego obszaru powoduje znaczne pogorszenie jakości wydawanego strumienia.

Dodatkowym elementem aparatu rozciągowego jest wkładka dystansowa. Wysokość wkładki dystansowej to parametr, który określa wielkość szczeliny między-paskowej. W zależności od wielkości tej szczeliny zmienia się długość pola, w którym prowadzone włókna zakleszczane są między paskami. W ten sposób

zmienia się również pole sił tarcia wytworzone przez paski w rozciągającym strumieniu włókien. Pole to ma możliwość hamowania ruchu włókien (przytrzymywania tylnych końców włókien), różniących się między sobą w znaczny sposób długością. Można stwierdzić, że paski kontrolują ruch włókien o różnych długościach. Dobór wysokości wkładki jest uzależniony od wielu czynników, takich jak:

- rozrzut długości włókien,
- masa liniowa i nierównomierność masy liniowej niedoprzędu,
- wielkość rozciągu,
- stanu i jakości pasków itd.

W praktyce wysokość wkładki dobiera się w zależności od masy liniowej niedoprzędu i jakości pasków.

3. CEL I TEZA PRACY

Celem pracy jest tworzenie opisu matematycznego procesu rozciągania zachodzącego w aparatach rozciągowych przędzarek obręczkowych. Związek matematyczny między nierównomiernością masy produktu zasilającego, ruchem włókien w polu rozciągowym i charakterem rozkładu masy produktu wydawanego umożliwi optymalne sterowanie pracą aparatu rozciągowego w danych warunkach eksploatacyjnych.

W pierwszym etapie badań wykorzystano wielowymiarową analizę regresji w celu wytypowania do dalszych rozważań parametrów procesu rozciągania wpływających na nierównomierność masy strumienia włókien wydawanego z aparatu rozciągowego.

W drugim etapie badań przedstawiono nowy kierunek badawczy procesu rozciągania sprowadzający problematykę rozciągania strumienia w polu rozciągowym do zagadnień związanych z analizą układów dynamicznych. Opracowano nowy matematyczny model procesu rozciągania dla jedno i dwustrefowego aparatu rozciągowego. Głównym celem było uzyskanie wyrażeń w formie transmitancji dla dynamicznych związków między wielkościami wejściowymi i wyjściowymi aparatu rozciągowego. Parametry poszczególnych transmitancji uzależniono od właściwości strumienia wejściowego, parametrów pola rozciągowego oraz zmiennych prędkości strumienia w strefie rozciągania. Zaproponowany model przewidywania właściwości strumienia włókien zweryfikowano eksperymentalnie. Przedstawiono propozycję aplikacji omawianej metody do optymalizacji procesu rozciągania.

Cel pracy zostanie osiągnięty, jeśli zostanie spełniona teza:

uzyskany na drodze eksperymentalnej i teoretycznej model matematyczny procesu rozciągania określający związek między nierównomiernością masy produktu zasilającego, ruchem włókien w polu rozciągowym i charakterem rozkładu masy produktu wydawanego umożliwi formułowanie hipotez dotyczących rozkładu masy w strumieniu idealnym i rzeczywistym, kinematyki i dynamiki włókien w polu rozciągowym.

Realizacja tezy wymogła rozwiązanie poniższych problemów.

1. Opracowanie metod identyfikacji procesu rozciągania.
2. Wytypowanie parametrów procesu rozciągania wpływających na nierównomierność masy strumienia włókien wydawanego z aparatu rozciągowego.
3. Przyjęcie założeń do modelu.

4. Weryfikacja założeń do modelu.
5. Opracowanie kompleksowego matematycznego modelu procesu rozciągania strumienia włókien w jednostrefowym i dwustrefowym aparacie rozciągowym.
6. Wyznaczenie na podstawie matematycznego modelu procesu rozciągania charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych.
7. Wyznaczenie eksperymentalnych charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych pola rozciągowego.
8. Porównanie charakterystyk teoretycznych z eksperymentalnymi.
9. Ocena pracy aparatu rozciągowego na podstawie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych.

Przesłankami do sformułowania tezy pracy jest brak w literaturze pełnego modelu matematycznego procesu rozciągania, odzwierciedlającego w znacznym stopniu zjawiska zachodzące w układzie rzeczywistym.

4. PODSTAWY TEORETYCZNE ROZCIĄGANIA

Analizując proces rozciągania autorzy różnych prac stosowali różne metody badawcze i kryteria. Najczęściej stosowane metody to:

- analiza składu długościowego włókien w procesie rozciągania,
- analiza nierównomierności rozkładu masy liniowej rozciąganego strumienia włókien,
- analiza przebiegu krzywych pocieniania,
- badanie sił występujących w polu rozciągowym.

4.1. Cel i istota procesu rozciągania

Rozciąganie jest jednym z najważniejszych procesów wytwarzania przędzy. Proces ten zachodzi wówczas, gdy prędkości liniowe kolejnych elementów maszyny rosną w kierunku wydawania. Rozciągnięcie jest realizowane w aparatach rozciągowych poszczególnych maszyn.

Celem procesu rozciągania jest:

- pocienienie strumienia włókien,
- wyprostowanie włókien,
- równoległe ułożenie włókien wzdłuż osi strumienia,
- wymieszanie włókien.

Stopień wykonania powyższych zadań decyduje o jakości produktu i stanowi ocenę pracy aparatu rozciągowego.

Podstawowym parametrem charakteryzującym technologiczną pracę aparatu rozciągowego jest wielkość rozciągu. Dla klasycznego dwuparwałkowego aparatu jest on definiowany jako stosunek prędkości liniowej wałków wydających do prędkości liniowej wałków zasilających:

$$R = \frac{V_2}{V_1} \quad (4.1)$$

gdzie: R – rozciąg,

V_1 – prędkość obwodowa wałków zasilających,

V_2 – prędkość obwodowa wałków wydających.

Zależność ta jest słuszna przy założeniu, że nie występuje poślizg włókien w parze wałków zasilających i w wydających.

W przypadku, gdy rozciąganiu jest poddawany strumień idealnie równomierny oraz wszystkie włókna posiadają jednakową stałą długość, wielkość rozciągu może być wyrażona stosunkiem liczby włókien w strumieniu rozciągany do

liczby włókien w strumieniu rozciągniętym, przy założeniu, że nie występują straty włókna w czasie rozciągania:

$$R = \frac{n_1}{n_2} \quad (4.2)$$

gdzie: R – rozciąg,

n_1 – liczba włókien w strumieniu rozciągany,

n_2 – liczba włókien w strumieniu rozciągniętym.

Jeżeli zostaną spełnione jednocześnie powyższe założenia, że w czasie rozciągania nie będą występowały ani poślizgi w wałkach aparatu, ani straty surowca, to możemy przyjąć zależność:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (4.3)$$

gdzie: V_1 – prędkość obwodowa wałków zasilających,

V_2 – prędkość obwodowa wałków wydających,

n_1 – liczba włókien w strumieniu rozciągany,

n_2 – liczba włókien w strumieniu pocienionym.

4.2. Rozkłady długościowe włókien

Między rozkładem długościowym włókien a jakością, szczególnie równomiernością rozkładu masy przędzy, istnieje wyraźna współzależność. Potwierdzają to liczne opracowania dotyczące tego zagadnienia [1, 46, 47, 48, 50, 52].

Najważniejszym z wymiarów geometrycznych włókien jest ich długość. Zakładamy bowiem, aby nie komplikować zagadnienia, że masa liniowa włókien jest stała. Przyjmujemy ponadto, że długość L włókien w strumieniu jest zmienną losową ciągłą. Wyznamy statystyczne parametry zmiennej losowej L , z których będziemy korzystać.

Prawdopodobieństwo P zdarzenia, że długość l włókna przyjmie dowolną wartość z przedziału (l_0, l_m) nazywamy funkcją rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej L i oznaczamy ją następująco:

$$P(l_0 \leq L \leq l_m) \quad (4.4)$$

gdzie: l_0 oznacza najmniejszą, a l_m największą długość włókna.

Gęstość prawdopodobieństwa $f(l)$ zmiennej losowej L nazywamy funkcją:

$$f(l) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{P(l \leq L \leq l + \Delta l)}{\Delta l} \quad (4.5)$$

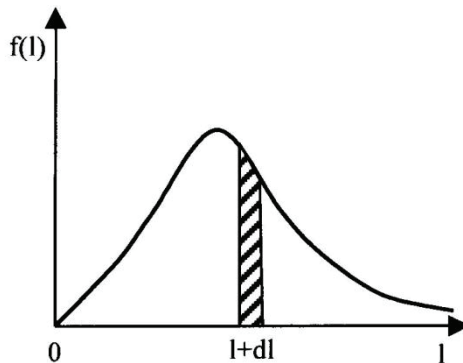
Funkcja $f(l)$ powinna spełniać warunek:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(l)dl = \int_{l_0}^{l_m} f(l)dl = P(l_0 \leq L \leq l_m) = 1 \quad (4.6)$$

ponieważ prawdopodobieństwo zdarzenia, że długość l włókna będzie mieć dowolną wartość z przedziału (l_0, l_m) równa się jedności. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że długość włókna w rozpatrywanym zbiorze włókien mieści się w przedziale $(l, l + dl)$ równa się:

$$P(l \leq L \leq l + dl) = \int_l^{l+dl} f(l)dl = f(l)dl \quad (4.7)$$

Wielkości (4.6) i (4.7) przedstawiono graficznie na rysunku 4.1.



Rys. 4.1. Wykres gęstości prawdopodobieństwa $f(l)$ długości l włókien

Źródło: [1] Stasiak M.: *Teoria nierównomierności grubości idealnego strumienia włókien*, część 2, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1990.

Krzywa na rysunku 4.1 jest wykresem funkcji $f(l)$. Zakreskowany wycinek pola powierzchni pod krzywą $f(l)$ odpowiada wielkości (4.7), a całe pole powierzchni pod krzywą $f(l)$ równe jest jedności.

Dystrybuantą długości l włókien nazywamy funkcję $F(l)$ określoną wyrażeniem:

$$F(l) = P(L \leq l) \quad (4.8)$$

Dystrybuanta $F(l)$ równa się więc prawdopodobieństwu zdarzenia, że długość L włókna nie będzie mniejsza od dowolnie założonej wartości l . Jeśli długość włókien jest zmienną losową ciągłą, to zamiast (4.8) można napisać:

$$F(l) = \int_{l_0}^l f(l)dl \quad (4.9)$$

Dla $L = l_0$ i $L = l_m$ dystrybuanta $F(l)$ przyjmuje wartości:

$$\begin{aligned} F(l_0) &= 0 \\ F(l_m) &= 1 \end{aligned} \quad (4.10)$$

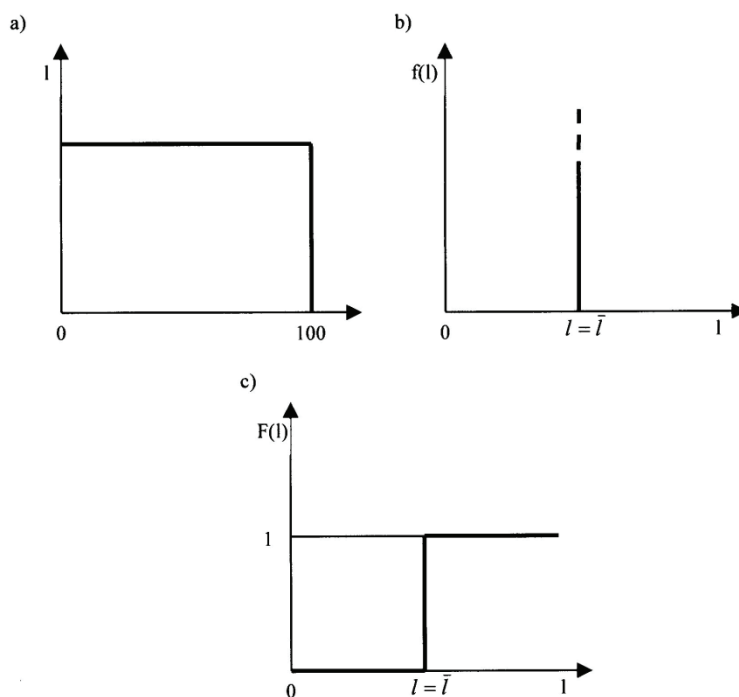
Za pomocą funkcji $F(l)$ łatwo można wyznaczyć funkcję $f(l)$ zmiennej losowej L . Ze wzoru (4.9) mamy bowiem:

$$F'(l) = \frac{d}{dl} F(l) = f(l) \quad (4.11)$$

Poniżej podano kilka przykładów długości włókien, które mają teoretyczne i praktyczne zastosowanie w przędzalnictwie [1].

4.2.1. Rozkład prostokątny

Taki rozkład długości włókien występuje w przypadku włókien chemicznych ciętych na jedną długość włókien. Wykresem kumulacyjnym takiego zbioru włókien jest prostokąt.



Rys. 4.2. a) prostokątny wykres kumulacyjny długości włókien, b) odpowiednia gęstość prawdopodobieństwa $f(l)$ długości włókien, c) odpowiednia dystrybuanta długości włókien

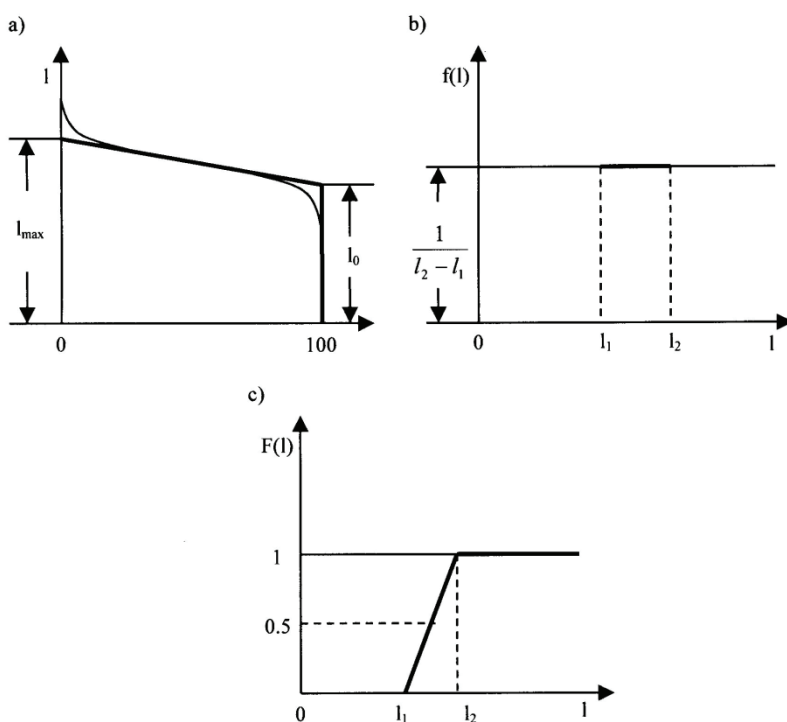
Źródło: [1] Stasiak M.: *Teoria nierównomierności grubości idealnego strumienia włókien, część 2*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1990.

Postać wykresu kumulacyjnego można uważać za szczególny przypadek wykresu trapezowego, w którym $l_m = l_0 = \bar{l}$. Dystrybuenta $F(l)$ zmiennej losowej jest określona funkcją:

$$\begin{aligned} F(l) &= 0 & \text{dla} & \quad 0 \leq l \leq \bar{l} \\ F(l) &= 1 & \text{dla} & \quad l > \bar{l} \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.2.2. Rozkład trapezowy

Wykresy kumulacyjne długości włókien wełny i bawełny najczęściej aproksymuje się wykresami trapezowymi.



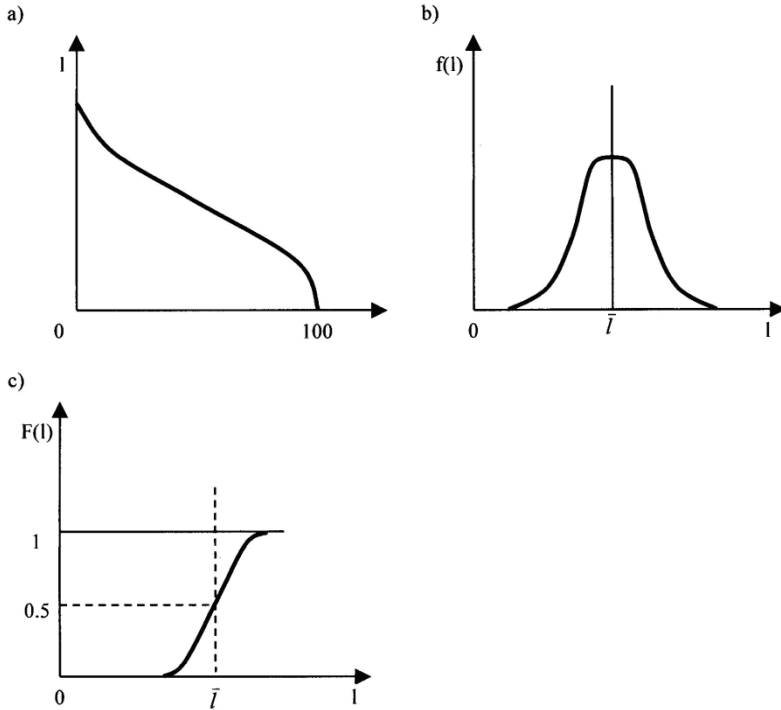
Rys. 4.3. a) trapezowy wykres kumulacyjny długości włókien,
 b) odpowiednia gęstość prawdopodobieństwa $f(l)$ długości włókien,
 c) odpowiednia dystrybuenta długości włókien

Źródło: [1] Stasiak M.: *Teoria nierównomierności grubości idealnego strumienia włókien, część 2*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1990.

$$\text{ty } F(l) = f(l) = \frac{1}{l_m - l_0} \quad (4.13)$$

4.2.3. Rozkład normalny

Normalny wykres kumulacyjny długości włókien jest dobrym przybliżeniem rzeczywistego rozkładu włókien naturalnych.



Rys. 4.4. a) normalny wykres kumulacyjny długości włókien,
 b) odpowiednia gęstość prawdopodobieństwa $f(l)$ długości włókien,
 c) odpowiednia dystrybucja długości włókien

Źródło: [1] Stasiak M.: Teoria nierównomierności grubości idealnego strumienia włókien, część 2, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1990.

$$f(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left(-\frac{(l-\bar{l})^2}{2\sigma_l^2}\right) \quad (4.14)$$

$$F(l) = \int_0^l \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left(-\frac{(l-\bar{l})^2}{2\sigma_l^2}\right) dl$$

4.3. Wpływ rozkładu długości włókien na parametry jakości strumienia włókien w świetle dotychczasowych badań

W wielu opracowaniach dotyczących powyższego zagadnienia autorzy, na podstawie przeprowadzonych badań oraz rozważań teoretycznych, stwierdzili wyraźną współzależność między rozkładem długości włókien a jakością, szczególnie równomiernością rozkładu masy przędzy.

Lünnenschlos i Güttler [2], badając włókna poliamidowe o prostokątnym i schodkowym kumulacyjnym rozkładzie długości doszli do wniosku, że jakkolwiek na pierwszym pasażu rozciągarek nie dostrzega się istotnych różnic w nierównomierności grubości taśmy, to już na następnych różnica jest wyraźna i pogłębia się w trakcie procesu technologicznego na niekorzyść taśmy utworzonej z włókien jednakowej długości. Stwierdzili dalej, że powstająca w procesie czesania nierównomierność, ujawniająca się na długich odcinkach przędzy, występuje znacznie intensywniej dla prostokątnego rozkładu długości włókien. Zdaniem autorów pogorszenie równomierności masy taśmy i przędzy jest tym intensywniejsze, im mniejsze jest zróżnicowanie długości włókien. Ten wniosek budzi jednak zastrzeżenie, ponieważ zbyt duże zróżnicowanie długości włókien oddziałuje negatywnie na równomierność przędzy.

Zagadnienie to badał Stasiak [3, 4], analizując między innymi wpływ rozkładów długości włókien poliakrylonitrylowych na nierównomierność rozkładu masy w przędzy. Stwierdził, że współczynnik zmienności masy liniowej przędzy CV , określony za pomocą przyrządu Uster, jest funkcją rozkładu długości włókien w mieszance i jest tym wyższy, im bardziej nierównomierna pod względem długości włókien jest mieszanka. Długość włókien w mieszance wpływa także na nierównomierność krótkoodcinkową masy liniowej przędzy. Stwierdził dalej, że przędza wykonana z mieszanki włókien o dużym rozrzucie długości wykazuje wyraźne quasi-okresowy rozkład masy liniowej, a w niektórych miejscach masa liniowa przędzy spada do 20% średniej wartości. Przędze takie wyróżniają się zmniejszoną wytrzymałością i znacznie większą zrywnością w czasie ich przędzenia. Stwierdził również, że zwiększenie wartości rozciągu wywiera najbardziej niekorzystny wpływ na nierównomierność masy liniowej strumienia włókien w przypadku mieszanki z włókien o dużym rozrzucie długości.

Potwierdzają to Michajłow i Sewostianow [5] stwierdzając, że rozkład długości włókien prawie trójkątny daje znacznie gorsze wyniki jakościowe przędzy niż prawie prostokątny. Do nieco innych wniosków doszli Müller [6] oraz Usienko [7]. Badając przędę wełniano-wiskozową dla stałej i zmiennej długości włókien

wiskozowych Usienko stwierdził wyraźną różnicę w równomierności przędzy na korzyść zmiennej długości.

Wegener [8] przeprowadził szereg badań z trzema rodzajami włókien: miedziankowym, wiskozowym i poliamidowym dla prostokątnego i schodkowego kumulacyjnego rozkładu długości i stwierdził, że największą nierównomiernością rozkładu masy, szczególnie na długich odcinkach, cechuje się przędza wykonana z włókien o jednakowej długości niezależnie od rodzaju użytego surowca. Wegener stwierdził również wyraźną współzależność między rozkładem długości włókien a wytrzymałością i wydłużeniem przędzy oraz rozrzutem tych wskaźników. I w tym przypadku lepsze wyniki jakościowe wykazywała przędza wykonana z włókien różnej długości.

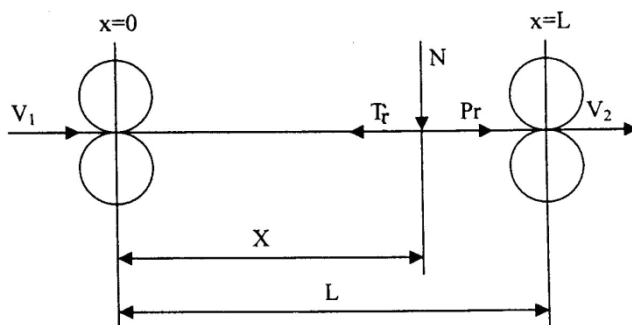
Fujino i Kawabata [9], analizując pozorowany proces rozciągania realizowany za pomocą obwodów analogowych, do których wprowadzone były impulsy symulujące prostokątny oraz quasinormalny rozkład długości, doszli do podobnych wniosków stwierdzając, iż rozciąganie strumienia włókien o prostokątnym rozkładzie długości jest „bardzo niepewne”, nieustabilizowane, dające pogorszenie równomierności strumienia włókien. Funkcje autokorelacji przędzy rzeczywistej i pozorowanej, wyprodukowanej z włókien o jednakowej długości, wykazują bardzo wyraźną okresowość, o niewielkim stopniu tłumienia.

Jak widać z przytoczonych prac i badań wnioski nie zawsze się pokrywają, a w niektórych przypadkach są sprzeczne. Nie wyczerpują one również omawianego zagadnienia. Po pierwsze, autorzy cytowanych prac bazowali na klasycznym procesie przędzenia opartym o operacje zgrzeblenia i czesania. Po wtóre, ograniczyli się do porównania przędz wykonanych z włókien o jednakowej długości z przędzami z włókien trzech lub czterech klas długościowych (60, 80, 100, 120 mm), znacznie odbiegających od aktualnie stosowanych w praktyce przemysłowej. Większość autorów cytowanych prac przyjmowało jako kryterium oceny wskaźniki jakości półproduktów i przędzy, głównie wskaźniki nierównomierności rozkładu masy.

4.4. Siły tarcia w rozciągającym strumieniu włókien

W polu rozciągowym (rys. 4.5) strumień włókien jest poddawany działaniu sił rozciągowych P_r . Siłom rozciągowym przyłożonym do strumienia (wzdłuż jego osi) przeciwstawiają się siły tarcia między włóknami oraz włókien o elementy aparatu [10÷13]. Te pierwsze, nazywane wewnętrznymi siłami tarcia, są spowodowane siłami ściśliwości oraz występowaniem sił normalnych między włóknami. Siły tarcia występujące między włóknami i elementami maszyn są nazywane zewnętrznymi.

Siły tarcia są spowodowane oddziaływaniem elementów kontrolujących ruch włókien, takich jak: paski, grzebienie, wałki prześlizgowe, zgęszczacze, prowadniki.



Rys. 4.5. Siły działające na włókna w polu rozciągowym

Źródło: [4] Stasiak M.: *Metody badania technologicznych właściwości aparatów rozciągowych*. Wydawnictwo Centralnego Laboratorium Przemysłu Bawełnianego, Łódź 1967.

Gdy siła $T_r = Pr$, wówczas włókna poruszają się z prędkością V_1 .

Gdy siła $T_r < Pr$, wówczas włókna poruszają się z prędkością $V_2 > V_1$.

Anizotropowy, sprężysto-plastyczny charakter tworzywa sprawia, że tarcie włókien nie podlega klasycznej zależności Amontona-Coulomba, w której współczynnik tarcia jest wielkością stałą.

$$T_r = \mu \cdot N \quad (4.15)$$

gdzie: T_r – siła tarcia,

N – siła nacisku normalnego,

μ – współczynnik tarcia.

Współczynnik tarcia zależy nie tylko od wielkości powierzchni styku i prędkości przesuwu ciał. Taylor [14] przyjmuje, że zachodzi proporcjonalność między liczbą punktów kontaktu u_k , trących się ciał i wielkością nacisku normalnego:

$$u_k = \varphi(N) \quad (4.16)$$

i podaje wzór na opór rozciągania włókien:

$$T_r = H + \mu \cdot N \quad (4.17)$$

Z powyższego wynika, że siła T_r jest sumą sił niezależnych od nacisku normalnego (siły szczepliwości) i siły tarcia zależnych od przyłożonego nacisku normalnego μN .

Szczepliwość wg Budnikowa [15] można wyrazić jako:

$$H = h \cdot \lambda \quad (4.18)$$

gdzie: H – szepność włókien w mG,

h – szepność jednostkowa w mG/mm,

λ – średnia długość prześlizgujących się końców włókien w mm.

Żurek (16) uwzględniając rozrzut długości włókien podaje wyrażenie:

$$H = \frac{1}{4} h \bar{l} n (1 + V_l^2) \quad (4.19)$$

gdzie: V_l – współczynnik zmienności długości włókien,

$\bar{l}$ – średnia długość występujących w rozciągającym strumieniu włókien,

n – liczba włókien w przekroju strumienia.

Sumaryczna siła szepności strumienia zależy więc od:

- liczby włókien w przekroju strumienia,
- średniej długości włókien i jej rozrzutu,
- jednostkowej szepności włókien.

Powyższe zależności zostały wyprowadzone przy założeniu idealnego wyprostowania i zorientowania włókien wzdłuż osi strumienia. W rzeczywistości jednostkowa szepność strumienia włókien jest wielkością zmienną zależną od wielu czynników:

- średniej długości włókien i jej rozrzutu,
- liczby włókien w przekroju strumienia,
- współczynnika tarcia włókien zależnego od rodzaju tworzywa i stanu powierzchni trących się włókien (preparacja, cząstki barwnika itp.),
- stopnia wyprostowania i orientacji włókien w strumieniu,
- wilgotności powietrza.

Siły tarcia w polu rozciągowym powstają wskutek działania na włókna sił normalnych, powstałych od zagęszczającego działania elementów zewnętrznych pola, takich jak: paski, grzebienie, wałki prześlizgowe itd.

Siły nacisku normalnego wywołują siły tarcia zgodnie z ogólnym wzorem:

$$T_r = \mu \int_{X_1}^{X_2} N dx \quad (4.20)$$

gdzie: X_1, X_2 – rzędne odcinka włókna, na który działa siła normalna,

N – siła nacisku normalnego na jednostkę długości włókna.

Układ wszystkich elementarnych sił tarcia, występujących pod wpływem działania sił normalnych, nazywa się polem sił tarcia.

Intensywność sił tarcia osiąga swoje maksimum w osi strumienia oraz w osiach wałków zasilających i wydających.

Między parami wałków występują również siły normalne, które są pionowymi składowymi sił naprężających włókna.

4.5. Ruch włókien w polu rozciągowym

Zasada ruchu włókien w polu rozciągowym jest niezmienna. Mówi ona, że włókna poruszają się z prędkością, jaka jest nadawana im przez wałki zasilające, zaś od pewnego momentu uzyskują prędkość wałków wydających. Zmiana prędkości włókna może być wywołana następującymi czynnikami:

a) Przedni koniec włókna znalazł się w polu sił tarcia, wywołanym działaniem wałków wydających. W tym przypadku w zależności od długości rozpatrywanego włókna mogą zaistnieć następujące ewentualności:

- 1) dla włókien, których długość jest mniejsza od odległości między wałkami zasilającymi a polem sił tarcia zostanie nadana prędkość V_2 ,
- 2) dla włókien dłuższych niż ta odległość, tzn. dla takich, których tylne końce są jeszcze zakleszczone w parze wałków zasilających, przebieg rozciągania może być dwojaki:
 - zerwanie włókna, gdy jego wytrzymałość jest niższa niż naprężenia wywołane polem sił tarcia,
 - przechodzenie włókna z prędkością V_1 przez pole sił tarcia, aż do wałków wydających w stanie nienaruszonym dla takich włókien, których wytrzymałość na rozerwanie jest większa niż naprężenia wywołane działaniem pola sił tarcia.

b) Tylne włókna opuścił strefę zakleszczenia wałków zasilających.

Włókno to może osiągnąć prędkość wałków wydających w trojaki sposób:

- dla włókien krótkich będzie ono poruszać się tak długo z prędkością V_1 aż przedni koniec osiągnie strefę pola sił tarcia,
- osiągnie natychmiast prędkość V_2 na skutek działania pola sił tarcia na przedni koniec włókna,
- osiągnie prędkość V_2 na skutek zakleszczenia przedniego końca w wałkach wydających; przypadek ten zachodzi dla włókien, których długość równa jest długości pola rozciągowego i włókna nie uległy zerwaniu na skutek działania pola sił tarcia.

c) Przedni koniec włókna znalazł się w linii zakleszczenia wałków wydających.

Fakt ten nie wpłynie na zmianę ruchu tych włókien, które osiągnęły wcześniej prędkość V_2 .

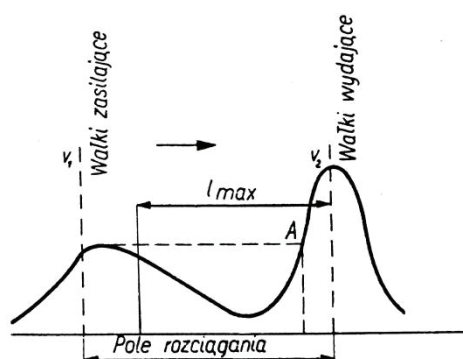
Włókna, którym zostanie nadana prędkość V_2 dopiero z chwilą zakleszczenia się w tej parze należą do dwu grup włókien:

- włókna, które posiadają długość mniejszą lub równą długości pola rozciągowego,
- włókna o długości większej od długości pola rozciągowego, dla których nastąpi jednocześnie ich rozerwanie.

Przednia część tak rozrywanych włókien porusza się z prędkością wałków wydających, tylna część z mniejszą prędkością. W swojej tylnej części są one otoczone dużą liczbą włókien, poruszających się z prędkością wałków zasilających, są więc na tym odcinku jakby wzmocnione poprzez tarcie o te włókna. Miejsce zerwania znajduje się w punkcie, gdzie występuje pocienienie rozciąganego strumienia i większa liczba włókien posiada już prędkość wałków wydających.

Ruch włókien w polu rozciągowym jest wywołany siłami czynnymi (rozciągającymi) pochodzącymi od wałka napędzającego każdej pary wałków aparatu rozciągowego.

Prawidłowy rozkład sił tarcia w polu rozciągowym powinien zapewnić ruch włókien z pewną z góry założoną regularnością. Proces taki będzie przebiegał wówczas, gdy włókna w polu rozciągowym będą się poruszały z prędkością wałków zasilających i dopiero z chwilą uchwycenia ich przez wałki wydające osiągną prędkość tych ostatnich. Aby jednak włókna nie były przedwcześnie porywane przez wałki wydające konieczne jest, by sumaryczna siła tarcia, wywoływana tylną parą wałków (naciskiem), była do pewnego punktu większa niż sumaryczna siła tarcia wywołana (naciskiem) przez parę wałków wydających (punkt A rys. 4.6).



Rys. 4.6. Schemat rozkładu sił normalnych w aparacie rozciągowym paskowym

Źródło: [23] Jabłoński W., Jackowski T.: *Technologia przędzalnictwa bawełny*, WNT, Warszawa 1986.

W tym celu stosuje się np. układy paskowe. W aparatach dwupaskowych teoretycznie kontrola ruchu włókien krótszych od strefy rozciągania jest najbardziej

prawidłowa, gdyż paski przylegają z obydwu stron rozciąganego strumienia oraz doprowadzają włókna bardzo blisko zacisku przednich wałków rozciągowych.

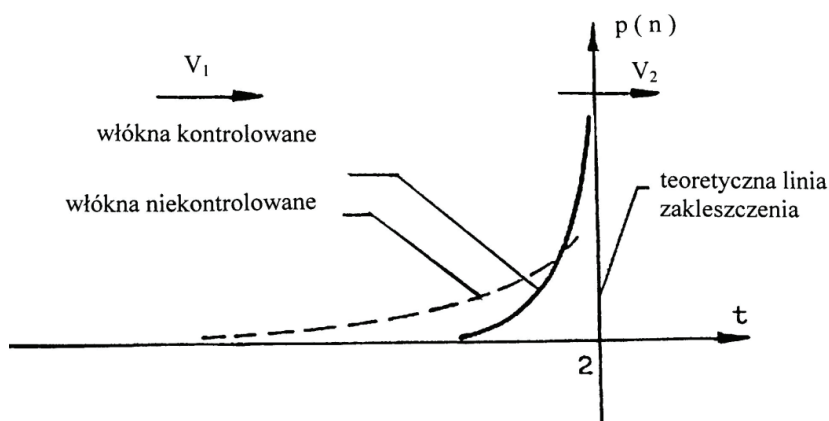
Liczne eksperymenty wskazują [17÷22], że przy niedużych prędkościach większość włókien porusza się z prędkością V_1 lub V_2 , a liczba włókien poruszających się z prędkościami pośrednimi jest niewielka. Czas przejścia od jednej prędkości do drugiej okazuje się niewielki [23] i wynosi około 1/24 s. Prędkość przejścia od prędkości V_1 do V_2 tłumaczy się tym, że współczynnik tarcia, statyczny między włóknami przy niedużych prędkościach, zazwyczaj jest większy niż współczynnik tarcia kinetycznego poślizgu.

Włókno przemieszczające się w aparacie rozciągowym kontaktuje się z wolno poruszającymi się włóknami, w szczególności zaciśniętymi w parze wałków zasilających, jak i szybko poruszającymi zaciśniętymi w parze wałków wydających.

Włókna zakleszczone w jednej z tych par poruszają się z prędkością tych wałków. Włókna zbliżające się do wałków wydających kontaktują się z szybko poruszającymi włóknami i siła czynna (rozciągająca) nadająca im większą prędkość gwałtownie rośnie, a siła hamująca (tarcia), która działa na nie od strony wolno poruszających się włókien trafi do punktu A (rys. 4.6) – siły tarcia wyrównują się. Począwszy od punktu A siła nacisku normalnego wzrasta, a współczynnik tarcia między włóknami maleje, w wyniku czego włókna są silniej zakleszczone od strony wałków wydających i mogą uzyskać ich prędkość.

Kiedy włókna ruszają z prędkością wyższą od prędkości zasilania, siła hamująca gwałtownie się zmniejsza i wzajemne oddziaływanie tych włókien z wolno poruszającymi się włóknami jest określone przez tarcie poślizgu. Odpowiednio siła czynna nadająca im większą prędkość rośnie i powstaje jej rezerwa (zapas). Ta rezerwa jest tym większa, im większa jest siła nacisku normalnego w punkcie równowagi sił oraz im większe są różnice między współczynnikami tarcia spoczynku i poślizgu. Ta rezerwa pozwala na dość wysoką wartość przyspieszenia włókna i szybkie przejście z V_1 do V_2 . Z jednej strony większość włókien znajdujących się w polu rozciągowym jest kontrolowana wałkami zasilającymi i wydającymi, a dodatkowo jeszcze wałeczkami, paskami, grzebieniami itd., co gwarantuje ich ruch z prędkością V_1 bądź V_2 , z drugiej strony różnica współczynników tarcia i poślizgu decyduje o małej długości stanów przejściowych także dla włókien niekontrolowanych.

Rysunek 4.7 przedstawia rozkład prawdopodobieństwa zmiany prędkości przednich końców włókien kontrolowanych i niekontrolowanych w dwuparwałkowym aparacie rozciągowym.



Rys. 4.7. Rozkład prawdopodobieństwa zmiany prędkości przednich końców włókien z prędkości V_1 na V_2

Źródło: [24] Taylor D.S.: *Some observations on the movement of fibres during drafting*, *Journal of The Textile Institute*, Vol. 45, 1954, ss. T310-322.

W rozciąganiu z pełną kontrolą włókien punkty zmiany prędkości są rozmieszczone w obszarze zakleszczenia wałków wydających, dla włókien niekontrolowanych tworzą krzywą odbiegającą w głąb pola rozciągowego. Niekontrolowany przebieg włókien krótkich jest jedną z głównych przyczyn wzrostu nierównomierności rozkładu masy w strumieniu. Wpływa on na zmianę masy włókien zakleszczonych w danej chwili. Jeżeli liczba przyspieszających włókien swobodnych wzrasta, to stanowią one dodatek do masy wychodzącego strumienia w rozważanym jego przekroju. Z drugiej strony występuje ubytek tych włókien w przekroju strumienia zmierzającego w kierunku wałków wydających.

Taylor [24] podał wzór na określenie prawdopodobieństwa zmiany prędkości włókien niekontrolowanych:

$$P_x = 1 - \frac{N}{N + n} r \quad (4.21)$$

gdzie: P_x – prawdopodobieństwo pociągnięcia włókien niekontrolowanych przez włókna zakleszczone w wałkach rozciągowych,

$N + n$ – liczba włókien w przekroju x ,

N – liczba włókien hamujących, biegnących z prędkością V_1 ,

r – współczynnik zależny od współczynnika tarcia względnej gęstości włókien, rozkładu długości włókien itp.

Powyższa zależność została wprowadzona przy założeniu istnienia tylko sił tarcia między włóknami, bez występowania zewnętrznych sił tarcia. Zjawisko niekontrolowanego ruchu włókien krótkich występuje wyraźniej przy rozciąganiu

strumienia zbudowanego z włókien o dużym rozrzucie długości (włókna naturalne). Występuje tu znaczna liczba włókien krótkich, bardziej podatnych na „porywające” działanie włókien zakleszczonych w wałkach rozciągowych. Zjawisko to występuje również, gdy siły normalne działające od elementów zewnętrznych w polu rozciągowym są za małe (rzadkie ugięcie, mała gęstość liniowa zasilanego strumienia, duża odległość między cholewami prowadzącymi itp.).

4.6. Ruch włókien wiązkami

W wielu teoriach rozciągania strumienia włókien przyjmowano hipotezę, że zakleszczenie przednich końców włókien odbywa się na jednej linii, co powoduje, że rozciąganie następuje na skutek wyciągania ze strumienia pojedynczo zakleszczonych włókien. Jednak wyznaczone w oparciu o te założenia parametry charakteryzujące nierównomierność rozkładu masy strumienia włókien znacznie odbiegały od osiągniętych w praktyce. Strumień rzeczywisty posiada bowiem nieznane rozkłady liczby końców włókien na jednostkę długości oraz liczby włókien w przekroju. W strumieniu idealnym zakładano, że te cechy posiadają rozkład Poissona. Sposób uporządkowania włókien w strumieniu rzeczywistym wprawdzie jest losowy, odbiega jednak od rozkładu poissonowskiego. Miarą uporządkowania strumienia rzeczywistego jest współczynnik zdefiniowany przez Huberty’ego [25]:

$$I = \frac{CV_{rz}}{CV_{id}} \quad (4.22)$$

gdzie: CV_{rz} – nierównomierność masy rzeczywistego strumienia włókien (współczynnik zmienności),

CV_{id} – nierównomierność masy idealnego strumienia włókien.

Im wskaźnik ten zbliża się do 1,0, tym bardziej struktura strumienia zbliża się do idealnej (poissonowskiej).

Wychodząc z zależności Martindale’a [26]:

$$CV_{id} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}_{id}}} \sqrt{1 + 4V_d^2} \quad (4.23)$$

można po przekształceniach (Wegener [46]) dojść do zależności:

$$\bar{n}_{rz} = \frac{1}{I^2} \bar{n}_{id} \quad (4.24)$$

gdzie: $\bar{n}_{id}$ – średnia liczba włókien w idealnym strumieniu,

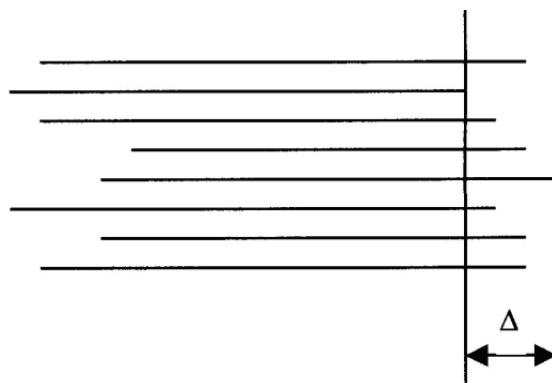
$\bar{n}_{rz}$ – średnia liczba włókien w rzeczywistym strumieniu.

Zależność ta oznacza, że strumień rzeczywisty ma pozornie I^2 krotnie mniejszą liczbę włókien w porównaniu do idealnego. Taka interpretacja bazuje na założeniu, że strumień rzeczywisty składa się z grup włókien, przy czym:

- grupy zawierają średnio I^2 włókien,
- liczba grup w przekroju strumienia podlega rozkładowi Poissona.

Jednym z pierwszych, który analizował grupy (wiązki) włókien w strumieniu był Griszin [27]. Określił on, że średnia liczba włókien w wiązkach w kolejnych fazach procesu maleje. Teoretyczne rozważania modelu rozciągania włókien wiązkami przeprowadzili: Lamb [28, 29], Grover [30] oraz Breny [31]. Poważny wkład w rozszerzeniu omawianego zagadnienia stanowi teoria ruchu włókien wiązkami opracowana przez Vroomena i Monforta [32]. Traktuje ona problem rozciągania strumienia włókien z nowego punktu widzenia, w którym uwaga nie jest skupiona na zjawiskach zachodzących w całej strefie rozciągania, ale na tym co się dzieje w strefie zakleszczenia włókien przez wałki rozciągowe. Vroomen i Monfort zakładają, że zakleszczenie przednich końców włókien występuje w obszarze prostokątnej strefy o skończonej szerokości Δ i długości równej szerokości strumienia, przy czym Δ przyjmuje wartość rzędu kilku mikrometrów. Włókna, których przednie końce są zakleszczone równocześnie tworzą wiązkę.

Jednocześnie zakłada się, że strefa zakleszczenia włókien nie pozostaje w jednym miejscu, lecz wykonuje szybkie ruchy wibracyjne o zmiennej amplitudzie, wahającej się w granicach kilku dziesiątych części mikrona. Ruch ten powoduje wymaganą nieciągłość między zakleszczeniami przednich końców włókien kolejnych „wiązek”.



Rys. 4.8. Zakleszczenie przednich końców włókien

Źródło: [32] Vroomen F., Monfort F.: [in] *Studies in Modern Yarn Production*, edited by Harrison P.W., The Textile Institute, Manchester, 1968.

Z powyższego wynika, że strumień włókien wydawany przez maszynę składa się kolejnych „wiązek” włókien. Biorąc pod uwagę składanie strumieni włókien na zasilaniu oraz to, że rozciąganie włókien odbywa się na całej szerokości strumienia, autorzy przyjmują następujące aksjomaty:

- rozkład długości włókien w wiązce jest przypadkowy, reprezentujący długości włókien występujące w badanej partii,
- rozkład liczby włókien w wiązkach jest przypadkowy, a prawdopodobieństwo liczby włókien w wiązce $g(k)$ określa zależność:

$$g(k) = \frac{n_0^{\Delta k}}{k!} e^{-n_0 \cdot \Delta} (1 - e^{-n_0 \cdot \Delta}) \quad (4.25)$$

gdzie: Δ – obszar zakleszczenia przednich końców włókien,

k – liczba włókien w wiązce,

n_0 – średnia liczba przednich końców włókien na jednostkę długości strumienia w miejscu zakleszczenia.

n_0 – zależy bezpośrednio od $\bar{n}$ – średniej liczby włókien na jednostkę strumienia wprowadzonego do aparatu rozciągowego.

Vroomen i Monfort [32] w prezentowanej wyżej teorii wskazują na szereg konsekwencji wynikających z przeprowadzonych rozważań:

- Wiązkowa teoria ruchu włókien implikuje asymetrię między rozkładami przednich i tylnych końców włókien. Wynika z tego konieczność zmiany kierunku strumieni włókien wprowadzonych do następnych aparatów rozciągowych oraz ważność rozkładu długości włókien,
- Maksymalna masa liniowa strumienia włókien wprowadzanego do aparatu rozciągowego powinna być określona największą dopuszczalną wartością $\bar{n}$.

Teoria indywidualnego ruchu włókna była pierwszą, która okazała się nie do zaakceptowania. W rzeczywistości, jak to zostało podkreślone przez autorów, takich jak Vroomen i Monfort, Lamb [28, 29] oraz Grover [30], włókna wykazują tendencję do poruszania się raczej w grupach niż jako włókna pojedyncze. Zatem ważne jest zachowanie się grupy włókien, a nie to co może być udziałem pojedynczego włókna. Jest to szczególnie istotne w odniesieniu do rozciąganego strumienia włókien. Prawdopodobnie skutek nadmiernych uproszczeń, czynnik tak ważny jak masa liniowa włókna został pominięty.

4.7. Metody i kryteria oceny procesu rozciągania

Rozciąganie, jako proces polegający na stopniowym zmniejszeniu masy strumienia włókien, jest jedną z najważniejszych i najtrudniejszych operacji technologicznych. Bogatą teorię, badania teoretyczne i eksperymentalne w dziedzinie procesów rozciągania otwierają prace Vasilieva, który już w roku 1902 poczynił pewne próby zastosowania rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej do analizy tych procesów. W roku 1915 Vasiliev opublikował pracę, w której sformułował, klasyczne już dziś, podstawowe zasady ruchu włókien w polu rozciągowym.

Szczególnie szybki rozwój badań w dziedzinie rozciągania obserwuje się po drugiej wojnie światowej. Wymienić tu należy prace: Coxa [33], Hannah [34], Huberty'ego [25], Bowlesa i Daviesa [35], Dijeva [36, 37], Johnsona [38], Kownera [39], Kuo [40], Zeidmana, Suha i Batra [41, 42], Nemury [43], Sevostyanova [44], Yoshidy i Kato [45] oraz innych [46÷54].

W roku 1954 Grishin opublikował pracę, którą można uważać jako kontynuację klasycznej teorii Vasilieva. Praca ta, poparta szeroko zakrojonymi badaniami eksperymentalnymi, posiada bardzo ważne znaczenie, gdyż ujmuje podstawowe związki między wielkościami charakteryzującymi warunki procesu rozciągania i rozkładem masy wydawanego strumienia włókien.

Huberty [25] zaproponował metodę oceny procesów przędzenia polegającą na wyznaczeniu stosunku nierównomierności masy rzeczywistego strumienia włókien CV_{rz} do nierównomierności masy idealnego strumienia włókien CV_{id} (zależność 4.22).

Pojęcie strumienia idealnego jako wzorca wszelkiego typu strumieni rzeczywistych wykorzystano m.in. do opracowania skali jakości dla półproduktów i produktów przędzalniczych. Drogą porównywania poszczególnych wielkości charakteryzujących właściwości strumienia idealnego z odpowiednimi wskaźnikami strumienia rzeczywistego sądzić można o stopniu zgodności rzeczywistego rozkładu masy z wzorcem, a zatem oceniać sam proces technologiczny.

Modele statystyczne idealnego strumienia mogą służyć także pomocą przy ocenie właściwości technologicznych aparatów rozciągowych; z porównania określonego modelu strumienia wzorcowego, wyznaczonego dla warunków na wlocie i wylocie badanego pola rozciągowego, wnioskuje się o sprawności badanego pola rozciągowego.

Na tej drodze można określić pojęcie idealnego aparatu rozciągowego, tzn. aparatu, który w „odpowiedzi” na idealny strumień wlotowy utworzy na wylocie pola rozciągowego strumień idealny, lecz o R -krotnie niższej masie liniowej, gdzie R oznacza rozciąg w aparacie rozciągowym.

Szerokie zastosowanie pojęcia strumienia wzorcowego w teorii i praktyce dostatecznie tłumaczy potrzebę szczegółowego opracowania właściwości statystycznych tego wzorca. Spośród wskaźników strumienia, objętych analizą korelacyjną i harmoniczną, wymienić należy: wartość przeciętną grubości strumienia, jego wariancję, współczynnik zmienności grubości, funkcję korelacyjną i widmo rozkładu masy. W konkretnym modelu matematycznym strumienia wymienione charakterystyki statystyczne są funkcjami długości i grubości włókien tworzących strumień. Spośród licznych, w praktyce zachodzących wariantów, należy wyróżnić następujące przypadki formowania strumienia: z włókien o równej długości, z mieszanki z kilku klas długości włókien, z włókien, których długość charakteryzuje określona gęstość prawdopodobieństwa.

W szczególnych przypadkach w budowie modelu idealnego uwzględnia się także nierównomierność rozkładu masy w samych włóknach. Ogólna budowa modelu strumienia idealnego opiera się na kilku ogólnych upraszczających założeniach: zakłada się idealną paralelizację wzdłużną włókien oraz stałość form geometrycznych poszczególnych włókien w strumieniu.

Teorię strumienia idealnego tworzyli: Spencer-Smith [54], Martindale [26], Huberty [25], Breny [56], rozwijali ją: Picard [57], Hannah [58], Vanden Abcelle [59] i inni [60÷66]. Niepełny wykaz twórców tej teorii uzupełnia grupa badaczy reprezentujących pewien odrębny, oparty na teorii procesów losowych kierunek badań; do nich należą: Fujino i Kawabata [67], Rao [68], oraz Gisekus [69]. Reprezentowany przez autorów [67, 68, 69] kierunek badań można nazwać teorią korpuskularną strumienia idealnego. Nazwa tego kierunku znajduje uzasadnienie w metodzie badawczej, polegającej na zastosowaniu przez cytowanych autorów ogólnych sformułowań matematycznych tego działu teorii procesów losowych stacjonarnych, w którym rozpatruje się je w postaci superpozycji funkcji elementarnych.

W wielu pracach poświęconych ocenie procesu rozciągania autorzy stosowali różne metody badawcze i kryteria oceny. Niektórzy z nich: Zotikow [17], Kowner [70], Hunka [71] analizowali przebiegi krzywych pocieniania, wychodząc z założenia, że ich kształt oraz różnice w przebiegu są uzależnione od sposobu ruchu włókien w rozciągonym strumieniu.

Inni, jak Taylor [72], Wegener [73], Grosberg [74], badali wielkość sił występujących w polu rozciągowym i na tej drodze określili wpływ, między innymi

rozkładu długości włókien na przebieg procesu rozciągania strumienia. Najwięcej autorów prac poświęconych temu zagadnieniu dokonało oceny procesu rozciągania i zjawisk temu procesowi towarzyszących, stosując analizę nierównomierności rozkładu masy rozciąganego strumienia włókien.

Wnikliwą analizę reakcji pola rozciągowego na strumień zbudowany z włókien różnej długości przeprowadził Stasiak [3÷4]. Dokonał jej w oparciu o charakterystykę widmową pola rozciągowego. Zastosował analizę korelacyjną i harmoniczną do oceny taśm na wlocie i wylocie aparatu rozciągowego oraz do powiązania charakteru rozkładu masy w strumieniu przed i po rozciągnięciu. Analiza ta pozwala z danych na wlocie przewidzieć własności taśmy wylotowej. Stasiak określił pojęcie „idealnego aparatu rozciągowego”, tzn. aparatu, który w odpowiedzi na idealny strumień wlotowy utworzy na wylocie strumień idealny o R -krotnie mniejszej wartości średniego przekroju. Wyznaczył funkcję korelacyjną i widma rozkładu masy, wzorcowe dla strumieni rzeczywistych (jednoskładnikowych i trójskładnikowych o różnych zestawach długości włókien). Doświadczalnie wykazał, że widma mas liniowych przędzy rzeczywistych utworzonych z włókien o różnej długości znacznie różnią się budową od wyznaczonych widm wzorcowych, a ich grubości przyjmują wartości wyższe od odpowiednich wariancji wzorców i są funkcjami przedziału długości włókien (Δl max — 1 min) oraz wartości udziałów jego poszczególnych składników. Różnice te wynikają przede wszystkim z faktu, że rozkład końców włókien w strumieniu rzeczywistym odbiega znacznie od ich rozkładu w modelu wzorcowym.

Oprócz analizy korelacyjnej i harmonicznego Stasiak wprowadził nowe, w przędzalnictwie dotąd nieznanne, statystyczne parametry grubości strumienia, za pomocą których w sposób ilościowy ujął występujące w przędzy zjawisko przewężeń i zgrubień oraz dokładnie przeanalizował quasi-okresowe składniki w rozkładzie grubości przędzy. Zastosował dwie metody analityczne:

- elementy teorii wysokoków funkcji losowych,
- graficzno-analityczną (metodę obwiedni funkcji losowych).

Analizując strumienie włókien na podstawie teorii wysokoków, której podstawowym pojęciem są poziomy grubości, autor określił:

- średnią długość wysokoków masy przędzy na kolejnych poziomach jej grubości,
- średnią frekwencję wysokoków masy na poziomach grubości,
- średnią długość pojedynczego zgrubienia na poziomach grubości,
- średnią frekwencję zgrubień przypadającą na jednostkę długości przędzy,
- gęstość prawdopodobieństwa wysokoków masy na poziomach grubości przędzy.

Na podstawie powyższych wielkości Stasiak określił między innymi wpływ rozkładu długości włókien na nierównomierność grubości przędzy i te cechy, które wpływają na jej własności użytkowe. Metodę obwiedni zastosował do analizy porównawczej widm grubości przędzy pod względem ich szerokości, co pozwala na precyzyjne wnioskowanie wpływu rozkładu długości włókien na okresową nierównomierność strumienia.

Badania Stasiaka polegały na ocenie sprawności technologicznej pola rozciągowego, dokonanej na podstawie analizy taśmy na wlocie i wylocie aparatu rozciągowego, to znaczy na podstawie skutków działania pola rozciągowego wnioskowano o zjawiskach zachodzących w polu.

Innym podejściem do tego samego zagadnienia jest bezpośrednia analiza zjawisk zachodzących w strumieniu podczas rozciągania dla różnych rozkładów długości włókien. To właśnie podejście przyjęto do badań zaprezentowanych w dalszej części pracy. Wynikła z tego konieczność prześledzenia różnic w budowie strukturalnej strumienia włókien, w oparciu o analizę następujących zagadnień:

- krzywych pocienienia w aparacie rozciągowym,
- sił występujących w procesie rozciągania,
- ruchu włókien w strefie rozciągania.

W celu otrzymania pełnego obrazu analizowanych zjawisk i ich skutków dokonano również oceny parametrów jakościowych półproduktów i przędzy, określonych na drodze badań laboratoryjnych.

4.7.1. Krzywa pocienienia

Analizując proces rozciągania, istotne jest określenie charakteru zmian ilościowych włókien w przekrojach poprzecznych rozciąganego strumienia, które wyznacza tzw. „krzywa pocienienia”. Określenie krzywej pocienienia polega na wyznaczeniu liczby włókien w różnych przekrojach poprzecznych strumienia znajdującego się w polu rozciągowym. Przebieg krzywej pocienienia decyduje w dużym stopniu o jakości uzyskiwanych półproduktów. Z tego względu wiele prac badawczych analizujących proces rozciągania sprowadzało się do badań kształtu krzywej pocienienia i jej zmian. Należy tu wymienić badania eksperymentalne i rozważania teoretyczne Wasiliewa [76], Zotikowa [17], Kownera [70], Hunki [71], Malinowskiego [75] i innych. Jak wykazali cytowani autorzy przebieg krzywej pocienienia jest zmienny w czasie. Zjawisko to zachodzi wskutek zmian wielu składowych czynników procesu rozciągania, a mianowicie:

- nierównomierności masy strumienia wchodzącego w pole rozciągowe,
- jego struktury, a głównie stopnia wyprostowania i orientacji włókien,

- intensywności oddziaływania elementów kontrolujących ruch włókien,
- zmian w czasie parametrów technicznych aparatu rozciągowego.

Autorzy cytowanych prac są zgodni co do tego, że:

- rozrzut przebiegu krzywych pocienienia dla danego strumienia włókien jest uzależniony od sposobu ruchu włókien w strumieniu i jest tym mniejszy, im ruch włókien przebiega bardziej prawidłowo, tzn. zbliża się do ruchu pojedynczego włókien,
- wszelkie zachwianie przebiegu krzywej pocienienia, odbiegające od łagodnie zmieniającej swój przebieg linii świadczą o niewłaściwej liczbie włókien w przekroju, powodującej w efekcie wzrost nierównomierności.

Przebieg (funkcję liczby włókien) krzywej pocienienia można wyznaczyć przy następujących założeniach:

- wszystkie włókna posiadają jednakową wielkość przekroju poprzecznego, niezmienną wzdłuż ich osi, skąd wynika, że grubość strumienia w każdym przekroju jest funkcją liczby włókien,
- włókna dowolnej długości zmieniają swoją prędkość w polu rozciągowym z prędkości wałków zasilających V_1 na prędkość wałków rozciągających V_2 tylko raz po dojściu przedniego końca włókna do linii zacisku wałków,
- proces rozciągania jest stacjonarny, to znaczy wielkość rozciągu, liczba włókien w danym przekroju, parametry aparatu rozciągowego nie zmieniają się w czasie,
- strumień jest równomierny co do grubości i struktury, co oznacza że w dowolnie małym odcinku jego długości znajduje się stała liczba przednich końców włókien wszystkich długości,
- wszystkie włókna w strumieniu wchodzącym do aparatu rozciągowego są rozprostowane i zorientowane wzdłuż jego osi.

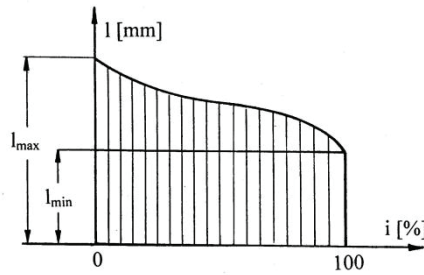
Przyjmując ww. założenia upraszczające, krzywe pocienienia są funkcją dwu wielkości:

- krzywej rozkładu długości włókien,
- wielkości stosowanego rozciągu.

Jako podstawę do rozwiązań przyjęto ilościowy, kumulacyjny rozkład długości włókien określony za pomocą funkcji:

$$U = \varphi(l)$$

Przebieg tej funkcji oznacza się tym, że pochodna $dl/d\varphi < 0$, a $\int_0^{+\infty} \varphi(l) dl = 1$.



Rys. 4.9. Ilościowy, kumulacyjny rozkład długości włókien

Źródło: [71] Hunka I.: *Archiwum Budowy Maszyn*, t. 2, 1955.

[75] Malinowski M.: *Teoria przędzalnictwa*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1983.

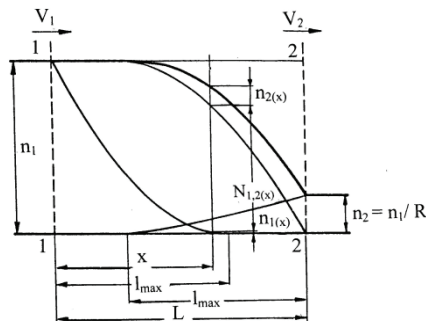
W rozciągającym strumieniu znajdują się włókna:

- zakleszczone w parze wałków zasilających, poruszające się z prędkością V_1 ,
- zakleszczone w parze wałków wydających, poruszające się z prędkością V_2 ,
- niezakleszczone, tzw. niekontrolowane.

Krzywą pocienienia można więc rozłożyć na trzy krzywe, wskazujące liczbę włókien tych trzech grup.

Oznaczenia:

- n_1 – liczba włókien w strumieniu wprowadzanym do aparatu rozciągowego,
- n_2 – liczba włókien w strumieniu wychodzącym z aparatu rozciągowego,
- $n_{1(x)}$ – liczba włókien w przekroju x poruszających się z prędkością V_1 ,
- $n_{2(x)}$ – liczba włókien w przekroju x poruszających się z prędkością V_2 ,
- $N_{1,2(x)}$ – liczba włókien niekontrolowanych,
- l_{min} – minimalna długość włókna,
- l_{max} – maksymalna długość włókna,
- L – rozstawienie wałków aparatu rozciągowego.



Rys. 4.10. Składowe krzywej pocienienia

Źródło: [75] Malinowski M.: *Teoria przędzalnictwa*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1983.

Jak wykazał Kowner w [70] liczbę włókien poszczególnych grup w dowolnym przekroju x można określić z następujących wyrażeń:

$$n_{1(x)} = \begin{cases} i \int_x^{x=l_{\max}} f(x) dx & \text{dla } 0 < x \leq l_{\max} \\ 0 & l_{\max} < x \leq L \end{cases} \quad (4.26)$$

$$N_{1,2(x)} = i \int_0^x f(x) dx - \frac{i}{R} \int_{L-x}^L f(x) dx \quad (4.27)$$

$$n_{2(x)} = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 < x \leq L - l_{\max} \\ \frac{i}{R} \int_{L-x}^L f(x) dx & L - l_{\max} < x \leq L \end{cases} \quad (4.28)$$

gdzie: i – liczba włókien na jednostkę długości strumienia,
 $f(x)$ – funkcja ilościowego rozkładu długości włókien.

Łączna liczba włókien wyznaczających krzywą pocienienia w przekrojach x wynosi:

$$K_x = n_{1(x)} + N_{1,2(x)} + n_{2(x)} \quad (4.29)$$

4.7.2. Metody oceny pracy aparatu rozciągowego za pomocą charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych

W języku automatyki pojęcie informacji (sygnału) jest określane mianem sygnałów wszelkich zjawisk zmiennych w czasie (prędkość, ciśnienie, napięcie, długość itp.). Wszystkie te sygnały są na ogół dowolnymi funkcjami czasu, często znacznie odbiegającymi od idealnych funkcji matematycznych (takich jak trygonometryczne, czy funkcje wykładnicze itp.).

Celem tego rozdziału jest przedstawienie pewnej liczby typowych funkcji, które służą do przybliżania sygnałów rzeczywistych (np. sygnałów występujących w aparacie rozciągowym). W istocie, o ile pewne funkcje ciągłe, takie jak sinus lub funkcje wykładnicze, należą do elementarnych w sensie matematycznym, o tyle nie odnosi się to do funkcji skokowych, impulsowych oraz do sygnałów losowych. Istotną sprawą jest tutaj zapewnienie zgodności opisu matematycznego sygnału z opisem układu. Z tego powodu wprowadza się równania różniczkowe, których rozwiązaniem może być pewien sygnał, określony z przekształcenia Fouriera oraz widmo sygnału.

Innego podejścia wymaga badanie sygnałów losowych, tzn. takich, których przebieg jest zależny od przypadku. W przeciwieństwie do sygnałów deterministycznych (w pełni określonych) sygnały losowe zmieniają się w czasie w sposób,

który nie da się ściśle przewidzieć; są one jednak scharakteryzowane przez prawdopodobieństwo określonego zachowania się.

Metodą badań pozwalającą na określenie statystycznych właściwości strumieni włókien jest metoda funkcji korelacyjnych. Metoda ta zajmuje centralną pozycję wśród metod wyznaczania charakterystyk dynamicznych opartych na tzw. eksperymencie biernym, czyli biernej obserwacji wejść i wyjść obiektu bez naruszania naturalnych warunków eksploatacji obiektu. Jest ona słuszna nawet w przypadku, gdy sygnały wejściowy i wyjściowy są sygnałami stochastycznymi.

Metoda funkcji korelacji może być stosowana tylko do badań obiektów liniowych o stałych czynnikach niezmiennych w czasie. Aparat rozciągowy jest teoretycznie układem nieliniowym, dlatego stosowanie metody funkcji korelacji powinno być ograniczone tylko do badania oddzielnie sygnału wejściowego i wyjściowego, ponieważ dla układów istotnie nieliniowych funkcja interkorelacji (korelacji wzajemnej) wejście-wyjście jest zawsze równa zero. W naszym przypadku, gdy sygnały są sygnałami stochastycznymi, dla metody funkcji korelacji należy założyć, że są one stacjonarnymi i ergodycznymi. W przędzalnictwie – w teorii nierównomierności masy liniowej strumienia włókien zasada ta jest spełniona. Proces stochastyczny jest stacjonarny i ergodyczny, jeżeli charakteryzuje się niezależną od czasu funkcją autokorelacji (korelacji własnej) oraz średnie obliczone po czasie dla realizacji są równe średnim obliczonym po zbiorze realizacji. W rzeczywistości stacjonarne procesy stochastyczne nie występują. Jednak w tym przypadku zmiana właściwości stochastycznych sygnału odbywa się tak wolno, że można je uważać za stacjonarne, oczywiście nie w ciągu całego czasu tworzenia nawoju przędzarkowego. Można jednak cały ten okres podzielić na odcinki, w których założenie stacjonarności procesu nie prowadzi do powstania większej liczby błędów.

Nie ma dotychczas w teorii funkcji korelacyjnej żadnych kryteriów pozwalających sądzić na podstawie przebiegu realizacji o właściwościach ergodycznych procesu stochastycznego. Ergodyczność jest w tym przypadku postulowana arbitralnie na podstawie intuicji związanej z pewną znajomością procesu rozciągania.

Gdyby okazało się, że badane sygnały nie są stacjonarne tak jak założono, to rzeczywiste parametry sygnału: funkcja korelacyjna, gęstość widmowa będą niestacjonarne i wyniki tych badań będą obowiązywać wyłącznie dla badanych aparatów rozciągowych.

4.7.2.1. Funkcja autokorelacji

Funkcja korelacji własnej reprezentuje korelację dwu próbek tego samego sygnału pobieranych w odstępie jednostek czasu. Funkcją korelacji nazywamy średnią statystyczną (wartość oczekiwana) iloczynu $X(t) \cdot X(t + \tau)$ z przesunięciem

czasowym τ . $X(t)$ jest bezwzględną wartością masy liniowej strumienia włókien w chwili t . W dziedzinie czasowej funkcja autokorelacji jest zdefiniowana jako:

$$E[X(t) \cdot X(t + \tau)] = R_X(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) \cdot X(t + \tau) dt \quad (4.30)$$

Ponieważ żaden realny eksperyment nie może trwać nieskończenie długo, więc wyznaczenie doświadczalnej granicy we wzorze (4.30) nie jest możliwe. Można jednak jako pewne przybliżenie funkcji korelacji przyjąć wyrażenie:

$$R_X(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T}^T X(t) \cdot X(t + \tau) dt \quad (4.31)$$

gdzie T ma wartość skończoną.

Średnia wartość podanego iloczynu zbliża się do wartości funkcji autokorelacji, gdy okres T zdąży do nieskończoności. Procedurę praktycznego wyznaczania funkcji korelacji można znaleźć w pracach [77÷83, 90÷92].

4.7.2.2. Widmowa gęstość mocy sygnału losowego

Funkcje autokorelacji (autokowariancji) i korelacji wzajemnej (kowariancji wzajemnej) opisują sygnały stochastyczne w dziedzinie czasu [80÷83]. Nasuwa się pytanie, czy można – korzystając z przekształcenia Fouriera – opisać sygnały stochastyczne, podobnie jak sygnały deterministyczne w dziedzinie częstotliwości. Łatwo zauważyć, że bezpośrednie stosowanie przekształcenia Fouriera dla dyskretnego procesu stochastycznego, którego realizacją jest rejestrowany sygnał losowy, jest niemożliwe, gdyż:

a) dla dyskretnego procesu losowego (stochastycznego) nie istnieje zależność funkcyjna przyporządkowująca każdej chwili czasu t ściśle określoną wartość $X(t)$,

b) zastosowanie przekształcenia Fouriera do poszczególnych realizacji dyskretnego procesu stochastycznego dawałoby dla każdej realizacji inny wynik. Dlatego pozostaje wyłącznie możliwość zastosowania przekształcenia Fouriera dla funkcji autokorelacji (autokowariancji) lub korelacji wzajemnej (kowariancji wzajemnej).

Gęstość widmowa mocy $G_X(\omega)$ procesu stochastycznego jest równa:

$$G_X(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t, \omega, \Delta\omega) dx = \overline{x^2(\omega, \Delta\omega)} \quad (4.32)$$

gdzie: $X(t, \omega, \Delta\omega)$ oznacza składnik funkcji $X(t)$ zawarty w przedziale częstotliwości od ω do $\omega + \Delta\omega$. Funkcja gęstości mocy (widmo) sygnału losowego [80÷83] opisuje jego skład częstotliwościowy za pomocą gęstości widmowej wartości średniokwadratowej tego sygnału.

Wielkość $G_X(\omega)$ wyrażona wzorem (4.32) jest zawsze nieujemną funkcją rzeczywistą. Postać wzoru (4.32) jest możliwa ze względu na parzystość funkcji autokorelacji.

Jak już wcześniej wspomniano, istnieje ścisły i wzajemnie jednoznaczny związek między funkcją widmowej gęstości mocy $G_X(\omega)$ a funkcją autokorelacji $R_X(\tau)$; funkcje te są związane ze sobą przekształceniem Fouriera i nazywają się transformatami fourierowskimi tworząc tzw. parę transformat:

$$G_X(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4.33)$$

$$R_X(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_X(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (4.34)$$

W układach liniowych znajomość widmowej gęstości mocy sygnału wyjściowego i wejściowego jest wystarczająca do określenia transmitancji układu. Aparat rozciągowy jest teoretycznie układem nieliniowym, jednak znana jest ogólnie zasada linearyzacji charakterystyk nieliniowych. W celu uproszczenia opisu układu nieliniowego układem liniowym, czyli upraszczającym, rzeczywistą charakterystykę aproksymujemy prostą i zakładamy, że opis dotyczy wybranego punktu pracy. Pracę aparatu rozciągowego przy założonych nastawieniach można traktować jako jego pracę w pewnym punkcie ustalonym. Sposoby i metody linearyzacji można znaleźć w pracy [81].

4.7.2.3. Funkcja interkorelacji

W rozważaniach dotyczących metody oceny pracy aparatu rozciągowego założono, że sygnały wejściowy i wyjściowy są nieskorelowane. W tym momencie należy zwrócić uwagę na ogólnie znaną w przędzalnictwie zależność, że ze złej jakości niedoprzędu (duże CV niedoprzędu), niezależnie od ustawienia aparatu, nie otrzyma się przędzy o dobrych właściwościach (niskie CV przędzy). Z tego też względu należałoby się zastanowić i zbadać wzajemne zależności między sygnałami wejściowym i wyjściowym.

Określenie dla badanych sygnałów ich wartości oczekiwanych i wariancji nie jest dostateczną charakterystyką procesu losowego. Wynika to stąd, że między zmiennymi losowymi może istnieć zależność. Aby móc wyciągnąć wnioski o zachowaniu się tych zmiennych musimy znać jeszcze jedną funkcję charakteryzującą tę zależność. Tą funkcją może być funkcja interkorelacji przebiegów. Funkcja interkorelacji dwóch sygnałów losowych jest określona wzorem:

$$R_{XY}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \cdot Y(t + \tau) dt \quad (4.35)$$

przy czym: $X(t)$ – nierównomierność masy liniowej strumienia włókien na wejściu do aparatu rozciągowego (CV niedoprzędu),
 $Y(t + \tau)$ – nierównomierność masy liniowej strumienia włókien na wyjściu z aparatu rozciągowego (CV przędzy).

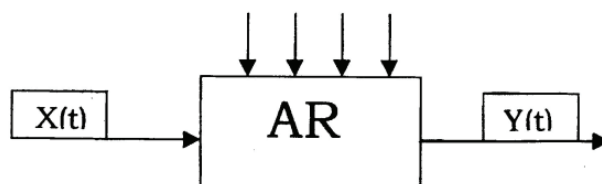
4.7.2.4. Metoda wyznaczania charakterystyki

Proces rozciągania jest przyczyną powstawania w rozciągającym strumieniu nierównomierności masy tego strumienia. Jak już wcześniej wspomniano nierównomierność ta jest spowodowana:

- procesem rozciągania jako takim i jego zakłóceniami spowodowanymi właściwościami włókien,
- wadliwie pracującymi elementami aparatu rozciągowego powstałymi na skutek złych nastawień lub uszkodzeń.

Jeżeli do badań użyjemy niedoprzędu o bardzo małej nierównomierności (najmniejszej możliwej do otrzymania), to zakłócenia wywołane procesem rozciągania albo będą na stałym poziomie, albo będą odpowiednio mniejsze od zakłóceń wywołanych gorszą pracą aparatu. W tym momencie będzie można przyjąć, że zakłócenia w pracy aparatu są podstawową przyczyną powstawania nierównomierności w rozciągającym strumieniu.

Założmy, że aparat rozciągowy jest obiektem o jednym wejściu, gdzie wielkością mierzoną X jest współczynnik zmienności masy liniowej niedoprzędu, i jednym wyjściu, gdzie wielkością mierzoną Y jest współczynnik zmienności masy liniowej przędzy oraz że działające zakłócenia są bliżej nieznane.



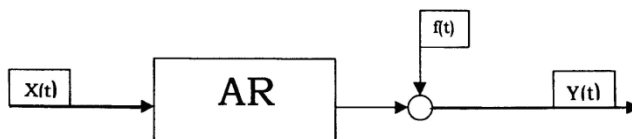
Rys. 4.11. Obiekt z zakłóceniami

Źródło: [68] Sudarsana Rao J.: *A mathematical model for the ideal sliver and its applications to the theory of roller drafting*, *Journal of The Textile Institute*, Vol. 52. No. 12, 1961, s. T 571.

Pomiar zakłóceń występujących w badanym obiekcie odgrywa istotną rolę w ustaleniu optymalnych nastawień badanego obiektu. Znając rezultat działania wielkości zakłócających (wzrost nierównomierności wydawanego strumienia), można określić ilościowo nastawy obiektu, tak aby wydatnie zmniejszyć zakłócenia wywołane jego pracą. Ograniczając się do najprostszego i równocześnie najbardziej w praktyce potrzebnego zadania musimy poczynić następujące założenia:

1. Załóżmy, że wszystkie zakłócenia można sprowadzić do wyjścia obiektu oraz że wspólne działanie wszystkich zakłóceń wyraziło się przypadkowym sygnałem wyjściowym $f(t)$.
2. Załóżmy, że przebiegi $X(t)$ i $f(t)$ nie są skorelowane.

Możemy tego dokonać na podstawie przyjętych warunków doświadczeń, ponieważ wadliwie pracujące elementy aparatu nie mają wpływu na współczynnik zmienności masy liniowej niedoprzędu i odwrotnie.



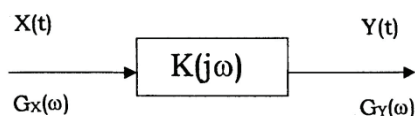
Rys. 4.12. Zakłócenia sprowadzone do wyjścia obiektu

Źródło: [68] Sudarsana Rao J.: *A mathematical model for the ideal sliver and its applications to the theory of roller drafting*, Journal of The Textile Institute, Vol. 52. No. 12, 1961, s. T 571.

3. Załóżmy również, że sygnał $f(t)$ ma wartość średnią równą zero, a ponadto, że jest stacjonarny tzn., że można go scharakteryzować niezależną od czasu funkcją korelacyjną $R_f(\tau)$ i gęstością widmową $G_f(\omega)$.

W takim przypadku między sygnałem wejściowym stochastycznym i stacjonarnym o widmie gęstości mocy $G_X(\omega)$ a sygnałem wyjściowym stochastycznym i stacjonarnym o widmie gęstości mocy $G_Y(\omega)$ układu liniowego o transmitancji $K(j\omega)$ istnieje zależność:

$$G_Y(\omega) = |K(j\omega)|^2 G_X(\omega) \quad (4.36)$$



Rys. 4.13. Sposób wyznaczania widma gęstości mocy sygnału wyjściowego na podstawie danego widma mocy sygnału wejściowego

Źródło: [68] Sudarsana Rao J.: *A mathematical model for the ideal sliver and its applications to the theory of roller drafting*, Journal of The Textile Institute, Vol. 52. No. 12, 1961, s. T 571.

Po otrzymaniu rodziny równań wyznaczonych dla danych nastawień aparatu można, przy zastosowaniu jednej z metod linearyzacji, wyznaczyć charakterystykę badanego obiektu (w naszym przypadku aparatu rozciągowego).

Dany wyżej obiekt jest jednowymiarowy oraz stacjonarny.

W przypadku gdy do obiektu został doprowadzony sygnał okresowy:

$$X(t) = X_m \sin \omega t \quad (4.37)$$

gdzie: X_m – amplituda,
 ω – pulsacja.

Dla układu liniowego i stacjonarnego sygnał wyjściowy można przedstawić następująco:

$$Y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (4.38)$$

lub w postaci zespolonej:

$$X(j\omega) = X_m e^{j\omega t} \quad (4.39)$$

$$Y(j\omega) = Y_m e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (4.40)$$

Transmitancją widmową $G(j\omega)$ układu liniowego stacjonarnego nazywamy wielkość określoną jako stosunek transformaty Laplace'a $Y(j\omega)$ odpowiedzi $y(t)$ do transformaty Laplace'a $X(j\omega)$ wymuszenia $x(t)$ przy zerowych warunkach początkowych [84, 85, 86]. Transmitancja operatorowa jest wielkością zespoloną, zależną od parametrów układu i zmiennej zespolonej s :

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{Y_m e^{j(\omega t + \varphi)}}{X_m e^{j\omega t}} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.41)$$

Powyższe wyrażenie określa stosunek amplitudy harmonicznego sygnału wyjściowego do amplitudy harmonicznego sygnału wejściowego. Jednocześnie stosunek amplitud jest funkcją częstotliwości. Dlatego wyrażenie $G(j\omega)$ jest nazywane transmitancją widmową, gdyż charakteryzuje sposób, w jaki zależnie od częstotliwości, dla całej szerokości jej widma – dany obiekt reaguje na harmoniczny sygnał wejściowy.

Właściwości dynamiczne układu wielowymiarowego liniowego stacjonarnego (aparatu rozciągowego) o p wejściach i q wyjściach określa macierz transmitancji operatorowych, czyli transmitancja macierzowa:

$$\begin{bmatrix} Y_1(j\omega) \\ Y_2(j\omega) \\ \vdots \\ Y_q(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(j\omega) & G_{12}(j\omega) & \dots & G_{1p}(j\omega) \\ G_{21}(j\omega) & G_{22}(j\omega) & \dots & G_{2p}(j\omega) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ G_{q1}(j\omega) & G_{q2}(j\omega) & \dots & G_{qp}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(j\omega) \\ U_2(j\omega) \\ \vdots \\ U_p(j\omega) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Transmitancją operatorową $G_{ik}(j\omega)$ między i -tym wyjściem a k -tym wejściem nazywa się wielkość określoną jako stosunek transformaty $Y_i(j\omega)$ i -tej odpowiedzi $y_i(t)$ do transformaty $U_k(j\omega)$ k -tego wymuszenia $u_k(t)$ przy założeniu, że warunki początkowe i wszystkie wymuszenia z wyjątkiem k -tego są równe zero:

$$G_{ik}(j\omega) = \frac{Y_i(j\omega)}{X_k(j\omega)} \quad (4.43)$$

$$(i = 1, 2, \dots, q; k = 1, 2, \dots, p)$$

4.7.2.5. Charakterystyki częstotliwościowe

Gdy znana jest transmitancja widmowa elementu liniowego, obiektu lub układu, można wykreślić dla niego tzw. charakterystyki częstotliwościowe. Ilustrują one zależność stosunku amplitud sygnału wyjściowego i wejściowego [85÷86] oraz przesunięcia fazowego tych sygnałów od częstotliwości sygnału wejściowego harmonicznego.

Znane są następujące rodzaje charakterystyk:

- charakterystyka amplitudowo-fazowa,
- charakterystyka amplitudowa,
- charakterystyka fazowa,
- charakterystyka składowej rzeczywistej transmitancji,
- charakterystyka składowej urojonej transmitancji,
- charakterystyka logarytmiczna amplitudowa,
- charakterystyka logarytmiczna fazowa.

Na potrzeby tej pracy zostały wykorzystane dwa rodzaje charakterystyk:

- charakterystyka amplitudowa – przedstawia wykres zależności modułu $A(\omega)$ transmitancji $G(j\omega)$ od pulsacji ω ,
- charakterystyka logarytmiczna amplitudowa $Lm(\omega)$ – przedstawia wykres zależności modułu $A(\omega)$ transmitancji $G(j\omega)$ od logarytmu dziesiętnego pulsacji ω .

Podstawową zaletą charakterystyk logarytmicznych amplitudowych jest to, że dla większości typowych elementów liniowych można je zastępować (z dobrą dokładnością) przez linie łamane złożone z odcinków prostych. Oprócz tego, przy stosowaniu charakterystyk logarytmicznych, można w łatwy sposób wyznaczyć charakterystyki wypadkowe obiektów lub układów złożonych ze znanych elementów liniowych połączonych szeregowo. Pamiętajmy bowiem, że moduł wypadkowej transmitancji poszczególnych elementów charakterystyki amplitudowej $A(\omega)$ otrzymuje się w wyniku mnożenia modułów transmitancji poszczególnych elementów. Natomiast wypadkową logarytmiczną charakterystykę amplitudową $Lm(\omega)$ znajdujemy po dodaniu do siebie rzędnych wykresów charakterystyk logarytmicznych amplitudowych poszczególnych elementów składowych.

5. PODSUMOWANIE PRZEGLĄDU LITERATURY

Większość prac teoretycznych oparta jest na koncepcji „włókien niekontrolowanych”, a długość włókien (lub zasięg) stanowi główny parametr określający te włókna. W wielu przypadkach zakłada się, że podczas rozciągania włókna są zdolne poruszać się niezależnie. W rzeczywistości, jak to zostało podkreślone, włókna wykazują tendencję do poruszania się raczej w grupach niż jako włókna pojedyncze. Naprawdę ważne to zachowanie się grupy włókien a nie to co może być udziałem pojedynczego włókna. Jest to szczególnie istotne w odniesieniu do rozciąganego strumienia włókien. Prawdopodobnie skutek nadmiernych uproszczeń, czynnik tak ważny jak masa liniowa włókna został pominięty.

W badaniach procesu rozciągania realizowanego w aparatach rozciągowych stosowana była gradientowa metoda badań. Polegała ona na badaniu wpływu kilku czynników o decydującym znaczeniu dla pracy aparatu. Wpływ ten badano, celowo zmieniając kolejne wartości jednego lub nawet kilku czynników i obserwowano jak zmiany te wpływają na przebieg procesu. W badaniach tych pewna grupa czynników, mogąca mieć wpływ na wyniki badań, jest niemożliwa do ustalenia na określonym stałym poziomie. Przy ustalaniu wszystkich optymalnych parametrów pracy aparatu należałoby również określić wzajemny wpływ poszczególnych parametrów na siebie. Jest to jednak praktycznie niemożliwe do wykonania, gdyż wymaga nieskończenie dłużej liczby pomiarów.

W wielu pracach dotyczących procesu rozciągania stosowano różne metody badawcze i kryteria oceny. Analizowano przebiegi krzywych pocieniania, wychodząc z założenia, że ich kształty oraz różnice w przebiegu są uzależnione od sposobu ruchu włókien w rozciągającym strumieniu. Badano również wielkość sił występujących w polu rozciągowym i na tej drodze określono wpływy, między innymi, rozkładu długości włókien na przebieg procesu rozciągania strumienia włókien. Dokonano też oceny procesu rozciągania i zjawisk temu procesowi towarzyszących, stosując analizę nierównomierności rozkładu masy rozciąganego strumienia włókien. W oparciu o charakterystykę widmową pola rozciągowego oceniano strumienie włókien na wlocie i wylocie aparatu rozciągowego oraz podjęto próbę powiązania charakteru rozkładu masy w strumieniu przed i po rozciągnięciu.

Dotychczas wiele opracowanych modeli matematycznych procesu rozciągania jest przedstawionych w formie uproszczonej, a równania zawierają wiele parametrów niemierzalnych.

Do tej pory nie został zrealizowany teoretyczny model matematyczny sprowadzający problematykę rozciągania strumienia w polu rozciągowym do zagadnień związanych z analizą układów dynamicznych. W wyniku analizy można uzyskać wyrażenia w formie transmitancji dla dynamicznych związków między wielkościami wejściowymi i wyjściowymi aparatu rozciągowego. Parametry poszczególnych transmitancji można uzależnić od właściwości strumienia wejściowego, parametrów pola rozciągowego oraz zmiennych prędkości strumienia w strefie rozciągania.

6. IDENTYFIKACJA PROCESU ROZCIĄGANIA

Metoda wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych może być stosowana tylko do badań obiektów liniowych o stałych współczynnikach niezmiennych w czasie.

Przed przystąpieniem do wyznaczenia charakterystyk częstotliwościowych badanego obiektu należy przeprowadzić eksperyment, który daje informacje o zjawiskach zachodzących w badanym obiekcie. Informacje te uzyskujemy analizując sygnał wejściowy i wyjściowy badanego obiektu i oceniając, czy mają one charakter liniowy, czy nieliniowy [23, 80, 83, 96].

Realizacja procedury identyfikacji wymaga przeprowadzenia eksperymentu, który daje informacje o zjawiskach zachodzących w badanym obiekcie. Informacje te uzyskujemy analizując sygnał wejściowy i wyjściowy obiektu. **Najważniejszymi cechami sygnałów są: stacjonarność, występowanie składowych okresowych oraz normalności sygnału. Stacjonarny sygnał stochastyczny jest to sygnał, dla którego wartość średnia i wariancja nie zależą od czasu $\bar{x}(t) = \text{const}$, $S^2(t) = \text{const}$, a funkcja korelacji bądź gęstości widmowej mocy jest jednakowa dla każdej chwili t .**

Należy przypuszczać, że sygnały – wejściowy i wyjściowy, jakimi są odpowiednio zmienność masy liniowej niedoprzędu i przędzy, można zaliczyć do grupy sygnałów stochastycznych stacjonarnych. Stacjonarność sygnału jest istotna z punktu widzenia wyboru metody dalszej analizy. Występowanie okresowości, jak również stwierdzenie normalności rozkładu sygnału ułatwia interpretację wyników analizy oraz oszacowanie popełnionych błędów.

Najprostszą metodą stwierdzenia stacjonarności procesu jest analiza zjawisk fizycznych powodujących powstawanie danego sygnału. Na podstawie rozważań natury zjawisk fizycznych zachodzących w rozciągającym strumieniu włókien [1,23] można stwierdzić, że zmienność masy liniowej strumienia w czasie zalicza się do procesów losowych stacjonarnych. W celu scharakteryzowania sygnałów: wejściowego i wyjściowego, analizowano ich wartości średnie, wariancje, widma liniowe harmoniczne oraz gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy. Do oceny wyżej wymienionych charakterystyk sygnałów zastosowano testy statystyczne.

Identyfikacja układu mechanicznego, jakim jest aparat rozciągowy, obejmuje problemy związane z wyborem postaci modelu matematycznego badanego obiektu.

Przez wybór postaci modelu rozumie się problem określenia jego struktury. Jedną z metod identyfikacji strukturalnej, którą można zastosować do badania układów mechanicznych, jest analiza charakterystyk częstotliwościowych układu. Przy założeniu, że sygnał wejściowy jest procesem stochastycznym normalnym,

również sygnał otrzymany na wyjściu układu liniowego jest procesem stochastycznym o rozkładzie normalnym.

Każde odchylenie sygnału wyjściowego od rozkładu normalnego wskazuje na występowanie w układzie nieliniowości.

6.1. Badanie sygnału wejściowego i wyjściowego aparatu rozciągowego

W celu scharakteryzowania sygnałów: wejściowego i wyjściowego analizowano ich wartości średnie, wariancje, widma liniowe harmoniczne oraz gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy. Do oceny wyżej wymienionych charakterystyk sygnałów zastosowano testy statystyczne.

6.1.1. Wartości średnie sygnałów

Masę liniową niedoprzędu i przędzy wyznaczono z pięciu nawojów. Przykładowe wartości pomiarów zestawiono w tabeli 6.1.

Tabela 6.1. Masa liniowa niedoprzędów i przędz

Lp.	Masa liniowa niedoprzędu [tex] Nawój 1	Masa liniowa niedoprzędu [tex] Nawój 5	Masa liniowa przędzy [tex] Nawój 1	Masa liniowa przędzy [tex] Nawój 5
1	644,3	649,2	15,59	15,16
2	647,5	643,7	15,25	15,29
3	642,8	644,2	15,69	15,43
4	648,1	648,3	15,26	15,64
5	643,3	648,2	15,28	15,36
6	642,6	647,8	15,48	15,11
7	644,8	649,1	15,45	15,68
8	646,6	645,7	15,66	15,15
9	647,9	644,8	15,48	15,35
10	647,4	643,5	15,14	15,21
Wartości średnie $\bar{x}$				
	645,53	646,45	15,42	15,34
Wariancje S^2				
	4,38	4,75	0,028	0,035
$F_{obl} = 1,08$ $F_{0,95} = 3,18$			$F_{obl} = 1,26$ $F_{0,95} = 3,18$	
$t_{obl} = 0,91$		$t_{0,95} = 2,10$	$t_{obl} = 0,96$ $t_{0,95} = 2,10$	
$t_{obl} < t_{0,95}$			$t_{obl} < t_{0,95}$	

Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta [84, 101] sprawdzono, czy występują istotne różnice między wartościami średnimi badanych cech. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między wartościami średnimi badanych cech. Zatem można przyjąć, że średnie wartości mas liniowych badanych sygnałów są sobie równe i nie są zależne od czasu.

6.1.2. Współczynnik zmienności sygnałów

Diagramy dowolnie wybranych rozkładów masy niedoprzędu i przędzy przedstawiono na rysunkach 6.1 i 6.2. Współczynnik zmienności wyznaczono pięciokrotnie dla każdego z nawojów. Wartości pomiarów zestawiono w tabeli 6.2.

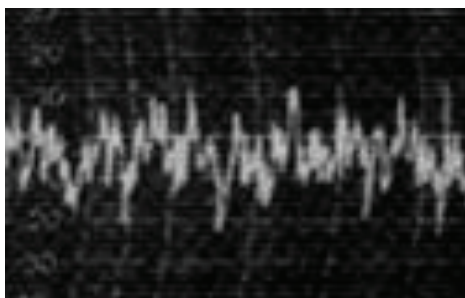
Tabela 6.2. Współczynnik zmienności niedoprzędów i przędz

Lp.	Współczynnik zmienności niedoprzędu CV [%] Nawój 1	Współczynnik zmienności niedoprzędu CV [%] Nawój 5	Współczynnik zmienności przędzy CV [%] Nawój 1	Współczynnik zmienności przędzy CV [%] Nawój 5
1	7,90	7,82	21,17	20,45
2	6,75	7,31	21,03	20,75
3	7,21	7,05	21,15	19,68
4	7,56	6,26	20,89	20,56
5	6,32	7,42	19,92	20,43
Wartości średnie $\bar{x}$				
	7,15	7,17	20,83	20,37
Wariancje S^2				
	0,32	0,27	0,22	0,13
	$F_{obl} = 1,18$	$F_{0,95} = 6,39$	$F_{obl} = 1,69$	$F_{0,95} = 6,39$
	$t_{obl} = 0,05$	$t_{0,95} = 2,31$	$t_{obl} = 1,55$	$t_{0,95} = 2,31$
	$t_{obl} < t_{0,95}$		$t_{obl} < t_{0,95}$	

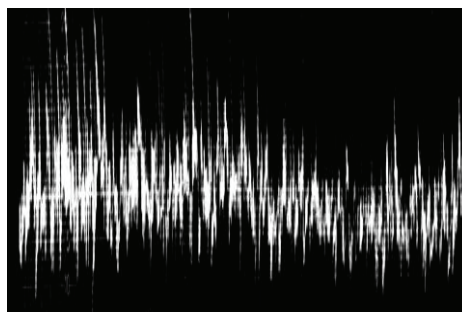
Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między wartościami średnimi badanych cech. Zatem można przyjąć, że średnie wartości współczynników zmienności badanych sygnałów są sobie równe i nie są zależne od czasu.

6.1.3. Widma liniowe harmoniczne

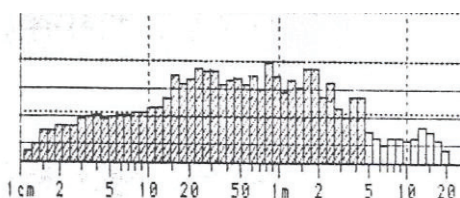
Wykonano po 5 spektrogramów rozkładu masy niedoprzędu i przędzy. Analizowano budowę dwóch dowolnie wybranych spektrogramów dla niedoprzędu i dwóch dla przędzy (rys. 6.3-6.6).



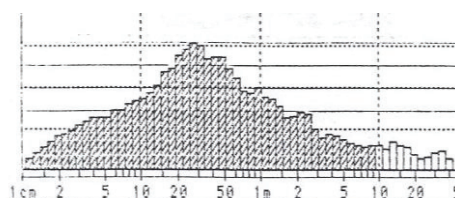
Rys. 6.1. Diagram rozkładu masy liniowej niedoprzędu



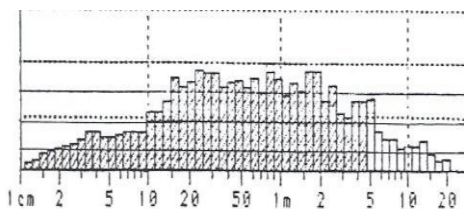
Rys. 6.2. Diagram rozkładu masy liniowej przędzy $R_c = 43,32$



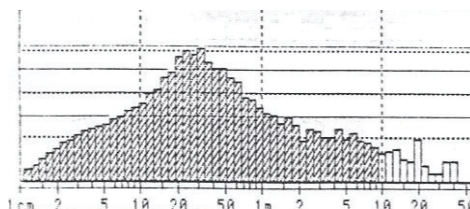
Rys. 6.3. Spektrogram rozkładu masy niedoprzędu



Rys. 6.4. Spektrogramy rozkładu masy przędzy $R_c = 43,32$



Rys. 6.5. Spektrogram rozkładu masy niedoprzędu



Rys. 6.6. Spektrogramy rozkładu masy przędzy $R_c = 43,32$

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie analizy spektrogramów wyznaczono wielkości odpowiadających sobie amplitud kolejnych składowych harmonicznych.

W tabeli 6.3 i 6.4 zestawiono wyniki pomiarów wielkości amplitud dla niedoprzędu i przędzy.

Tabela 6.3. Wyniki pomiarów wielkości amplitud dla niedoprzędu

Lp.	Wielkości amplitud dla niedoprzędu [mm]					Wielkości amplitud dla niedoprzędu [mm]				
	Nawój 1					Nawój 5				
1	1,0	5,0	9,0	7,0	12,5	2,0	6,0	12,5	14,0	8,0
2	1,5	5,0	9,0	8,0	12,0	2,5	6,0	13,5	12,0	10,0
3	2,5	5,5	11,0	8,5	10,5	4,0	6,0	13,0	10,0	10,05
4	3,0	6,0	11,0	10,0	9,0	4,0	7,0	13,0	12,0	5,0
5	3,5	6,0	9,0	11,0	10,0	5,0	6,0	12,0	11,0	4,0
6	4,0	6,0	9,0	10,5	6,0	5,0	8,0	12,0	13,0	3,0
7	4,0	6,0	8,0	12,5	5,0	5,0	8,5	12,5	13,0	4,0
8	4,5	6,5	8,0	13,0	5,0	6,0	9,5	12,0	9,0	4,0
9	6,0	7,0	8,0	9,5	3,0	6,0	12,0	12,5	11,0	3,5
10	6,0	9,0	8,5	13,0	3,5	7,5	12,0	11,0	7,5	3,0
Wartości średni $\bar{x}$										
7,36						8,38				
Wariancje S^2										
9,46						13,04				
$F_{obl} = 1,38$						$F_{0,95} = 1,60$				
$t_{obl} = 1,50$						$t_{0,95} = 2,00$				
$t_{obl} < t_{0,95}$										

Tabela 6.4. Wyniki pomiarów wielkości amplitud dla prędz

Lp.	Wielkości amplitud przędy [mm]					Wielkości amplitud przędy [mm]				
	Nawój					Nawój 5				
1	2,0	10,0	19,0	15,0	8,0	2,0	9,5	19,0	15,0	8,0
2	3,0	10,0	21,5	14,0	6,0	2,5	10,0	22,0	14,5	8,0
3	4,5	11,0	22,5	15,5	7,0	4,0	10,5	23,0	13,0	9,0
4	5,0	11,0	24,0	14,0	6,5	5,0	11,0	22,5	12,0	7,0
5	6,5	12,0	23,5	13,5	5,5	5,5	12,5	23,5	11,5	8,5
6	7,0	13,0	21,0	12,0	5,0	7,0	13,0	21,0	10,0	7,0
7	7,5	13,5	21,5	10,0	4,5	7,0	13,5	20,0	11,5	7,0
8	8,5	14,0	21,5	10,5	7,0	8,0	15,5	20,0	10,0	6,0
9	9,0	16,0	19,0	11,0	8,0	9,0	16,5	18,5	7,0	5,0
10	10,0	18,0	17,5	10,5	9,0	9,0	18,5	18,0	9,0	4,0
Wartości średni $\bar{x}$										
11,68						11,59				
Wariancje S^2										
35,80						32,89				
$F_{obl}=1,09$						$F_{0,95}=1,60$				
$t_{obl}=0,08$						$t_{0,95}=2,00$				
$t_{obl}<t_{0,95}$										

Na podstawie testów sprawdzono, czy występują istotne różnice między wartościami średnimi amplitud. W wyniku przeprowadzonej analizy stwierdzono, że na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między wartościami średnimi badanych cech. Zatem można przyjąć, że średnie wartości amplitud badanych sygnałów tak dla niedoprzędu, jak i prędz są sobie równe i niezależne od czasu.

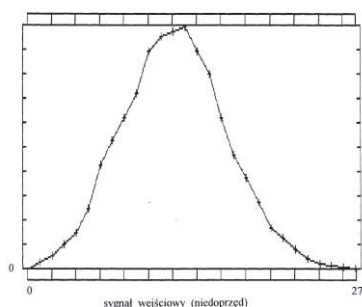
6.1.4. Gęstość prawdopodobieństwa sygnałów

Kolejną ważną cechą sygnału jest normalność. O normalności procesu można sądzić na podstawie porównania zmierzonej gęstości prawdopodobieństwa z gęstością prawdopodobieństwa teoretyczną dla rozkładu normalnego.

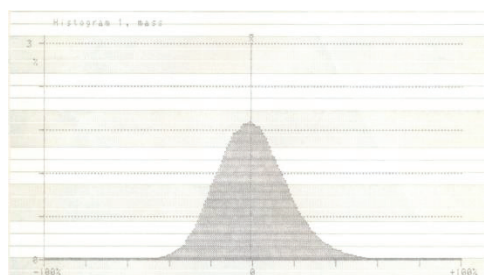
Dla założonych wariantów badań wyznaczono przy użyciu aparatu Uster Tester 3 gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy niedoprzędu i przędzy. Na rysunku 6.8 i 6.10 przedstawiono dowolnie wybrane przebiegi gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy dla niedoprzędu i przędzy.

Otrzymane wykresy gęstości prawdopodobieństwa sygnałów porównano z gęstością prawdopodobieństwa teoretyczną dla rozkładu normalnego.

$$52(\text{mm}) = 1,386 (\%)$$

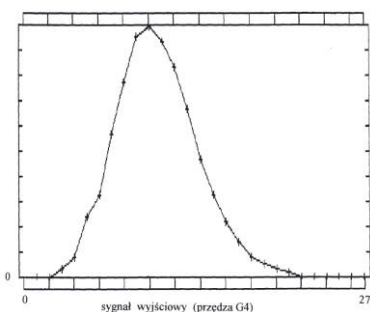


Rys. 6.7. Sygnał wejściowy (niedoprzęd)

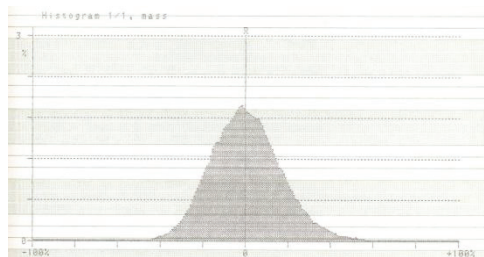


Rys. 6.8. Histogram rozkładu masy dla niedoprzędu

$$50(\text{mm}) = 2(\%)$$



Rys. 6.9. Sygnał wyjściowy (przędza)



Rys. 6.10. Histogram rozkładu masy dla przędzy

Źródło: opracowanie własne.

Z wyżej wymienionych wykresów odczytano licznosci względne dla kolejnych wartości środków przedziałów klasowych. Otrzymane szeregi rozdzielcze zweryfikowano testem

λ – Kołmogorowa [80]. Statystykę testową wyznaczono przy pomocy programu "CADEX: SPECTRA" [102].

Zasada sprawdzania zgodności rozkładu doświadczalnego z rozkładem normalnym przy zastosowaniu testu A , jest następująca:

Wyniki próbki grupuje się w stosunkowo wąskie przedziały o górnych granicach x_{gi} i odpowiadających im licznosciach n_i .

Dla każdej x_{gi} wyznacza się wartość doświadczalnej dystrybuanty $F_n(x)$ według wzoru:

$$F_n(x) = \frac{n_{sk}}{n} \quad (6.1)$$

gdzie: n_{sk} – skumulowana od początku aż do x_k licznosc, tj.

$$n_{sk} = \sum_{i \leq k} n_i \quad (6.2)$$

Z rozkładu normalnego wyznacza się dla każdego x_{gi} wartość teoretycznej dystrybuanty $F(x)$. Następnie dla każdej x_{gi} oblicza się bezwzględną wartość różnicy $F_n(x) - F(x)$, tj. dystrybuanty doświadczalnej i teoretycznej. Biorąc pod uwagę największą z wartości bezwzględnych wartość różnicy dystrybuant:

$$D = \max | F_n(x) - F(x) | \quad (6.3)$$

oblicza się wartość λ :

$$\lambda = D \cdot \sqrt{n} \quad (6.4)$$

Dla ustalonego prawdopodobieństwa P odczytuje się z granicznego rozkładu λ – Kołmogorowa wartość krytyczną λ_p , czy zachodzi $P(\lambda \geq \lambda_p) = P$.

Następnie porównuje się wartość doświadczalną λ z wartością krytyczną λ_p .

Jeżeli $\lambda \geq \lambda_p$, to hipotezę o normalności rozkładu należy odrzucić, $\lambda < \lambda_p$, to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że rozkład badanej cechy jest zgodny z rozkładem normalnym.

Przykładową analizę badanego testu dla niedoprzędu i przędzy przedstawiono na wydruku komputerowym (rys. 6.7 i 6.9). Wartości pomiarów zestawiono w tabeli 6.5.

Tabela 6.5. Liczebności względne dla niedoprzędu i przędzy

Lp.	Liczebności względne dla niedoprzędu			Liczebności względne dla przędzy	
1	1	47	9	1	40
2	2	50	7	2	32
3	3	51	5	5	24
4	6	52	3	12	16
5	8	47	2	17	11
6	13	42	1	30	8
7	23	33	1	37	4
8	28	25		46	3
9	33	20		50	2
10	38	15		47	1
Maksymalna różnica dystrybuant D					
0,168			0,247		
Wartości statystyki λ					
0,873			1,105		
Wartość krytyczna λ_p dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$					
1,36			1,36		
$\lambda < \lambda_p$			$\lambda < \lambda_p$		
Zgodność z rozkładem normalnym			Zgodność z rozkładem normalnym		

Z przeprowadzonej analizy testu wynika, że wszystkie badane rozkłady gęstości prawdopodobieństwa są zgodne z rozkładem krzywej Gaussa.

Można zatem wnioskować, że zarówno sygnał wejściowy (niedoprzęd), jak i wyjściowy (przędza) mają rozkład zgodny z rozkładem normalnym. Biorąc pod uwagę, że wartości średnie i wariancje badanych sygnałów nie zależą od czasu, można przyjąć analizowany sygnał za **stochastyczny stacjonarny o rozkładzie normalnym**.

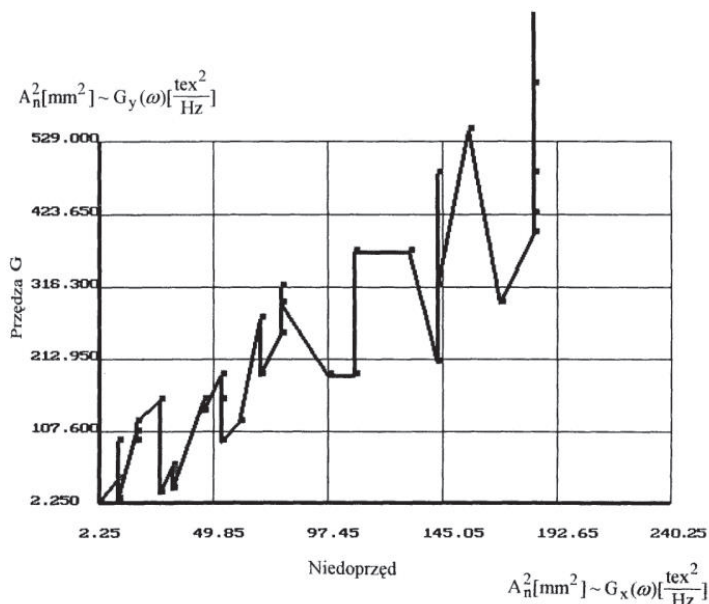
6.1.5. Określenie struktury układu

Strukturę układu identyfikowano w oparciu o analizę gęstości widmowej mocy sygnałów: wejściowego i wyjściowego aparatu rozciągowego. Z wykresów gęstości widmowej mocy sygnału wejściowego i wyjściowego porównano wielkości rzędnych odpowiadających sobie częstotliwościami.

Analizę porównawczą przeprowadzono dla wariantów badań zamieszczonych w tabelach 6.7 i 6.8.

Na rysunku 6.11 przedstawiono dla wybranego wariantu badań zależności między sygnałem wejściowym a wyjściowym aparatu rozciągowego.

W celu znalezienia związków matematycznych między sygnałem wejściowym X (niedoprzęd) a wyjściowym Y (przędza) wykorzystano analizę regresji. Obliczenia wykonano wykorzystując oprogramowanie QUATRO [103].



Rys. 6.11. Wykres zależności sygnału wejściowego (niedoprzęd) i wyjściowego (przędza)

Źródło: opracowanie własne.

Z uwagi na charakter badanych zjawisk dla każdego z wariantów wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów funkcję regresji [74]:

$$y = ax + b$$

Estymatory współczynnika regresji a i b mają postać:

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6.5)$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a} \cdot \bar{x} \quad (6.6)$$

Dla danego równania regresji wyznaczono wartość wariancji resztowej (6.7) oraz wartość współczynnika korelacji (6.8):

$$SSR^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (6.7)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (6.8)$$

Po wyznaczeniu współczynnika korelacji liniowej, weryfikowano jego istotność w celu stwierdzenia, czy między zmiennymi X (eksperyment) i Y (model teoretyczny) istnieje zależność korelacyjna.

Testowano hipotezę $H_0 : r = 0$ (zmienne X, Y nie są skorelowane) wobec hipotezy alternatywnej $H_1 : r \neq 0$, (zmienne X, Y są skorelowane).

Statystyka testowa t :

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n-2} \quad (6.9)$$

ma rozkład Studenta o $k = n - 2$ stopniach swobody.

Na podstawie wartości krytycznej t_{kr} rozkładu Studenta dla danego poziomu istotności $\alpha = 0,05$, odczytanej z tablic, obliczono wartość krytyczną współczynnika korelacji r_{kr} :

$$r_{kr} = \frac{t_{kr}}{\sqrt{n-2+t_{kr}^2}} \quad (6.10)$$

Jeżeli obliczona wartość współczynnika korelacji r spełnia warunek:

$$r > r_{kr}$$

to hipotezę H_0 o braku korelacji między zmiennymi X i Y należy odrzucić.

Jeżeli obliczona wartość współczynnika korelacji r spełnia warunek:

$$r < r_{kr}$$

to hipotezę H_0 o braku korelacji między zmiennymi X i Y należy przyjąć.

W dalszym etapie testowano istotność współczynnika regresji a dla równania:

$$y = \hat{a}x + \hat{b} \quad (6.11)$$

Założono hipotezę $H_0 : a = 0$ (współczynnik regresji równy jest zero) wobec hipotezy alternatywnej $H_1 : a \neq 0$ (współczynnik regresji jest różny od zera).

Statystykę testową obliczono według wzoru:

$$t = \frac{\hat{a}}{S_a} \quad (6.12)$$

gdzie:

$$S_a = \frac{SSR}{S_X} \cdot \sqrt{n-2} \quad (6.13)$$

gdzie: SSR^2 – wariancja resztowa,

S_X^2 – wariancja zmiennej X .

Z tablicy rozkładu Studenta dla $k = n - 2$ stopni swobody i dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ odczytano wartość krytyczną t_{kr} .

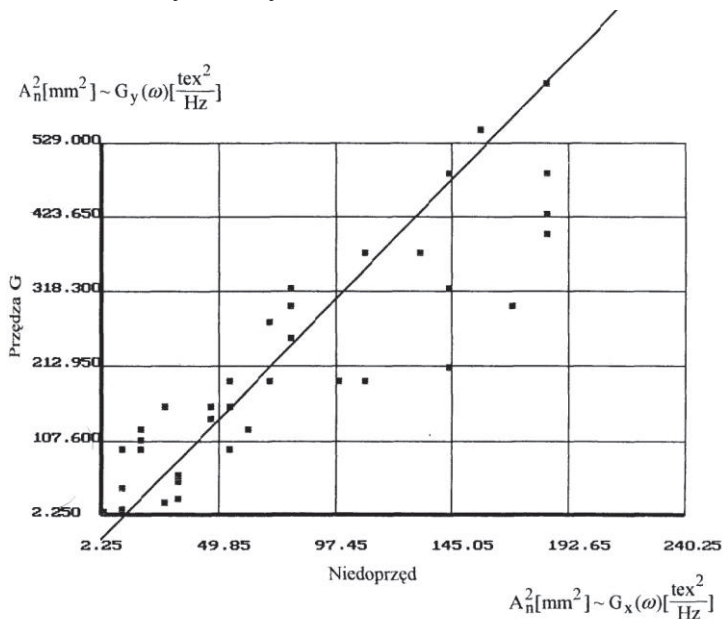
Jeżeli obliczona wartość statystyki testowej t spełnia warunek $t > t_{kr}$, to hipotezę H_0 zakładającą, że współczynnik regresji $a = 0$ należy odrzucić.

Jeżeli obliczona wartość statystyki testowej t spełnia warunek $t < t_{kr}$, to hipotezę H_0 zakładającą, że współczynnik regresji $a = 0$ należy przyjąć.

Dla danego równania regresji wyznaczono wartości współczynników regresji wariancji resztowej oraz wartości współczynnika korelacji.

Dla wszystkich wariantów badań wartości współczynników korelacji oraz współczynników regresji okazały się istotne, co świadczy o istnieniu liniowego związku między zmiennymi $x(t)$ (niedoprzęd) i $y(t)$ (przędza).

Wykres przykładowej prostej regresji przedstawiono na rysunku 6.12. Wyniki pomiarów wraz z analizą testową zestawiono w tabeli 6.6.



Rys. 6.12. Wykres prostej regresji dla wkładki dystansowej niebieskiej i rozciągu całkowitego $R_c = 17,64$

Źródło: opracowanie własne.

Powyższe badania wykonano przy zmieniającym się rozciągu całkowitym w przedziale 17 do 43 i wysokościach wkładek dystansowych 4,35 mm:7,15 mm. Wyznaczone wartości zmiennych dla wszystkich wariantów przedstawiono w tabelach 6.7 i 6.8.

Tabela 6.6. Analiza testowa wariantu W1

Równanie regresji			
$y = 2,05x - 20,56$			
Wariancja resztowa SSR^2			
3101,38			
Test istotności współczynnika korelacji r		Test istotności współczynnika regresji a	
Testowano hipotezę $H_0 : r = 0$ (zmienne X, Y nie są skorelowane)		Testowano hipotezę $H_0 : a = 0$ (współczynnik regresji jest równy 0)	
Współczynnik korelacji r	0,87	Statystyka testowa t	17,84
Wartość krytyczna współ. korelacji r_{kr} na poziomie istotności $\alpha = 0,05$	0,28	Wartość krytyczna statystyki testowanej t_{kr} na poziomie istotności $\alpha = 0,05$	2,02
$R > r_{kr}$		$T > t_{kr}$	
Hipotezę H_0 o braku korelacji między zmiennymi X i Y należy odrzucić		Hipotezę H_0 zakładającą, że współczynnik regresji $a = 0$ należy odrzucić	

Tabela 6.7. Wartości zmiennych dla wysokości wkładki dystansowej 4,35 mm

Wysokość wkładki dystansowej: 4,35 mm							
Lp.	Współczynnik zmienności $CV[\%]$	Rozciąg całkowity R_c	Estymatory współczynnika regresji		Współczynnik korelacji r	Wariancja resztowa SSR^2	Wariancja zmiennej X s_x^2
			a	b			
1	13,54	17,64	2,09	-23,77	0,87	3489,26	4,83
2	14,39	21,11	2,11	-21,16	0,89	2983,34	
3	15,63	25,66	1,79	-17,19	0,82	3966,48	
4	17,27	30,21	2,04	-21,60	0,86	3640,92	
5	18,60	35,34	1,92	-22,66	0,82	4223,70	
6	19,60	39,33	2,07	-25,79	0,84	4165,41	
7	20,83	43,32	1,95	-14,67	0,82	4462,24	

Tabela 6.8. Wartości zmiennych dla wysokości wkładki dystansowej 7,15 mm

Wysokość wkładki dystansowej: 7,15 mm							
Lp.	Współczynnik zmienności CV[%]	Rozciąg całkowity R_c	Estymatory współczynnika regresji		Współczynnik korelacji r	Wariancja resztowa SSR^2	Wariancja zmiennej X s_x^2
			a	b			
1	13,54	17,64	2,05	-20,56	0,87	3101,38	4,83
2	14,39	21,11	2,13	-29,23	0,86	3887,52	
3	15,63	25,66	2,13	-30,66	0,87	3669,94	
4	17,27	30,21	2,09	-31,08	0,85	4090,88	
5	18,60	35,34	1,81	-13,64	0,75	5765,36	
6	19,60	39,33	2,20	-34,56	0,86	4120,36	
7	20,83	43,32	1,89	-11,93	0,67	4790,02	

6.1.6. Analiza porównawcza dla funkcji regresji

W celu stwierdzenia, czy istnieją wspólne zależności dla wyznaczonych prostych regresji skorzystano z analizy testowej. Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta sprawdzono, czy występują istotne różnice w równoległości prostych.

Testy powyższe badają prawdziwość dwóch hipotez:

1. Hipoteza H_0^I $S_1^2 = S_2^2$ (równość wariancji).
2. Hipoteza H_0^{II} $a_1 = a_2$ (równość współczynników regresji).

Zależność pomiędzy prostymi regresji dla wkładek dystansowych o wysokości 4,35 mm

Z danych zawartych w tabeli 6.7 wybrano dwie skrajne wartości wariancji resztowej SSR^2 i dwie skrajne wartości współczynnika regresji a dla wkładki zielonej. Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta sprawdzono, czy występują istotne różnice w równoległości prostych.

a) Testowano hipotezę H_0^I $S_1^2 = S_2^2$ (równość wariancji)

Wartości wariancji resztowej: $SSR_1^2 = 4462,24$, $SSR_2^2 = 2983,34$.

Liczności poszczególnych wariantów $n_1 = n_2 = 50$:

$$S_1^2 = \frac{SSR_1}{n_1 - 2} = 1,39$$

$$S_2^2 = \frac{SSR_2}{n_2 - 2} = 1,14$$

Obliczono wartość statystyki testowej F :

$$F_{obl} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1,22$$

Z tablicy rozkładu F -Snedecora o $k_1 = n_1 - 2$ i $k_2 = n_2 - 2$ stopniach swobody, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ odczytano wartość krytyczną $F_{kr} = 1,61$

Porównując wartość otrzymaną z obliczeń z wartością odczytaną z tablic, możemy zapisać: $F_{obl} < F_{kr}$.

Przyjmuje się, że nie występuje istotna różnica między wariancjami.

b) Testowano hipotezę $H_0^II: a_1 = a_2$ (równości współczynników regresji)

Wartości współczynników regresji: $a_1 = 2,11$, $a_2 = 1,79$.

Obliczono wartość wariancji współczynników regresji:

$$S_{a_1 a_2}^2 = \frac{\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{\frac{1}{n_1 S_{X_1}^2} + \frac{1}{n_2 S_{X_2}^2}}}{n_1 + n_2 - 4} \quad (6.14)$$

gdzie: S_1^2, S_2^2 – wariancje obliczone na podstawie testu F -Snedecora,

n_1, n_2 – licznosci poszczególnych wariantów,

$S_{x_1}^2 = S_{x_2}^2 = S_x^2$ – wariancja zmiennej X , $S_x^2 = 4,83$.

$$S_{a_1 a_2}^2 = 12,61$$

Obliczono wartość statystyki testowej t :

$$t_{obl} = \frac{|a_1 - a_2|}{S_{a_1 a_2}}, \quad t_{obl} = 0,025$$

Z tablicy rozkładu t -Studenta o $k = n_1 + n_2 - 4$ stopniach swobody, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ odczytano wartość krytyczną $t_{kr} = 1,66$. Porównując wartość otrzymaną z obliczeń z wartością odczytaną z tablic, można zapisać: $t_{obl} < t_{kr}$.

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między współczynnikami regresji badanych cech. Zatem można przyjąć, że obie wyznaczone proste regresji są do siebie równoległe.

Zależność pomiędzy prostymi regresji dla wkładki dystansowej o wysokości 7,15 mm

Z danych zawartych w tabeli 6.10 wybrano dwie skrajne wartości wariancji resztowej SSR^2 i dwie skrajne wartości współczynnika regresji a dla wkładki niebieskiej. Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta sprawdzono, czy występują istotne różnice w równoległości prostych.

a) Testowano hipotezę $H_0^I: S_1^2 = S_2^2$ (równość wariancji)

Wartości wariancji resztowej: $SSR_1^2 = 5765,36$, $SSR_2^2 = 3101,38$.

Licznosci poszczególnych wariantów $n_1 = n_2 = 50$:

$$S_1^2 = 1,58, S_2^2 = 1,16, F_{obl} = 1,36, F_{kr} = 1,36, F_{obl} < F_{kr}.$$

Przyjmuje się, że nie występuje istotna różnica między wariancjami.

b) Testowano hipotezę $H_0^{II} a_1 = a_2$ (równości współczynników regresji)

Wartości współczynników regresji: $a_1 = 2,20, a_2 = 1,81$

Wartość wariancji współczynników regresji: $S_{a_1 a_2}^2 = 13,12, t_{obl} = 0,032, t_{kr} = 1,66, t_{obl} < t_{kr}.$

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między współczynnikami regresji badanych cech. Zatem można przyjąć, że obie wyznaczone proste regresji są do siebie równoległe.

Zależność prostych regresji pomiędzy wkładkami dystansowymi o wysokościach 4,35 i 7,15 mm

Z danych zawartych w tabelach 6.7 i 6.8 wybrano dwie skrajne wartości |wariancji resztowej SSR^2 i dwie skrajne wartości współczynnika regresji a pomiędzy wkładkami dystansowymi o wysokościach 4,35 i 7,15 mm. Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta sprawdzono czy wyznaczone proste regresji dla poszczególnych wkładek dystansowych są do siebie równoległe.

a) Testowano hipotezę $H_0^I S_1^2 = S_2^2$ (równość wariancji)

Wartości wariancji resztowej: $SSR_{1N}^2 = 5765,36, SRR_{2N}^2 = 2983,34.$

Liczności poszczególnych wariantów $n_1 = n_2 = 50:$

$$S_1^2 = 1,58, S_2^2 = 1,14, F_{obl} = 1,38, F_{kr} = 1,61, F_{obl} < F_{kr}.$$

Przyjmuje się, że nie występuje istotna różnica między wariancjami.

b) Testowano hipotezę $H_0^{II} a_1 = a_2$ (równości współczynników regresji)

Wartości współczynników regresji: $a_1 = 2,20, a_2 = 1,79.$

Wartość wariancji współczynników regresji: $S_{a_1 a_2}^2 = 13,08, t_{obl} = 0,031, t_{kr} = 1,66, t_{obl} < t_{kr}.$

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między współczynnikami regresji badanych cech. Zatem można przyjąć, że obie wyznaczone proste regresji dla wkładek dystansowych o wysokościach: 4,35 i 7,15 mm są do siebie równoległe.

Na podstawie przeprowadzonej analizy statystycznej można stwierdzić, że we wszystkich przypadkach zależność między sygnałem wejściowym a wyjściowym jest prostoliniowa.

Równoległość prostych regresji świadczy o tym, że dla zmieniających się parametrów pracy układu, takich jak rozciąg, wysokość wkładki, charakter zależności między sygnałem wejściowym i wyjściowym jest taki sam. Występują tylko

pewne przesunięcia prostych. Jednak trudno stwierdzić wpływ zmieniających się parametrów pracy układu na wielkość przesunięcia.

Na podstawie analizy sygnału można stwierdzić, że:

1. sygnały wejściowe (niedoprząd) i wyjściowe (przędza) z pola rozciągowego przędzarki obrączkowej należą do grupy stacjonarnych sygnałów stochastycznych o rozkładzie normalnym,
2. aparat rozciągowy przędzarki należy traktować jako obiekt liniowy, w którym charakter zależności między sygnałem wejściowym (niedoprząd) a wyjściowym (przędza) dla wszystkich wariantów badań jest taki sam.

7. WYKORZYSTANIE WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY REGRESJI DO MODELOWANIA PROCESU ROZCIĄGANIA

7.1. Tworzenie opisu matematycznego procesu rozciągania

Procesem rozciągania steruje technolog dysponujący opisem jakościowym zachodzących zjawisk. W warunkach danej przędzalni niezbędny jest opis ilościowy zachodzących zjawisk, który można uzyskać w wyniku przeprowadzonej identyfikacji konkretnych operacji technologicznych przetwarzania surowca o określonych właściwościach przędnych. Celom technologicznym będą więc podporządkowane poszukiwania najdogodniejszych w wykorzystaniu struktur opisów matematycznych, dających technologowi maksymalny zbiór informacji przydatnych do optymalnego w danych warunkach sterowania pracą maszyn. W związku z tym termin „identyfikacja” będzie rozpatrywany jako „identyfikacja technologiczna”, ponieważ takowym celem będzie służyła.

Celem procesu przędzenia włókien jest uzyskanie przędzy spełniającej określone wymagania jakościowe przy jednoczesnym minimalizowaniu nakładów ekonomicznych.

Cechą charakterystyczną zjawisk, które występują w poszczególnych fazach technologicznych procesu wytwarzania przędzy jest ich wybitnie statystyczny charakter. Wskaźniki jakościowe służące do oceny procesów przędzalniczych są wyznaczane w oparciu o analizę sygnałów ciągłych (np. fluktuację masy strumienia włókien), jak i dyskretnych zmiennych losowych (np. zawartość zanieczyszczeń w jednostce masy taśmy).

Z powyższych względów identyfikacja procesów przędzalniczych może być prowadzona różnymi metodami, a wybór metody jest uzależniony od celu i możliwości jej zastosowania.

Do identyfikacji technologicznej procesów przędzalniczych mogą być wykorzystywane metody statystyczne, szczególnie przydatne do identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania.

7.2. Statystyczne właściwości procesów przędzalniczych

Analizując proces rozciągania strumieni włókien, czyli przesuwania włókien wzdłuż osi strumienia z wynikającymi z tego konsekwencjami zmian parametrów statystycznych masy liniowej strumienia, rozmieszczenia włókien w przekroju poprzecznym strumienia oraz niekiedy rozkładu długości włókien, można

zauważyć, iż zespół warunków występujących w trakcie realizacji tego procesu powoduje, że ich skutki są zdarzeniami losowymi. Natomiast proces rozciągania jest wielowymiarowym obiektem sterowania.

Przy ustabilizowanej pracy maszyn oraz właściwym doborze surowców procesy przędzalnicze można zaliczyć do klasy procesów losowych stacjonarnych.

Technolog sterujący procesami przędzalniczymi winien znać skutki zmian zespołu warunków poszczególnych faz procesu przędzenia.

Zespół warunków w odniesieniu do konkretnej fazy przędzalniczej (rozciągania) tworzą: sterowanie – czyli zbiór zmiennych wejściowych – x oraz zbiór niemierzalnych zakłóceń procesu – U . Skutkiem jest interesujący w danej fazie technologicznej zbiór zmiennych wyjściowych y – zwany wyjściami obiektu. Każda faza technologiczna może być traktowana jako wielowymiarowy obiekt nieliniowy. Zakłócające niemierzalne wielkości stanowiące zbiór U podlegają ciągłym nieprzewidywanym zmianom.

W związku z tym, przy określonych sterowaniach:

$$x_s \in x, \quad s = 1, 2, \dots, S \quad (7.1)$$

gdzie S – liczba sterowań, przy czym każde ze sterowań może być zmieniane w kolejnych doświadczeniach

$$x_{sn} \in x_s, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7.2)$$

$$x_s = (x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sn}) \quad (7.3)$$

gdzie N – liczba doświadczeń, możliwe są różne wartości poszczególnych zmiennych wyjściowych Y .

Wszystkie zmienne wyjściowe Y (np. współczynnik zmienności masy liniowej, liczba nopów itp.) charakteryzujące stan obiektu, mogą być przedstawione wektorem

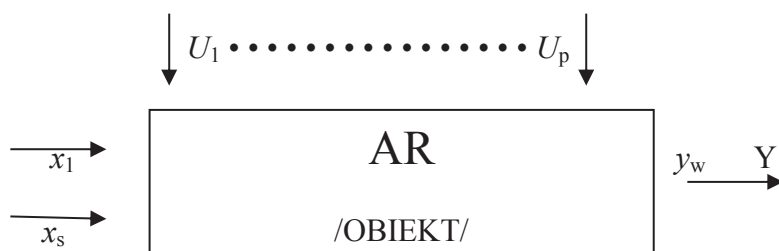
$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_w) \quad (7.4)$$

gdzie Y – liczba badanych zmiennych wyjściowych. Natomiast każda z badanych zmiennych wyjściowych może być przedstawiona wektorem wyjść obiektu:

$$U_w = (U_{w1}, U_{w2}, \dots, U_{wn}) \quad (7.5)$$

Wielowymiarowa analiza regresji służy znalezieniu charakterystyki wielowymiarowego obiektu o wielu wejściach i jednym wyjściu, w warunkach działania zakłóceń przypadkowych [70].

Aparat rozciągowy, w którym jest realizowany proces rozciągania jest wielowymiarowym obiektem sterowania. Proces ten można zaliczyć do klasy procesów losowych stacjonarnych.



Rys. 7.1. Wielowymiarowy obiekt sterowania

Źródło: opracowanie własne.

Zakładamy, że badany obiekt ma s wejść $x_1...x_s$, jedno wyjście Y , na obiekt działa p zakłóceń oraz jest opisany zależnością:

$$Y = f(x_1, ..., x_s; U_1, ..., U_p) \quad (7.6)$$

Niemierzalne wielkości zakłócające $U_1...U_p$ podlegają ciągłym nieprzewidzianym zmianom. Zatem przy określonych wartościach sterowań $x_1...x_s$ są możliwe różne wartości Y .

Zależność Y od $x_1...x_s$ nie jest zwykłą funkcją, a zależnością stochastyczną. Z punktu widzenia badań wielowymiarowych obiektów sterowania najbardziej interesująca jest wartość oczekiwana, czyli średnia wartość zmiennej Y przy warunku, że $X = x$.

Jeżeli wartość oczekiwana zmiennej Y jest funkcją:

$$E[Y(X = x)] = g(x) \quad (7.7)$$

– to mówimy o korelacji współzależności między zmiennymi Y i X . Funkcję (7.7) nazywa się funkcją regresji. W celu znalezienia funkcji regresji zakładamy, że należy ona do określonej klasy funkcji. Dalej przyjmować będziemy, że ma ona postać:

$$Y = f(x_1, x_2, ..., x_s; b_0, b_1, ..., b_s) \quad (7.8)$$

Funkcja ta aproksymuje rzeczywistą charakterystykę obiektu, niewyznaczalną z powodu zakłóceń i jest zwana modelem matematycznym obiektu. Współczynniki $b_0, b_1...b_s$, zwane współczynnikami regresji, wyznacza się metodą najmniejszych sumy kwadratów na podstawie wektora obserwacji wyjścia obiektu Y i macierzy obserwacji wejścia X wg. wzoru:

$$b = \frac{1}{x^T x} x^T y \quad (7.9)$$

gdzie:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_{10} & X_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1s} \\ X_{20} & X_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2s} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{n0} & X_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{ns} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_s \end{bmatrix}$$

Jeżeli postać funkcji (7.8) jest inna niż liniowa względem X , to liczba estymowanych współczynników regresji się zwiększa. Do oceny zgodności otrzymanej funkcji regresji z danymi doświadczalnymi służy współczynnik korelacji wielowymiarowej określony wzorem:

$$R_{y \cdot \hat{y}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot (\hat{y}_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}} \quad (7.10)$$

gdzie: y_i – rzeczywista wartość zmiennej Y zmierzona na wyjściu obiektu,
 $\hat{y}_i$ – wartość zmiennej Z na wyjściu obliczona na podstawie funkcji regresji (7.8).

Współczynnik korelacji wielowymiarowej przyjmuje wartość z przedziału $0 < R < 1$. Wartość R bliska 1 świadczy o silnym związku, natomiast mała wartość – o słabym związku stochastycznym. Dla danej liczby pomiarów R i poziomu istotności α wyznacza się na podstawie tablic statystycznych wartość krytyczną współczynnika korelacji R_{KR} . Spełnienie przez obliczony według wzoru (7.10) współczynnik korelacji wielowymiarowej $R_{y \cdot \hat{y}_i}$ nierówności

$$R_{y \cdot \hat{y}_i} > R_{KR} \quad (7.11)$$

oznacza, że wyznaczona funkcja regresji dobrze opisuje badany obiekt. Kryterium oceny otrzymanej funkcji regresji jest istotność współczynników regresji $b_0, b_1, \dots, b_s$. Oznacza to testowanie hipotez $H_0: b_k = 0, k = 0, 1, \dots, s$ i uwzględnienie w modelu tylko tych wielkości wejściowych, dla których badaną hipotezę H_0 należy odrzucić.

Reasumując, zastosowanie metody analizy regresji do wyznaczania modelu matematycznego wielowymiarowego obiektu sprowadza się do znalezienia funkcji regresji (7.8) takiej, by wszystkie współczynniki regresji $b_k, k = 0, 1, \dots, s$ były istotne, a współczynnik korelacji wielowymiarowej spełniał warunek (7.11).

7.3. Wyznaczanie równań regresji

W celu znalezienia związku między wyżej wymienionymi parametrami procesu rozciągania wykorzystano wielowymiarową analizę regresji. Przy wprowadzaniu danych przyjęto następujące oznaczenie:

1. Za zmienną wyjściową Y przyjęto współczynnik zmienności masy liniowej przędzy CV_p mierzony wg ogólnych zasad przy użyciu aparatu USTER-ZELLWEGER,

2. Za zmienne wejściowe przyjęto odpowiednio:

x_1 – wysokość wkładki dystansowej (progu) a ,

x_2 – zmianę rozciągu całkowitego R ,

x_3 – współczynnik zmienności masy liniowej niedoprzędu CV_n .

Dane do wyznaczenia równań regresji zamieszczono w załączniku 1A.

Z uwagi na charakter zjawiska poszukiwano funkcje (7.8) postaci:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1^2 + b_5x_2^2 + b_6x_3^2 + b_7x_1x_2 + b_8x_1x_3 + b_9x_2x_3 \quad (7.12)$$

$$CV_p = b_0 + b_1a + b_2R + b_3CV_n + b_4a^2 + b_5R^2 + b_6CV_n^2 + b_7aR + b_8aCV_n + b_9RCV_n \quad (7.13)$$

Ogółem było $N = 84$ obserwacji zmiennej wyjściowej Y , na podstawie których szacowano 10 współczynników $b_0, b_1, \dots, b_9$. W wyniku analizy otrzymano następujący model:

$$Y = 6,6648 + 0,0823x_1 + 0,2123x_2 + 0,4459x_3 + 0,0392x_1^2 + 0,0005x_2^2 - 0,0040x_3^2 + \\ + 0,0068x_1x_2 + 0,0439x_1x_3 + 0,0022x_2x_3 \quad (7.14)$$

Współczynnik korelacji wielowymiarowej R wyniósł $R = 0,9867$, a błędy standardowe odpowiednio:

dla $b_0 - 0,3858$

dla $b_1 - 0,1941$

dla $b_2 - 0,0452$

dla $b_3 - 0,1491$

dla $b_4 - 0,0168$

dla $b_5 - 0,0006$

dla $b_6 - 0,0085$

dla $b_7 - 0,0026$

dla $b_8 - 0,0086$

dla $b_9 - 0,0018$

Wartość współczynników $b_0 \div b_9$ zamieszczono w załączniku 2A.

Dla tego modelu testowano hipotezy $H_0: b_k = 0; k = 0, 1, \dots, 9$.

W wyniku tej analizy okazało się, że nieistotne są następujące współczynniki regresji:

$$\begin{aligned} b_1 - x_1 \\ b_5 - x_2^2 \\ b_6 - x_3^2 \\ b_9 - x_2x_3 \end{aligned}$$

W związku z tym wyznaczamy model regresji, nie uwzględniając tych zmiennych:

$$Y = 6,0728 + 0,2636x_2 + 0,4465x_3 - 0,0332x_1^2 + 0,0073x_1x_2 + 0,0452x_1x_3 \quad (7.15)$$

$$CV_p = 6,0728 + 0,2636R + 0,4465CV_n - 0,0332a^2 + 0,0073aR + 0,0452aCV_n \quad (7.16)$$

W tym przypadku obliczony współczynnik korelacji wielowymiarowej R wyniósł $R = 0,9862$, a błędy standardowe odpowiednio:

$$\begin{aligned} \text{dla } b_0 - 0,3825 \\ \text{dla } b_2 - 0,0111 \\ \text{dla } b_3 - 0,0377 \\ \text{dla } b_4 - 0,0091 \\ \text{dla } b_7 - 0,0023 \\ \text{dla } b_8 - 0,0080 \end{aligned}$$

Wartości współczynników $b_0...b_8$ zamieszczono w załączniku 3A.

Dla tego modelu zarówno współczynnik korelacji wielowymiarowej, jak i wszystkie współczynniki regresji różnią się istotnie od zera; można równanie (7.16) przyjąć jako model zależności współczynnika zmienności masy liniowej przędzy od wysokości wkładki dystansowej, rozciągu całkowitego i współczynnika zmienności masy liniowej niedoprzędu.

7.4. Interpretacja graficzna otrzymanych równań

W celu dokładniejszej analizy otrzymanego równania sporządzono wykresy ilustrujące jego przebieg. Równanie (7.16) jest równaniem płaszczyzny w przestrzeni. Płaszczyznę przedstawioną tym równaniem poprzecinano warstwicami (płaszczyzny równoległe do jednej z płaszczyzn przestrzennego układu współrzędnych) odległymi od siebie w zakresie zmian badanych wielkości. Krzywe będące miejscem przecięcia kolejnych warstw z daną płaszczyzną rzutowano na płaszczyznę układu równoległe do warstw. Tak powstały rysunki 7.2 a, b, c, d, e, f, g przedstawiające równanie (7.16) na płaszczyźnie.

Wyznaczony model matematyczny procesu rozciągania umożliwia sterowanie pracą aparatu rozciągowego w warunkach przemysłowych procesu przędzenia.

Na rysunkach 7.2 (a÷c) przedstawiono funkcje regresji obrazujące wpływ rozciągu całkowitego i wysokości wkładki na nierównomierność masy liniowej przędzy przy stałej nierównomierności masy liniowej niedoprzędu. Analizując rysunek 7.2 (a÷c) można zauważyć, że:

- przy stałej wysokości wkładki (szczeliny międzypaskowej) wraz ze wzrostem rozciągu całkowitego nierównomierność masy liniowej przędzy wzrasta,
- nierównomierność masy liniowej przędzy uzależniona jest od nierównomierności masy liniowej niedoprzędu.

Wraz ze wzrostem nierównomierności masy liniowej niedoprzędu wzrasta nierównomierność masy liniowej przędzy. Wielkość szczeliny międzypaskowej wpływa wyraźnie na nierównomierność masy liniowej przędzy, w przypadku gdy aparat rozciągowy jest zasilany niedoprzędem o większej nierównomierności rys. 7.2 (b i c). Dla niedoprzędu o wyższej nierównomierności masy liniowej należy stosować niższe wkładki.

Na podstawie rysunków 7.2 (a÷c) można przewidywać jaka będzie nierównomierność masy liniowej przędzy w zależności od wielkości rozciągu całkowitego, wysokości wkładki oraz nierównomierności masy liniowej niedoprzędu. I tak (przykładowo rys. 7.2 a), stosując niedoprzęd o nierównomierności masy liniowej $CV_n = 4,5\%$, wysokość wkładki dystansowej 4,35 mm i rozciąg całkowity $R = 30$ możemy spodziewać się, że uzyskamy przędze o współczynniku zmienności masy liniowej $CV_p = 16,5\%$.

Na rysunkach 7.2 (d÷g), przedstawiono funkcje regresji obrazujące wpływ rozciągu całkowitego oraz nierównomierność masy liniowej niedoprzędu na nierównomierności masy liniowej przędzy przy stałej wysokości wkładki. Analizując rysunki 7.2 (d÷g) można zauważyć, że:

- przy stałej nierównomierności masy liniowej niedoprzędu wraz ze wzrostem rozciągu wzrasta nierównomierność masy liniowej przędzy,
- przy stałym rozciągu wraz ze wzrostem nierównomierności masy liniowej niedoprzędu wzrasta nierównomierność masy liniowej przędzy.

Na przykład dla rozciągu całkowitego $R = 35$ nierównomierność masy liniowej niedoprzędu $CV_n = 3\%$ i wysokości wkładek: 2,25 mm, 3,25 mm, 4,35 mm, 7,55 mm można spodziewać się, że uzyskamy przędzę o nierównomiernościach mas liniowych $CV_p = 20\%, 20,5\%, 21\%, 22\%$.

W praktyce technologicznej, opierając się na wyznaczonych eksperymentalnie modelach matematycznych, należy mieć na uwadze fakt, że wyznaczona funkcja regresji dowodzi tylko o występowaniu korelacji między wielkościami

wyjściowymi y i wejściowymi x , lecz nie świadczy o istnieniu związku przyczynowego między nimi, aczkolwiek go nie wyklucza.

Identyfikację technologiczną obiektów przedziałniczych należy więc prowadzić:

- wykorzystując technicznie sprawne maszyny i w ten sposób minimalizować poziom niemierzalnych zakłóceń U ,
- zapewniając ustaloną pracę maszyn oraz zasilając maszyny produktami spełniającymi wymagania stacjonarności,
- używając do badań surowca o typowych dla danego asortymentu produkcji właściwościach przednych.

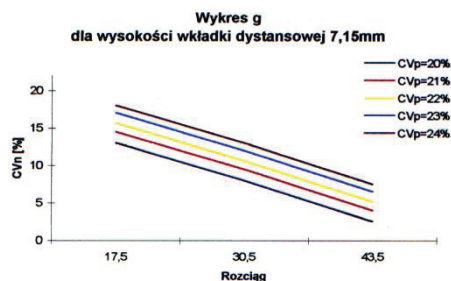
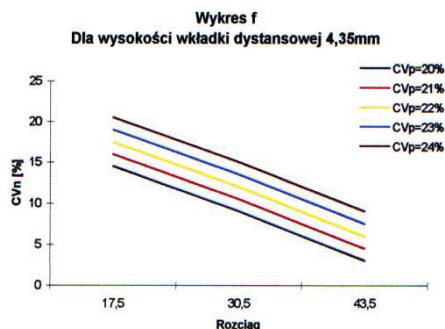
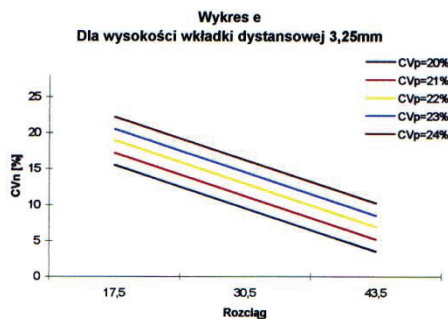
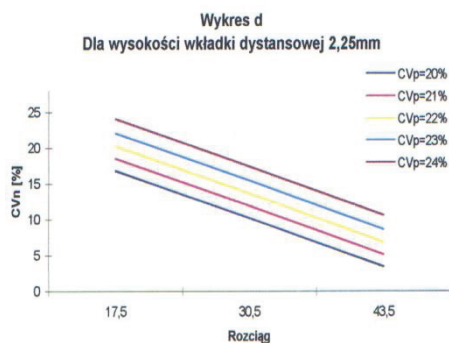
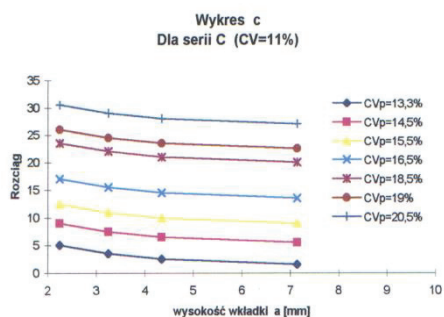
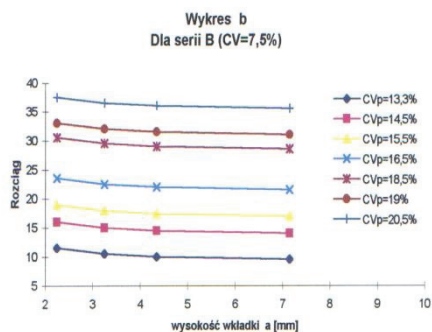
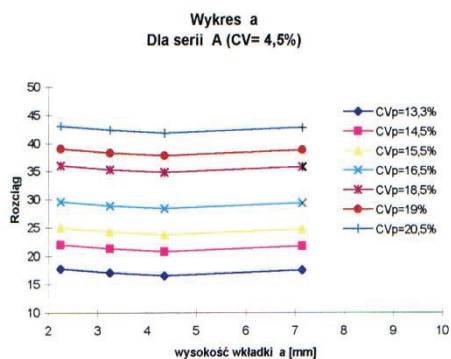
Podczas optymalizacji należy wykorzystywać modele matematyczne na wybranym poziomie prawdopodobieństwa i starannie dobierać kryteria.

Przeprowadzanie eksperymentów w technice, a więc i w przedziałnictwie, jest bardzo kosztowne. Na poziom kosztów składa się zarówno częściowe wyłączenie maszyn z produkcji, jak i wysokiej ceny surowca oraz koszty analiz i obliczeń. W przedziałnictwie mamy do czynienia z pracą linii technologicznych. Wyłączenie z ruchu jednej maszyny bardzo często powoduje zatrzymanie całej linii technologicznej.

Pełna identyfikacja procesów przedziałniczych w warunkach przemysłowych często jest niemożliwa. Użytkownik określonych maszyn winien jednak znać odpowiedzi na pytania: jakie skutki spowoduje zmiana sterowań x (parametrów pracy maszyny) oraz zmiana właściwości przerabianych włókien i związanych z tym niemierzalnych zakłóceń U . Należy więc rozważyć: jaki przyjąć plan eksperymentu, aby był możliwy w danych warunkach do realizacji, a uzyskana charakterystyka operacji technologicznej wniosła jak najwięcej informacji.

Każdą operację technologiczną charakteryzują specyficzne uwarunkowania dotyczące zakresu i sposobu regulacji parametrów wejściowych oraz wymagania dotyczące parametrów wyjściowych. Różny jest też poziom niemierzalnych zakłóceń związany np. ze stanem, czystością i ostrością obić zespołów zgrzeblących, czystością i stanem pola rozciągowego rozciągarek, stanem i elastycznością pasków przedzarek itp. Różna jest też pracochłonność, a więc i koszty prowadzonych badań.

Identyfikację każdej operacji określają więc specyficzne możliwości prowadzenia badań w warunkach przemysłowych. Opracowując metodykę badań, należy więc uwzględnić przedstawione wyżej uwarunkowania i dobrać arbitralnie właściwy plan eksperymentu.



Rys. 7.2. Interpretacja graficzna równań
Źródło: opracowanie własne.

Z doбором planu eksperymentu wiąże się liczba wykonywanych doświadczeń. W przędzalnictwie liczba doświadczeń nie jest tak istotna jak ich pracochłonność. Pomiar współczynnika zmienności masy liniowej taśmy nie stanowi problemu, natomiast proste zliczanie liczby nopów w 100 g taśmy przy braku odpowiedniego przyrządu może być już problemem trudnym do rozwiązania. Podobnie przedstawia się zagadnienie pomiaru długości włókien metodą mierząco-liczącą, a tylko w ten sposób można oceniać skrócenie włókien w procesie zgrzeblenia.

Na podstawie przeprowadzonych rozważań można stwierdzić, że:

1. Przedstawiony model matematyczny procesu rozciągania umożliwia celowe sterowanie pracą aparatu rozciągowego oraz pozwala na dokonanie optymalizacji tego procesu.
2. Z przebiegu krzywych na wykresach oraz analizy matematycznej (analiza regresji wyższych rzędów) wynika, że wpływ na nierównomierność masy liniowej przędzy ma nierównomierność masy liniowej niedoprzędu, rozciąg całkowity stosowany w aparacie rozciągowym oraz wysokość wkładki dystansowej.
3. Nierównomierność masy liniowej przędzy wzrasta wraz ze wzrostem rozciągu i nierównomierności masy liniowej niedoprzędu.
4. Wielkość szczeliny międzypaskowej aparatu rozciągowego regulowanej wysokością wkładki dystansowej wywiera wpływ na nierównomierność masy liniowej przędz. Dobór wkładki nie zależy tylko od masy liniowej niedoprzędu, ale również od wielkości stosowanego rozciągu i wartości współczynnika zmienności masy liniowej niedoprzędu.
5. Ogólnie można powiedzieć, że wnioski wysnute na podstawie analizy matematycznej (regresji wielowymiarowej) i charakteru przebiegu krzywych na rysunkach 7.2 (a÷g) pokrywają się. Świadczy to, że przyjęta do badań metoda regresji wielowymiarowej jest przydatna do tego typu badań.
6. W praktyce technologicznej opierając się na wyznaczonych eksperymentalnie modelach matematycznych uważa się, że wyznaczona funkcja regresji dowodzi tylko o występowaniu korelacji między wielkościami wyjściowymi y , a wejściowymi x , lecz nie świadczy o istnieniu związku przyczynowego między nimi, choć go nie wyklucza.
7. Uzyskany model matematyczny procesu rozciągania nie może być przenoszony bez sprawdzenia do sterowania procesem rozciągania przy przetwarzaniu włókien o innych własnościach niż te, które zastosowano w niniejszej pracy.

8. Identyfikację technologiczną obiektów przedziałniczych należy prowadzić:
- wykorzystując technicznie sprawne maszyny i w ten sposób minimalizować poziom niemierzalnych zakłóceń,
 - używając do badań surowca o typowych dla danego asortymentu produkcji właściwościach przędnych,
 - zapewniając ustaloną pracę maszyn oraz zasilając maszyny produktami spełniającymi wymagania stacjonarności.

8. ANALIZA CHARAKTERYSTYK CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH UKŁADU (matematyczny model procesu rozciągania)

Metoda wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych może być stosowana tylko do badań obiektów liniowych o stałych współczynnikach niezmiennych w czasie.

Podstawowe założenia modelu

1. Włókna w strumieniu wejściowym w pole rozciągowe są wyprostowane i zorientowane wzdłuż jego osi.
2. Włókna posiadają jednakowy przekrój niezmienny wzdłuż ich osi, stąd wynika, że masa liniowa strumienia w każdym przekroju jest funkcją liczby włókien.
3. Włókna strumienia wejściowego są zgrupowane w elementarne wiązki, których kształt określa gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości włókien.
4. Pominięty jest wpływ wzajemnego oddziaływania włókien, a zatem wpływ sił tarcia i sił bezwładności na kinematykę rozciągu, co pozwala na przyjęcie w polu rozciągowym tylko dwóch możliwych prędkości włókien: prędkości zasilania V_1 i prędkości wydawania V_2 .
5. W polu rozciągowym wszystkie włókna nieuchwycone w linii zakleszczenia wałków wydających poruszają się z prędkością zasilania, zmiana prędkości występuje w chwili, gdy przednie ich końce osiągną linię zacisku wałków wydających.
6. Proces rozciągania jest quasi-stacjonarny, to znaczy w polu rozciągowym liczba włókien w danym przekroju zmienia się w bardzo małym zakresie. Powyższe zmiany spowodowane są zmianami prędkości włókien V_1 i V_2 w małym przedziale ΔV_1 i ΔV_2 .

Weryfikacja założeń do modelu

Założenia 5 i 6 zweryfikowano eksperymentalnie. Ruch włókien w polu rozciągowym (założenie 5) ustalono na podstawie krzywych pocienienia.

Zmiany prędkości włókien w polu rozciągowym (założenie 6) określono na podstawie zmian siły rozciągającej strumień włókien.

8.1. Krzywa pocienienia

Analizując proces rozciągania istotne jest określenie charakteru zmian liczbowych włókien w poprzecznych przekrojach rozciąganego strumienia, które wyznacza krzywa pocienienia.

W wielu pracach poświęconych ocenie procesu rozciągania [17, 70, 71, 75, 76] autorzy prac są zgodni co do tego, że:

- rozrzut przebiegu krzywych pocienienia dla danego strumienia włókien jest uzależniony od sposobu ruchu włókien w polu rozciągowym,
- deformacje przebiegu krzywej pocienienia, odbiegające od łagodnie zmieniającej swój przebieg linii, świadczą o niewłaściwej liczbie włókien w przekroju, powodującej w efekcie wzrost nierównomierności masy strumienia włókien.

8.1.1. Wyznaczanie i sposób oceny krzywych pocienienia

Do wyznaczenia rzeczywistych krzywych pocienienia wykorzystano aparat Almeter. Almeter umożliwia wykreślenie krzywej odpowiadającej mierzonej masie kolejnych przekrojów próbki. Krzywa otrzymana z Almetera odpowiada krzywej pocienienia, bowiem masa mierzonych włókien jest wprost proporcjonalna do liczby włókien w przekroju próbki.

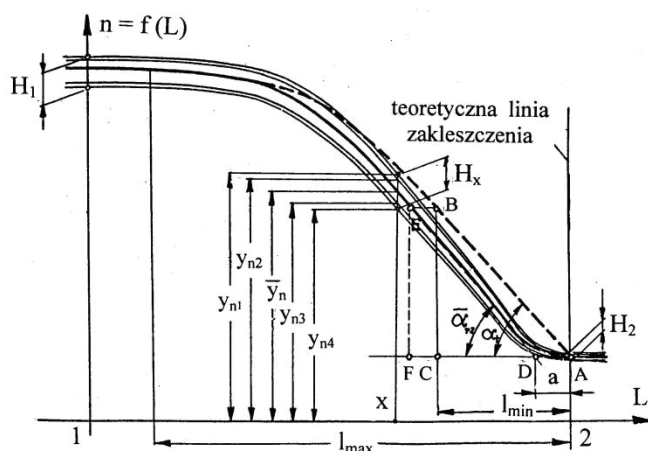
8.1.2. Ocena krzywych pocienienia

Do oceny kształtu krzywych pocienienia i wzajemnego ich porównania przyjęto trzy charakterystyczne parametry:

- rozrzut krzywych pocienienia,
- względna różnica kątów pochylenia prostych odcinków rzeczywistej krzywej pocienienia oraz krzywej teoretycznej zbudowanej w oparciu o analizę długości włókien,
- miejsce zmiany prędkości przednich końców włókien.

8.1.3. Rozrzut krzywych pocienienia

Z uwagi na omówiony w rozdziale 4 wpływ czynników rozciągania na przebieg krzywych pocienienia, poszczególne krzywe w ramach jednego wariantu nie pokrywają się, lecz tworzą zespół krzywych (rys. 8.1).



Rys. 8.1. Zespół krzywych pocienienia i parametry charakteryzujące ich przebieg
Źródło: opracowanie własne.

Za miarę rozrzutu krzywych przyjęto średni ze współczynników zmienności liczby włókien odpowiadających poszczególnym krzywym, określonych w kolejnych przekrojach oddległych od siebie co 5 mm. Liczba włókien jest wprost proporcjonalna do wysokości odpowiedniej rzędnej wykresu krzywej pocienienia. Miarę rozrzutu wiązki krzywych obliczyć można ze wzoru:

$$\Theta = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} V_{ni}}{k} \quad (8.1)$$

gdzie: Θ – średnia ze współczynników zmienności liczby włókien w poszczególnych przekrojach wycinka strumienia,

V_{ni} – współczynnik zmienności liczby włókien kolejnych przekrojów,

k – liczba przekrojów wycinka strumienia, dla których określono współczynniki zmienności liczby włókien wiązki krzywych pocienienia.

8.1.4. Względna różnica kątów pochylenia rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia

Różnica kątów pochylenia prostych odcinków rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia rzuca światło na sposób ułożenia włókien, ich rozprostowania i zorientowania w badanym strumieniu. Włókna o mniejszym współczynniku wyprostowania i paralelizacji są pozornie krótsze. Po przejściu ich przednich końców do linii zmiany prędkości, tylne końce znajdują się w odległości od tej linii mniejszej od rzeczywistej długości włókien. Ubytek tych włókien z przekroju, po

ruszeniu ich przednich końców z prędkością V_2 , powoduje pocienienie strumienia bliżej linii zakleszczenia, niż teoretycznie to powinno nastąpić. Krzywa pocienienia opada później niż wyznaczona teoretycznie. Powstaje więc, z wyżej podanych przyczyn, różnica kątów pochylenia rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia, tym większa, im włókna w strumieniu są mniej wyprostowane i sparalelizowane. Kąt pochylenia dla krzywej teoretycznej α_t (rys. 8.1) jest zawarty między poziomą a prostą, łączącą punkt przecięcia linii zakleszczenia, odpowiadającym odciętej, równej najkrótszej klasie długościowej włókna (punkt B).

Kąt pochylenia krzywej rzeczywistej α_{rz} jest zawarty między linią poziomą a prostą regresji, wyznaczoną dla poszczególnych punktów krzywej, w zakresie odpowiadającym prostemu odcinkowi teoretycznej krzywej pocienienia (odcinek DE).

Kąty te określono z funkcji tg kątów α_t i α_{rz} , obliczając je ze stosunków pomierzonych odcinków BC i CA oraz EF i FD.

Przyjęty wskaźnik η określa ze wzoru:

$$\eta = \frac{\alpha_{rz} - \alpha_t}{\alpha_t} \cdot 100 / \% / \quad (8.2)$$

gdzie: α_{rz} – kąt pochylenia rzeczywistej krzywej pocienienia,
 α_t – kąt pochylenia teoretycznej krzywej pocienienia.

8.1.5. Miejsce zmiany prędkości przednich końców włókien

Wiadomo, że włókna zmieniają swoją prędkość przed dojściem ich przednich końców do teoretycznej linii zakleszczenia, a miejsce to jest zależne od szeregu czynników, między innymi od ułożenia włókien w strumieniu. Przyjęto, iż miejsce to określa punkt przecięcia prostego odcinka krzywej pocienienia z linią poziomą, odpowiadającą średniej masie strumienia wydawanego z aparatu rozciągowego (punkt D rys. 8.1). Odległość tego punktu od teoretycznej linii zakleszczenia oznaczono na rys. 8.1 wielkością a .

W rzeczywistym strumieniu, rozciągany w aparacie rozciągowym, przednie końce włókien zmieniają swoją prędkość w różnych punktach, oscylujących wokół D.

8.1.6. Badanie wpływu przebiegu prędkości włókien przez aparat rozciągowy na przebieg krzywej pocienienia

Kinetyczny współczynnik tarcia zmienia się wraz ze zmianą prędkości włókien. Zmiany te wywierają wpływ na przebieg zjawisk występujących w procesie rozciągania, a w konsekwencji na strukturę rozciąganego strumienia włókien.

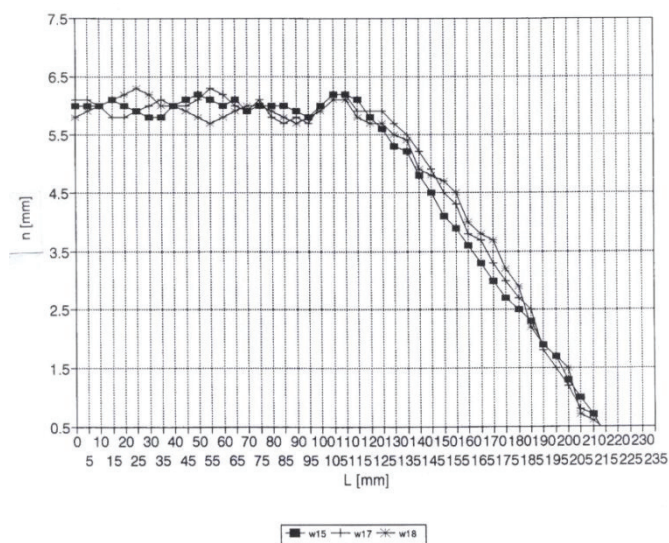
W niniejszej pracy badano wpływ prędkości przebiegu włókien na kształt krzywej pocienienia, która została przyjęta jako jeden z podstawowych kryteriów oceny rozciągania.

Prędkość wydawania włókien z aparatu rozciągowego podano w tabeli 8.1. Zakres prędkości od 8,5-16,1 m/min / 0,14-0,27 m/s. Przy każdej prędkości pobierano 10 prób i określono krzywą pocienienia, stosując metodę z wykorzystaniem Almetra.

Wyniki badań zestawiono w tabeli 8.1, a wykresy średnich krzywych pocienienia dla poszczególnych prędkości podano na rysunku 8.2.

Tabela 8.1. Parametry krzywych pocienienia dla różnych prędkości przebiegu włókien

Prędkość wydawania [m/min], [m/s]	Wskaźnik rozproszenia krzywych pocienienia		Różnica/względna/ kątów pochylenia rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia		Miejsce zmiany prędkości przednich końców włókien od zacisku wałków wydających
	Θ [%]	Przedział ufności Θ	η [%]	Przedział ufności η	
8,5 / 0,14 /	2,58	2,08-3,08	1,63	1,15-2,11	3,12
10,4 / 0,17 /	2,73	2,22-3,24	1,61	1,14-2,08	3,41
12,3 / 0,21 /	2,58	2,08-3,08	1,52	1,07-2,97	3,75
14,2 / 0,24 /	2,60	2,10-3,10	1,63	1,15-2,11	3,00
16,1 / 0,27 /	2,54	2,04-3,04	1,64	1,15-2,13	3,24



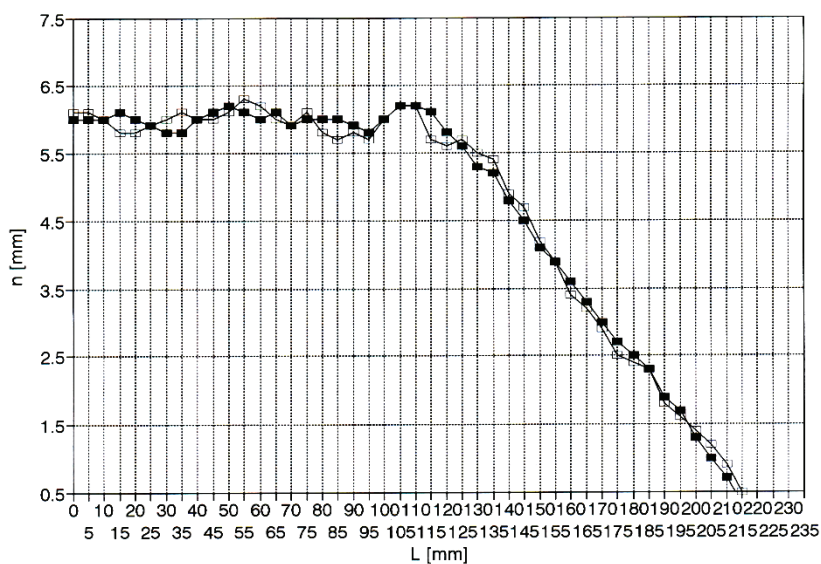
Rys. 8.2. Wykresy średnich krzywych pocienienia dla prędkości 8,5, 12,3, 16,1 [m/min]
Źródło: opracowanie własne.

8.1.7. Badanie wpływu rozkładu długości włókien na przebieg krzywej pocienienia

Wyniki badań zestawiono w tabeli 8.2, a wykresy średnich krzywych pocienienia dla poszczególnych prędkości podano na rys. 8.3.

Tabela 8.2. Parametry krzywych pocienienia dla różnych rozkładów długości włókien

Numer wariantu	Wskaźnik rozproszenia krzywych pocienienia		Względna różnica kątów pochylenia rzeczywistej i teoretycznej krzywej pocienienia		Miejsce zmiany prędkości przednich końców włókien od zacisku wałków wydających
	Θ [%]	Przedział ufności Θ	η [%]	Przedział ufności η	a [mm]
Rozkład prostokątny długości włókien	2,52	2,03-3,04	1,67	1,18-2,20	2,98
Rozkład trapezowy długości włókien	2,58	2,06-3,10	1,57	1,09-2,05	3,41



Rys. 8.3. Wykresy średnich krzywych pocienienia dla różnych rozkładów długości włókien

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie przeprowadzonych badań krzywych pocienienia można stwierdzić, że:

1. Parametry charakteryzujące krzywe pocienienia ze statystycznego punktu widzenia nie różnią się w sposób istotny.
2. Kształty teoretycznych i rzeczywistych krzywych pocienienia dla zbadanego zakresu prędkości przebiegu włókien przez pole rozciągowe i rozkładów długości włókien nie różnią się.
3. Przyjęcie w polu rozciągowym tylko dwóch możliwych prędkości włókien: prędkości zasilania V_1 i prędkości wydawania V_2 jest słuszne.

8.2. Wyznaczenie siły rozciągającej strumień włókien

W celu sprawdzenia założenia nr 6 (podstawowe założenia modelu – rozdział 8), przyjętego w rozważaniach teoretycznych (w polu rozciągowym liczba włókien w danym przekroju zmienia się w małym zakresie – powyższe zmiany są spowodowane zmianami prędkości włókien V_1 i V_2 w małym przedziale ΔV_1 , ΔV_2), analizowano siłę rozciągania strumienia włókien.

Wahania siły rozciągającej strumień włókien są spowodowane przede wszystkim jego nierównomiernością masy powstającą w czasie rozciągania. Na tę nierównomierność wpływają zmiany prędkości włókien w polu rozciągowym. Z tego względu można przypuszczać, że charakter zmian prędkości włókien w polu rozciągowym jest podobny do zmian siły rozciągania strumienia włókien.

Pomiary siły rozciągania strumienia włókien przy zastosowaniu aparatu Tester F460” firmy Zweigle (niedoprzęd o masie liniowej 640 tex) przeprowadzono przy następujących parametrach:

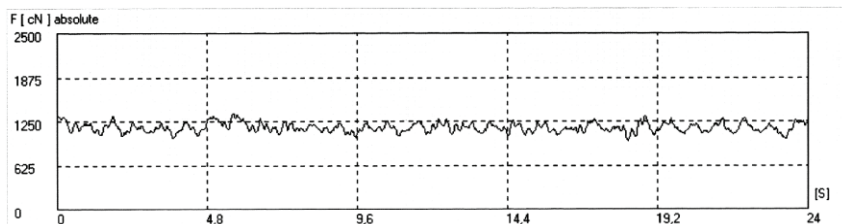
- rozciąg: 1,3, 1,5, 1,8, 2,
- prędkość przesuwu niedoprzędu: 20 m/min,
- ciśnieniu: 5 barów (221 N),
- czas pomiaru 6 s.

Wyniki badań zamieszczono w tabeli 8.3.

Tabela 8.3. Wyniki siły rozciągania strumienia włókien

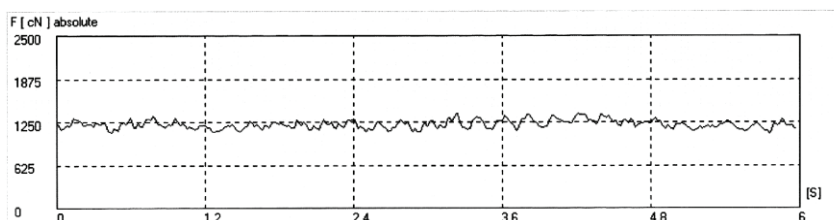
Lp.	Prędkość [m/min]	Rozciąg	Wartość średnia [cN]	CV [%]
1	20	1,3	1218,38	1,43
2	20	1,5	1370,69	1,79
3	20	1,8	1475,76	2,01
4	20	2	1540,12	2,00
5	5	1,3	1165,39	1,34
6	5	1,5	1193,34	1,44
7	5	1,8	1146,73	1,39
8	5	2	1308,65	1,92

Na rysunkach 8.4 i 8.5 przedstawiono wykresy sił rozciągania w funkcji czasu t .



Rys. 8.4. Siła rozciągania w funkcji czasu: $t = 24$ s

Źródło: opracowanie własne.



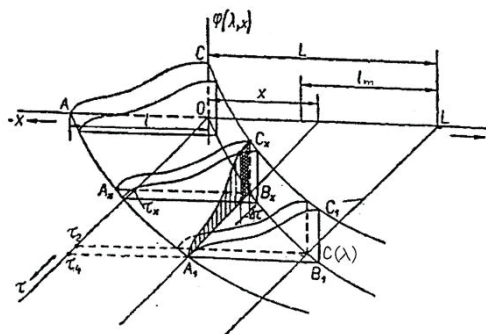
Rys. 8.5. Siła rozciągania w funkcji czasu: $t = 6$ s

Źródło: opracowanie własne.

Analizując wykresy sił rozciągania w funkcji czasu można stwierdzić, że wartości CV siły rozciągania zmieniają się od 1,43% do 2,01%.

Siły rozciągania wzrastają wraz ze wzrostem prędkości przesuwu niedoprzędu i wielkości rozciągu.

8.3. Matematyczny model procesu rozciągania strumienia włókien w jednostrefowym i dwustrefowym aparacie rozciągowym



Rys. 8.6. Model przestrzenno-czasowy, ruchu włókien w polu rozciągowym

Źródło: [43] Nemura A.A.: Control of the Drafting Process, Nauka Publishing, Vilnius Lith., 1968, ss. 1-30. [70] Kowner S.S.: Matematicheskie metody issledowanija dwizhenija wołokon w procesie pradienija, Gizlegprom, Moskwa 1957.

Jako podstawę do rozważań przyjęto przestrzenno-czasowy model [43, 70] poruszania się elementarnych wiązek włókien w rozpatrywanej strefie 0-L przedstawiony na rysunku 8.6. W tym modelu przyjmuje się, że wszystkie włókna rozciągane strumienia są zgrupowane w elementarne wiązki, które w procesie rozciągania nie deformują się. Każda wiązka elementarna porusza się z prędkością $V(\lambda)$ do tej pory, aż ich przednie końce nie osiągną linii zakleszczeń wałków wydających. Od tej chwili zmieniają one natychmiast swoją prędkość z V_1 na V_2 . Dla każdej takiej wiązki włókien, których przednie końce znajdują się na początku układu współrzędnych, zachodzi następujące równanie:

$$\Delta N(\lambda, x) = V(\lambda) \varphi(\lambda, x) \Delta \tau \quad x \leq 0 \quad (8.3)$$

gdzie: $\Delta N(\lambda, x)$ – liczba włókien w punkcie $x = 0$,

$V(\lambda)$ – prędkość strumienia włókien w chwili przechodzenia przednich końców rozpatrywanej elementarnej wiązki włókien przez początek układu współrzędnych,

$\varphi(\lambda, x)$ – rozkład długości włókien w elementarnej wiązce, których przednie końce przecinają początek układu współrzędnych w jednostce czasu $\Delta \tau$ w chwili $\tau = \lambda$.

$\varphi(\lambda, x)$ – określa się następująco:

$$\varphi(\lambda, x) = \begin{cases} c(\lambda) & \text{dla } x > 0 \\ \varphi(\lambda, x) & \text{dla } -l_m \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{dla } x \leq -l_m \end{cases} \quad (8.4)$$

Wykres długościowy włókien $\varphi(\lambda, x)$ ma określone powiązanie z dystrybuantą $F(\lambda, x)$ długości włókien i gęstością prawdopodobieństwa rozkładu długości włókien, tzn.:

$$F(\lambda, x) = P(\lambda, l_m < x)$$

gdzie: l_m – maksymalna długość włókna,

$P(\lambda, l_m x)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia, że długość włókien l_m jest mniejsza niż zadana długość x w chwili λ .

Zależność między $\varphi(\lambda,)$ i $F(\lambda,)$ przedstawia wzór:

$$\varphi(\lambda, x) = C(\lambda) - C(\lambda)F(\lambda, x) \quad \text{lub} \quad F(\lambda, x) = \frac{1 - \varphi(\lambda, -x)}{C(\lambda)} \quad (8.5)$$

gdzie $C(\lambda)$ – wysokość wykresu długościowego włókien, która zależy od czasu λ .

Gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości włókien $f(\lambda, x)$ zależy od wykresu długościowego włókien $\varphi(\lambda, x)$ i wyraża się zależnością:

$$f(\lambda, x) = F'_x(\lambda, x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ \frac{\varphi'_x(\lambda, -x)}{C(\lambda)}; 0 \leq x \leq l_m \\ 0, x > l_m \end{cases} \quad (8.6)$$

Założono, że maksymalna długość włókien L_m jest funkcją czasu λ .

Ponieważ będziemy rozpatrywać ruch włókien w przestrzeni, w różnych punktach strefy rozciągania i za jej zakresami to maksymalna długość włókien jest również funkcją przesunięcia x .

$$L_m = l_m(\lambda, x) \quad (8.7)$$

Czas τ odczytuje się od momentu przecięcia linii 0 τ prawym końcem elementarnej wiązki włókien. Moment przecięcia linii 0 τ jest oznaczony literą λ . Czas t oraz czas λ i τ są powiązane zależnością:

$$t - \lambda = \tau \quad (8.8)$$

W rozpatrywanym modelu rozciągania elementarna wiązka włókien przechodzi przez początek układu współrzędnych z prędkością $V_1(\lambda)$.

Równanie elementarnej wiązki włókien przyjmuje następującą postać:

$$\Delta N(\lambda, x) = V_1(\lambda) \cdot \varphi(\lambda, x) \cdot \Delta \tau \quad x \leq 0 \quad (8.9)$$

Równanie elementarnej wiązki włókien, która w chwili $\lambda = t - \tau$ swoim prawym końcem przecięła punkt x pola rozciągowego ($x > 0$) ma postać:

$$\Delta N(t, x) = V_1(t) \cdot \varphi[t - \tau; x - r(t - \tau)] \Delta \tau \quad (8.10)$$

gdzie: $\varphi[t - \tau; x - r(t - \tau)]$ otrzymano z wykresu elementarnej wiązki włókien $\varphi(\lambda, x)$ podstawieniem $\lambda = t - \tau$, zamiast x , $x - r(t, \tau)$

Z kolei:

$$r(t, \tau) = \int_0^\tau V(\lambda + \tau) d\tau \quad (8.11)$$

Chwila przejścia z jednej prędkości do drugiej jest zależna od założonego schematu ruchu włókien w polu rozciągowym.

Pole zakreślone kwadracikami na rysunku 8.6 to $\Delta N(t, x)$ – liczba włókien, która w czasie $\Delta \tau$ przeszła przez punkt x , a pole zakreślone liniami pionowymi Ax , Bx , Cx charakteryzuje masę albo liczbę włókien w przekroju rozciąganego strumienia, która w czasie τ_x przeszła przez punkt x .

Całkowita liczba włókien (lub grubość rozciąganego produktu) przechodzących przez punkt x wynosi:

$$N(t, x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n V_1(t + i\Delta\tau) \cdot \varphi[t - i\Delta\tau; x - r(t, i\Delta\tau)] \Delta\tau = \int_{\tau_x}^{\tau_4} V_1(t + \tau) \cdot \varphi[t - \tau; x - r(t, \tau)] d\tau \quad (8.12)$$

gdzie: τ_x , τ_4 – jest czasem przemieszczania się włókien w badanej strefie.

Granice całkowania τ_x określa się z równania linii 0 B_x B_1 :

$$x = r(t, \tau_x) \quad (8.13)$$

a τ_A z równania linii A A_x A_1 :

$$x = r(t, \tau_A) - l_m(t - \tau_A) \quad (8.14)$$

Przy wyznaczeniu $N(t, x)$ z równania (8.12) należy uwzględnić założenia, że elementarna wiązka w strefie rozciągania zmienia prędkość z V_1 na V_2 i w związku z tym zmienia się wyrażenie $r(t, \tau)$. Całkę (8.12) należy rozdzielić na dwie całki z granicami całkowania od τ_x do τ_2 i od τ_2 do τ_4 . Czas τ_2 wyznaczamy z równania (8.13).

Dla $x = L$: $L = r(t, \tau_2)$

Zastępując zmienną całkowania τ zmienną λ :

$$t - \tau = \lambda, \quad d\tau = -d\lambda, \quad \lambda x = t - \tau x, \quad \lambda_2 = t - \tau_2, \quad \lambda_4 = t - \tau_4 \quad (8.15)$$

Równanie (8.12) można przedstawić w postaci:

$$N(t, x) = \int_{t-\tau_x}^{t-\tau_4} V_1(\lambda + \tau) \varphi(\lambda, x - r(t, t - \lambda)) d\lambda = \int_{t-\tau_4}^{t-\tau_x} V_1(\lambda + \tau) \varphi(\lambda, x - r(t, t - \lambda)) d\lambda \quad (8.16)$$

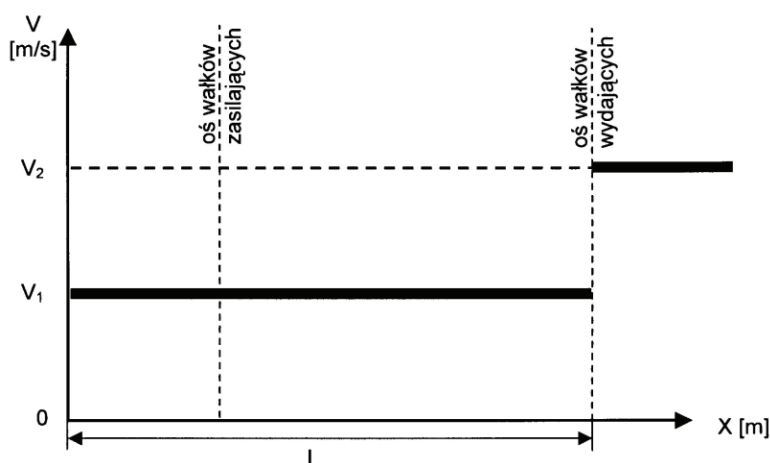
Jak podano w pracy [11], z równania (8.16) łatwo jest otrzymać transmitancję dla procesu rozciągania, gdy V_1 i V_2 są stałymi wielkościami, a równanie opisujące wykres długościowy włókien ma postać:

$$\varphi(\lambda, x) = f(\lambda) \varphi(x) \quad (8.17)$$

W tym przypadku rozciągany strumień włókien charakteryzuje się nierównomiernością masy wynikającej ze strukturalnej budowy, wielkość $f(\lambda)$ charakteryzuje zmiany wysokości elementarnych wiązek włókien (lub liczbę przednich końców włókien przypadających na jednostkę długości strumienia).

W ogólnym przypadku, gdy V_1 i V_2 nie są stałe, proces rozciągania jest dynamicznym nieliniowym układem ze zmiennymi parametrami czasowymi. Wyznaczenie dokładnych transmitancji lub równań różniczkowych ze zmiennymi współczynnikami względem czasu na podstawie równania (8.16) jest dość skomplikowane, ponieważ granice całkowania τ_x, τ_2 i τ_4 są argumentami niezna-nej funkcji.

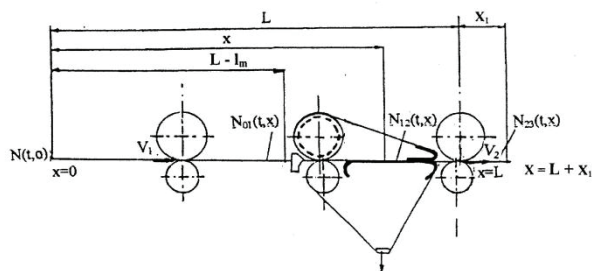
Opierając się na wyprowadzonych dla tego modelu zależnościach matematycznych (1÷16) oraz przyjmując ruch włókien w polu rozciągowym zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 8.7, opracowano nowe modele procesu rozciągania dla aparatu jedno i dwustrefowego uwzględniające zmiany prędkości ruchu włókien w polu rozciągowym [92÷98].



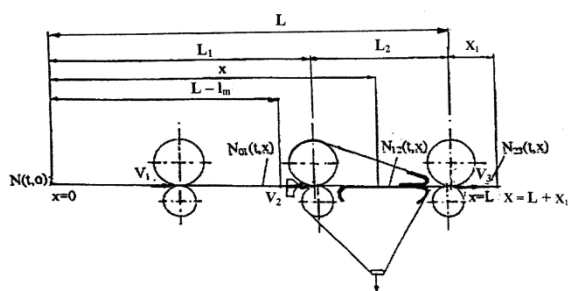
Rys. 8.7. Wykres ruchu włókien w polu rozciągowym V_1 – prędkość obwodowa wałków zasilających, V_2 – prędkość obwodowa wałków wydających, L – długość pola rozciągowego

Źródło: opracowanie własne.

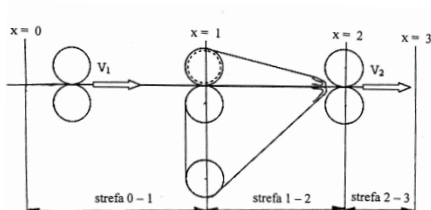
8.3.1. Schematy aparatów rozciągowych przyjętych do rozważań teoretycznych



Rys. 8.8. Schemat jednostrefowego aparatu rozciągowego przędzarki obrączkowej

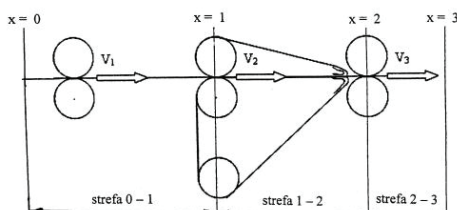


Rys. 8.9. Schemat dwustrefowego aparatu rozciągowego przędzarki obróbkowej



Rys. 8.10. Schemat jednostrefowego aparatu rozciągowego z wałkiem przeslizgowym typu Duo-Roth

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.11. Schemat dwustrefowego aparatu rozciągowego typu Duo-Roth

Źródło: opracowanie własne.

Jednostrefowy aparat rozciągowy składa się z pary wałków zasilających, wałków środkowych przeslizgowych oraz z wałków wydających. Wałki zasilające nadają strumieniowi włókien prędkość V_1 , natomiast wałki wydające nadają prędkość V_2 , przy czym $V_2 > V_1$. Górny wałek środkowy posiada wybranie materiału umożliwiające przeslizgiwanie się włókien.

Dwustrefowy aparat rozciągowy składa się z pary wałków zasilających, wałków środkowych oraz z wałków wydających. Wałki zasilające nadają strumieniowi włókien prędkość V_1 , wałki środkowe V_2 natomiast wałki wydające nadają prędkość V_3 , przy czym $V_3 > V_2 > V_1$. W pierwszej strefie rozciągowej (między wałkami zasilającymi a środkowymi) występuje niewielki rozciąg (rzędu 1.05-1.2). W zasadzie w strefie tej występuje tylko naprężenie strumienia włókien. Właściwy rozciąg realizowany jest w strefie między wałkami środkowymi a wydającymi. Paski doprowadzają pokład włókien jak najbliżej wałków wydających, co zwiększa kontrolę nad włóknami niekontrolowanymi w zacisku 1-2.

Oznaczenia przyjęte do rozważań teoretycznych:

- V_1 – prędkość obwodowa wałków zasilających,
- V_2 – prędkość obwodowa wałków wydających,
- L – długość strefy rozciągania,

l_m – maksymalna długość włókna,
 x_1 – odległość między wyjściem z aparatu rozciągowego a punktem,
 w którym włókna poruszają się z prędkością V_2 lub V_3 , $x_1 \leq l_m$,
 $x = 0$ – początek pola rozciągowego,
 $x = 1, x = 2, x = 3$ – dowolne punkty w strefie rozciągania,
 $N_0(t, x), N_{01}(t, x), N_{12}(t, x), N_{23}(t, x)$ – liczba włókien w odpowiednich punktach
 strefy rozciągania,
 $\varphi(\lambda, x)$ – rozkład długości włókien, których przednie końce przecinają układ
 współrzędnych w jednostce czasu po chwili $t = \lambda$,
 $C(\lambda)$ – wysokość wykresu rozkładu długości włókien.

W rzeczywistym procesie rozciągania prędkości strumienia V_1 i V_2 zmieniają się w małym przedziale ΔV . Dlatego mogą być przedstawione w następujący sposób:

$$V_1(t) = V_1 + \Delta V_1(t), \quad \max |\Delta V_1(t)| \ll V_1 \quad (8.18)$$

$$V_2(t) = V_2 + \Delta V_2(t), \quad \max |\Delta V_2(t)| \ll V_2 \quad (8.19)$$

gdzie: V_1 i V_2 – wartości średnie $V_1(t)$ i $V_2(t)$,

$\Delta V_1(t)$ i $\Delta V_2(t)$ – zmienne składowe prędkości $V_1(t)$ i $V_2(t)$.

$\Delta V_1(t)$ i $\Delta V_2(t)$ są ciągłymi składowymi okresowego albo stacjonarnego przypadku funkcji czasu, których wartość oczekiwana równa jest zeru.

Ze względu na niewielkie zmiany $V_1(t)$ i $V_2(t)$ rozważmy quasi-stacjonarny proces rozciągania włókien. Dla uproszczenia przekształcimy podstawowe równanie procesu rozciągania (8.12) do wygodniejszej postaci, wprowadzając nową zmienną:

$$u = x - r(t, \tau) \quad (8.20)$$

Granice całkowania określają następujące równania:

$$\begin{aligned}
 \text{przy } \tau = \tau_x \quad u = u_x = x - r(t, \tau_x) &= 0 \\
 \text{przy } \tau = \tau_2 \quad u = u_2 = x - r(t, \tau_2) &= x - L \\
 \text{przy } \tau = \tau_4 \quad u = u_4 = x - r(t, \tau_4) &= -l_m(t - \tau_4)
 \end{aligned} \quad (8.21)$$

Z kolei:

$$d_u = -\frac{\partial_x(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (8.22)$$

Uwzględniając (8.20, 8.21, 8.22), równanie (8.12) przyjmuje postać:

$$S(t, x) = \int_{-l_m(t-\tau_4)}^0 \frac{V_1(\lambda + \tau)}{\frac{\partial_r(t, \tau)}{\partial \tau}} \cdot \varphi(t - \tau, u) du \quad (8.23)$$

Aby obliczyć konkretną całkę należy wykorzystać równanie (8.20), wyrazić zmienną τ przez u i otrzymany wyraz podstawić do funkcji podcałkowej.

Niech:

$$\tau = \tau(x, t, u) \quad (8.24)$$

Uwzględniając zależność (8.8), otrzymamy:

$$\lambda = t - \tau = t - \tau(x, t, u) \quad (8.25)$$

Różniczkując względem u , otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{du} &= -\frac{\partial \tau(x, t, u)}{\partial u} \\ du &= -\frac{d\lambda}{\frac{\partial \tau(x, t, u)}{\partial u}} \end{aligned} \quad (8.26)$$

Z równania (8.25) określamy granice całkowania:

$$\begin{aligned} \lambda_x = t - \tau(x, t, 0) &= t - \tau_x, \quad \lambda_2 = t - \tau(x, t, x - L) = t - \tau_2, \\ \lambda_4 &= t - \tau(x, t - l_m) = t - \tau_4 \end{aligned} \quad (8.27)$$

Podstawiając otrzymany wyraz du (8.26) i przedziały całkowania (8.27) do równania (8.23), otrzymamy:

$$S(t, x) = \int_{t-\tau_4}^{t-\tau_x} \frac{V_1(\lambda + \tau) \varphi[\lambda, x - r(t, t - \lambda)]}{\frac{\partial_r(t, \tau)}{\partial_\tau} \frac{\partial_\tau(x, t, u)}{\partial_u}} d\tau \quad (8.28)$$

W przypadku, kiedy prędkości V_1 i V_2 są zmiennymi wyrażonymi wzorami (8.18) i (8.19), otrzymamy:

1) dla $0 \leq \tau \leq \tau_2$

$$U = x - r(t, \tau) = x - \int_0^\tau V_1(\lambda + \tau) d\tau = x - V_1 \int_0^\tau (1 + \frac{\Delta V_1(\lambda + \tau)}{V_1}) d\tau = x - V_1 \tau$$

Z powyższego równania wyznaczamy τ :

$$\tau = \frac{x - u}{V_1} \quad (8.29)$$

Biorąc pod uwagę (8.21), otrzymamy:

$$\tau_x = \frac{x - u_x}{V_1} \quad (8.30) \qquad \tau_4 = \frac{x + l_m}{V_1} \quad (8.31)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial u} = -\frac{1}{V_1} \quad (8.32) \qquad \frac{\partial_r(t, \tau)}{\partial \tau} = V_1(\lambda + \tau) \quad (8.33)$$

2) $\tau > \tau_2$

$$U = x - r(t, \tau) = x - L -$$

$$\int_{\tau_2}^{\tau} V_2(\lambda + \tau) d\tau = x - L - V_2 \int_{\tau_2}^{\tau} \left[1 + \frac{\Delta V_2(\lambda + \tau)}{V_2} \right] d\tau = x - L - V_2(\tau - \tau_2)$$

$$u = x - L - V_2(\tau - \tau_2) \quad (8.34)$$

Stąd obliczamy:

$$\tau = \tau(x, t, u) = \frac{x - L - u}{V_2} + \tau_2 \quad (8.35) \qquad \frac{\partial \tau}{\partial u} = \frac{L}{V_1} \quad (8.36) \qquad \tau_2 = \frac{L}{V_1} \quad (8.37)$$

$$\tau_4 = \frac{x - L - u_4}{V_2} + \tau_2 = \frac{x - L + l_m}{V_2} + \tau_2 \quad (8.38) \qquad \frac{\partial_r(t, \tau)}{\partial \tau} = V_2(\lambda + \tau) \quad (8.39)$$

Zgodnie z równaniem (8.17) rozważamy tylko takie zmiany wykresu długościowego włókien $\varphi(\lambda, x)$, które wywołują nierównomierność masy liniowej strumienia, a postać wykresu $\varphi(x)$ zmienia się bardzo wolno w czasie.

Zakładamy, że zmiana postaci $\varphi(x)$ będzie zależała tylko od maksymalnej długości włókien l_m , która jest funkcją czasu, tzn.:

$$l_m = l_m(\lambda, x) \quad (8.40)$$

Biorąc pod uwagę wyrażenie (8.17), równanie (8.28) dla $S(t, x)$ przyjmuje postać:

$$S(t, x) = - \int_{t-\tau_4}^{t-\tau_2} \frac{V_1(\lambda + \tau) f(x) \varphi[x - r(t, \tau - \lambda)]}{\frac{\partial_r(t, \tau)}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau(x, t, u)}{\partial u}} d\lambda \quad (8.41)$$

gdzie: τ_x , τ_4 , $\partial r(t, \tau) / \partial \tau$ i $\partial \tau(x, t, u) / \partial u$ określają równania (8.30, 8.31, 8.32, 8.33).

Uwzględniając rozkład długościowy włókien oraz zależności z ogólnego równania (8.41) rozciągania, wyznaczono równania określające liczbę włókien w przekrojach poprzecznych strumienia w poszczególnych strefach aparatu rozciągowego: 1) dla strefy 0-1:

$$N_{01}(t, x) = V_1 C \int_{t - \frac{x + l_m}{V_1}}^{t - \frac{x}{V_1}} f(\lambda) d\lambda \quad (8.42)$$

2) dla strefy 1-2:

$$N_{12}(t, x) = V_1 C \int_{t-\frac{L}{V_1}}^{t-\frac{x}{V_1}} f(\lambda) d\lambda + V_2 C \int_{t-\frac{L}{V_1}-\frac{x-L+l_m}{V_2}}^{t-\frac{L}{V_1}} \frac{V_1(\lambda + \tau_2)f(\lambda)}{V_2(\lambda + \tau_2)} d\lambda \quad (8.43)$$

3) dla strefy 2-3:

$$N_{23}(t, x) = V_2 C \int_{t-\frac{L}{V_1}-\frac{x-L+l_m}{V_2}}^{t-\frac{L}{V_1}-\frac{x-L}{V_1}} \frac{V_1(\lambda + \tau_2)f(\lambda)}{V_2(\lambda + \tau_2)} d\lambda \quad (8.44)$$

Wprowadźmy następujące oznaczenie:

$$\frac{V_1(\lambda + \tau_2)f(\lambda)}{V_2(\lambda + \tau_2)} = F(\lambda) \quad (8.45)$$

Podstawiając oznaczenie (8.45) do równań (8.42, 8.43, 8.44) i stosując przekształcenie Laplace'a [91], otrzymano równania operatorowe procesu rozciągania dla jedno i dwustrefowego aparatu rozciągowego.

8.3.2. Matematyczny model procesu rozciągania w jednostrefowym aparacie rozciągowym

Model aparatu jednostrefowego jest przedstawiony jako obiekt o trzech wejściach i jednym wyjściu.



Rys. 8.12. Model jednostrefowego aparatu rozciągowego

Źródło: opracowanie własne.

gdzie: AR – aparat rozciągowy,

$u_1(t) = f(\Delta N_0)$ – rozkład masy liniowej strumienia zasilającego,

$u_2(t) = \Delta V_1(t)$ – zmienna składowa prędkości $V_1(t)$ strumienia wejściowego,

$u_3(t) = \Delta V_2(t)$ – zmienna składowa prędkości $V_2(t)$ strumienia wyjściowego,

$y(t) = f(\Delta N_{23})$ – rozkład masy liniowej strumienia wyjściowego.

W ogólnym przypadku, gdy prędkości V_1 i V_2 nie są stałe, proces rozciągania jest dynamicznym układem nieliniowym ze zmiennymi parametrami czasowymi.

W rzeczywistym procesie rozciągania prędkości $V_1(t)$ i $V_2(t)$ zmieniają się w dostatecznie małych granicach:

$$\begin{aligned} V_1(t) &= V_1 + \Delta V_1(t), \max |\Delta V_1(t)| \ll V_1 \\ V_2(t) &= V_2 + \Delta V_2(t), \max |\Delta V_2(t)| \ll V_2 \end{aligned}$$

gdzie: V_1, V_2 – średnie wartości $V_1(t)$ i $V_2(t)$,

$\Delta V_1(t), \Delta V_2(t)$ – zmienne składowe prędkości $V_1(t)$ i $V_2(t)$.

$V_1(t)$ i $V_2(t)$ są ciągłymi składowymi okresowego i stacjonarnego przypadku funkcji czasu, których wartość oczekiwana jest równa zero. Ze względu na niewielkie zmiany $V_1(t)$ i $V_2(t)$ rozważmy quasi-stacjonarny proces rozciągania.

Równanie operatorowe wiążące zmiany masy liniowej strumienia na wyjściu do zmian masy liniowej strumienia w punkcie wejściowym oraz zmian składowych prędkości $V_1(t)$ i $V_2(t)$:

$$\begin{aligned} \Delta N_{23}(s) &= e^{-[\tau_1 + \tau_2]} \cdot \frac{\phi_{12}(s)}{\phi_0(s)} \cdot \Delta N_0(s) + \frac{cf_0}{s} \cdot e^{\tau_2 s} \phi_{12}(s) \cdot \Delta V_1(s) + \\ &- \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{cf_0}{s} \cdot e^{-\tau_2 s} \phi_{12}(s) \cdot \Delta V_2(s) \end{aligned} \quad (8.46)$$

gdzie:

$$\phi_{12} = \frac{1 - e^{-\frac{l_m}{V_2} s}}{s}, \quad \phi_0 = \frac{1 - e^{-\frac{l_m}{V_2} s}}{s}, \quad \tau_1 = \frac{L}{V_1}, \quad \tau_2 = \frac{x - L}{V_2} \text{ przy } x > L, \quad \tau_0 = \tau_1 + \tau_2,$$

$\Delta N_{23}(s)$ – liczba włókien w strumieniu wyjściowym lub rozkład masy liniowej strumienia wyjściowego $y(t)$,

$\Delta N_0(s)$ – liczba włókien w strumieniu wejściowym lub rozkład masy strumienia wejściowego $x(t)$,

f_0 – gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości włókien.

Powyższe wyrażenie opisuje ruch włókien w polu rozciągowym aparatu jedno-strefowego.

Na jego podstawie opracowano modele matematyczne oraz wykreślono poszczególne transmitancje.

Równanie (8.46) może być przedstawione w następującej postaci:

$$\Delta N_{23}(s) = W_N(s) \Delta N_0(s) + W_1(s) \Delta V_1 + W_2(s) \Delta V_2(s) \quad (8.47)$$

gdzie: $W_N(s), W_1(s), W_2(s)$ – funkcje przejścia (określone przez ϕ_{12}, ϕ_0) pomiędzy trzema wejściami i wyjściem modelu (rys. 8.11).

Wyrażenie s oznacza operator różniczkowy oraz argument przekształcenia Laplace'a, ponieważ równania dotyczą modelu stacjonarnego przy zerowych warunkach początkowych. Po zastosowaniu aproksymacji Pade'a [43] w przedziale częstotliwości $\omega = 0,02 \div 20$ rad/s transmitancja wyznaczona na podstawie równania (8.46) ma postać:

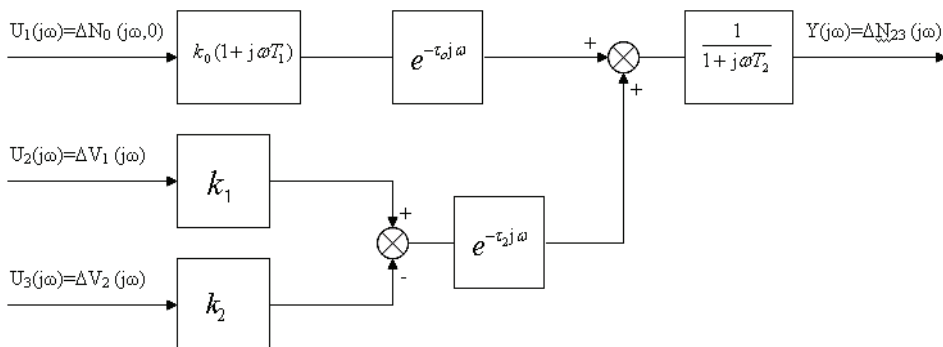
$$W_N(s) \approx \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \cdot \exp(-\tau_0 \cdot s) \quad (8.48)$$

gdzie: $T_1 = l_m/2V_1$ – stała czasowa,

$T_2 = l_m/2V_2$ – stała czasowa,

$W_N(s)$ – transmitancja wiążąca zmiany masy liniowej strumienia na wyjściu do zmian masy liniowej strumienia w punkcie wejściowym.

Na podstawie równań (8.46) i (8.48) wyznaczono model strukturalny aparatu jednostrefowego:



Rys. 8.13. Schemat strukturalny modelu aparatu jednostrefowego

Źródło: opracowanie własne.

Powyższy model jest słuszny dla prostokątnego i trapezowego rozkładu długościowego włókien. W zależności od rozkładu długości włókien stałe k i f_0 przyjmują różne wartości.

Na podstawie modelu wyznaczono wszystkie transmitancje opisujące wpływ poszczególnych elementów aparatu rozciągowego na strumień włókien. Należy pamiętać, że rozpatrywana jest dynamika procesu rozciągania, a więc bierzemy pod uwagę: ΔN_0 , ΔV_1 , ΔV_2 .

Transmitancja $G_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta N_0(s)} = W_N(s)$ wiąże wpływ masy liniowej strumienia wejściowego na masę liniową strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_1(j\omega) = k_0 \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_0 j\omega)$$

$$k_0 = \frac{V_1}{V_2} \quad T_1 = \frac{l_m}{2V_1} \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_2}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik 1B):

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}}$$

Transmitancja $G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$ wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_1(t)$ na masę strumienia na wejściu aparatu rozciągowego:

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_1 = Kf_0 \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_2}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik 2B):

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$

Transmitancja $G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_2(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

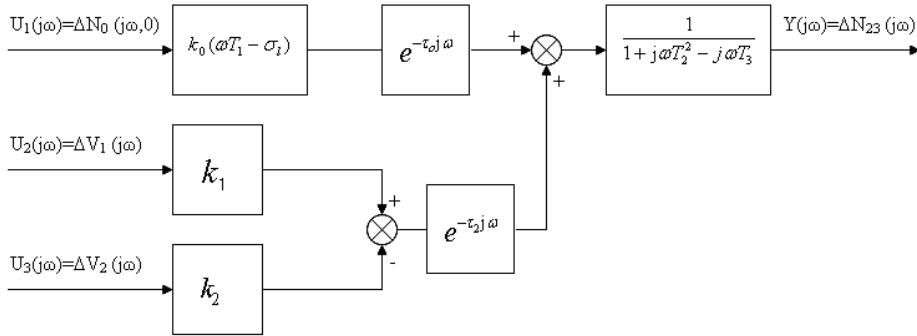
$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_2 = \frac{Kf_0}{R} \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_2}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik 3B):

$$A(\omega) = \frac{k_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$

Schemat strukturalny modelu aparatu jednostrefowego, w przypadku gdy strumień włókien ma rozkład normalny, przedstawiono na rysunku 8.14.



Rys. 8.14. Schemat strukturalny modelu aparatu jednostrefowego

Źródło: opracowanie własne.

Dla włókien o różnej długości, przy normalnym rozkładzie długości włókien, transmitancja

$$G_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta N_0(s)} = W_N(s)$$

ma postać:

$$G_1(j\omega) \approx \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_1 s - \sigma_l}{T_2^2 s^2 - T_3 s + 1} \exp(-\tau_0 s) \quad (8.49)$$

gdzie: $T_1 = \frac{1}{2l_m}$, $T_2 = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_l^4}{2l_m}$, $T_3 = \sqrt{2\pi}\sigma_l^2$, $\tau_0 = \frac{l_m + x_1}{V_2}$

Transmitancja $G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$ wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_1(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_1 = Kf_0 \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_2}$$

Transmitancja $G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_2(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_2 = \frac{Kf_0}{R} \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_2}$$

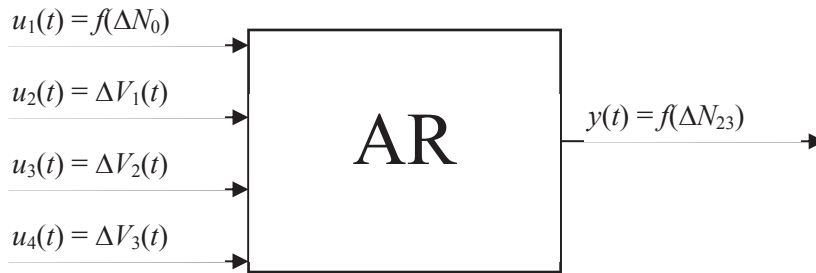
Gęstość prawdopodobieństwa $f(l)$ długości l włókien można określić wzorem:

$$f(l) = \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(l - \bar{l})^2}{2\sigma_l^2} \right] \quad (8.50)$$

gdzie: $\bar{l}$ – średnia długość włókna,
 σ_l – odchylenie standardowe długości włókien.

8.3.3. Matematyczny model aparatu dwustrefowego

Model aparatu dwustrefowego jest przedstawiony jako obiekt o czterech wejściach i jednym wyjściu.



Rys. 8.15. Model dwustrefowego aparatu rozciągowego

Źródło: opracowanie własne.

gdzie: AR – aparat rozciągowy,
 $u_1(t) = (\Delta N_0)$ – rozkład masy liniowej strumienia zasilającego,
 $u_2(t) = \Delta V_1(t)$ – zmienna składowa prędkości $V_1(t)$ strumienia wejściowego,
 $u_3(t) = \Delta V_2(t)$ – zmienna składowa prędkości $V_2(t)$ strumienia zakleszczonego przez wałki środkowe,
 $u_4(t) = \Delta V_3(t)$ – zmienna składowa prędkości $V_3(t)$ strumienia wyjściowego,
 $y(t) = f(\Delta N_{23})$ – rozkład masy liniowej strumienia wyjściowego.

$$\begin{aligned}
V_1(t) &= V_1 + \Delta V_1(t), \max |\Delta V_1(t)| \ll V_1 \\
V_2(t) &= V_2 + \Delta V_2(t), \max |\Delta V_2(t)| \ll V_2 \\
V_3(t) &= V_3 + \Delta V_3(t), \max |\Delta V_3(t)| \ll V_3
\end{aligned}$$

gdzie: V_1, V_2, V_3 – średnie wartości $V_1(t), V_2(t)$ i $V_3(t)$,

$\Delta V_1(t), \Delta V_2(t), \Delta V_3(t)$ – zmienne składowe prędkości $V_1(t), V_2(t)$ i $V_3(t)$.

$V_1(t), V_2(t)$ i $V_3(t)$ są ciągłymi, składowymi okresowego i stacjonarnego przypadku funkcji czasu, których wartość oczekiwana równa jest zeru.

Równanie operatorowe, wiążące zmiany masy liniowej strumienia na wyjściu do zmian masy liniowej strumienia w punkcie wejściowym oraz zmian składowych prędkości $V_1(t), V_2(t)$ i $V_3(t)$:

$$\begin{aligned}
\Delta N_{23}(s) &= \left(e^{[-\tau_1 + \tau_2]s} \cdot \frac{\phi_{12}(s)}{\phi_0(s)} \right) \cdot \Delta N_0(s) + \\
&+ \left(\frac{cf_0}{s} \cdot \phi_{12}(s) \cdot e^{-\tau_0 s} \right) \cdot \Delta V_1(s) \\
&+ \left(\frac{cf_0}{s} \cdot \phi_{12}(s) \cdot e^{-\tau_1 s} - \frac{cf_0}{s} \cdot \phi_{12}(s) \cdot e^{-\tau_0 s} \frac{V_1}{V_2} \right) \cdot \Delta V_2(s) + \\
&- \left(\frac{cf_0}{s} \cdot \phi_{12}(s) \cdot \frac{V_2}{V_3} \cdot e^{-\tau_1 s} \right) \cdot \Delta V_3(s)
\end{aligned} \tag{8.51}$$

$$\text{gdzie: } \tau_0 = \frac{L_2}{V_2} + \frac{x_1 + L_1 - L_2}{V_3}, \quad \tau_1 = \frac{x_1 + L_1 - L_2}{V_3}, \quad \tau_2 = \frac{l_m}{V_3},$$

$\Delta N_{23}(s)$ – liczba włókien w strumieniu wyjściowym lub rozkład masy liniowej strumienia wyjściowego $y(t)$,

$\Delta N_0(s)$ – liczba włókien w strumieniu wejściowym lub rozkład masy strumienia wejściowego $x(t)$,

f_0 – gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości włókien.

Równanie (8.51) może być przedstawione w następującej postaci:

$$\Delta N_{23}(s) = W_N(s) \Delta N_0(s) + W_1(s) \Delta V_1(s) + W_2(s) \Delta V_2(s) + W_3(s) \Delta V_3(s) \tag{8.52}$$

gdzie: $W_N(s), W_1(s), W_2(s), W_3(s)$, – funkcje przejścia pomiędzy czterema wejściami i wyjściem modelu (rys. 8.14).

Transmitancja wyznaczona na podstawie równania (8.51) ma postać:

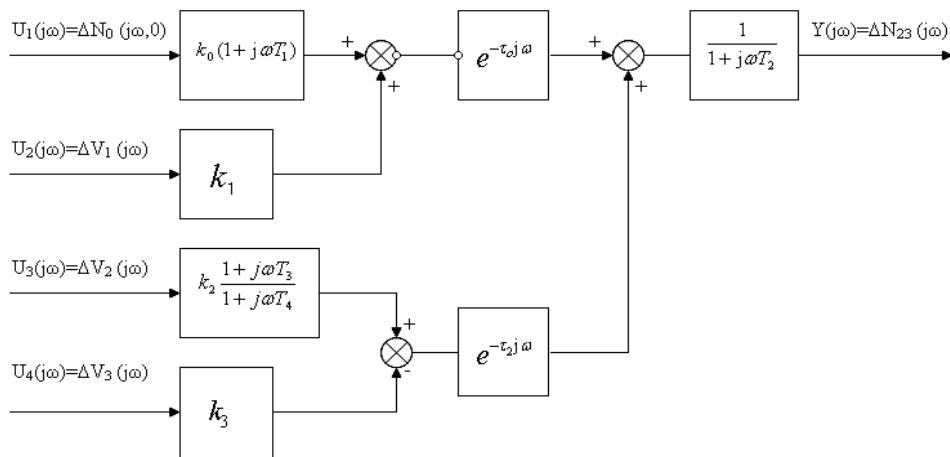
$$W_N(s) \approx \frac{V_1}{V_3} \cdot \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \cdot \exp(-\tau_0 \cdot s) \tag{8.53}$$

gdzie: $T_1 = l_m/2V_1$ – stała czasowa,

$T_2 = l_m/2V_3$ – stała czasowa.

$W_N(s)$ – transmitancja wiążąca zmiany masy liniowej strumienia na wyjściu do zmian masy liniowej strumienia w punkcie wejściowym.

Na podstawie równań (8.51 i 8.53) wyznaczono model strukturalny aparatu dwustrefowego:



Rys. 8.16. Schemat strukturalny modelu aparatu dwustrefowego

Źródło: opracowanie własne.

Powyższy model jest słuszny dla prostokątnego i trapezowego rozkładu długości włókien. W zależności od rozkładu długości włókien stałe k i f_0 przyjmują różne wartości.

Na podstawie przedstawionego modelu wyznaczono wszystkie transmitancje opisujące wpływ poszczególnych elementów aparatu rozciągowego na strumień włókien. Należy pamiętać, że rozpatrywana jest dynamika procesu rozciągania, a więc bierzemy pod uwagę: ΔN_0 , ΔV_1 , ΔV_2 , ΔV_3 .

Transmitancja $G_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta N_0(s)} = W_N(s)$, wiąże wpływ masy strumienia zasilającego na masę strumienia wydawanego:

$$G_1(j\omega) = k_0 \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_0 j\omega)$$

$$T_1 = \frac{l_m}{2V_1} \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_3} \quad k_0 = \frac{V_1}{V_3}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik B1):

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}}$$

Transmitancja $G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_1(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu:

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$T_2 = \frac{l_m}{2V_3} \quad k_1 = \frac{l_m K f_0}{V_3}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik B2):

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$

Transmitancja $G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_2(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1 + j\omega T_3}{1 + j\omega T_4} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$T_2 = \frac{l_m}{2V_3} \quad T_3 = \frac{L}{V_2} \frac{\frac{V_2}{V_1} + \frac{1}{2}}{\frac{V_2}{V_1} - 1} \quad k_2 = \frac{l_m K f_0}{V_3 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik B3):

$$A(\omega) = \frac{k_2 \sqrt{1 + \omega^2 T_3^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_4^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} = \sqrt{\frac{k_2^2 (1 + \omega^2 T_3^2)}{1 + \omega^2 (T_2^2 + T_4^2 + \omega^2 T_2^2 T_4^2)}}$$

Transmitancja $G_4(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_4(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_3(s)} = W_3(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_3(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

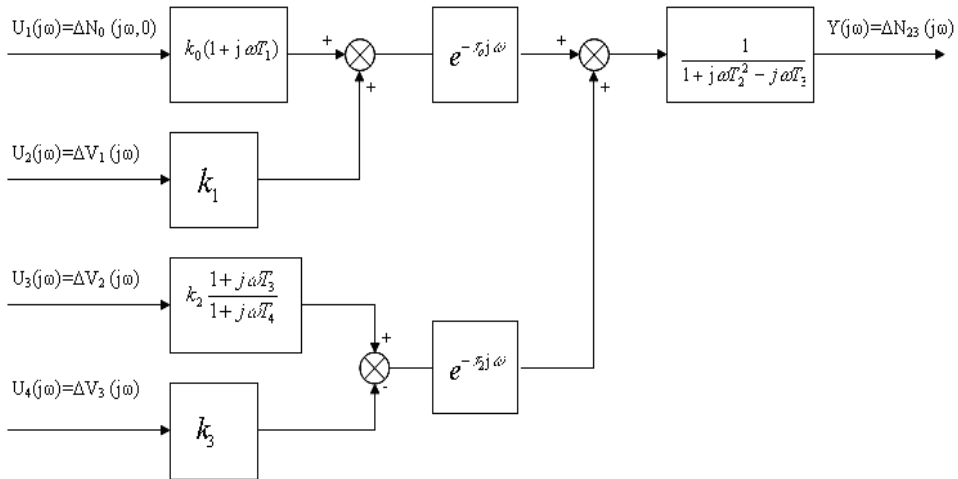
$$G_4(j\omega) = k_3 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$T_2 = \frac{l_m}{2V_3} \quad k_3 = \frac{l_m K f_0 V_2}{V_3^2}$$

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wyznacza się z zależności (załącznik B2):

$$A(\omega) = \frac{k_3}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$

Schemat strukturalny modelu aparatu dwustrefowego, w przypadku gdy strumień włókien ma rozkład normalny, przedstawiono na rysunku 8.17.



Rys. 8.17. Schemat strukturalny modelu aparatu dwustrefowego

Źródło: opracowanie własne.

Dla włókien o różnej długości, przy normalnym rozkładzie długości włókien, transmitancja:

$$G_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta N_0(s)} = W_N(s)$$

ma postać:

$$G_1(j\omega) \approx \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_1 s - \sigma_L}{T_2^2 s - T_3 s + 1} \exp(-\tau_0 s) \quad (8.54)$$

gdzie: $T_1 = \frac{1}{2l_m}$, $T_2 = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_l^4}{2l_m}$, $T_3 = \sqrt{2\pi}\sigma_l^2$, $\tau_0 = \frac{l_m + x_1}{V_2}$

Transmitancja $G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_2(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_1 = Kf_0 \quad T_2 = \frac{l_m}{2V_2}$$

Transmitancja $G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_2(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1 + j\omega T_3}{1 + j\omega T_4} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$T_2 = \frac{l_m}{2V_3} \quad T_3 = \frac{L}{V_2} \frac{\frac{V_2}{V_1} + \frac{1}{2}}{\frac{V_2}{V_1} - 1} \quad k_2 = \frac{l_m K f_0}{V_3 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)}$$

Transmitancja $G_4(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_4(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_3(s)} = W_3(s)$, wiążąca wpływ zmian składowej prędkości $V_3(t)$ na masę strumienia na wyjściu aparatu rozciągowego:

$$G_4(j\omega) = k_3 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$T_2 = \frac{l_m}{2V_3} \quad k_3 = \frac{l_m K f_0 V_2}{V_3^2}$$

Gęstość prawdopodobieństwa $f(l)$ długości l włókien można określić wzorem:

$$f(l) = \frac{1}{\sigma_l \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(l - \bar{l})^2}{2\sigma_l^2} \right] \quad (8.55)$$

gdzie: $\bar{l}$ – średnia długość włókna,

σ_l – odchylenie standardowe długości włókien.

8.3.4. Wyznaczenie eksperymentalnych charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych pola rozciągowego



Rys. 8.18. Model aparatu rozciągowego
Źródło: opracowanie własne.

Związek pomiędzy sygnałem wejściowym $x(t)$ a wyjściowym $y(t)$ dla układów liniowych można zapisać w postaci:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \Theta) \cdot h(\Theta) d\Theta \quad (8.56)$$

gdzie: $x(t)$ – proces losowy stacjonarny na wejściu układu,
 $y(t)$ – proces losowy stacjonarny wyjściowy.

Po odpowiednich przekształceniach zależność (8.56) można przedstawić w postaci:

$$G_Y = |H(\omega)|^2 G_X \quad (8.57)$$

gdzie: G_X – gęstość widmowa sygnału wejściowego,
 G_Y – gęstość widmowa sygnału wyjściowego,
 $|H(\omega)|^2$ – widmowa funkcja przejścia.

Podstawą do wyznaczenia gęstości widmowej sygnałów były spektrogramy.

Funkcję $x(t)$ możemy przedstawić za pomocą szeregu Fouriera w postaci sumy funkcji harmoniczych:

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{\lambda} t - \varphi_n\right) \quad (8.58)$$

gdzie: $\frac{A_0}{2}$ – wartość średnia funkcji $x(t)$,
 A_n – amplituda n -tej harmoniki,
 λ – długość okresu,
 φ_n – przesunięcie fazowe n -tej harmoniki.

Jeżeli $x(t)$ jest funkcją nieokresową, szereg staje się funkcją ciągłą, można mówić o jej gęstości widmowej. Z twierdzenia Parsewala [67] wynika, że za miarę udziału poszczególnych składowych harmonicznym przyjmuje się kwadrat amplitudy średniej.

Funkcja gęstości widmowej procesu może być przedstawiona w tym przypadku:

$$\sigma_x(\omega) = \lim_{n \rightarrow \infty} |A_n(\omega)|^2 \quad (8.59)$$

gdzie: A_n – amplituda n -tej harmoniki,
 n – liczba składowych harmonicznym.

8.3.5. Wyznaczanie charakterystyk częstotliwościowych na podstawie spektrogramu

Aparat do badania nierównomierności masy strumienia włókien typu Uster wyznacza między innymi spektrogram oraz współczynnik zmienności CV_x masy liniowej odcinka T strumienia:

$$CV_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}(t)} \quad (8.60)$$

gdzie: σ_x – odchylenie standardowe masy strumienia $x(t)$,
 $\bar{x}(t)$ – średnia masa strumienia $x(t)$.

Automatycznie wyznaczona wartość CV_x oraz wartość współczynnika CV_s obliczana za pomocą spektrogramu powinny być sobie równe dla tego samego odcinka T strumienia $CV_x = CV_s$.

Możemy wykazać bowiem, że:

$$\int_{n=1}^{n_k} A_n^2(\lambda) d\lambda \cong k \cdot \sigma_x^2 = k \cdot CV_x^2 \quad (8.61)$$

gdzie: k – współczynnik proporcjonalności,
 σ_x^2 – wariancja masy strumienia $x(t)$,
 $n = 1, 2, \dots, n_k$ – liczba prążków spektrogramu odpowiadająca liczbie filtrów elektrycznym (kanałom), w jakie jest wyposażony dany model aparatu Uster,

$CV_x^2 = \left[\frac{\sigma_x}{\bar{x}(t)} \right]^2$ – wariancja względna masy liniowej strumienia włókien
wyznaczona za pomocą aparatu Uster.

Według wzoru (8.61) wariancja masy liniowej strumienia jest proporcjonalna do pola powierzchni pod krzywą określającą rozkład kwadratu $A_n^2(\lambda)$ amplitud składowych harmoniczných masy strumienia. Całkę (8.61) z przybliżeniem można zastąpić sumą:

$$\sum_{n=1}^{n_k} A_n^2 = k \cdot CV^2 \quad (8.62)$$

gdzie: k – współczynnik proporcjonalności,
 $n = 1, 2, \dots, n_k$ – liczba prążków spektrogramu.

Rozkład kwadratu składowych harmoniczných mas liniowych strumienia włókien na wejściu i wyjściu aparatu rozciągowego można opisać zależnościami (8.63) i (8.64):

$$\sum_{n=1}^{n_k} A_{1n}^2 = k \cdot CV_1^2 \text{ – na wejściu} \quad (8.63)$$

$$\sum_{n=1}^{n_k} A_{2n}^2 = k \cdot CV_2^2 \text{ – na wyjściu} \quad (8.64)$$

W spektrogramie na osi poziomej są naniesione w skali logarytmicznej długości fal (okresów) składników harmoniczných występujących w rozkładzie masy strumienia włókien, a na osi pionowej ich średnie wartości amplitud (rys. 8.19).

Postać spektrogramów przedstawionych na rysunku 8.19 jest w przybliżeniu taka sama dla strumieni włókien o różnej wariancji.

Oznacza to, że są one wykonane przy różnych współczynnikach wzmocnienia. Aby uzyskać rzeczywiste wartości amplitud składowych harmoniczných, należy wyskalować oś rzędnych spektrogramów. Rzeczywiste wartości amplitud składowych harmoniczných na wejściu i wyjściu z aparatu rozciągowego można opisać zależnościami (8.65) i (8.66):

$$A_{1n} = x_1 \cdot A_{M1n} \text{ – na wejściu} \quad (8.65)$$

$$A_{21n} = x_2 \cdot A_{M2n} \text{ – na wyjściu} \quad (8.66)$$

gdzie: A_{1n}, A_{2n} – amplitudy sygnału wejściowego i wyjściowego w n -tym kanale [%],

A_{M1n}, A_{M2n} – amplitudy n -tej składowej harmoniczných sygnału wejściowego i wyjściowego [mm],

x_1, x_2 – współczynniki wzmocnienia [%/mm].

Wstawiając do wzorów (8.63) i (8.64) wartości A_{1n} i A_{2n} ze wzorów (8.65) i (8.66), otrzymuje się kolejno:

$$\sum_{n=1}^{n_k} (x_1 \cdot A_{M1n}) = k \cdot CV_1^2 \quad (8.67)$$

$$\sum_{n=1}^{n_k} (x_2 \cdot A_{M2n})^2 = k \cdot CV_2^2 \quad (8.68)$$

oraz

$$x_1 = \sqrt{k} \cdot \frac{CV_1}{\sqrt{\sum_{n=1}^{n_k} A_{M1n}}} \quad (8.69)$$

$$x_2 = \sqrt{k} \cdot \frac{CV_2}{\sqrt{\sum_{n=1}^{n_k} A_{M2n}}} \quad (8.70)$$

Opierając się na powyższych rozważaniach, można wyznaczyć wartości amplitud charakterystyki częstotliwościowej ze wzoru:

$$|A_n(\lambda)| = \frac{x_2 \cdot A_{M2n}}{x_1 \cdot A_{M1n}} \quad (8.71)$$

Wstawiając do wzoru (8.71) współczynniki wzmocnienia x_1 i x_2 ze wzorów (8.69) i (8.70), otrzymuje się:

$$|A_n(\lambda)| = \frac{A_{M2n} \cdot CV_2}{A_{M1n} \cdot CV_1} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n_k} A_{M1n}^2}{\sum_{n=1}^{n_k} A_{M2n}^2}} \quad (8.72)$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$A_{M1n} = A_{n \text{ wej}}, \quad A_{M2n} = A_{n \text{ wyj}}, \quad CV_1 = CV_{\text{wej}}, \quad CV_2 = CV_{\text{wyj}}$$

i uwzględniając rozciąganie R strumienia włókien w aparacie rozciągowym oraz skalę logarytmiczną długości fali λ (okresu) osi poziomej spektrogramu, otrzymuje się:

$$|A_n(\lambda)| = \frac{A_{nwyj} \cdot CV_{wyj} (\lg \lambda_{wej} \cdot R)}{A_{nwej} \cdot CV_{wej} (\lg \lambda_{wej})} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n_k} A_{nwyj}^2}{\sum_{n=1}^{n_k} A_{nwej}^2}} \quad (8.73)$$

Aby wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe, należy uwzględnić następującą zależność:

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda_{wej}} \cdot V_{wyd} \quad (8.74)$$

gdzie: ω – prędkość kątowna składowych harmonicznym sygnału [Hz],

V_{wyd} – prędkość obwodowa wałków wydających [m/s],

λ_{wej} – długości fal (okresów) składowych harmonicznym sygnału wejściowego [m].

$$|A_n(\omega)| = \frac{A_{mwyj} \cdot CV_{wyj} \left(\lg \frac{2\pi}{\lambda_{wej}} \cdot R \right)}{A_{nwej} \cdot CV_{wej} \left(\lg \frac{2\pi}{\lambda_{wej}} \right)} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n_k} A_{nwej}^2}{\sum_{n=1}^{n_k} A_{mwyj}^2}} \quad (8.75)$$

gdzie: A_{nwej}, A_{mwyj} – amplitudy n-tej składowej harmonicznym sygnału,

CV_{wej}, CV_{wyj} – współczynnik zmienności masy liniowej strumienia wejściowego i wyjściowego,

$\lambda_{wej}, \lambda_{wyj}$ – długości fal (okresów) składowych harmonicznym sygnału wejściowego i wyjściowego,

R – rozciąg,

$n = 1, 2, 3 \dots n_k$ – liczba prążków spektrogramu.

Spektrogramy niedoprzędów oraz przędz dla wariantów W1÷W6 przedstawiono na rysunku 8.19.

8.3.6. Zasada wyznaczania charakterystyk eksperymentalnych

W celu wyznaczenia charakterystyk eksperymentalnych wytworzono niedoprzędy oraz przędze. Do wytworzenia przędz użyto niedoprzędów o masie liniowej 650 tex z włókien chemicznych o różnych rozkładach długości oraz niedoprzęd bawełniany o masie liniowej 400 tex.

Założone rozkłady długości włókien zestawiono w tabeli 8.4.

Tabela 8.4. Warianty wykonanych doświadczeń

Nr wariantu	Udziały ilościowe klas długościowych [%]	Założona średnia ilościowa długość włókien [mm]	Funkcja rozkładu długości włókien i dystrybuanta	Współczynnik zmienności długości włókien
W1	100 mm – 100%	100 mm	$F(l) = 0$ dla $0 \leq l \leq \bar{l}$ $F(l) = 1$ dla $l > \bar{l}$	2,13%
W2	100 mm – 100%	100 mm	$F(l) = 0$ dla $0 \leq l \leq \bar{l}$ $F(l) = 1$ dla $l > \bar{l}$	2,48%
W3	100 mm – 100%	100 mm	$F(l) = 0$ dla $0 \leq l \leq \bar{l}$ $F(l) = 1$ dla $l > \bar{l}$	1,96%
W4	135 mm – 33% 100 mm – 33% 65 mm – 34%	100 mm	$F(l) = f(l) = \frac{1}{l_m - l_0}$	28,57%
W5	155 mm – 33% 100 mm – 33% 65 mm – 34%	106 mm	$F(l) = f(l) = \frac{1}{l_m - l_0} a$	37,04%
W6	80÷100 mm – 100%	100 mm	$f(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left(-\frac{(l-\bar{l})^2}{2\sigma_l^2}\right)$ $F(l) = \int_0^l \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left(-\frac{(l-\bar{l})^2}{2\sigma_l^2}\right) dl$	14,17%

Przędzę wytworzono przy stałym rozciągu wstępnym $R_w = 1,15$ i przy stałym maksymalnym rozstawieniu wałków zasilającego i środkowego, wynoszącym 100 mm. Warianty przędz przedstawiono w tabeli 8.5.

Tabela 8.5. Warianty przędz

Numer wariantu	Masa liniowa [tex]	Rozciąg całkowity
W1	34,3	17,64
W2	15,4	43,32
W3	21	30,7
W4	21	30,7
W5	21	30,7
W6	21	30,7

Do wyznaczenia charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych posłużyły spektrogramy oraz współczynniki zmienności liniowej CV .

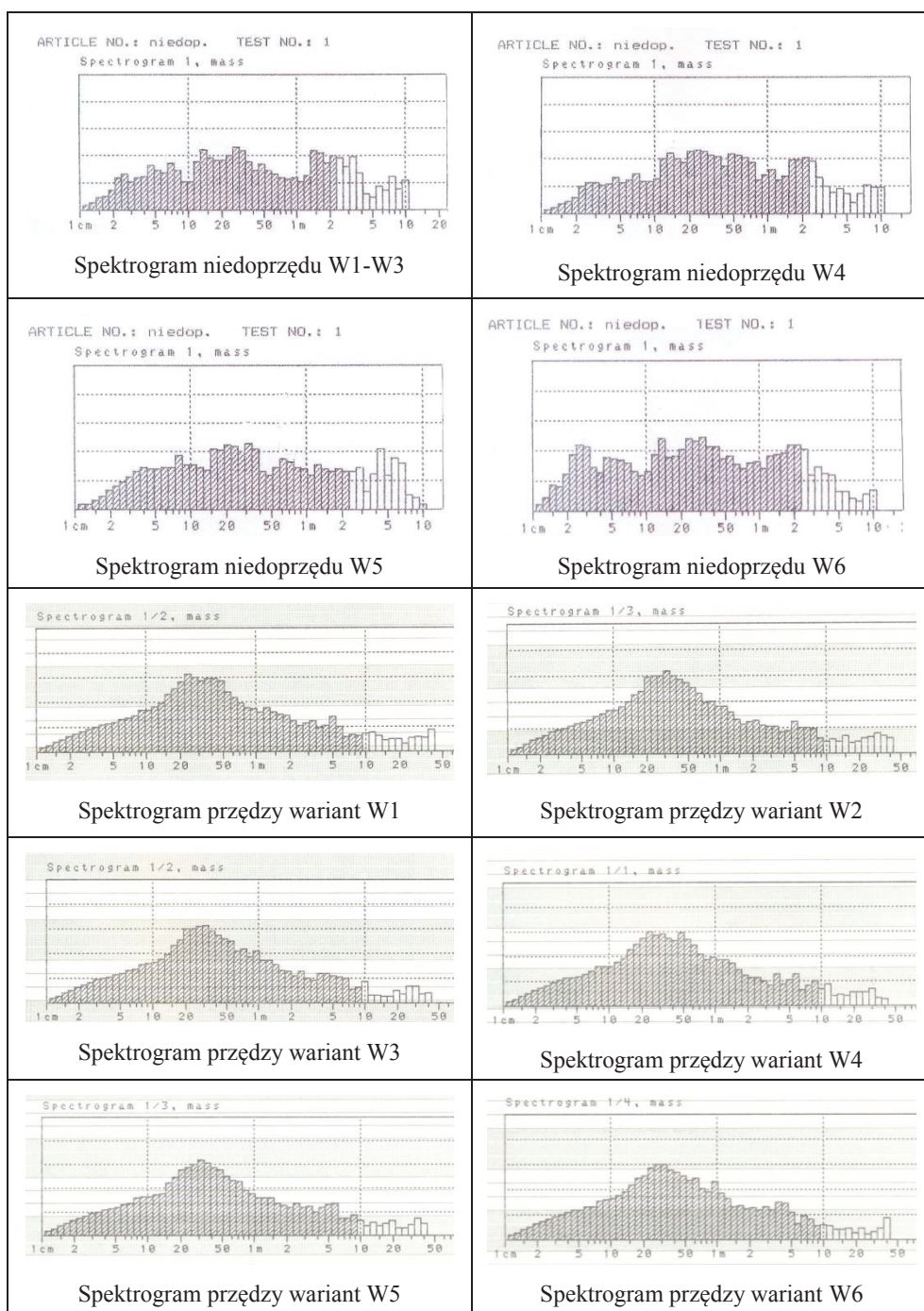
Wytworzone przędze bawełniane i z włókien chemicznych typu wełnianego oraz niedoprzęd poddano analizie spektralnej, celem wyznaczenia spektrogramów oraz współczynników zmienności masy liniowej CV .

Pomiarów dokonano trzykrotnie dla każdej przędzy i niedoprzędu na odcinkach krótkich (Normal Test) przy prędkości przesuwu przędzy 100 m/min i niedoprzędu 25 m/min. Czas pomiaru przędzy wynosił 2,5 min, a niedoprzędu 1 min [71÷73].

Wartości pomiarów współczynników zmienności mas liniowych niedoprzędu i przędz przedstawiono w tabeli 8.6, a wybrane spektrogramy na rysunku 8.19.

Tabela 8.6. Wartości współczynników zmienności mas liniowych niedoprzędu i przędz

Wariant	Lp.	Współczynnik zmienności masy liniowej niedoprzędu CV [%]	Współczynnik zmienności masy liniowej przędz CV [%]
W1	1	7,15	13,70
	2	7,56	-
	3	6,48	-
	$CV_{\bar{s}r}$	7,06	13,70
W2	1	7,10	23,10
	2	6,32	-
	3	7,87	-
	$CV_{\bar{s}r}$	7,10	23,10
W3	1	7,15	17,72
	2	7,64	-
	3	6,84	-
	$CV_{\bar{s}r}$	7,21	17,72
W4	1	6,98	18,92
	2	7,41	-
	3	6,33	-
	$CV_{\bar{s}r}$	6,91	18,92
W5	1	7,76	18,02
	2	7,05	-
	3	7,20	-
	$CV_{\bar{s}r}$	7,34	18,02
W6	1	7,10	17,61
	2	7,13	-
	3	6,36	-
	$CV_{\bar{s}r}$	6,86	17,61



Rys. 8.19. Spektrogramy niedoprzedów i przedz
Źródło: opracowanie własne.

Przędę bawełnianą wytworzono przy stałym rozciągu wstępnym $R_W = 1,31$ i przy stałym rozstawieniu wałków zasilającego i środkowego 50 mm. Warianty wytworzonych przędz przedstawiono w tabeli 8.7.

Do badań użyto niedoprzęd o masie liniowej 400 tex, wytworzony z bawełny o długości $l = 31/32$ mm i masie liniowej 1,7 dtex.

Tabela 8.7. Warianty przędz

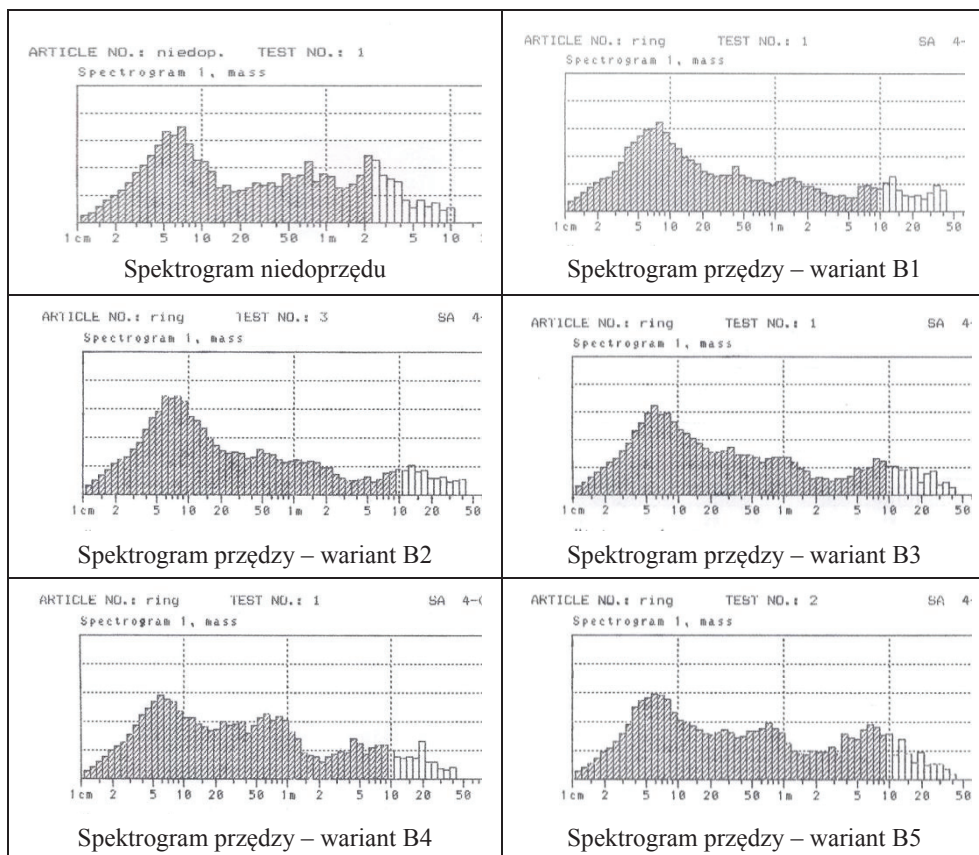
Numer wariantu	Masa liniowa [tex]	Rozciąg całkowity
B1	18,2	22,14
B2	24,1	16,72
B3	30,9	13,04
B4	35,1	11,48
B5	41,7	9,66

Wartości pomiarów współczynników zmienności mas liniowych niedoprzędu i przędz przedstawiono w tabeli 8.8, a wybrane spektrogramy na rysunku 8.20.

Tabela 8.8. Wartości współczynników zmienności mas liniowych niedoprzędu i przędz bawełnianych

Wariant	Lp.	Współczynnik zmienności masy liniowej niedoprzędu CV [%]	Współczynnik zmienności masy liniowej przędz CV [%]
B1	1	9,14	19,52
	2	7,69	20,61
	3	8,41	20,00
	CV_{sr}	8,17	20,04
B2	1	9,14	18,07
	2	7,69	17,33
	3	8,41	17,90
	CV_{sr}	8,17	17,76
B3	1	9,14	17,43
	2	7,69	16,07
	3	8,41	16,27
	CV_{sr}	8,17	16,59
B4	1	9,14	16,31
	2	7,69	16,16
	3	8,41	15,63
	CV_{sr}	8,17	116,03
B5	1	9,14	15,19
	2	7,69	15,54
	3	8,41	14,77
	CV_{sr}	8,17	15,16

Spektrogramy niedoprzędu oraz przędz wariantów dla B1÷B5 przedstawiono na rysunku 8.20.

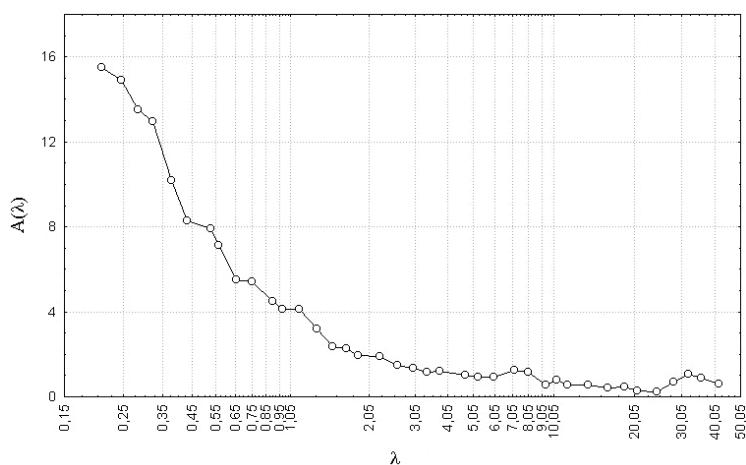


Rys. 8.20. Spektrogramy niedoprzędów i przędz

Źródło: opracowanie własne.

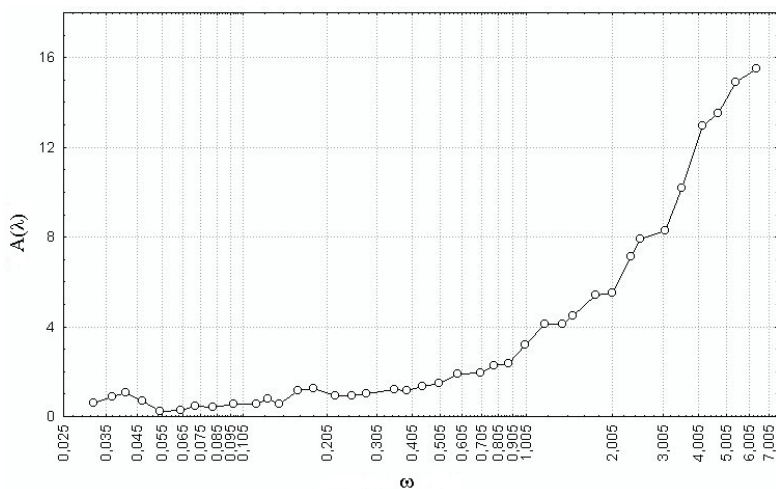
Na podstawie spektrogramów wyznaczono charakterystyki $A(\lambda)$ z zależności (8.73 i 8.75).

Na rysunku 8.21 przedstawiono charakterystykę amplitudową, a na rysunku 8.22 charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową pola rozciągowego dla przędzy z włókien chemicznych typu wełnianego (wariant W1).



Rys. 8.21. Charakterystyka amplitudowa $A(\lambda)$ dla przędzy z włókien chemicznych typu wełnianego 34,3 tex (W1)
Źródło: opracowanie własne.

Aby otrzymać charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe, należy uwzględnić zależność (8.74).



8.3.7. Zasada wyznaczania teoretycznych charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych

Na podstawie matematycznych modeli procesu rozciągania wyznaczono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla prostokątnego oraz trapezowego rozkładu długościowego włókien.

8.3.7.1. Wyznaczenie teoretycznych charakterystyk dla aparatu jednostrefowego

Długość strefy rozciągania $L = 105$ mm

Parametry surowca:

- masa liniowa niedoprzędu: $Tt_n = 646$ tex,
- masa liniowa włókna: $Tt_w = 3,3$ dtex = 0,33 tex,
- średnica włókna: 19 μm ,
- liczba włókien w przekroju: $\frac{Tt_n}{Tt_w} = 1958$.

Dla wybranych rozciągów ustalono prędkości zasilania oraz wydawania i wyznaczono stałe T_1 oraz T_2 . Dane zestawiono w tabeli 8.9.

Tabela 8.9. Wartości stałych czasowych T_1 i T_2

	$R = 10$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 30$	$R = 35$	$R = 40$
V_1	0,0210 m/s	0,0140 m/s	0,0105 m/s	0,0084 m/s	0,0070 m/s	0,0060 m/s	0,0053 m/s
V_2	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s
T_1	2,4370	3,6560	4,8740	6,0930	7,3110	8,5300	9,7480
T_2	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437

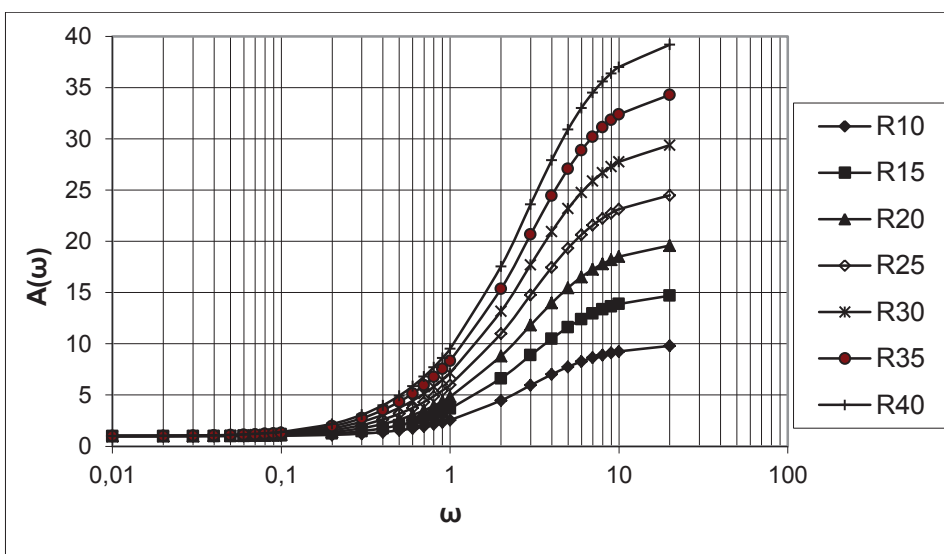
Na podstawie założonego modelu matematycznego oraz wyznaczonych transmitancji wykreślono rodzinę charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych dla przyjętych rozciągów.

Transmitancja:
$$G_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta N_0(s)} = W_N(s)$$

$$G_1(j\omega) = k_0 \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_0 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B):

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}}$$



Rys. 8.23. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

$$A(\omega) = W_N, \Delta N_0 \rightarrow \Delta N_{23} \text{ dla różnych rozciągów}$$

Źródło: opracowanie własne.

Charakterystyki dla rozkładu prostokątnego

Dla rozkładu prostokątnego podano odpowiednie stałe:

- wysokość wykresu długościowego włókien $K = 0,00372 \text{ m}$,
- gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości $f_0 = 1$.

Na podstawie danych o rozkładzie długości włókien wyznaczono stałe, niezbędne do wykreślenia charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowych:

Tabela 8.10. Wartości współczynników wzmocnienia k_2

$\times$	$R = 10$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 30$	$R = 35$	$R = 40$
k_2	0,000372	0,000248	0,000186	0,000149	0,000124	0,000106	0,000093

$$k_1 = 0,0372$$

Transmitancja:

$$G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$$

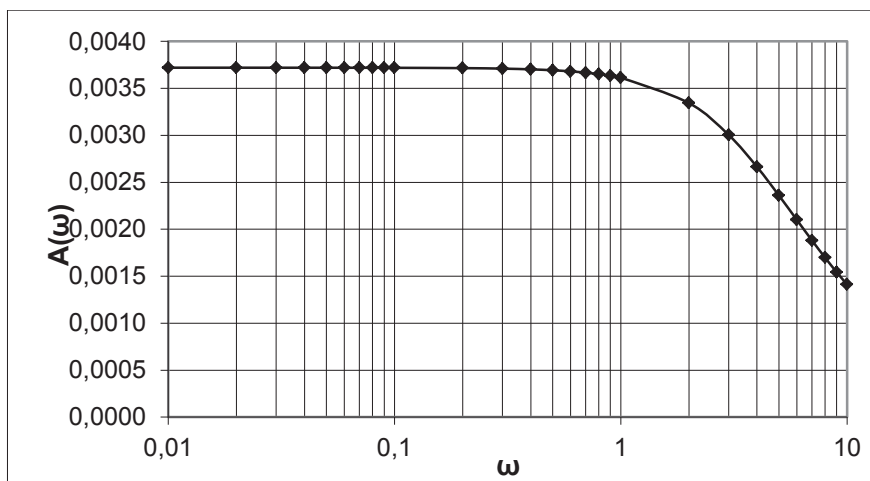
$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_1 = K f_0$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B):

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda_{wyj}} V_{wyd}$$



Rys. 8.24. Teoretyczna charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_1(t) \rightarrow \Delta N_{23}$$

Źródło: opracowanie własne.

Transmitancja:

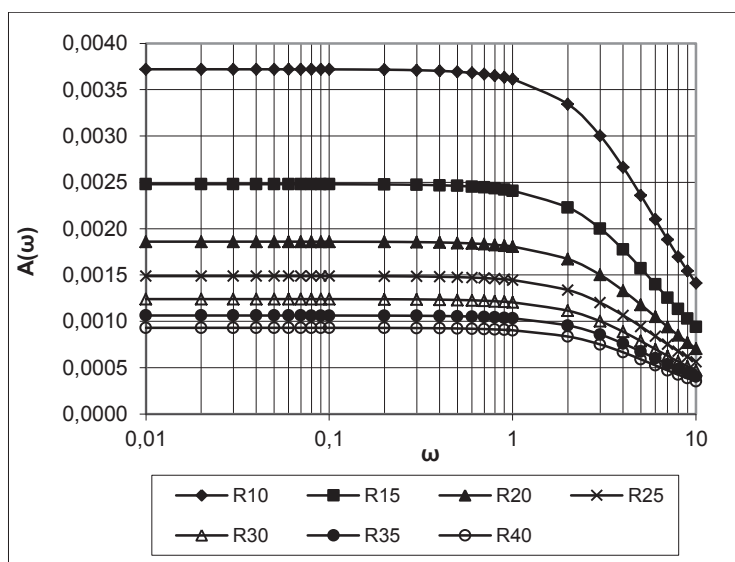
$$G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$$

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_2 = \frac{Kf_0}{R}$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B):

$$A(\omega) = \frac{k_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$



Rys. 8.25. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe $A(\omega) = W_N(s), \Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągów

Źródło: opracowanie własne.

Charakterystyki dla rozkładu trapezowego

Dla rozkładu trapezowego podano odpowiednie stałe:

- wysokość wykresu długościowego włókien $K = 0,00372$ m,
- gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości $f_0 = 14,28$ wariant W4,
- gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości $f_0 = 11,11$ wariant W5.

Na podstawie danych o rozkładzie długości włókien wyznaczono stałe niezbędne do wykreślenia charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych:

Tabela 8.11. Wartości współczynników wzmocnienia k_2

	$R = 10$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 30$	$R = 35$	$R = 40$
k_2 dla W4	0,00531	0,00354	0,00266	0,00212	0,00177	0,00152	0,00133
k_2 dla W5	0,00413	0,00275	0,00207	0,00165	0,00138	0,00118	0,00103

$k_1 = 0,0531$ dla wariantu W4

$k_1 = 0,0413$ dla wariantu W5

Transmitancja:

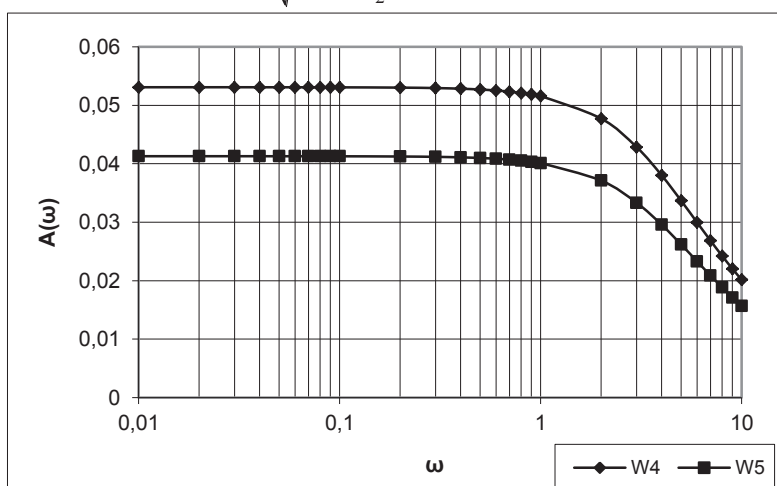
$$G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$$

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_1 = Kf_0$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B) warianty W4 i W5:

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} \quad \omega = \frac{2\pi}{\lambda_{wyj}} V_{wyd}$$



Rys. 8.26. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_1(t) \rightarrow \Delta N_{23}$$

Źródło: opracowanie własne.

Transmitancja:

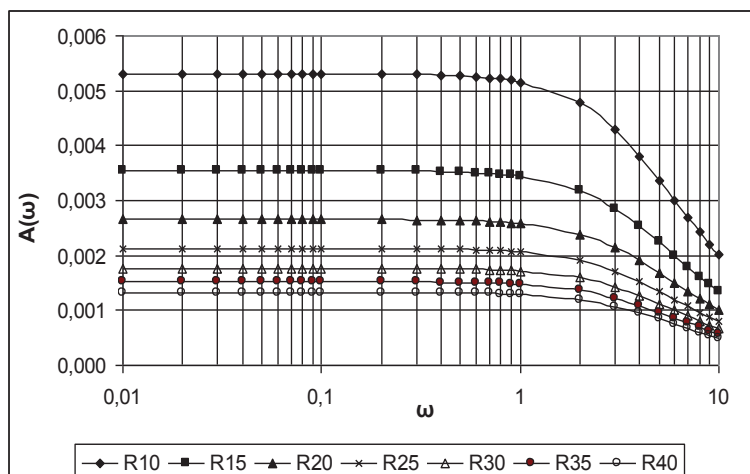
$$G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$$

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

$$k_2 = \frac{Kf_0}{R}$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B) wariant W4:

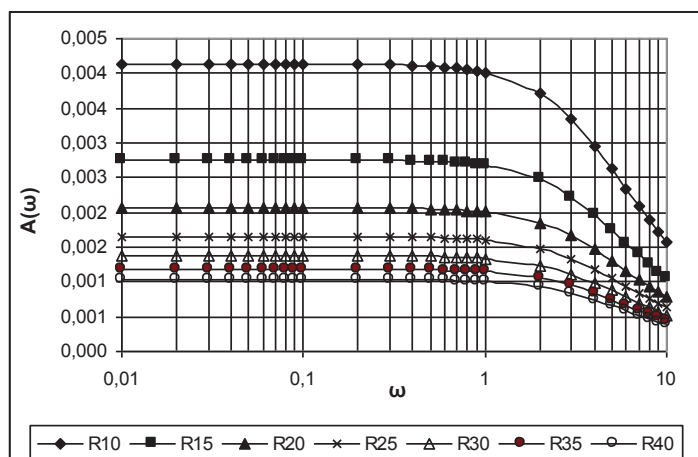
$$A(\omega) = \frac{k_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$



Rys. 8.27. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe
 $A(\omega) = W_N(s)$, $\Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągów

Źródło: opracowanie własne.

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B) wariant W5:



Rys. 8.28. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe
 $A(\omega) = W_N(s)\Delta V_2(t) = \Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągów

Źródło: opracowanie własne

8.3.7.2. Wyznaczenie charakterystyk teoretycznych dla aparatu dwustrefowego

Długość strefy rozciągania $L = 105$ mm.

Dla wybranych rozciągów ustalono prędkości zasilania oraz wydawania i obliczono stałe T_1 , T_2 , T_3 oraz T_4 . Dane zgromadzono w tabeli 8.12.

Tabela 8.12. Wartości prędkości wałków oraz stałych czasowych dla poszczególnych rozciągów

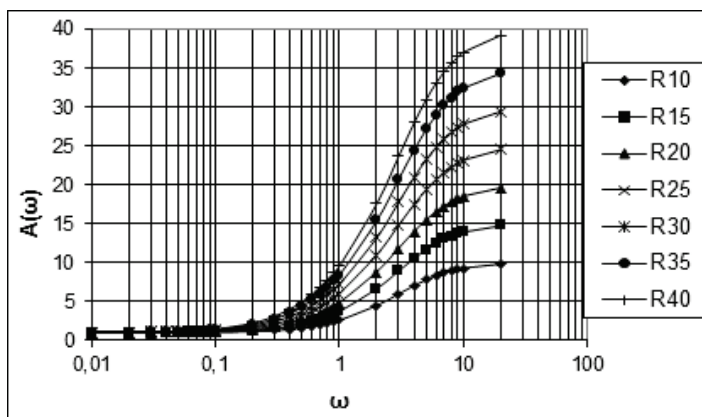
	$R = 10$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 30$	$R = 35$	$R = 40$
V_1	0,0210 m/s	0,0140 m/s	0,0105 m/s	0,0084 m/s	0,0070 m/s	0,0060 m/s	0,0053 m/s
V_2	0,02205 m/s	0,0147 m/s	0,01103 m/s	0,00882 m/s	0,00735 m/s	0,00630 m/s	0,00556 m/s
V_3	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s	0,21 m/s
T_1	2,4370	3,6560	4,8740	6,0930	7,3110	8,5300	9,7480
T_2	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437	0,2437
T_3	0,5833	0,5538	0,5395	0,5313	0,5259	0,5221	0,5192
T_4	2,7211	4,0816	5,4422	6,8027	8,1633	9,5238	10,7817

Transmitancja: $G_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta N_0(s)} = W_N(s)$

$$G_1(j\omega) = k_0 \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_0 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik 1B):

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}}$$



Rys. 8.29. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe $A(\omega) = W_N(s)$, $\Delta N_0 \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągów

Źródło: opracowanie własne

Charakterystyki dla rozkładu prostokątnego

Dla rozkładu prostokątnego podano odpowiednie stałe:

- wysokość wykresu długościowego włókien $K = 0,00372$ m,
- gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości $f_0 = 1$.

Na podstawie danych o rozkładzie długości włókien wyliczono stałe niezbędne do wykreślenia charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej:

Tabela 8.13. Wartości współczynników wzmocnienia

	$R = 10$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 30$	$R = 35$	$R = 40$
k	0,000186	0,000124	0,000092	0,000074	0,000061	0,000053	0,000046
k_3	0	4	9	4	9	1	9

$$k_1 = 0,00177, k_2 = 0,03543$$

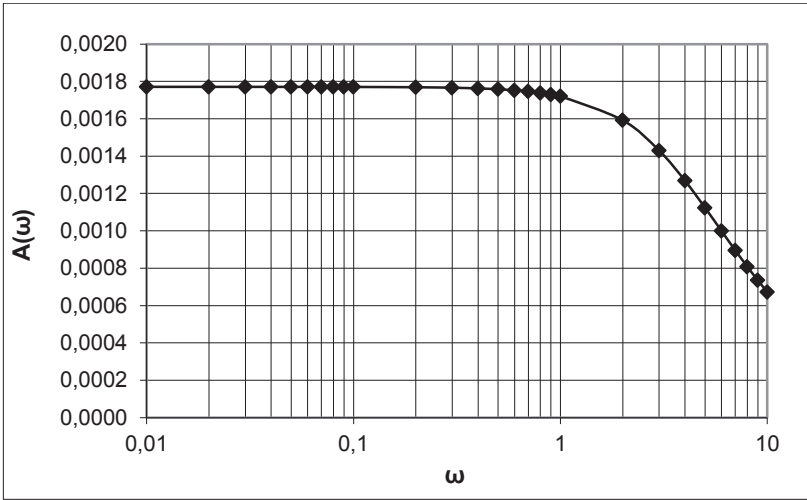
Transmitancja:

$$G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$$

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik 2B):

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$



Rys. 8.30. Teoretyczna charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_1(t) = \Delta V_1(t) \rightarrow \Delta N_{23}$$

Źródło: opracowanie własne.

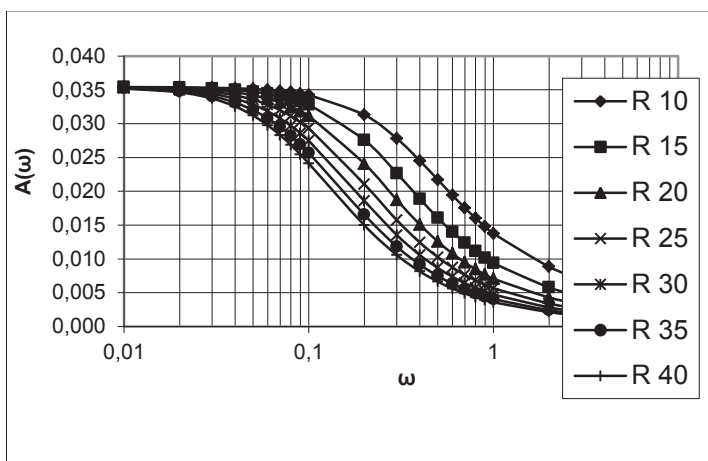
Transmitancja:

$$G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$$

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1 + j\omega T_3}{1 + j\omega T_4} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik 3B):

$$A(\omega) = \frac{k_2 \sqrt{1 + \omega^2 T_3^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_4^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} = \sqrt{\frac{k_2^2 (1 + \omega^2 T_3^2)}{1 + \omega^2 (T_2^2 + T_4^2 + \omega^2 T_2^2 T_4^2)}}$$



Rys. 8.31. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

$A(\omega) = W_N(s)$, $\Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągnięć

Źródło: opracowanie własne.

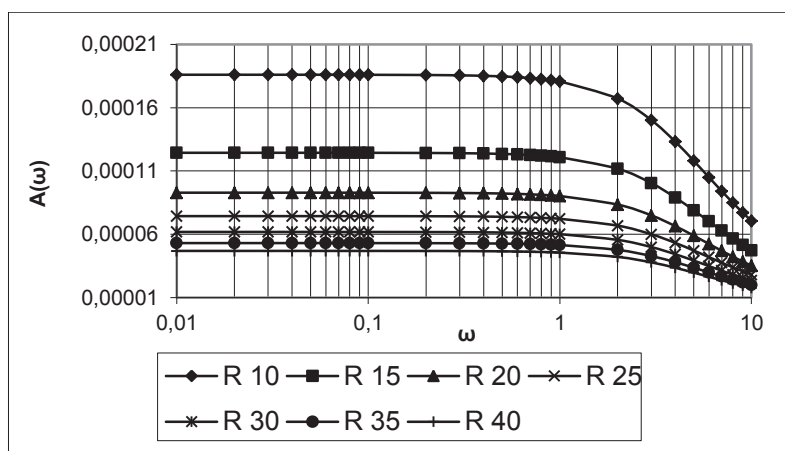
Transmitancja:

$$G_4(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_4(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_3(s)} = W_3(s)$$

$$G_4(j\omega) = k_3 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B):

$$A(\omega) = \frac{k_3}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$



Rys. 8.32. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe $A(\omega) = W_N(s)$, $\Delta V_3(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągów

Źródło: opracowanie własne.

Charakterystyki dla rozkładu trapezowego

Dla rozkładu prostokątnego podano odpowiednie stałe:

- wysokość wykresu długościowego włókien $K = 0,00372$ m,
- gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości $f_0 = 14,28$ wariant W4,
- gęstość prawdopodobieństwa rozkładu długości $f_0 = 11,11$ wariant W5.

Na podstawie danych o rozkładzie długości włókien wyliczono stałe niezbędne do wykreślenia charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej:

Tabela 8.14. Wartości współczynników wzmocnienia

	$R = 10$	$R = 15$	$R = 20$	$R = 25$	$R = 30$	$R = 35$	$R = 40$
k_3 dla W4	0,002656	0,001771	0,001328	0,001063	0,000886	0,000769	0,000670
k_3 dla W5	0,002066	0,001376	0,001033	0,000826	0,000689	0,000590	0,000517

$k_1 = 0,005312$, $k_2 = 0,050592$ wariant W4

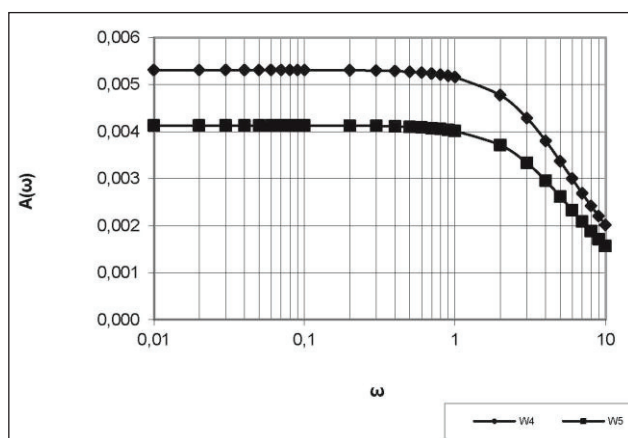
$k_1 = 0,004132$, $k_2 = 0,039352$ wariant W5

Transmitancja:
$$G_2(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_2(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_1(s)} = W_1(s)$$

$$G_2(j\omega) = k_1 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B):

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$



Rys. 8.33. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_1(t) \rightarrow \Delta N_{23}$$

Źródło: opracowanie własne

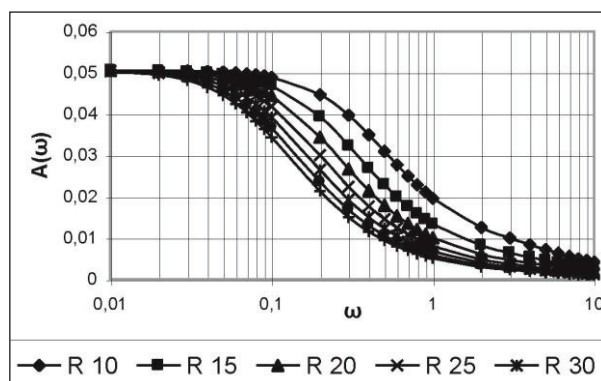
Transmitancja:

$$G_3(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_3(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_2(s)} = W_2(s)$$

$$G_3(j\omega) = k_2 \frac{1 + j\omega T_3}{1 + j\omega T_4} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik C) wariant W4:

$$A(\omega) = \frac{k_2 \sqrt{1 + \omega^2 T_3^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_4^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} = \sqrt{\frac{k_2^2 (1 + \omega^2 T_3^2)}{1 + \omega^2 (T_2^2 + T_4^2 + \omega^2 T_2^2 T_4^2)}}$$

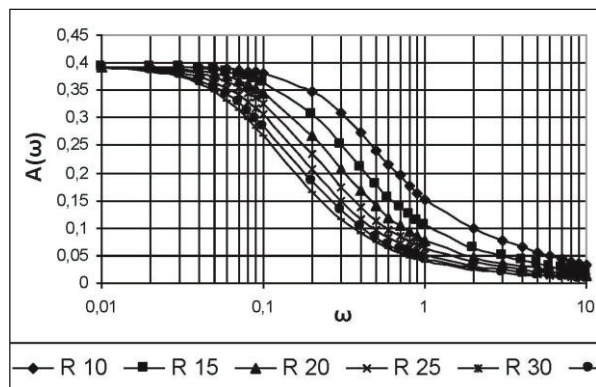


Rys. 8.34. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23} \text{ dla różnych rozciągnięć}$$

Źródło: opracowanie własne

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B) wariant W5:



Rys. 8.35. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe $A(\omega) = W_N(s), \Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągnięć

Źródło: opracowanie własne.

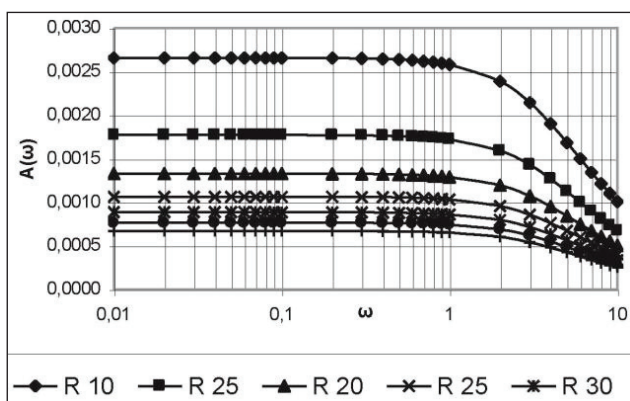
Transmitancja:

$$G_4(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_4(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}(s)}{\Delta V_3(s)} = W_3(s)$$

$$G_4(j\omega) = k_3 \frac{1}{1 + j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B) wariant W4:

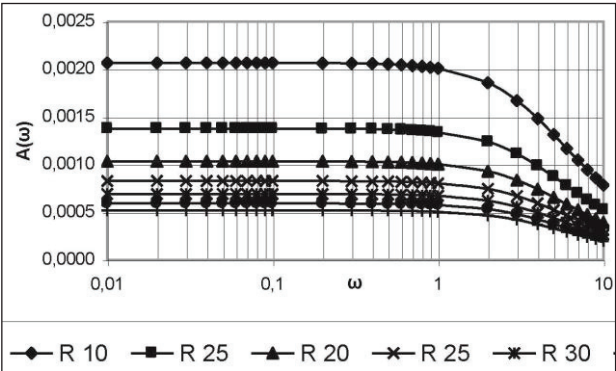
$$A(\omega) = \frac{k_3}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}$$



Rys. 8.36. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe $A(\omega) = W_N(s), \Delta V_3(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągnięć

Źródło: opracowanie własne.

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (załącznik B) wariant W5:



Rys. 8.37. Teoretyczne charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe $A(\omega) = W_N(s), \Delta V_3(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ dla różnych rozciągnięć

Źródło: opracowanie własne.

8.3.8. Porównanie charakterystyki teoretycznej z eksperymentalną. Analiza statystyczna wyników

Na tym samym wykresie wyznaczono charakterystyki teoretyczne oraz eksperymentalne. Krzywe teoretyczne wyznaczono zgodnie ze wzorem (załącznik B):

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}}$$

gdzie: ω – prędkość kątowna w Hz,
 T_1, T_2 – stałe czasowe.

Tabela 8.15. Wartości stałych czasowych

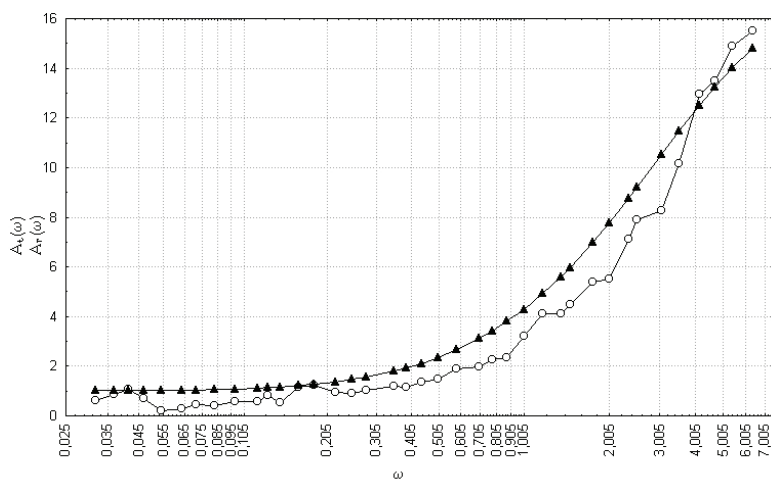
Wariant	T_1	T_2
W1	4,2890	0,2437
W2	10,5568	0,2437
W3	7,3110	0,2437
W4	7,3110	0,2437
W5	7,3110	0,2437
W6	7,3110	0,2437

Do wyznaczenia charakterystyk częstotliwościowych posłużył wyprowadzony model matematyczny procesu rozciągania dla aparatu jedno i dwustrefowego.

Krzywe eksperymentalne wyznaczono na podstawie wzoru (8.75).

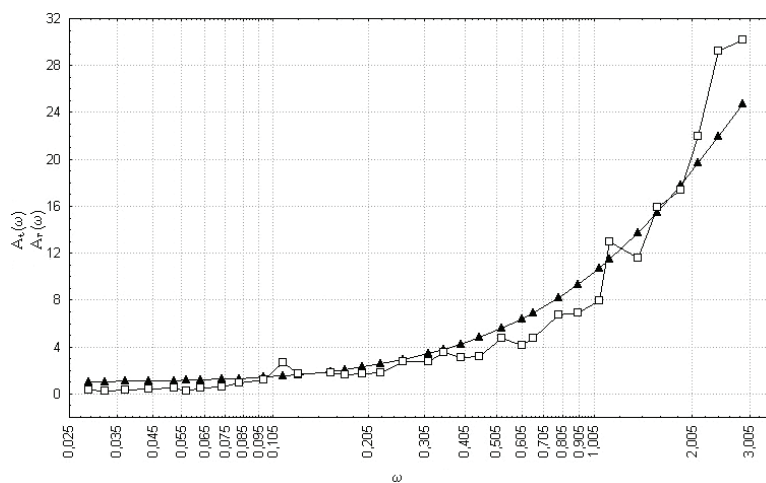
Na wykresach zaznaczono:

□ – krzywa eksperymentalna, ▲ – krzywa teoretyczna



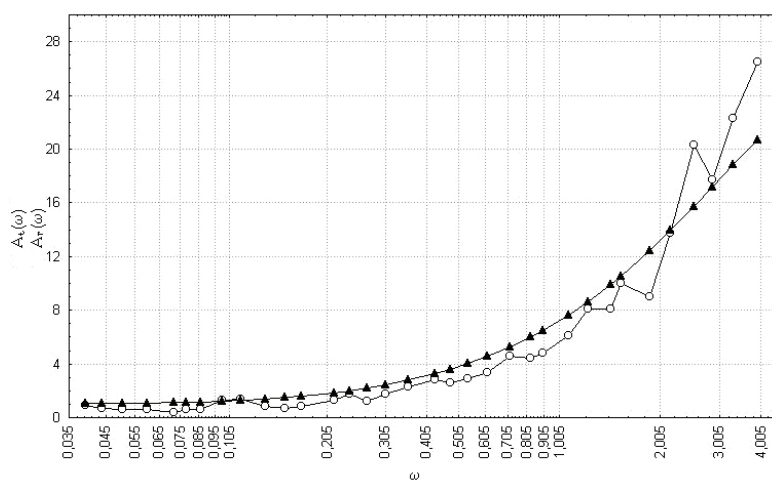
Rys. 8.38. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant W1

Źródło: opracowanie własne.



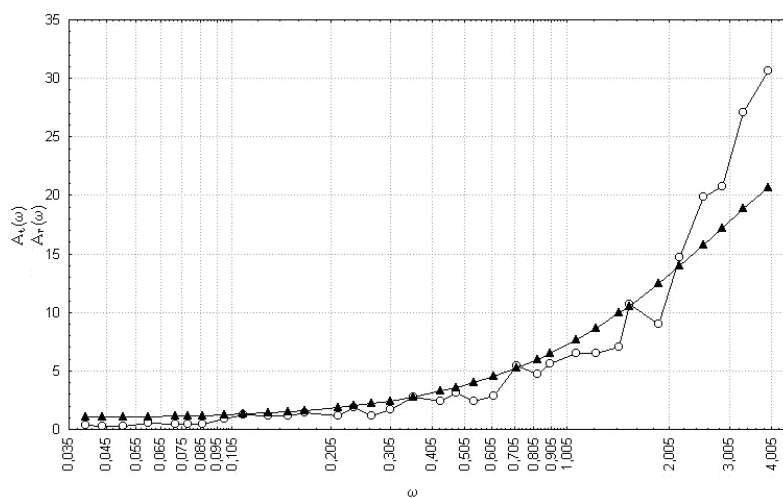
Rys. 8.39. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant W2

Źródło: opracowanie własne.



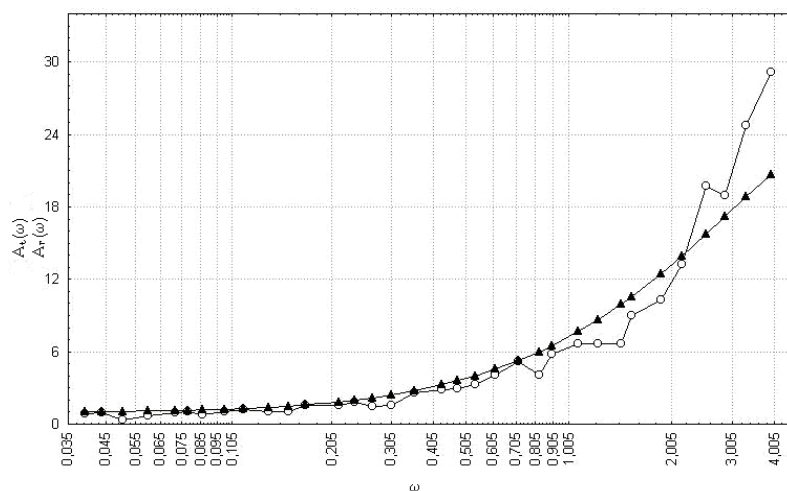
Rys. 8.40. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant W3

Źródło: opracowanie własne.



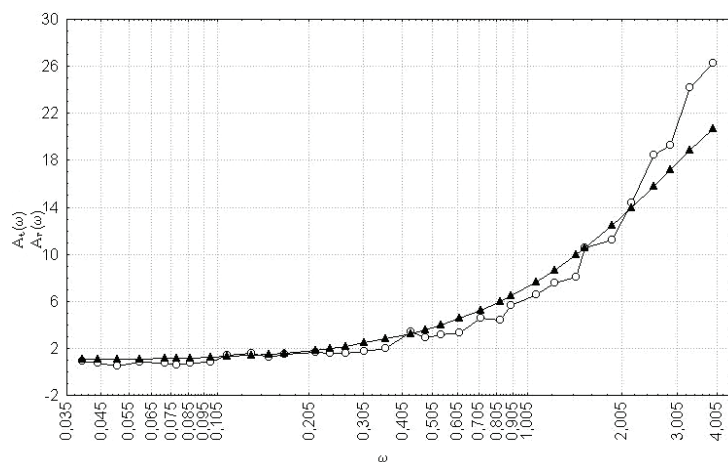
Rys. 8.41. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant W4

Źródło: opracowanie własne.



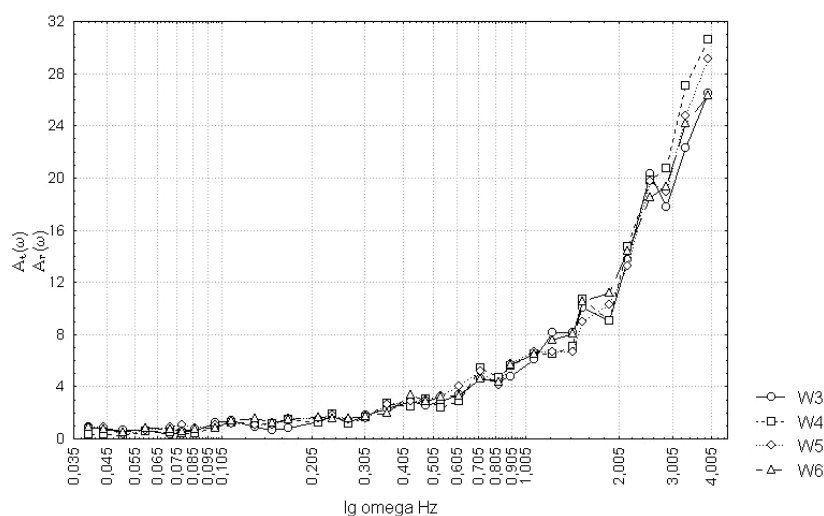
Rys. 8.42. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant W5

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.43. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant W6

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.44. Porównanie krzywych eksperymentalnych (warianty W3÷W6) o różnych rozkładach długości włókien.

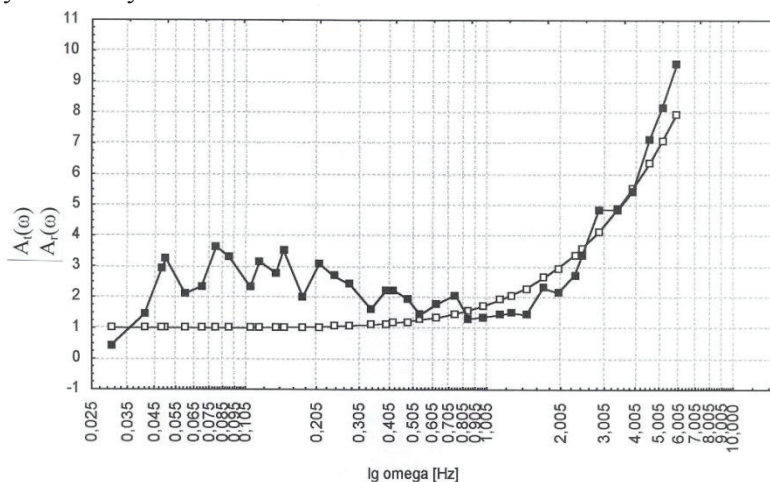
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunkach 8.45÷8.49 przedstawiono krzywe teoretyczne i odpowiadające im krzywe eksperymentalne: wariant B1-B5 (bawełna)

Na wykresach zaznaczono:

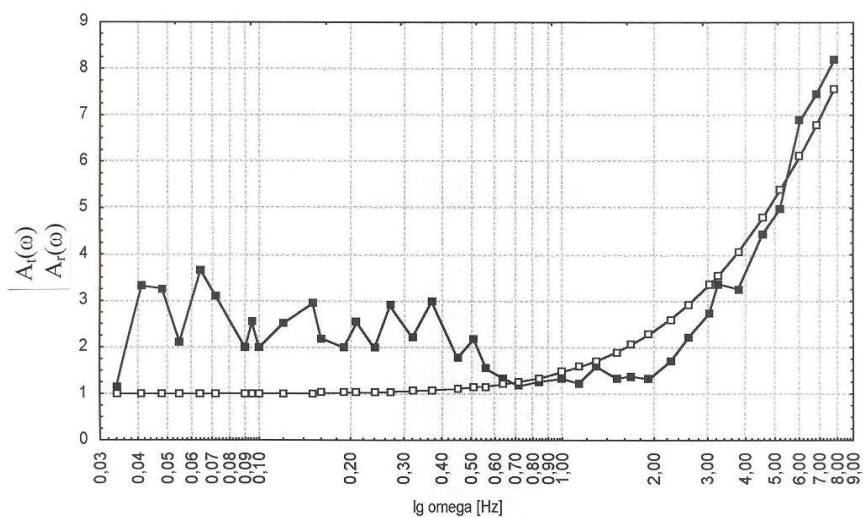
■ – krzywa eksperymentalna

□ – krzywa teoretyczna



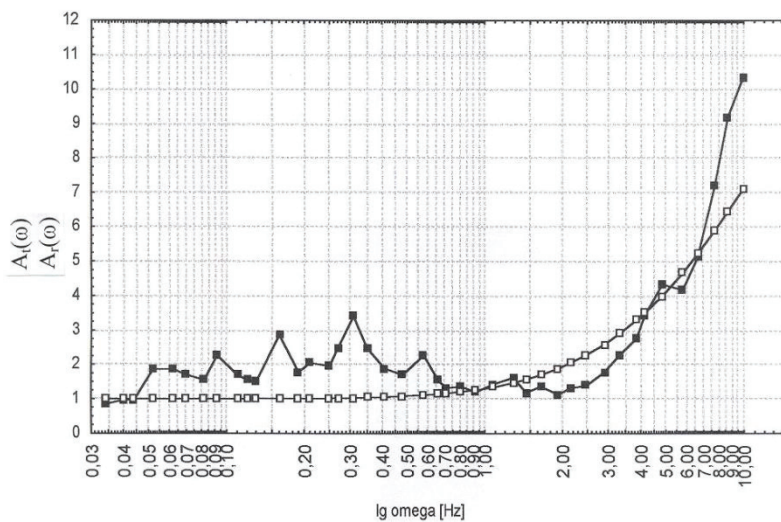
Rys. 8.45. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant B1

Źródło: opracowanie własne.



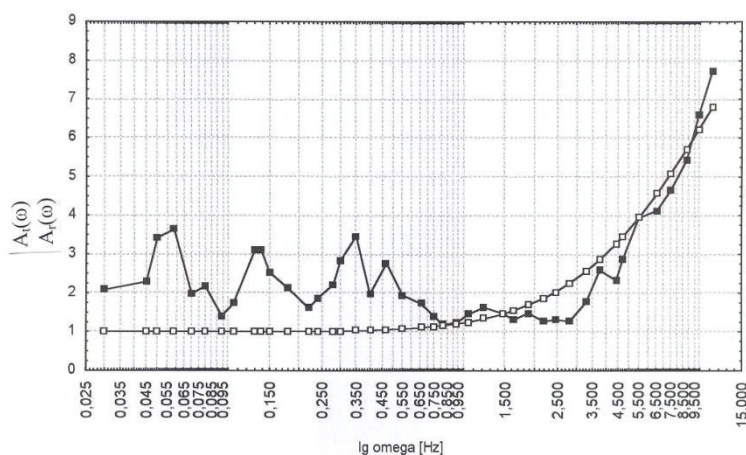
Rys. 8.46. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant B2

Źródło: opracowanie własne.



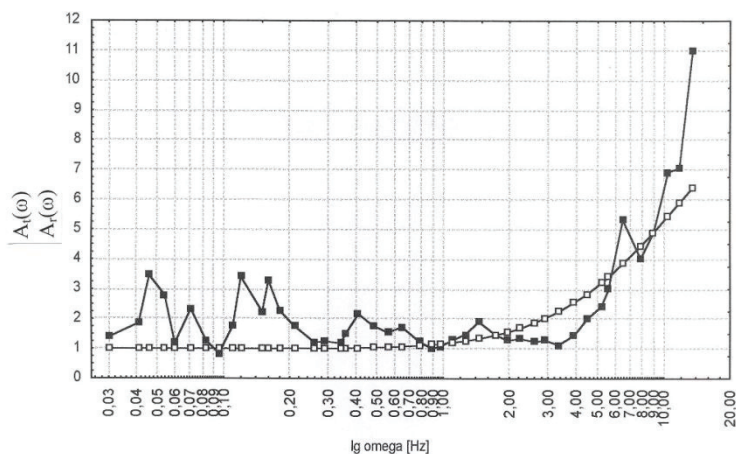
Rys. 8.47. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant B3

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.48. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant B4

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.49. Krzywe teoretyczna i eksperymentalna dla charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych: wariant B5

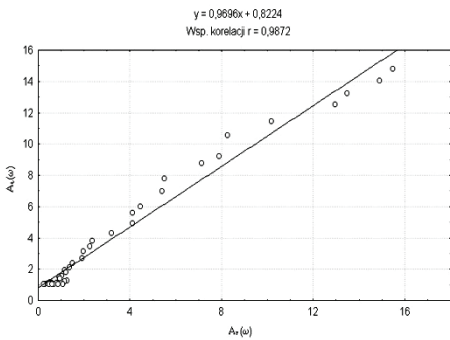
Źródło: opracowanie własne.

Analizując przedstawione krzywe teoretyczne i eksperymentalne (warianty: W1÷W6 dla włókien chemicznych typu wełnianego i 1B÷B5 dla bawełny) należy stwierdzić, że przy przędzeniu bawełny krzywe eksperymentalne różnią się

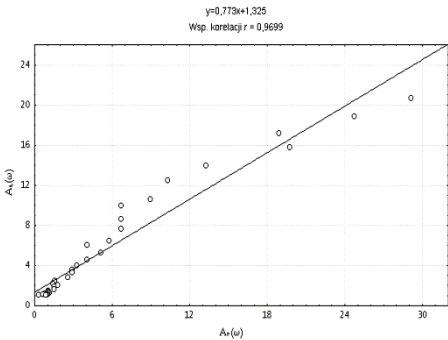
w większym stopniu od krzywych teoretycznych niż dla włókien chemicznych, ponieważ w przypadku bawełny występują większe różnice w długości włókien. W celu znalezienia związków matematycznych między krzywą eksperymentalną (zmienna X) a krzywą teoretyczną (zmienna Y) zastosowano analizę regresji. Do obliczeń wykorzystano program STATISTICA [84]. Dla każdego z wariantów wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów funkcję regresji:

$$y = ax + b \tag{8.76}$$

Metodę wyznaczania funkcji regresji przedstawiono w rozdziale 6. Wykres przykładowej prostej regresji przedstawiono na rysunkach 8.50 i 8.51.



Rys. 8.50. Prosta regresji dla wariantu W1
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.51. Prosta regresji dla wariantu W5
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8.16. Analiza testowa wariantu W1

Równanie regresji			
$y = 0,9696x + 0,8224$			
Wariancja resztowa SSR^2			
195,54			
Test istotności współczynnika korelacji r		Test istotności współczynnika regresji a	
Testowano hipotezę $H_0: r = 0$ (zmienne X, Y nie są skorelowane)		Testowano hipotezę $H_0: a = 0$ (współczynnik regresji jest równy 0)	
Współczynnik korelacji r	0,9872	Statystyka testowa t	64,3
Wartość krytyczna współ. Korelacji r_{kr} na poziomie istotności $p = 0,05$	0,31	Wartość krytyczna stat. Testowej t_{kr} na poziomie istotności $p = 0,05$	2,02
$r > r_{kr}$		$t > t_{kr}$	
Hipotezę H_0 o braku korelacji między zmiennymi X i Y należy odrzucić		Hipotezę H_0 zakładającą, że współczynnik regresji $a = 0$ należy odrzucić	

Tabela 8.17. Wartości zmiennych dla wariantów W1-W6

Wariant	Współczynnik Zmienności CV [%]	Rozciąg całkowity R_C	Estymatory współczynnika regresji		Współczynnik korelacji r	Wariancja resztowa SSR^2	Wariancja zmiennej X S_X^2
			a	b			
W1	13,70	17,64	0,9696	0,8224	0,9872	195,54	17,62
W2	23,10	43,32	0,8211	1,3459	0,9800	160,40	17,48
W3	17,72	30,7	0,8229	1,2488	0,9788	97,45	3,67
W4	18,92	30,7	0,7148	1,6026	0,9677	44,52	2,73
W5	18,02	30,7	0,7732	1,3254	0,9699	153,90	4,22
W6	17,61	30,7	0,8139	1,088	0,9852	138,72	4,32

Tabela 8.18. Wartości zmiennych dla wariantów B1-B5

Wariant	Współczynnik Zmienności CV [%]	Rozciąg całkowity R_C	Estymatory współczynnika regresji		Współczynnik korelacji r	Wariancja resztowa SSR^2	Wariancja zmiennej X S_X^2
			a	b			
B1	20,00	22,14	0,8636	-0,3265	0,85	97,45	3,67
B2	17,90	16,72	0,4942	0,4491	0,73	44,52	2,73
B3	16,07	13,04	0,7331	0,194	0,89	153,90	4,22
B4	16,31	11,48	0,3604	0,6605	0,66	31,07	2,09
B5	15,19	9,66	0,6388	-0,036	0,87	138,72	4,32

Analiza porównawcza dla funkcji regresji

W celu stwierdzenia, czy istnieją wspólne zależności dla wyznaczonych prostych regresji skorzystano z analizy testowej. Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta sprawdzono czy występują istotne różnice w równoległości prostych.

Testy powyższe badają prawdziwość dwóch hipotez:

3. Hipoteza H_0^I $S_1^2 = S_2^2$ (równość wariancji),
4. Hipoteza H_0 $a_1 = a_2$ (równość współczynników regresji).

Zależność pomiędzy prostymi regresji

Na podstawie testów F -Snedecora i t -Studenta sprawdzono czy występują istotne różnice w równoległości prostych.

a) Testowano hipotezę H_0^I $S_1^2 = S_2^2$ (równość wariancji)

Wartości wariancji resztowej: $SSR_1^2 = 195,53$, $SSR_2^2 = 160,4$.

Liczności poszczególnych wariantów $n_1 = 40$, $n_2 = 33$:

$$S_1^2 = \frac{SSR_1}{n_1 - 2} \quad S_1^2 = 0,45 \quad S_2^2 = \frac{SSR_2}{n_2 - 2} \quad S_2^2 = 0,33$$

Obliczono wartość statystyki testowej F :

$$F_{obl} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad F_{obl} = 1,36$$

Z tablicy rozkładu F -Snedecora o $k_1 = n_1 - 2$ i $k_2 = n_2 - 2$ stopniach swobody, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ odczytano wartość krytyczną $F_{kr} = 1,75$.

Porównując wartość otrzymaną z obliczeń z wartością odczytaną z tablic, możemy zapisać:

$$F_{obl} < F_{kr}$$

Przyjmuje się, że nie występuje istotna różnica między wariancjami.

b) Testowano hipotezę $H_0^II: a_1 = a_2$ (równości współczynników regresji).

Wartości współczynników regresji: $a_1 = 1,05$, $a_2 = 1,26$

Obliczono wartość wariancji współczynników regresji:

$$S_{a_1 a_2}^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{\frac{1}{n_1 S_{X_1}^2} + \frac{1}{n_2 S_{X_2}^2}} \cdot \frac{1}{n_1 + n_2 - 4}$$

S_1^2, S_2^2 – wariancje obliczone na podstawie testu F -Snedecora,

n_1, n_2 – liczności poszczególnych wariantów,

$S_{X_1}^2 = 17,62$ – wariancja zmiennej X ,

$S_{X_2}^2 = 17,48$ – wariancja zmiennej X

$$S_{a_1 a_2} = 124,7$$

Obliczono wartość statystyki testowej t :

$$t_{obl} = \frac{|a_1 - a_2|}{S_{a_1 a_2}} \quad t_{obl} = 0,002$$

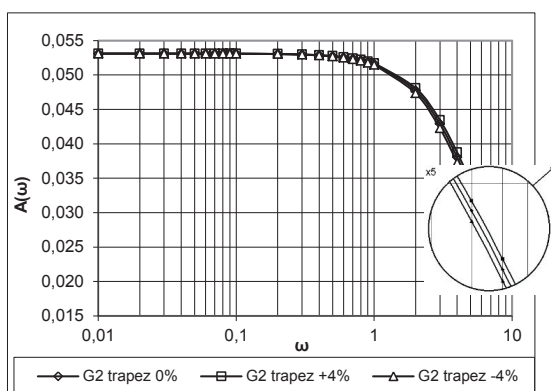
Z tablicy rozkładu t -Studenta o $k = n_1 + n_2 - 4$ stopniach swobody, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ odczytano wartość krytyczną $t_{kr} = 1,66$. Porównując wartość otrzymaną z obliczeń z wartością odczytaną z tablic, można zapisać: $t_{obl} < t_{kr}$

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do stwierdzenia występowania istotnych różnic między współczynnikami regresji badanych cech. Zatem można przyjąć, że obie wyznaczone proste regresji są do siebie równoległe.

8.3.9. Wpływ wahań prędkości wałków zasilających i wydających na amplitudę charakterystyki częstotliwościowej

Analizując wykresy sił rozciągania w funkcji czasu można stwierdzić, że wartości CV siły rozciągania zmieniają się od 1,43% do 2,01% (tabela 8.3). Powyższe zmiany są spowodowane zmianami prędkości włókien V_1 i V_2 w małym przedziale $\Delta V_1, \Delta V_2$.

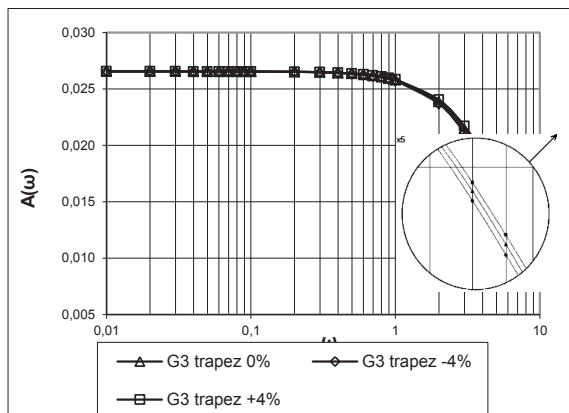
Wpływ wahań prędkości ($\Delta V = 2\%$) wałków zasilających i wydających na amplitudę transmitancji $A(\omega) = W_N(s)$, $\Delta V_1(t) \rightarrow \Delta N_{23}$ i $A(\omega) = W_N(s)$, $\Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$, w przypadku trapezowego rozkładu długości włókien, przedstawiają rysunki 8.52 i 8.53.



Rys. 8.52. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_1(t) \rightarrow \Delta N_{23}$$

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.53. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa

$$A(\omega) = W_N(s), \Delta V_2(t) \rightarrow \Delta N_{23}$$

Źródło: opracowanie własne.

Figure 1 consists of two parts, (a) and (b), illustrating the contact surface between two rollers.

Part (a) shows two rollers in contact. The top view shows a central dark band representing the contact surface. The bottom view shows a cross-section of the rollers, with a central dark band representing the contact surface. The text "Powierzchnie styku między wałkami" is written below the bottom view.

Part (b) shows two rollers in contact. The top view shows a central dark band representing the contact surface. The bottom view shows a cross-section of the rollers, with a central dark band representing the contact surface. The text "Powierzchnie styku między wałkami" is written below the bottom view. The diagram includes geometric parameters: r_1 and r_2 for the roller radii, ω_1 and ω_2 for the angular velocities, α and β for the contact angles, θ for the contact point angle, ϵ for the contact width, and $V(t)$ for the contact velocity.

Źródło: [23] Jabłoński W., Jackowski T.: Technologia przędzalnictwa bawełny, WNT, Warszawa 1986.

W przypadku gdy dolny wałek rozciągowy jest mimośrodowy, oprócz zjawiska przemieszczania się linii zakleszczenia występuje dodatkowa okresowa zmiana prędkości, będąca funkcją zmieniającego się promienia. W rezultacie takiego działania w strefie rozciągowej poprzedzającej bezpośrednio wałek mimośrodo-owy powstają pocienienia i zgrubienia. Ponieważ zjawisko to powtarza się w sposób okresowy, wydawany produkt będzie charakteryzował się falowym rozkładem masy. Powstająca w ten sposób fala posiada długość równą obwodowi mimośrodo-owego wałka pomnożoną przez wielkość rozciągu w następnych polach rozciągowych (o ile nie jest to wałek wydający), czyli:

139

gdzie: λ_m – długość fali spowodowanej mimośrodowością wałków,
 d – średnica mimośrodowego wałka,
 R – rozciąg w dalszych strefach rozciągowych.

Rozpatrzmy przypadek aparatu rozciągowego przędzarki, w którym dolny wałek wydający jest mimośrodowy (rys. 8.54.b).

Ze schematu podanego na rysunku powyżej prędkość obwodową można wyrazić jako:

$$V(t) = \rho \cdot \omega \cdot \cos \alpha \quad (8.77)$$

Jeżeli dolny wałek obraca się z prędkością kątową ω , odległość ρ między osią jego obrotu 0 i punktem kontaktu z górnym wałkiem A nieprzerwanie zmienia się w granicach od $r - \varepsilon$ do $r + \varepsilon$, przy czym r jest promieniem dolnego wałka, a ε jego mimośrodowością.

Z trójkąta OAO' wynika:

$$\frac{r}{\sin \omega t} = \frac{\rho}{\sin \beta} = \frac{\varepsilon}{\sin \alpha} \quad \rho = r \frac{\sin \beta}{\sin \omega t} \quad (8.78), \quad \sin \alpha = \frac{\varepsilon}{r} \sin \omega t \quad (8.79)$$

Po uwzględnieniu w zależności (8.79), że kąt $\beta = \pi - (\alpha - \omega t)$ otrzyma się:

$$\rho = \frac{r \sin[\pi - (\alpha - \omega t)]}{\sin \omega t} = r(\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \omega t + \cos \alpha)$$

Podstawiając do otrzymanego wyrażenia zależności (8.79) i przyjmując, że:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{r}\right)^2 \sin^2 \omega t}$$

otrzyma się przybliżony wzór na wielkość promienia kontaktów w postaci:

$$\rho = r \left(\frac{\varepsilon}{r} \sin \omega t \frac{\cos \omega t}{\sin \omega t} + 1 \right) = \varepsilon \cos \omega t + r \quad (8.80)$$

Uwzględniając (8.80) i przyjmując, że $\cos \alpha \approx 1$, wyrażenie (8.78) można przedstawić jako:

$$V(t) = \omega[\varepsilon \cdot \cos(\omega t) + r\omega] = \omega \cdot \varepsilon \cdot \cos(\omega t) + r \cdot \omega = v + \omega \cdot \varepsilon \cdot \cos(\omega t) \quad (8.81)$$

Ruch dolnego mimośrodowego wałka powoduje nieprzerwane przemieszczanie zacisku wydającego w określonych przedziałach charakteryzowanych wielkością amplitudy obtaczania górnego wałka po wałku dolnym. Linia zacisku pary wydającej przemieszcza się nie tylko w płaszczyźnie poziomej, lecz również pionowej, co powoduje drgania rozciąganego pokładu w tej płaszczyźnie.

Tabela 8.19. Wyniki wahań prędkości wałków w zależności od wielkości mimośrodowości

Mimośrodowość wałka ε [m]	ΔV [m/s]	ΔV [%]
0,00005	0,000525	0,25
0,00010	0,001050	0,50
0,00015	0,001575	0,75
0,00020	0,002100	1,00
0,00025	0,002625	1,25
0,00030	0,003150	1,50

V dla aparatu bawełniarskiego = 0,241 m/s

8.3.10. Ocena pracy aparatu rozciągowego

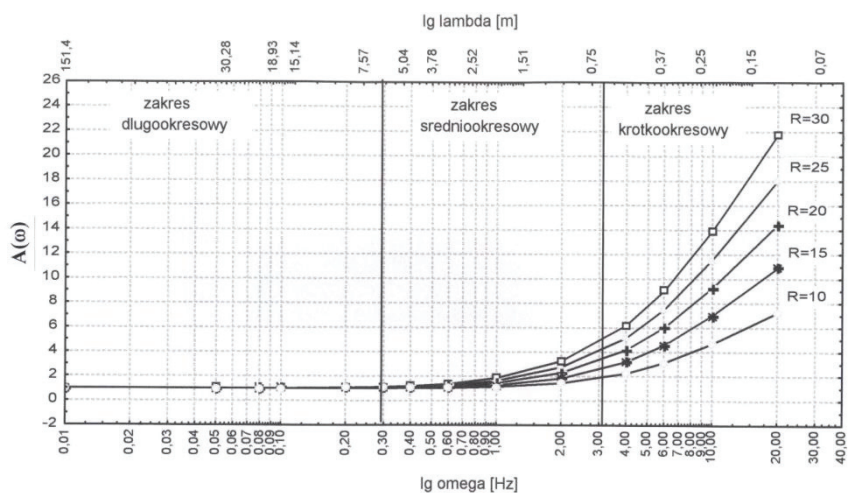
Wadliwą pracę poszczególnych elementów aparatu rozciągowego możemy zdiagnozować, przypisując każdemu elementowi odpowiednią częstotliwość.

Tabela 8.20. Częstotliwości błędów okresowych powstających w przędzarce obrączkowej

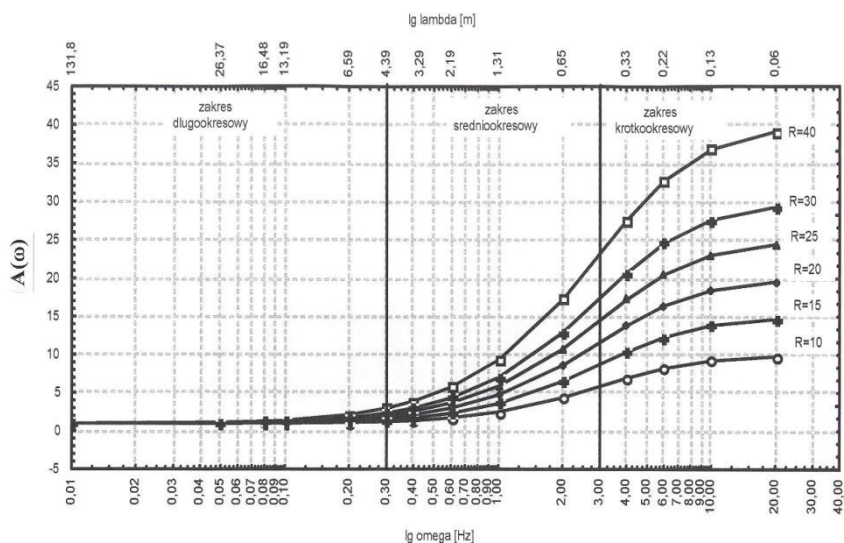
Źródło błędu	Częstotliwość błędu okresowego [Hz]	
	Przędzarka bawełniarska	Przędzarka wełniarska
Wałek wydający, d_1, ω_1	17,22	10,5
Wałek środkowy, d_2, ω_2	1,05	0,68
Wałek zasilający, d_3, ω_3	0,77	0,6
Fala rozciągowa, ω_4	15,7	4,4

gdzie: $\omega_1 = 2\pi V_{wyd}/d_1\pi$,
 $\omega_2 = 2\pi V_{wyd}/d_2\pi R_2$,
 $\omega_3 = 2\pi V_{wyd}/d_3\pi R$,
 $\omega_4 = 2\pi V_{wyd}/3 l_{sr}$.

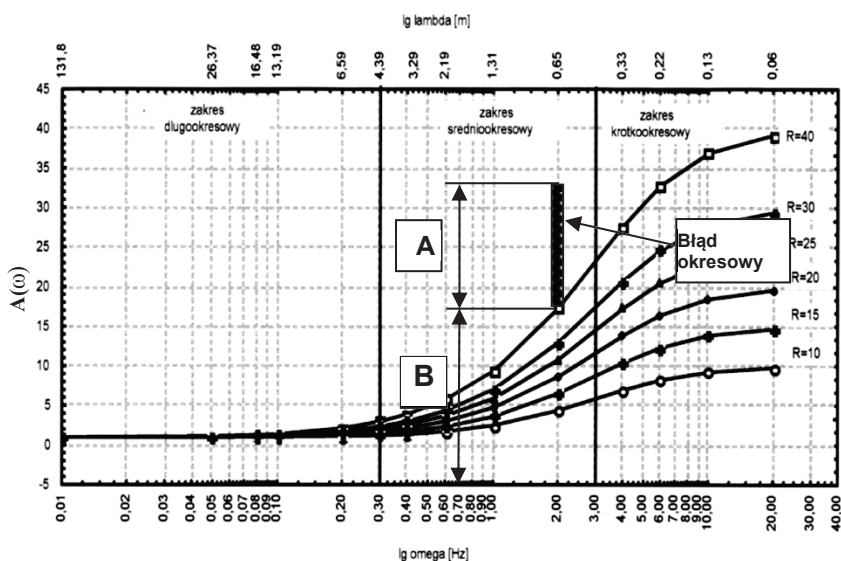
Dysponując charakterystykami amplitudowo-częstotliwościowymi teoretycznymi przedstawionymi na rysunkach 8.55 i 8.56 oraz eksperymentalnymi, można na podstawie tabeli 8.20 zlokalizować wady technologiczne i mechaniczne występujące w aparatach rozciągowych, podczas procesu rozciągania strumienia włókien.



Rys. 8.55. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa dla różnych rozciągów – przędze bawełniane
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.56. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa dla różnych rozciągów – przędze typu wełnianego
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8.57. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa dla różnych rozciągów
Źródło: opracowanie własne.

Według danych firmy Uster [99] występowanie w charakterystyce prążka o wysokości $A \geq B/2$ (rys. 8.57) powoduje pojawienie się w tkaninie lub w dzianinie skupisk pogrubionych odcinków przędzy dających efekt plam. W przypadku gdy $A = B$ należy natychmiast przerwać proces wytwarzania przędzy, gdyż występuje błąd poważnie zakłócający jakość produkcji.

Pracę aparatu rozciągowego można również ocenić za pomocą wskaźnika jakości rozciągania wyrażonego zależnością (20):

$$M = \frac{CV_{rz_2}}{CV_{rz_1}} \quad (8.82)$$

gdzie: M – wskaźnik jakości rozciągania,

CV_{rz_2} – rzeczywisty współczynnik zmienności masy liniowej na odcinkach krótkich strumienia wydawanego,

CV_{rz_1} – rzeczywisty współczynnik zmienności masy liniowej strumienia zasilającego, określony na odcinkach o takiej samej długości co CV_{rz_2} .

Ponieważ:

$$CV_{id} = \frac{C}{\sqrt{n}} \quad \text{ i } \quad \frac{CV_{rz}}{CV_{id}} = I$$

gdzie: CV_{id} – współczynnik zmienności masy liniowej idealnego strumienia włókien, obliczony z wzoru Martindale’a,

$\bar{n}$ – średnia liczba włókien w przekroju poprzecznym strumienia,

I – (współczynnik Huberty’ego), przy czym C – wielkość stała zależna od rodzaju włókien.

Wzór (4.1) można zapisać jako:

$$M = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{CV_{id_1}}{CV_{id_2}} = \frac{I_1 \cdot \frac{C}{\sqrt{n_1}}}{I_2 \cdot \frac{C}{\sqrt{n_2}}} = \frac{I_1}{I_2} \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} = \frac{I_1}{I_2} \sqrt{R} \quad (8.83)$$

gdzie: I_1 – współczynnik Huberty’ego dla strumienia zasilającego,

I_2 – współczynnik Huberty’ego dla strumienia wydawanego,

$\bar{n}_1$ – średnia liczba włókien w przekroju poprzecznym strumienia zasilającego,

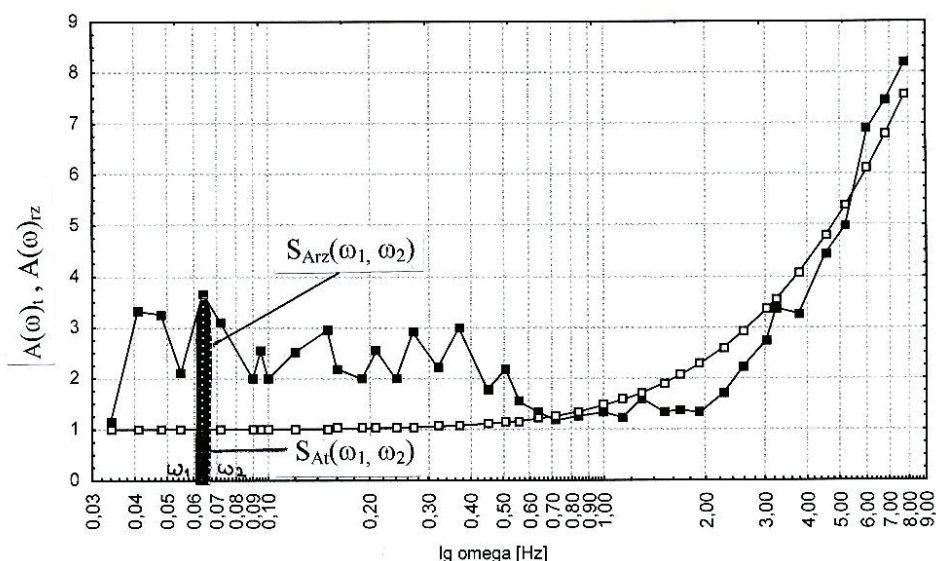
$\bar{n}_2$ – średnia liczba włókien w przekroju poprzecznym strumienia wydawanego,

R – rozciąg.

Równania, w których występują jedynie wskaźniki charakteryzujące nierównomierność w postaci współczynników zmienności masy strumienia włókien, pozwalają na przybliżoną ocenę procesu rozciągania.

Na podstawie wskaźnika jakości rozciągania można ogólnie ocenić, czy w polu rozciągowym przędzarki proces rozciągania jest realizowany w sposób prawidłowy czy nie. Nie można natomiast ustalić wpływu różnych czynników, jak np. niekontrolowane rozciągi, poślizg górnych wałków, uszkodzone przekładnie zębate itd. wpływają na nierównomierność masy wydawanego strumienia włókien.

Metoda oceny pracy aparatu rozciągowego za pomocą charakterystyk amplitudo-częstotliwościowych umożliwia optymalne w danych warunkach eksploatacyjnych sterowanie pracą aparatu rozciągowego. W przypadku oceny błędów w pracy aparatu rozciągowego można brać pod uwagę wycinek pola pod krzywą teoretyczną i krzywą eksperymentalną (rys. 8.58) dla odpowiednich częstotliwości błędu okresowego. Im większe pole między krzywą teoretyczną a krzywą eksperymentalną, tym większe nieprawidłowości w pracy aparatu rozciągowego.



Rys. 8.58. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (wariant B2)
z oznaczoną wielkością wskaźnika $S_{Arz}(\omega_1, \omega_2)$ i $S_{At}(\omega_1, \omega_2)$

Źródło: opracowanie własne

Pracę aparatu rozciągowego można ocenić w tym przypadku za pomocą nowego wskaźnika jakości rozciągania wyrażonego zależnością:

$$M_R = \frac{S_{Arz}(\omega_1, \omega_2)}{S_{At}(\omega_1, \omega_2)} \quad (8.84)$$

gdzie: M_R – wskaźnik jakości rozciągania,

$S_{Arz}(\omega_1, \omega_2)$ – pole pod krzywą eksperymentalną charakterystyki częstotliwościowej,

$S_{At}(\omega_1, \omega_2)$ – pole pod krzywą teoretyczną charakterystyki częstotliwościowej.

Wskaźnik jakości rozciągania wskazuje, w jakim stopniu rzeczywisty strumień włókien różni się od idealnego. Wielkość tego wskaźnika stanowi **kryterium oceny procesu rozciągania**. Proces, dla którego wskaźnik jakości jest równy jednoci, nazywamy idealnym procesem rozciągania. Przy prawidłowo przebiegającym procesie rozciągania wartość M_R powinna być zawarta w przedziale $1 = M_R \leq 1,5$ [99].

Analizując przeprowadzane badania można stwierdzić, że:

1. Na podstawie przedstawionego modelu matematycznego procesu rozciągania można wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wiążące widmo sygnału rozkładu masy na wejściu i wyjściu z aparatu rozciągowego oraz charakterystyki wiążącej zmiany prędkości strumienia włókien w polu rozciągowym z widmem rozkładu masy na wyjściu aparatu rozciągowego.
2. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wiążą widma sygnałów rozkładu masy na wejściu i wyjściu aparatu rozciągowego w określonym zakresie częstotliwości. W przypadku analizy błędów w pracy aparatów rozciągowych można brać pod uwagę wycinek pod krzywą charakterystyki.
3. Na podstawie prowadzonej analizy statystycznej można stwierdzić, że krzywe teoretyczne i krzywe eksperymentalne są silnie skorelowane, co potwierdza przeprowadzone wnioskowanie statystyczne. Krzywe te mają charakterystyczny kształt z gwałtownym wzrostem amplitud w obszarze wysokich częstotliwości.
4. Przedstawiona metoda analizy pracy aparatu rozciągowego przędzarki obrączkowej może być również zastosowana do analizy aparatów rozciągowych zgrzeblarek, rozciągarek i niedoprzędzarek. Ogólna budowa wykresów $A(\omega)$ w sposób specyficzny charakteryzuje zjawiska zachodzące w procesie rozciągania strumienia, dostarcza technologowi szeregu ważnych informacji, dotyczących dynamiki włókien w polu rozciągowym i sprawności przyrządu, w którym to rozciąganie zachodzi.

9. PODSUMOWANIE

Opracowano nową ocenę przewidywania nierównomierności masy strumienia włókien na wyjściu z pola rozciągowego na podstawie nierównomierności strumienia wejściowego i parametrów pola rozciągowego, wykorzystując do tego celu opracowane modele matematyczne procesu rozciągania realizowanego w aparatach rozciągowych przędzarek obrączkowych.

Dotychczas wiele opracowanych modeli matematycznych procesu rozciągania jest przedstawionych w formie uproszczonej, a równania zawierają także parametry niemierzalne, takie jak: względne przesunięcie środków włókien, masy przednich końców włókien oraz współczynnik wzajemnego powiązania włókien. Równania, w których występują jedynie wskaźniki charakteryzujące nierównomierność masy w postaci współczynników zmienności masy strumienia włókien, pozwalają na przybliżoną ocenę procesu rozciągania.

W pierwszym etapie badań wyznaczono eksperymentalny model matematyczny w oparciu o wielowymiarową analizę regresji w celu wytypowania do dalszych rozważań parametrów procesu rozciągania, wpływających na nierównomierność masy strumienia włókien, wydawanego z aparatu rozciągowego

W drugim etapie badań przedstawiono nowy kierunek badawczy procesu rozciągania, sprowadzający problematykę rozciągania strumienia w polu rozciągowym do zagadnień związanych z analizą układów dynamicznych. Opracowano nowy matematyczny model procesu rozciągania dla jedno i dwustrefowego aparatu rozciągowego. Głównym celem było uzyskanie wyrażeń w formie transmitancji dla dynamicznych związków między wielkościami wejściowymi i wyjściowymi aparatu rozciągowego. Parametry poszczególnych transmitancji uzależniono od właściwości strumienia wejściowego, parametrów pola rozciągowego oraz zmiennych prędkości strumienia w strefie rozciągania. Zaproponowany model przewidywania właściwości strumienia włókien zweryfikowano eksperymentalnie. Przedstawiono propozycję aplikacji omawianej metody do optymalizacji procesu rozciągania.

Procesem rozciągania steruje technolog dysponujący opisem jakościowym zachodzących zjawisk. W warunkach danej przędzalni niezbędny jest opis ilościowy zachodzących zjawisk, który można uzyskać w wyniku przeprowadzonej identyfikacji konkretnych operacji technologicznych przetwarzania surowca o określonych właściwościach przędnych. Celom technologicznym będą przyporządkowane poszukiwania najdogodniejszych opisów w wykorzystaniu struktur matematycznych, dających technologowi maksymalny zbiór informacji przydatnych do optymalnego w danych warunkach sterowania pracą maszyn. W związku

z tym termin „identyfikacja” jest rozpatrywany jako „identyfikacja technologiczna”, ponieważ takowym celem będzie służyła.

Celem procesu przędzenia włókien jest uzyskanie przędzy spełniającej określone wymagania jakościowe przy jednoczesnym minimalizowaniu nakładów ekonomicznych.

Cechą charakterystyczną zjawisk, które występują w poszczególnych fazach technologicznych procesu wytwarzania przędzy jest ich wybitnie statystyczny charakter. Wskaźniki jakościowe, służące do oceny procesów przędzalniczych, są wyznaczane w oparciu o analizę sygnałów ciągłych (np. fluktuację masy strumienia włókien), jak i dyskretnych zmiennych losowych (np. zawartość zanieczyszczeń w jednostce masy taśmy).

Z powyższych względów identyfikacja procesów przędzalniczych może być prowadzona różnymi metodami, a wybór metody jest uzależniony od celu i możliwości jej zastosowania.

Do identyfikacji technologicznej procesów przędzalniczych mogą być wykorzystywane metody statystyczne, szczególnie przydatne do identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania.

Analizując proces rozciągania strumieni włókien – czyli przesuwania włókien wzdłuż osi strumienia z wynikającymi z tego konsekwencjami zmian parametrów statystycznych masy liniowej strumienia, rozmieszczenia włókien w przekroju poprzecznym strumienia oraz rozkładu długości włókien, można zauważyć, iż zespół warunków występujących w trakcie realizacji tego procesu powoduje, że ich skutki są zdarzeniami losowymi. Natomiast proces rozciągania jest wielowymiarowym obiektem sterowania.

Przy ustabilizowanej pracy maszyn oraz właściwym doborze surowców procesy przędzalnicze można zaliczyć do klasy procesów losowych stacjonarnych.

Wielowymiarowa analiza regresji służy znalezieniu charakterystyki wielowymiarowego obiektu o wielu wejściach i jednym wyjściu, w warunkach działania zakłóceń przypadkowych.

Wyznaczony model matematyczny procesu rozciągania umożliwia sterowanie pracą aparatu rozciągowego w warunkach przemysłowych procesu przędzenia.

W praktyce technologicznej, opierając się na wyznaczonych eksperymentalnie modelach matematycznych, należy mieć na uwadze fakt, że wyznaczona funkcja regresji dowodzi tylko o występowaniu korelacji między wielkościami wyjściowymi y a wejściowymi x , lecz nie świadczy o istnieniu związku przyczynowego między nimi, aczkolwiek go nie wyklucza.

Identyfikację technologiczną obiektów przędzalniczych należy więc prowadzić:

- wykorzystując technicznie sprawne maszyny i w ten sposób minimalizując poziom niemierzalnych zakłóceń U ,
- używając do badań surowca o typowych dla danego asortymentu produkcji właściwościach przędnych,
- zapewniając ustaloną pracę maszyn oraz zasilając maszyny produktami spełniającymi wymagania stacjonarności.

Podczas optymalizacji należy wykorzystywać modele matematyczne na wybranym poziomie prawdopodobieństwa i starannie dobierając kryteria.

Przeprowadzanie eksperymentów w technice, a więc i w przędzalnictwie, jest bardzo kosztowne. Na poziom kosztów składa się zarówno częściowe wyłączenie maszyn z produkcji, jak i wysokie ceny surowca oraz koszty analiz i obliczeń. W przędzalnictwie mamy do czynienia z pracą linii technologicznych. Wyłączenie z ruchu jednej maszyny bardzo często powoduje zatrzymanie całej produkcyjnej linii technologicznej.

Pełna identyfikacja procesów przędzalniczych w warunkach przemysłowych często nie jest możliwa. Użytkownik określonych maszyn winien jednak znać odpowiedzi na pytania: jakie skutki spowoduje zmiana sterowań x (parametrów pracy maszyny) oraz zmiana właściwości przerabianych włókien i związanych z tym niemierzalnych zakłóceń U . Należy więc rozważyć: jaki przyjąć plan eksperymentu, aby był możliwy w danych warunkach do realizacji, a uzyskana charakterystyka operacji technologicznej wniosła jak najwięcej informacji.

Każdą operację technologiczną charakteryzują specyficzne uwarunkowania dotyczące zakresu i sposobu regulacji parametrów wejściowych oraz wymagania dotyczące parametrów wyjściowych. Różny jest też poziom niemierzalnych zakłóceń, związany np. ze stanem, czystością i ostrością obić zespołów zgrzeblących, czystością i stanem pola rozciągowego rozciągarek, stanem i elastycznością pasków aparatu rozciągowego przędzarek itp. Różna jest też pracochłonność, a więc i koszty prowadzonych badań.

Identyfikację każdej operacji określają więc specyficzne możliwości prowadzenia badań w warunkach przemysłowych. Opracowując metodykę badań, należy więc uwzględnić przedstawione wyżej uwarunkowania i dobrać arbitralnie właściwy plan eksperymentu.

Z doborem planu eksperymentu wiąże się liczba wykonywanych doświadczeń. W przędzalnictwie liczba doświadczeń nie jest tak istotna jak ich pracochłonność. Pomiar współczynnika zmienności masy liniowej taśmy nie stanowi problemu, natomiast proste zliczanie liczby nopów w 100 g taśmy przy braku odpowiedniego przyrządu może być już problemem trudnym do rozwiązania. Podobnie

przedstawia się zagadnienie pomiaru długości włókien metodą mierząco-liczącą, a tylko w ten sposób można oceniać skrócenie włókien w procesie zgrzeblenia.

Oddzielnym zagadnieniem jest przydatność wyznaczonych modeli w dłuższych przedziałach czasowych. Wraz z pogorszeniem się stanu technicznego eksploatowanych maszyn będą się zmieniały niemierzalne zakłócenia realizowanych procesów. Zakłócenia te są integralnym elementem wyznaczonych wcześniej modeli matematycznych. Pogarszanie się poziomu produkcji winno być sygnałem do zmian stosowanych sterowań. Nowe wielkości sterowań należy przyjąć w oparciu o model matematyczny realizowanego procesu. W przypadku braku pozytywnych rezultatów należy powtórzyć procedurę identyfikacji, ponieważ wyznaczony wcześniej model procesu nie jest już adekwatny do stanu technicznego pracujących maszyn.

W drugim etapie badań opracowano nowy matematyczny model procesu rozciągania dla jedno i dwustrefowego aparatu rozciągowego, sprowadzający problematykę rozciągania strumienia w polu rozciągowym do zagadnień związanych z analizą układów dynamicznych. W tym celu identyfikowano układ mechaniczny jakim jest aparat rozciągowy.

Na wstępie badano sygnał wejściowy i wyjściowy z aparatu rozciągowego. W celu scharakteryzowania sygnałów wejściowego i wyjściowego analizowano ich wartości średnie, wariancje, widma liniowe harmoniczne oraz gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy. Biorąc pod uwagę, że wartości średnie i wariancje oraz średnie wartości amplitud kolejnych składowych harmonicznych badanych sygnałów są sobie równe i nie są zależne od czasu, a rozkłady gęstości prawdopodobieństwa są zgodne z rozkładem krzywej Gaussa, można przyjąć analizowany sygnał za stochastyczny stacjonarny o rozkładzie normalnym.

Identyfikacja układu obejmuje problemy związane z wyborem postaci modelu matematycznego badanego obiektu. Przez wybór postaci modelu rozumie się problem określenia jego struktury. Jedną z metod identyfikacji strukturalnej, którą można zastosować do badania układów mechanicznych, jest analiza charakterystyk częstotliwościowych układu. Przy założeniu, że sygnał wejściowy jest procesem stochastycznym normalnym, również sygnał otrzymany na wyjściu układu liniowego jest procesem stochastycznym o rozkładzie normalnym. Każde odchylenie sygnału wyjściowego od normalnego rozkładu wskazuje na występowanie w układzie nieliniowości.

Strukturę układu identyfikowano w oparciu o analizę gęstości widmowej mocy sygnałów: wejściowego i wyjściowego aparatu rozciągowego. Na podstawie przeprowadzonej analizy statystycznej stwierdzono, że we wszystkich przypadkach zależność między sygnałem wejściowym a wyjściowym jest liniowa.

Na podstawie opracowanego modelu matematycznego procesu rozciągania wyznaczono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wiążące widmo sygnału rozkładu masy na wejściu i wyjściu z aparatu rozciągowego oraz charakterystyki wiążące zmiany prędkości strumienia włókien w polu rozciągowym z widmem rozkładu masy na wyjściu z aparatu rozciągowego.

W ramach badań opracowano niestosowaną do tej pory metodę wyznaczenia eksperymentalnych charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych pola rozciągowego na podstawie spektrogramów. Na podstawie prowadzonej analizy statystycznej stwierdzono, że krzywe teoretyczne i krzywe eksperymentalne charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych są silnie skorelowane, co potwierdza przeprowadzone wnioskowanie statystyczne.

W ramach badań opracowano również nowy wskaźnik jakości rozciągania, za pomocą którego można ocenić pracę aparatu rozciągowego. Wskaźnik jakości rozciągania wskazuje, w jakim stopniu rzeczywisty strumień włókien różni się od idealnego. Wielkość tego wskaźnika stanowi kryterium oceny procesu rozciągania.

Przedstawiona metoda analizy pracy aparatu rozciągowego przędzarki obrączkowej może być również stosowana do analizy pracy aparatów rozciągowych zgrzeblarek, rozciągarek i niedoprzędzarek.

10. WNIOSKI

Identyfikacja procesu rozciągania

1. Sygnały wejściowe (niedoprzęd) i wyjściowe (przędza) z pola rozciągowego przędzarki obrączkowej należą do grupy stacjonarnych sygnałów stochastycznych o rozkładzie normalnym.
2. Aparat rozciągowy przędzarki należy traktować jako obiekt liniowy, w którym charakter zależności między sygnałem wejściowym (niedoprzęd) a wyjściowym (przędza) dla wszystkich wariantów badań jest taki sam.

Wielowymiarowa analiza regresji

3. W praktyce technologicznej, opierając się na wyznaczonych eksperymentalnie modelach matematycznych uważa się, że wyznaczona funkcja regresji dowodzi tylko o występowaniu korelacji między wielkościami wyjściowymi y a wejściowymi x , lecz nie świadczy o istnieniu związku przyczynowego między nimi, choć go nie wyklucza.
4. Uzyskany model matematyczny procesu rozciągania nie może być przenoszony bez sprawdzenia do sterowania procesem rozciągania przy przetwarzaniu włókien o innych własnościach niż te, które zastosowano w niniejszej pracy.
5. Identyfikację technologiczną obiektów przędzalniczych należy prowadzić:
 - wykorzystując technicznie sprawne maszyny i w ten sposób minimalizować poziom niemierzalnych zakłóceń U ,
 - używając do badań surowca o typowych dla danego asortymentu produkcji właściwościach przędnych,
 - zapewniając ustaloną pracę maszyn oraz zasilając maszyny produktami spełniającymi wymagania stacjonarności.

Ocena krzywych pocienienia

6. Parametry charakteryzujące krzywe pocienienia ze statystycznego punktu widzenia nie różnią się w sposób istotny.
7. Kształty teoretycznych i rzeczywistych krzywych pocienienia dla zbadanego zakresu prędkości przebiegu włókien przez pole rozciągowe i rozkładów długości włókien nie różnią się.
8. Na podstawie przeprowadzonych badań krzywych pocienienia można stwierdzić, że przyjęcie w polu rozciągowym tylko dwóch możliwych prędkości włókien: prędkości zasilania V_1 i prędkości wydawania V_2 jest słuszne.

Matematyczny model procesu rozciągania strumienia włókien w jednostrefowym i dwustrefowym aparacie rozciągowym

9. Na podstawie przedstawionego modelu matematycznego procesu rozciągania można wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wiążące widmo sygnału rozkładu masy na wejściu i wyjściu z aparatu rozciągowego oraz charakterystyki wiążące zmiany prędkości strumienia włókien w polu rozciągowym z widmem rozkładu masy na wyjściu aparatu rozciągowego.
10. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wiążą widma sygnałów rozkładu masy na wejściu i wyjściu aparatu rozciągowego w określonym zakresie częstotliwości. W przypadku analizy błędów w pracy aparatów rozciągowych można brać pod uwagę wycinek pola pod krzywą charakterystyki.
11. Na podstawie prowadzonej analizy statystycznej można stwierdzić, że krzywe teoretyczne i krzywe eksperymentalne są silnie skorelowane, co potwierdza przeprowadzone wnioskowanie statystyczne. Krzywe te mają charakterystyczny kształt z gwałtownym wzrostem amplitud w obszarze wysokich częstotliwości.
12. Przedstawiona metoda analizy pracy aparatu rozciągowego przędzarki obrączkowej może być również zastosowana do analizy aparatów rozciągowych zgrzeblarek, rozciągarek i niedoprzędzarek. Ogólna budowa wykresów $A(\omega)$ w sposób specyficzny charakteryzuje zjawiska zachodzące w procesie rozciągania strumienia, dostarcza technologowi szeregu ważnych informacji dotyczących dynamiki włókien w polu rozciągowym i sprawności przyrządu, w którym to rozciąganie zachodzi.

ZAŁĄCZNIK A

Wielowymiarowa analiza regresji

Tabela 1A. Współczynniki zmienności masy liniowej przędz dla przyjętych wariantów badań

Rozciąg	Współczynnik zmienności masy liniowej niedoprzędu											
	seria A; $CV = 4,5\%$				seria B; $CV = 7,5\%$				seria C; $CV = 11\%$			
	Wysokość wkładki dystansowej [mm]											
	2,25	3,25	4,35	7,15	2,25	3,25	4,35	7,15	2,25	3,25	4,35	7,15
17,64	13,29	13,89	13,54	13,70	15,25	15,42	16,13	15,64	16,41	16,63	17,99	17,52
21,66	14,51	14,41	14,39	14,71	16,49	16,87	17,24	17,25	17,49	18,67	19,76	20,03
25,65	15,36	15,78	15,63	15,37	17,26	17,33	17,37	18,54	19,67	19,12	20,08	20,98
30,21	16,65	17,24	17,27	17,72	18,37	18,41	18,62	19,38	19,76	20,51	20,95	22,13
35,34	18,48	18,72	18,60	19,26	19,41	20,51	21,12	21,34	22,09	22,84	23,43	24,83
39,33	19,22	20,12	19,60	19,85	20,93	21,50	21,24	22,82	23,11	24,07	24,26	24,67
43,32	20,47	21,06	20,85	21,75	22,24	22,39	23,27	23,96	24,25	24,76	25,49	26,24

Tabela 2A. Wartość współczynników $b_{1 \div 9}$

x1 b1	x2 b2	x3 b3	x1^2 b4	x2^2 b5	x3^3 b6	x1x2 b7	x1x3 b8	x2x3 b9	y
2,25	17,64	4,5	5,0625	311,1696	20,25	39,69	10,125	79,38	13,29
2,25	21,66	4,5	5,0625	469,1556	20,25	48,735	10,125	97,47	14,51
2,25	25,65	4,5	5,0625	657,9225	20,25	57,7125	10,125	115,425	15,36
2,25	30,21	4,5	5,0625	912,6441	20,25	67,9725	10,125	135,945	16,65
2,25	35,34	4,5	5,0625	1248,9156	20,25	79,515	10,125	159,03	18,43
2,25	39,33	4,5	5,0625	1546,8489	20,25	88,4925	10,125	176,985	19,22
2,25	43,32	4,5	5,0625	1876,6224	20,25	97,47	10,125	194,94	20,47
3,25	17,64	4,5	10,5625	311,1696	20,25	57,33	14,625	79,38	13,89
3,25	21,66	4,5	10,5625	469,1556	20,25	70,395	14,625	97,47	14,41
3,25	25,65	4,5	10,5625	657,9225	20,25	83,3625	14,625	115,425	15,78
3,25	30,21	4,5	10,5625	912,6441	20,25	98,1825	14,625	135,945	17,24
3,25	35,34	4,5	10,5625	1248,9156	20,25	114,855	14,625	159,03	18,72
3,25	39,33	4,5	10,5625	1546,8489	20,25	127,8225	14,625	176,985	20,12
3,25	43,32	4,5	10,5625	1876,6224	20,25	140,79	14,625	194,94	21,06
4,35	17,64	4,5	18,9225	311,1696	20,25	76,734	19,575	79,38	13,51
4,35	21,66	4,5	18,9225	469,1556	20,25	94,221	19,575	97,47	14,39
4,35	25,65	4,5	18,9225	657,9225	20,25	111,5775	19,575	115,425	15,63
4,35	30,21	4,5	18,9225	912,6441	20,25	131,4135	19,575	135,945	17,27
4,35	35,34	4,5	18,9225	1248,9156	20,25	153,729	19,575	159,03	18,6
4,35	39,33	4,5	18,9225	1546,8489	20,25	171,0855	19,575	176,985	19,6
4,35	43,32	4,5	18,9225	1876,6224	20,25	188,442	19,575	194,94	20,85
7,15	17,64	4,5	51,1225	311,1696	20,25	126,126	32,175	79,38	13,7
7,15	21,66	4,5	51,1225	469,1556	20,25	154,869	32,175	97,47	14,71
7,15	25,65	4,5	51,1225	657,9225	20,25	183,3975	32,175	115,425	15,37
7,15	30,21	4,5	51,1225	912,6441	20,25	216,0015	32,175	135,945	17,72
7,15	35,34	4,5	51,1225	1248,9156	20,25	252,681	32,175	159,03	19,26
7,15	39,33	4,5	51,1225	1546,8489	20,25	281,2095	32,175	176,985	19,85
7,15	43,32	4,5	51,1225	1876,6224	20,25	309,738	32,175	194,94	21,75
2,25	17,64	7,5	5,0625	311,1696	56,25	39,69	16,875	132,3	15,25
2,25	21,66	7,5	5,0625	469,1556	56,25	48,735	16,875	162,45	16,49
2,25	25,65	7,5	5,0625	657,9225	56,25	57,7125	16,875	192,375	17,26
2,25	30,21	7,5	5,0625	912,6441	56,25	67,9725	16,875	226,575	18,37
2,25	35,34	7,5	5,0625	1248,9156	56,25	79,515	16,875	265,05	19,41
2,25	39,33	7,5	5,0625	1546,8489	56,25	88,4925	16,875	294,975	20,93
2,25	43,32	7,5	5,0625	1876,6224	56,25	97,47	16,875	324,9	22,23
3,25	17,64	7,5	10,5625	311,1696	56,25	57,33	24,375	132,3	15,42
3,25	21,66	7,5	10,5625	469,1556	56,25	70,395	24,375	162,45	16,87
3,25	25,65	7,5	10,5625	657,9225	56,25	83,3625	24,375	192,375	17,33
3,25	30,21	7,5	10,5625	912,6441	56,25	98,1825	24,375	226,575	18,47
3,25	35,34	7,5	10,5625	1248,9156	56,25	114,855	24,375	265,05	20,51
3,25	39,33	7,5	10,5625	1546,8489	56,25	127,8225	24,375	294,975	21,5
3,25	43,32	7,5	10,5625	1876,6224	56,25	140,79	24,375	324,9	22,35
4,35	17,64	7,5	18,9225	311,1696	56,25	76,734	32,625	132,3	16,13
4,35	21,66	7,5	18,9225	469,1556	56,25	94,221	32,625	162,45	17,24
4,35	25,65	7,5	18,9225	657,9225	56,25	111,5775	32,625	192,375	17,37
4,35	30,21	7,5	18,9225	912,6441	56,25	131,4135	32,625	226,575	18,62
4,35	35,34	7,5	18,9225	1248,9156	56,25	153,729	32,625	265,05	21,12
4,35	39,33	7,5	18,9225	1546,8489	56,25	171,0855	32,625	294,975	21,24
4,35	43,32	7,5	18,9225	1876,6224	56,25	188,442	32,625	324,9	23,27
7,15	17,64	7,5	51,1225	311,1696	56,25	126,126	53,625	132,3	15,64
7,15	21,66	7,5	51,1225	469,1556	56,25	154,869	53,625	162,45	17,25
7,15	25,65	7,5	51,1225	657,9225	56,25	183,3975	53,625	192,375	18,54
7,15	30,21	7,5	51,1225	912,6441	56,25	216,0015	53,625	226,575	19,38
7,15	35,34	7,5	51,1225	1248,9156	56,25	252,681	53,625	265,05	21,34
7,15	39,33	7,5	51,1225	1546,8489	56,25	281,2095	53,625	294,975	22,82
7,15	43,32	7,5	51,1225	1876,6224	56,25	309,738	53,625	324,9	23,96
2,25	17,64	11	5,0625	311,1696	121	39,69	24,75	194,04	16,41
2,25	21,66	11	5,0625	469,1556	121	48,735	24,75	238,26	17,49
2,25	25,65	11	5,0625	657,9225	121	57,7125	24,75	282,15	19,67
2,25	30,21	11	5,0625	912,6441	121	67,9725	24,75	332,31	19,76
2,25	35,34	11	5,0625	1248,9156	121	79,515	24,75	388,74	22,09
2,25	39,33	11	5,0625	1546,8489	121	88,4925	24,75	432,63	23,11
2,25	43,32	11	5,0625	1876,6224	121	97,47	24,75	476,52	24,25
3,25	17,64	11	10,5625	311,1696	121	57,33	35,75	194,04	16,63
3,25	21,66	11	10,5625	469,1556	121	70,395	35,75	238,26	18,67
3,25	25,65	11	10,5625	657,9225	121	83,3625	35,75	282,15	19,12
3,25	30,21	11	10,5625	912,6441	121	98,1825	35,75	332,31	20,51
3,25	35,34	11	10,5625	1248,9156	121	114,855	35,75	388,74	22,84
3,25	39,33	11	10,5625	1546,8489	121	127,8225	35,75	432,63	24,07
3,25	43,32	11	10,5625	1876,6224	121	140,79	35,75	476,52	24,76
4,35	17,64	11	18,9225	311,1696	121	76,734	47,85	194,04	17,99
4,35	21,66	11	18,9225	469,1556	121	94,221	47,85	238,26	19,76
4,35	25,65	11	18,9225	657,9225	121	111,5775	47,85	282,15	20,08
4,35	30,21	11	18,9225	912,6441	121	131,4135	47,85	332,31	20,95
4,35	35,34	11	18,9225	1248,9156	121	153,729	47,85	388,74	23,43
4,35	39,33	11	18,9225	1546,8489	121	171,0855	47,85	432,63	24,25
4,35	43,32	11	18,9225	1876,6224	121	188,442	47,85	476,52	25,49

7,15	17,64	11	51,1225	311,1696	121	126,126	78,65	194,04	17,52
7,15	21,66	11	51,1225	469,1556	121	154,869	78,65	238,26	20,03
7,15	25,65	11	51,1225	657,9225	121	183,3975	78,65	282,15	20,98
7,15	30,21	11	51,1225	912,6441	121	216,0015	78,65	332,31	22,13
7,15	35,34	11	51,1225	1248,9156	121	252,681	78,65	388,74	24,83
7,15	39,33	11	51,1225	1546,8489	121	281,2095	78,65	432,63	24,67
7,15	43,32	11	51,1225	1876,6224	121	309,738	78,65	476,52	26,24

Regression Output:

Constant b0= 6,6648618

Std Err of Y Est 0,3858166

R Squared 0,9867583

No. of Observations 84

Degrees of Freedom 74

	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8
X Coefficient(s)	0,0823135	0,2123651	0,445959	-0,039228	0,0005901	-0,004024	0,00685	0,0439605
Std Err of Coef.	0,1941386	0,0452453	0,1491988	0,01682	0,0006768	0,0085131	0,0026341	0,0086523

 b9

X Coefficient(s) 0,0022526

Std Err of Coef. 0,0018164

Tabela 3A. Wartość współczynników b_1 – b_8

x1	x2	x3	x1^2	x1x2	x1x3	y
b1	b2	b3	b4	b7	b8	
2,25	17,64	4,5	5,0625	39,69	10,125	13,29
2,25	21,66	4,5	5,0625	48,735	10,125	14,51
2,25	25,65	4,5	5,0625	57,7125	10,125	15,36
2,25	30,21	4,5	5,0625	67,9725	10,125	16,65
2,25	35,34	4,5	5,0625	79,515	10,125	18,48
2,25	39,33	4,5	5,0625	88,4925	10,125	19,22
2,25	43,32	4,5	5,0625	97,47	10,125	20,47
3,25	17,64	4,5	10,5625	57,33	14,625	13,89
3,25	21,66	4,5	10,5625	70,395	14,625	14,41
3,25	25,65	4,5	10,5625	83,3625	14,625	15,78
3,25	30,21	4,5	10,5625	98,1825	14,625	17,24
3,25	35,34	4,5	10,5625	114,855	14,625	18,72
3,25	39,33	4,5	10,5625	127,8225	14,625	20,12
3,25	43,32	4,5	10,5625	140,79	14,625	21,06
4,35	17,64	4,5	18,9225	76,734	19,575	13,54
4,35	21,66	4,5	18,9225	94,221	19,575	14,39
4,35	25,65	4,5	18,9225	111,5775	19,575	15,63
4,35	30,21	4,5	18,9225	131,4135	19,575	17,27
4,35	35,34	4,5	18,9225	153,729	19,575	18,6
4,35	39,33	4,5	18,9225	171,0855	19,575	19,6
4,35	43,32	4,5	18,9225	188,442	19,575	20,85
7,15	17,64	4,5	51,1225	126,126	32,175	13,7
7,15	21,66	4,5	51,1225	154,869	32,175	14,71
7,15	25,65	4,5	51,1225	183,3975	32,175	15,37
7,15	30,21	4,5	51,1225	216,0015	32,175	17,72
7,15	35,34	4,5	51,1225	252,681	32,175	19,26
7,15	39,33	4,5	51,1225	281,2095	32,175	19,85
7,15	43,32	4,5	51,1225	309,738	32,175	21,75
2,25	17,64	7,5	5,0625	39,69	16,875	15,25
2,25	21,66	7,5	5,0625	48,735	16,875	16,49
2,25	25,65	7,5	5,0625	57,7125	16,875	17,26
2,25	30,21	7,5	5,0625	67,9725	16,875	18,37
2,25	35,34	7,5	5,0625	79,515	16,875	19,41
2,25	39,33	7,5	5,0625	88,4925	16,875	20,93
2,25	43,32	7,5	5,0625	97,47	16,875	22,24
3,25	17,64	7,5	10,5625	57,33	24,375	15,42
3,25	21,66	7,5	10,5625	70,395	24,375	16,87
3,25	25,65	7,5	10,5625	83,3625	24,375	17,33
3,25	30,21	7,5	10,5625	98,1825	24,375	18,41
3,25	35,34	7,5	10,5625	114,855	24,375	20,51
3,25	39,33	7,5	10,5625	127,8225	24,375	21,5
3,25	43,32	7,5	10,5625	140,79	24,375	22,39
4,35	17,64	7,5	18,9225	76,734	32,625	16,13
4,35	21,66	7,5	18,9225	94,221	32,625	17,24
4,35	25,65	7,5	18,9225	111,5775	32,625	17,37
4,35	30,21	7,5	18,9225	131,4135	32,625	18,62
4,35	35,34	7,5	18,9225	153,729	32,625	21,12
4,35	39,33	7,5	18,9225	171,0855	32,625	21,24
4,35	43,32	7,5	18,9225	188,442	32,625	23,27
7,15	17,64	7,5	51,1225	126,126	53,625	15,64
7,15	21,66	7,5	51,1225	154,869	53,625	17,25
7,15	25,65	7,5	51,1225	183,3975	53,625	18,54
7,15	30,21	7,5	51,1225	216,0015	53,625	19,38
7,15	35,34	7,5	51,1225	252,681	53,625	21,34
7,15	39,33	7,5	51,1225	281,2095	53,625	22,82
7,15	43,32	7,5	51,1225	309,738	53,625	23,96
2,25	17,64	11	5,0625	39,69	24,75	16,41
2,25	21,66	11	5,0625	48,735	24,75	17,49
2,25	25,65	11	5,0625	57,7125	24,75	19,67

2,25	30,21	11	5,0625	67,9725	24,75	19,76
2,25	35,34	11	5,0625	79,515	24,75	22,09
2,25	39,33	11	5,0625	88,4925	24,75	23,11
2,25	43,32	11	5,0625	97,47	24,75	24,25
3,25	17,64	11	10,5625	57,33	35,75	16,63
3,25	21,66	11	10,5625	70,395	35,75	18,67
3,25	25,65	11	10,5625	83,3625	35,75	19,12
3,25	30,21	11	10,5625	98,1825	35,75	20,51
3,25	35,34	11	10,5625	114,855	35,75	22,84
3,25	39,33	11	10,5625	127,8225	35,75	24,07
3,25	43,32	11	10,5625	140,79	35,75	24,76
4,35	17,64	11	18,9225	76,734	47,85	17,99
4,35	21,66	11	18,9225	94,221	47,85	19,76
4,35	25,65	11	18,9225	111,5775	47,85	20,08
4,35	30,21	11	18,9225	131,4135	47,85	20,95
4,35	35,34	11	18,9225	153,729	47,85	23,43
4,35	39,33	11	18,9225	171,0855	47,85	24,26
4,35	43,32	11	18,9225	188,442	47,85	25,49
7,15	17,64	11	51,1225	126,126	78,65	17,52
7,15	21,66	11	51,1225	154,869	78,65	20,03
7,15	25,65	11	51,1225	183,3975	78,65	20,98
7,15	30,21	11	51,1225	216,0015	78,65	22,13
7,15	35,34	11	51,1225	252,681	78,65	24,83
7,15	39,33	11	51,1225	281,2095	78,65	24,67
7,15	43,32	11	51,1225	309,738	78,65	26,24

Regression Output:

Constant b0= 6,072865
Std Err of Y Est , 0,382591
R Squared 0.986275
No. of Observations 84
Degrees of Freedom 78

	b2	b3	b4	b7	b8
X Coefficient(s)	0,263673	0,446519	-0,03327	0,007311	0,045214
Std Err of Coef.	0,011185	0,037702	0,009158	0,002379	0,008064

ZAŁĄCZNIK B

Analiza charakterystyk częstotliwościowych układu

Załącznik 1B:

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{\Delta N_{23}}{\Delta N_0} = W_N(s) \Delta N_0(s) = k \cdot \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} \exp(\tau_0 j\omega)$$

Ponieważ odpowiedź jednostkowa członu $\exp(\tau_0 j\omega)$ wynosi 1 [85], możemy zapisać:

$$G(j\omega) = k \cdot \left(\frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} \right) \cdot \left(\frac{1 - j\omega T_2}{1 - j\omega T_2} \right) = \frac{1 + T_1 T_2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2} + j \frac{(T_1 - T_2) \omega}{1 + T_2^2 \omega^2} = P(\omega) + jQ(\omega)$$

stąd:

$$\begin{cases} P(\omega) = \frac{1 + T_1 T_2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2} \\ Q(\omega) = \frac{\omega(T_1 - T_2)}{1 + T_2^2 \omega^2} \end{cases}$$

Ponieważ:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

można więc wyznaczyć:

$$A(\omega) = \sqrt{\left(\frac{1 + T_1 T_2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega(T_1 - T_2)}{1 + T_2^2 \omega^2} \right)^2} = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + T_2^2 \omega^2}}$$

Załącznik 2B:

$$G(j\omega) = \frac{\Delta N_{23}}{\Delta V_1(j\omega)} = W_1(s) \Delta V_1 = k \cdot \frac{1}{1 + j\omega T} \exp(\tau_1 j\omega)$$

Ponieważ odpowiedź jednostkowa członu $\exp(\tau_1 j\omega)$ wynosi 1 [85], możemy zapisać:

$$G(j\omega) = \frac{k \cdot (1 - j\omega T)}{1 + T^2 \omega^2} = P(\omega) + jQ(\omega)$$

stąd:

$$\begin{cases} P(\omega) = \frac{k}{1 + T^2 \omega^2} \\ Q(\omega) = \frac{-k \cdot \omega T}{1 + T^2 \omega^2} \end{cases}$$

Ponieważ:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

Można, więc wyznaczyć:

$$A(\omega) = \sqrt{\left(\frac{k}{1+T^2\omega^2}\right)^2 + \left(-\frac{k \cdot \omega T}{1+T^2\omega^2}\right)^2} = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}$$

Załącznik 3B:

$$G(j\omega) = \frac{\Delta N_{23}}{\Delta V_3(j\omega)} = W_3(s) \Delta V_3 = k_2 \frac{1+j\omega T_3}{1+j\omega T_4} \cdot \frac{1}{1+j\omega T_2} \exp(-\tau_2 j\omega)$$

Ponieważ odpowiedź jednostkowa członu $\exp(\tau_0 j\omega)$ wynosi 1 [85], możemy zapisać:

$$A(\omega) = \frac{k_2 \sqrt{1+\omega^2 T_3^2}}{\sqrt{1+\omega^2 T_4^2} \sqrt{1+\omega^2 T_2^2}} = \sqrt{\frac{k_2^2 (1+\omega^2 T_3^2)}{1+\omega^2 (T_2^2 + T_4^2 + \omega^2 T_2^2 T_4^2)}}$$

LITERATURA

- [1] Stasiak M.: *Teoria nierównomierności grubości idealnego strumienia włókien, część 2*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1990.
- [2] Lünenschlos J., Güttler.: *Die Verarbeitung von Chemiefasern mit Rechteck- und Trapezstapel in der Kammgarnspinnerei*, Melliand Textilberichte, Vol. 39, No. 10, 1958, ss. 1076-1082 + kontynuacja artykułu: Melliand Textilberichte, Vol. 39, No. 10, 1958, ss. 1203-1206.
- [3] Stasiak M.: *Postać teoretyczna charakterystyki widmowej pola grzebieniowego rozciągarki do wełny*. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Nr 40, Włókniennictwo z. 8, Łódź 1961.
- [4] Stasiak M.: *Metody badania technologicznych właściwości aparatów rozciągających*. Wydawnictwo Centralnego Laboratorium Przemysłu Bawełnianego, Łódź 1967.
- [5] Siewostianow A.G.: *Metody issledowanija nierawnoty produktow priadienija*, Gizlegprom, Moskwa 1971.
- [6] Müller J.: *New Drawframe for enhanced quality and flexibility*, Melliand Textilberichte, Vol. 91, No. 1, 2011 s. 20.
- [7] Usienko W.A.: *Ispolzowanije sztapielnowo wołokna w priadenii*. Gizlegprom, Moskwa 1958.
- [8] Wegener W.: *Die Berechnung der idalen Spektrumsfunktion*, Melliand Textilberichte, No. 11, 1974, s. 1149.
- [9] Fujino K., Kawabata S.: *III Kongres International de la Recherche*, Textile Lainiere. Paris, 1965, Section 4.
- [10] Plechanow A.F.: *O polie sił trienja w wyťažnych priborach*, Textilnaja Promyszennost, No. 3, 2003, s. 42.
- [11] Kormaz Y.A., Behery H.: *Relationship Beetween Fiber Fineness, Break Draft and Drafting Force in Roller Drafting*. Textile Research Journal, Vol. 74, No. 5, 2004, s. 436.
- [12] Amin A.E.: *Mathematical model for virtual draft system simulation (VDSS)*. Autex R.J., Vol. 6, No. 2, 2006, ss. 72-80.
- [13] Zhang Z.: *Study on drafting force and sliver irregularity on drawing*. Journal of the Textile Institute, No. 3, 2012, s. 341.
- [14] Taylor D.S.: *The Motion of Floating Fibres During Drafting of Worsted Slivers*. Journal of the Textile Institute Transactions, Vol. 46, No. 4, 1955, s. T284- 294.
- [15] Budnikow I.W.: *Teoria przędzalnictwa. Część 2*, Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1954.
- [16] Żurek W.: *Struktura liniowych wyrobów włókienniczych*. Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa 1989.
- [17] Zotikow W.E., Budnikow I.W., Trykow P.P.: *Osnowy priadienja wołoknistych materialow*. Gizlegprom, Moskwa 1959.
- [18] Jao J.: *Modelling and simulating the floating fibres movement during drafting*, Indian J. of Fibres Text.J., Vol. 31, No. 2, 2006, s. 256.
- [19] Weber M.O., Wulfhorst B.: *Fiber Motion in Roller Drafting*. Textile Research Journal, No. 1, 1997, s. 10.
- [20] Basu A., Ramkrishnan N.: *New roller setting to improve quality*, Indian J. of Fibres Text.J., No. 7, 2000, s. 21.

- [21] Germanowa-Krastewa D., Georgiew I.: *Cotton sliver simulation modeling*, ITS, No. 4, 2001, s. 58.
- [22] Germanowa-Krastewa D., Georgiew I.: *Modelling and simulation of cotton sliver drawing* *Melliand Textilberichte*, Vol. 86, No. 2, 2006, s. 47.
- [23] Jabłoński W., Jackowski T.: *Technologia przędzalnictwa bawełny*, WNT, Warszawa 1986.
- [24] Taylor D.S.: *Some observations on the movement of fibres during drafting*, Journal of The Textile Institute, Vol. 45, 1954, ss. T310-322.
- [25] Huberty A.: *Premiere etudes des parametres caracterisant la regularite des fils, Meches et Rubans - Lois fondamentales*. L'Ingenieur Textile, Verviers, Nr 372 - Fevrier 1949.
- [26] Martindale I.G.: *A new method of measuring the irregularity of yarns with some observations on the origin of irregularity in worsted slivers and yarns*, The Journal of the Textile Institute, Vol. 56, No. 6 1945, s. T 35-47.
- [27] Grishin P.F.: *A Theory of Drafting and its Practical Application*, The Journal of the Textile Institute Transactions Vol. 45, No. 3, 1954, s. T167-266.
- [28] Lamb P.R.: *Measurement of fibre and yarn diameters by diffraction method*. The Journal of the Textile Institute, Vol. 85, No. 4, 1988, ss. 203- 210.
- [29] Lamb P.R.: *The Effect of Spinning Draft on Irregularity and Faults, Part II: Experimental Studies*, The Journal of the Textile Institute, Vol. 78, No. 2, 1987, ss. 101-111.
- [30] Grover G.: *Dynamic measurement of sliver properties on the drawframe*. Girish Agyapall Grover, 1989, s. 189, North Carolina State University.
- [31] Breny H.: *Modeles poissonniens en grappes pour les faisceaux de fibres*. Annales Scientifiques Textiles Belges, No. 21962, ss. 124-146.
- [32] Vroomen F., Monfort F.: [in] *Studies in Modern Yarn Production*, edited by Harrison P.W., The Textile Institute, Manchester, 1968.
- [33] Cox D.R.: *Theory of drafting, of wool slivers*, Proc. Roy. Society 197A. 1949.
- [34] Hannah M.: *The theory of high drafting*, The Journal of the Textile Institute, Vol. 40, 1950, s. T 57.
- [35] Bowles A.H., Davies I.: *Influence of Drawing and Doubling Processes on the Evenness of Spun Yarns*, Textile Inst. Ind. No. 17 (2), 1979, ss. 2-76.
- [36] Djiev S., and Pavlov L.: *Untersuchung der Dynamischen Eigenschaften Elektromechanischer Messwertübertrager bei Feinheitmessung von Faserbändern*, Melliand Textilber, 74, 1993, ss. 713-716.
- [37] Djiev S.N.: *Modeling a Double – Zone Drafter as an Object of Control*, Textile Research Journal, Vol. 64, No. 8, 1994, ss. 449-456.
- [38] Johnson N.A.: *A Computer Simulation of Drafting*, The Journal of the Textile Institute, Vol. 72, No. 4, 1981, ss. 69-79.
- [39] Kower S.S.: *Automatic Control of the Drafting Process*, Rostechizdat Pub. House, Moscow, 1962.
- [40] Kuo B.: *Digital Control Systems*, Holt, Rhinehart and Winston, NY, 1980, ss. 176-249
- [41] Zeidman M.I., Suh M.W. and Batra S.K.: *A New Perspective on Yarn Unevenness: Components and Determinants of General Unevenness*, Textile Research Journal, Vol. 60, No. 1, 1990, ss. 1-6.

- [42] Zaidman M.I., Suh M.W. and Batra S.K.: *Determining Short Fiber Content in Cotton, Part II: Some Theoretical Fundamentals*, Textile Research Journal, Vol. 60, No. 1, 1991 ss. 21-30.
- [43] Nemura A.A.: *Control of the Drafting Process*, Nauka Publishing, Vilnius Lith., 1968, ss. 1-30.
- [44] Sevostyanov A.G. and Sevostyanov P.A.: *Modeling of Technological Processes in Textiles*, Lehc. Prom. Publ. House, Moscow, 1984, ss. 215-224.
- [45] Yoshida K., Kato M.: *Simulation of Random Sliver and the Transfer Function of an Ideal Drafting Process*, Journal of Textile Machinery Society of Japan Vol. 29, No. 8, 1976 ss. 320-328.
- [46] Audivert R.: *The Relation between the Drafting Force, Draft, and Setting in the Roller-drafting of Staple-fiber Slivers*, Journal of the Textile Institute, Vol. 65, No. 3, 1974, ss. 325-327.
- [47] Goswami B.C., Martindale J.G., Scardino F.L.: *Ch. 7 in Textile Yarns, Technology, Structure, and Applications*, Wiley-Interscience, NY, 1977, ss. 223-224.
- [48] Hannah M.: *The Theory of High Drafting*, Journal of the Textile Institute, Vol. 41, No. 2, 1950, s. 57.
- [49] Martindale J.G.: *An Instrument for the Measurement of the Forces Operating Between Fibers During Drafting*, Journal of the Textile Institute, Vol. 38, No. 3, 1947, s. 151.
- [50] Olson J.S.: *Measurement of Sliver Drafting Forces*, Textile Research Journal, Vol. 44, No. 11, 1974, ss. 852-855.
- [51] Plonsker H.R., Backer S.: *The Dynamics of Roller Drafting, Part I: Drafting Force Measurement*, Textile Research Journal, Vol. 37, No. 10, 1967, ss. 637-687.
- [52] Roder H.L.: *The Evaluation of the Spinning Properties of Man-made Staple Fibers*, Textile Research Journal, Vol. 28, No. 11, 1958, s. 819.
- [53] Su, Ching-Iuan, L., Kuo-Jung L.: *Drafting Force of Fine Denier Polyester Fibers*, Textile Research Journal, Vol. 68, No. 7, 1998, ss. 559-563.
- [54] Wegener W., Beckenberg H.: *Die Verzugskraft messung-ihre Anwendung and Answer Tung, Parts 1, 2 and 4*, Rayon Zellwolle 5, ss. 14-19, ss. 78-83, ss. 142-155, 1955.
- [55] Spencer Smith I.L., Todd H.A.G.: *A time series net with in textile research, Suppl. Journal of The Royal Statistical Society Supplement*, No. 2, 1941, ss. 131-145.
- [56] Breny H.: *Variance and autokorelation of thickness in random slivers*, Appl. Sei. Res. Suppl. J. The Journal of the Stat. Soc., No. 2, 1935, s. 27.
- [57] Picard H.C.: *The irregularity of sliver I*, Journal of the Textile Institute, 1951, Vol. 42, s. T 503, II. Journal of the Textile Institute 1952, s. T 251, III. Journal of the Textile Institute 1953, s. T 307.
- [58] Hannah M., Rodden S.: *Variance - Lenght relations in a yarn with restricted variation in fibre position*, Journal of the Textile Institute, Vol. 43, No. 8, 1952, s. T 519.
- [59] Vanden Abeele A.M.: *Contribution to the study of irregularity of yarns rovings and slivers*, Journal of the Textile Institute, Vol. 42, No. 2, 1951, s. T 162.
- [60] Stanbury G.R.: *The measurement of the levelness of worsted yarn*, Journal of The Textile Institute, Vol. 23, No. 2. 1932, ss. T 197-206.
- [61] Matthew J.A.: *Measurement of fibre and yarn diameters by diffraction method*, Journal of The Textile Institute, Vol. 23, No. 1, 1932, s. T55-70.

- [62] Tippet L.H.C.: Journal of the Royal Statistical Society Supplement, No. 2, 1935, ss. 27-55.
- [63] Goodings A.C.: *Roller drafting in the worsted industry*, Journal of The Textile Institute, Vol. 22, No. 1, 1931 ss. T 1-16.
- [64] Tippet L.H.C.: *Statistical methods in textile research, Part 2: Uses of the binomial and poisson distributions*, Journal of The Textile Institute, Vol. 26, No. 1, 1935, ss. T 13-50.
- [65] Fujino K., Shimotsuma Y., Sakaguchi K.: *A study of apron drafting. Part II: A theoretical analysis of floating-fibre control*, Journal of The Textile Institute, Vol. 68, No. 1, 1977, ss. T 60-68.
- [66] Lord P.R., Johnson R.: *Short fibres and quality control*, Journal of The Textile Institute, Vol. 76, No. 2, 1985, ss. T 145-156.
- [67] Fujino K., Kavabata S.: *Theoretical Analysis on the spectral density of random sliver*, Journal of Textile Machinery Society of Japan Vol. 5, No. 1, 1959, ss. 14-25.
- [68] Sudarsana Rao J.: *A mathematical model for the ideal sliver and its applications to the theory of roller drafting*, Journal of The Textile Institute, Vol. 52, No. 12, 1961, s. T 571.
- [69] Gisekus H.: *Die statistische Analyse der Garn - und: Fadenung-leichmassigkeit. Faserforschung R, Textiltechnik*, 1959.
- [70] Kowner S.S.: *Matematyckie metody issledowanija dwizhenija wolokon w processie pradienija*, Gizlegprom, Moskwa 1957.
- [71] Hunka I.: *Archiwum Budowy Maszyn*, t. 2, 1955.
- [72] Taylor D.S.: *Some observations on the movement of fibres during drafting*, Journal of the Textile Institute Transactions, Vol. 45, No. 4, 1954, ss. T310-322.
- [73] Wegener W., Ehler P.: *Gegenwartige Vorstellungen uber die Ungleichmassigkeit idealisierter und realer Faserverbände*. Melliand Textilberichte International, Vol. 51, No. 2, 1970, ss. 127-133.
- [74] Grosberg P.: *The cause of sliver irregularity in gilling*, The Journal of The Textile Institute, Vol. 65, No. 1, 1974, ss. 20-26.
- [75] Malinowski M.: *Teoria przędzalnictwa*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1983.
- [76] Wasiliew N.A.: *Waprosy tieorii priadienija*, Moskwa 1932.
- [77] Słodnikow W.W.: *Dynamika statystycznych liniowych układów sterowania automatycznego*, WNT 1964.
- [78] Hagel R., Zakrzewski J.: *Miernictwo dynamiczne*, WNT, Warszawa 1984.
- [79] Dudziewicz J.: *Pomiary teletransmisyjne*, WKŁ, Warszawa 1975.
- [80] Giergiel J., Uhl T.: *Identyfikacja układów mechanicznych*, PWN, Warszawa 1990.
- [81] Kruszewski J., Wittbrot E.: *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom 1. Zagadnienia liniowe*, WNT, Warszawa 1992.
- [82] Kaczorek T.: *Teoria sterowania*, PWN, Warszawa 1981.
- [83] Kaczorek T.: *Teoria układów automatycznej regulacji*, WNT, Warszawa 1977.
- [84] *Statistica Pl dla Windows (Tom 1): Ogólne konwencje i Statystyki 1*, StatSoft Polska 1997.
- [85] Pełczewski W.: *Teoria sterowania*, WNT, Warszawa 1980.
- [86] Pułaczewski J.: *Podstawy regulacji automatycznej*, WSiP, Warszawa 1977.
- [87] Laminat P., Yves T.: *Automatyka układy liniowe*, t 1 i t 2, WNT, Warszawa 1983.
- [88] Uster Statistics, Uster News Bulletin No. 36, 1989.
- [89] Uster Statistics, Uster News Bulletin No. 37, 1990.

- [90] Uster Statistics, Uster News Bulletin No. 38, 1991.
- [91] Kucharczyk P.: *Poradnik inżyniera – matematyka*, Vol. 1 i 2, WNT, Warszawa 1987.
- [92] Czekalski J.: *Badanie technologicznych właściwości aparatu rozciągowego przędzarki obręczkowej*, III Międzynarodowa Konferencja Włókiennicza IMTEX'93, Destrukcja i Degradacja Strumienia Włókien, 1993, ss. 1-7.
- [93] Czekalski J.: *Frequency characteristics as a method of identifying incorrect operation of the drafting systems in spinning*, Fibres & Textiles in Easter Europe, Vol. 3, No. 3, 1995, ss. 41-43.
- [94] Czekalski J.: *Charakterystyki częstotliwościowe jako metoda wykrywania nieprawidłowej pracy aparatów rozciągowych*, Materiały Międzynarodowej Konferencji IMTEX'95, Łódź 1995, ss. 1-8.
- [95] Czekalski J.: *Modelowanie nierównomierności strumienia włókien w warunkach dynamicznych*. Konferencja Naukowa Wydziału Włókienniczego'98, 1998, ss. 9-12.
- [96] Czekalski J.: *Ocena aparatu rozciągowego przędzarki obręczkowej na podstawie charakterystyk częstotliwościowych*, [w:] IMTEX'2002, VII Międzynarodowa Konferencja Naukowa. Nowe Technologie i Struktury Wyrobów Tekstylnych, 2002, ss. 86-93.
- [97] Czekalski J., Cyniak D., Jackowski T., Sieradzki K.: *Quality of Wool-Type Compact Yarns from Twisted and Rubbed Roving*, Fibres & Textiles in Eastern Europe, Vol. 15, No. 3 (60) 2007, ss. 38-44.
- [98] Czekalski J., Cyniak D., Jackowski T., Sieradzki K.: *Kompaktowe przędzenie wełny. Knitt Tech*, VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna nt. Nowe Techniki i Technologie w Dziewiarstwie, 2006, ss. 1-7.
- [99] Jackowski T.: *Laboratorium z przędzalnictwa*, Łódź 2001.
- [100] Prospekt: Textilmaschinen VDMA, MADE IN GERMANY.
- [101] Krywicki W., Bartos J., Królikowska K., Wasilewski M.: *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Cz. 2*, Statystyka matematyczna, PWN, 2011.
- [102] Polański Z.: *Cadex Spectra 3.1: Podręcznik użytkownika*, Wydawnictwo Cermet, 1992.
- [103] Quattro: Przewodnik po podstawowych operacjach w programie, www.syriusz.pl/download_demo-instrukcje.html?file=tl.2014.

ABSTRACT

A method of predicting the non-uniformity of fiber assembly mass at the outlet of drawing zone has been worked out on the basis of the non-uniformity of entry fiber assembly and the drawing zone parameters using the mathematical models of drawing realized in the drafting arrangement of ring spinning frames. To date many mathematical models of drawing have been presented in a simplified form, with equations containing many non-measurable parameters such as: relative fiber center displacement, densities of the front fiber ends and the coefficient of mutual fiber binding. The equations containing only non-uniformity parameters in the form of coefficients of the fiber assembly mass variability allow an approximate assessment of the drawing process.

In the first stage of investigation, an experimental mathematical model was created on the basis of multidimensional regression analysis in order to select drawing parameters influencing the non-uniformity of the fiber assembly mass coming out from the drafting system.

In the second stage of investigation, a new research trend of drawing process was presented considering the problem of fiber assembly drawing in the drafting zone in terms of questions connected with the analysis of dynamic systems. There was worked out a new mathematical model of the drawing process for a single- and two-zone drafting arrangement. The main objective was to obtain expressions in the form of transmittance for dynamic relations between the input and output quantities of the drafting arrangement. The parameters of particular transmittances were made conditional on the properties of the input fiber assembly, the drafting zone parameters and variable speeds of fiber assembly in the drafting zone. The proposed model of predicting the properties of fiber assembly was experimentally verified. There was presented a proposal of using the method under discussion for the optimization of the drawing process.

Based on the investigation performer and the results obtained, one can draw the following conclusions:

1. The technological identification of spinning objects should be carried out:
 - exploiting technically efficient machines to minimize the level of non-measurable disturbances,
 - using a raw material with typical spinning properties for the given production range,
 - providing a stabilized machine operation and feeding machines with products that meet the requirements of stationary conditions.
2. Based on the developed mathematical model of drawing process, one can determine the amplitude-frequency characteristics associating the mass distribution signal spectrum at the input and output of the drafting arrangement and

the characteristics associating the fiber assembly speed changes in the drafting zone with the spectrum of mass distribution at the output of drafting arrangement.

3. The amplitude-frequency characteristics associate the mass distribution signal spectra at the input and output of drafting arrangement in a specified range of frequency. In the case of the analysis of errors in the drafting arrangement operation, one can take into consideration the zone section under the characteristics curve.

In this study, a new method for the determination of experimental amplitude-frequency characteristics of the drafting zone was developed on the basis of spectrograms. Based on the statistical analysis performed it has been found that the theoretical and experimental curves of the amplitude-frequency characteristics are strongly correlated, which confirmed the statistic conclusions.

There was also worked out a new quality coefficient, by means of which one can assess the operation of drafting arrangement. The drafting quality coefficient shows to what extent the real fiber assembly differs from the ideal fiber arrangement. This coefficient is a criterion of the drafting process assessment.

The method of the analysis of drafting arrangement of ring spinning machine can be also used for the analysis of the drafting arrangements of carding, drawing and roving frames.

CHARAKTERYSTYKA ZAWODOWA AUTORA

Dr inż. Jerzy Czekalski ukończył w 1976 roku studia na Wydziale Włókienniczym Politechniki Łódzkiej w zakresie Mechanicznej Technologii Włókna, specjalność – Przędzalnictwo z wynikiem bardzo dobrym. W grudniu 1976 roku rozpoczął pracę w Centralnym Ośrodku Badawczo-Rozwojowym Przemysłu Dziewiarskiego w Łodzi. Po odbyciu wstępnego stażu pracował na stanowisku technologa, a następnie asystenta.

W 1978 roku podjął pracę na stanowisku starszego asystenta w Instytucie Mechanicznej Technologii Włókna Politechniki Łódzkiej. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał w 1985 roku na Wydziale Włókienniczym. Praca doktorska została wyróżniona nagrodą Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego. W tym samym roku został zatrudniony na stanowisku adiunkta w Instytucie Mechanicznej Technologii Włókna, a następnie w Katedrze Technologii i Budowy Przędz.

W 1991 roku rozpoczął dodatkowo pracę w Centralnym Ośrodku Badawczo-Rozwojowym Przemysłu Lniarskiego, a następnie w latach 2001-2005 pracował w Instytucie Włókien Naturalnych w Poznaniu. Obecnie pracuje w Katedrze Materiałoznawstwa, Towaroznawstwa i Metrologii Włókienniczej Politechniki Łódzkiej.

Autor rozprawy prowadzi wykłady, zajęcia projektowe i laboratoryjne na wszystkich rodzajach studiów z zakresu podstaw przędzalnictwa, wybranych zagadnień z przędzalnictwa, technologii biotekstyliów liniowych, technicznych tekstyliów liniowych, biodegradowalnych tekstyliów liniowych, projektowania tekstyliów, na kierunku Wzornictwo – z zakresu aspektów wzorniczych nitek, na studiach doktoranckich – tendencji rozwojowych w mechanicznej technologii włókienniczej, wybranych zagadnień z przędzalnictwa, jakości i przydatności technologicznej przędz.

Jest promotorem 62 prac dyplomowych. Jest współautorem 5 skryptów dla szkół wyższych.

Brał udział w pracach Komisji Rekrutacyjnej oraz w Zespole ds. promocji Wydziału. Przez szereg lat prowadził praktyki zagraniczne i krajowe. Przez okres kilku lat opiekował się grupami studentów I roku.

Za działalność dydaktyczną i organizacyjną do 2000 roku otrzymał 5 nagród J.M. Rektora PŁ i 7 nagród za działalność naukowo-badawczą. W latach 2001-2010 otrzymał 5 nagród za działalność naukowo-badawczą.

Po doktoracie działalność naukowo-badawcza autora koncentrowała się głównie na zagadnieniach związanych z modelowaniem procesu rozciągania strumienia włókien w aparatach rozciągowych maszyn przędzalniczych, kierunkach rozwoju technik i technologii przędzalniczych oraz analizą przędnosci wybranych włókien w warunkach procesu technologicznego.

Sz szczególnie cenne jest jego zainteresowanie pracami badawczymi w przetwórstwie lnu, jednym z niewielu krajowych surowców. Z inicjatywy autora powstało szereg tematów badawczych pozwalających na rozwój tej gałęzi przemysłu.

Dr inż. J. Czekalski jest wysoko cenionym specjalistą w dziedzinie przędzenia włókien naturalnych i chemicznych.

Dorobek naukowy autora po doktoracie obejmuje 56 publikacji w czasopismach krajowych i zagranicznych, 53 referaty wygłoszone na konferencjach krajowych i zagranicznych, zgłoszenie patentowe, udział w 12 projektach celowych, 7 projektach badawczych jako wykonawca oraz 3 projektów badawczych jako kierownik projektu. W tym czasie był również jednym z głównych wykonawców projektu badawczego międzynarodowego Inco-Copernicus Programme NETECO-FLAX oraz wykonawcą projektu kluczowego Biogratex.

Według bazy Scopus 41 publikacji autora zostało zacytowanych 113 razy, Indeks Hirscha autora wynosi 5. Jest recenzentem prac publikowanych w czasopiśmie *Fibres & Textiles in Eastern Europe* znajdującym się na liście filadelfijskiej (ISI Master Journal List).

Autor odbył staże naukowe w Uniwersytetach Technicznych w Libercu, Moskwie i St. Petersburgu.

Działalność organizacyjna autora dotyczy następujących inicjatyw: w latach 1991-95 był v-ce przewodniczącym Rady Naukowej w COBR PL, w latach 1996-2010 – członkiem Rady Naukowej w COBR Przetwórstwa Lnu, członkiem Prezydium Zarządu Głównego Stowarzyszenia Włókienników Polskich oraz członkiem Komisji Stypendialnej Wydziału Włókienniczego, pełnomocnikiem dziekana do spraw transferu technologii.

Działalnością dydaktyczną, naukową i organizacyjną wniósł znaczny wkład w rozwój nauki i kształcenie inżynierów włókienników.

