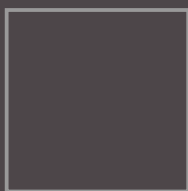


ZBIÓR ZADAŃ z termodynamiki technicznej

Pod redakcją

Artura Gutkowskiego, Tadeusza Kapusty



ZBIÓR ZADAŃ z termodynamiki technicznej

Pod redakcją

Artura Gutkowskiego, Tadeusza Kapusty

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

SKRYPTY DLA SZKÓŁ WYŻSZYCH

Recenzenci:

prof. dr hab. inż. Tadeusz Fodemski

prof. dr hab. inż. Jan Łach

Redaktor Naukowy Wydziału Mechanicznego

prof. dr hab. inż. Tomasz Kapitaniak

Autorzy:

Zbigniew Cebulski	rozdział 5.2
Grzegorz Górecki	rozdział 10.1
Artur Gutkowski	rozdział 9
Piotr Jasiński	rozdziały 2, 10.1
Tadeusz Kapusta	rozdziały 1, 2, 6, 7, 8.3, 8.4
Władysław Kasieczka	rozdziały 7, 8.2
Marcin Łęcki	rozdział 4
Maria Płoczek	rozdziały 5.1, 8.1
Andrzej Rosiak	rozdział 3
Andrzej Zawadzki	rozdziały 9, 10.2

© Copyright by Politechnika Łódzka 2014

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223

tel. 42 631 20 87, fax 42 684 07 93

e-mail: zmowienia@info.p.lodz.pl

www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISBN 978-83-7283-629-8

Nakład 250 egz. Ark druk 19,0. Papier offset. 80 g 70 x 100

Druk ukończono we wrześniu 2014 r.

Wykonano w Drukarni Quick-Druk, 90-562 Łódź, ul. Łąkowa 11

Nr 2114

SPIS TREŚCI

PRZEDMOWA	5
OZNACZENIA	7
1. PARAMETRY CZYNNIKA TERMODYNAMICZNEGO I ICH JEDNOSTKI	9
1.1. Ilość substancji, strumienie substancji, objętość właściwa, gęstość	9
1.2. Temperatura, ciśnienie	10
2. WYZNACZANIE PARAMETRÓW GAZÓW. PRAWA GAZOWE ...	16
2.1. Empiryczne prawa gazowe. Termiczne równanie stanu gazu doskonałego	16
2.2. Gaz rzeczywisty. Równania stanu gazu rzeczywistego.....	18
3. PIERWSZA ZASADA TERMODYNAMIKI (I ZT)	29
4. DRUGA ZASADA TERMODYNAMIKI (II ZT)	59
5. UKŁADY WIELOSKŁADNIKOWE BEZ REAKCJI CHEMICZNYCH	80
5.1. Roztwory gazów doskonałych.....	80
5.2. Powietrze wilgotne.....	98
6. PRZEMIANY CHARAKTERYSTYCZNE GAZÓW DOSKONAŁYCH I RZECZYWISTYCH ORAZ ICH ROZTWORÓW	114
6.1. Przemiany izotermiczne	114
6.2. Przemiany izochoryczne.....	115
6.3. Przemiany izobaryczne.....	116
6.4. Przemiany izentropowe	117
6.5. Przemiany politropowe.....	119
7. PODSTAWOWE PRZEMIANY PARY WODNEJ	137
7.1. Podstawy teoretyczne	137
7.1.1. Wiadomości ogólne	137
7.1.2. Określenie parametrów pary	138
7.2. Charakterystyczne przemiany pary nasyconej i przegrzanej.....	139
7.2.1. Przemiana izochoryczna	139
7.2.2. Przemiana izobaryczna	140
7.2.3. Przemiana izotermiczna	141
7.2.4. Przemiana adiabatyczna (izentropowa)	142
7.2.5. Przemiana izentalpowego dławienia.....	142
8. OBIEGI TERMODYNAMICZNE	157
8.1. Teoretyczne obiegi silników gazowych	157
8.2. Obieg porównawczy siłowni parowych	181
8.2.1. Obieg Clausiusa-Rankine’a jako porównawczy obieg siłowni parowych	181

8.2.2. Obieg siłowni parowej z przegrzewem międzystopniowym	183
8.3. Obiegi chłodnicze i pomp ciepła	187
8.4. Sprężarki tłokowe	197
9. SPALANIE PALIW	203
9.1. Bilansowanie ilości substancji i równania stechiometryczne	203
9.2. Zapotrzebowanie powietrza do spalania	204
9.3. Ilość i skład spalin	206
9.4. Bilans energii przy spalaniu	206
10. ZAGADNIENIA WYMIANY CIEPŁA	240
10.1. Podstawowe sposoby wymiany ciepła	240
10.2. Wymienniki ciepła	265
10.2.1. Wprowadzenie	265
10.2.2. Obliczenia wymiany ciepła	267
10.2.2.1. Ogólny współczynnik przenikania ciepła	267
10.2.2.2. Współczynniki korygujące dla wymienników ciepła o złożonej konstrukcji	270
10.2.3. Efektywność wymiennika ciepła (metoda NTU)	270
10.2.4. Metoda Wilsona	273
LITERATURA	296

PRZEDMOWA

Niniejszy zbiór zadań jest adresowany głównie do studentów Wydziału Mechanicznego Politechniki Łódzkiej. Mamy jednocześnie nadzieję, że może być także przydatny osobom studiującym na innych wydziałach. Głównym zadaniem opracowania jest pomoc w lepszym opanowaniu materiału przedmiotu Termodynamika, dla którego wiodącym podręcznikiem jest „Termodynamika Techniczna” Stefana Wiśniewskiego. Z tego też względu większość używanych w tych opracowaniach oznaczeń pokrywa się ze sobą. W przedstawionych zadaniach, oprócz obowiązujących jednostek z układu SI, są stosowane także jednostki spoza niego. Spowodowane jest to faktem, że ciągle w obiegu jest aparatura je wykorzystująca.

Poszczególne rozdziały pracy dotyczą: parametrów czynnika termodynamicznego i ich jednostek, wyznaczania parametrów gazów, pierwszej i drugiej zasady termodynamiki, układów wieloskładnikowych bez reakcji chemicznych, przemian gazów doskonałych, rzeczywistych oraz ich roztworów, podstawowych przemian pary wodnej, obiegów termodynamicznych, spalania paliw, a także podstawowych zagadnień wymiany ciepła.

Każdy rozdział zaczyna się od krótkiego wprowadzenia teoretycznego, w którym wyszczególnione są zależności potrzebne do późniejszego rozwiązania zadań liczbowych. Następnie przedstawione są zadania wraz z ich rozwiązaniem. Aby umożliwić Czytelnikowi sprawdzenie stopnia opanowania danego materiału, na końcu każdego rozdziału znajdują się zadania do samodzielnego rozwiązania.

Pomimo wszelkich starań włożonych w napisanie tej książki, zdajemy sobie sprawę, że nie uniknęliśmy różnego rodzaju błędów. Dlatego prosimy o wyrozumiałość wszystkich Czytelników i jednocześnie będziemy bardzo wdzięczni, jeżeli zechcą się Państwo podzielić z nami swoimi spostrzeżeniami i uwagami, które pozwolą na ulepszenie naszego zbioru w przyszłości.

Na zakończenie chcielibyśmy wyrazić naszą wdzięczność Panu profesorowi Janowi Łachowi za wnikliwe przeczytanie manuskryptu niniejszej książki oraz za jego bezcenne uwagi, które w znaczny sposób poprawiły czytelność zawartego tu materiału.

Nasze serdeczne podziękowania kierujemy także do Pana profesora Tadeusza Fodemskiego, pod którego kierunkiem przez wiele lat sami poznawaliśmy i nauczaliśmy termodynamikę techniczną.

Autorzy

OZNACZENIA

- a – dyfuzyjność cieplna, $[m^2/s]$
 a – stała kohezji, $[m^5 \cdot K^{0.5}/(s^2 \cdot kg)]$
 A – pole powierzchni, $[m^2]$
 b – egzergia właściwa, $[J/kg]$
 b – kowolumen, $[m^3/kg]$
 B – egzergia, $[J]$
 c – stężenie, $[kmol/m^3]$
 c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, $[J/(kg \cdot K)]$
 c_v – ciepło właściwe przy stałej objętości, $[J/(kg \cdot K)]$
 C_b – techniczna stała promieniowania ciała doskonale czarnego, $[W/(m^2 \cdot K^4)]$
 d – średnica, $[m]$
 E – energia całkowita, $[J]$
 F – pole przekroju poprzecznego kanału, $[m^2]$
 F – siła, $[N]$
 g – przyspieszenie ziemskie, $[m/s^2]$
 h – entalpia właściwa, $[J/kg]$
 H – entalpia, $[J]$
 l – praca jednostkowa, $[J/kg]$
 l – wymiar charakterystyczny, $[m]$
 L – ilość doprowadzonego powietrza do spalania, $[(kg \text{ powietrza})/(kg \text{ paliwa})]$
 L – praca, $[J]$
 m – masa, $[kg]$
 M – masa molowa, $[kg/kmol]$
 n – liczba kilomoli, $[kmol]$
 n – wykładnik politropy, $[-]$
 N – moc, $[W]$
 O – ilość doprowadzonego tlenu do spalania, $[(kg O_2)/(kg \text{ paliwa})]$
 p – ciśnienie, $[Pa]$
 P – obwód zwilżony, $[m]$
 q – ciepło jednostkowe, $[J/kg]$
 q – natężenie strumienia ciepła, $[W/m^2]$
 Q – ciepło, $[J]$
 Q_c – ciepło spalania, $[J/kg]$
 Q_w – wartość opałowa, $[J/kg]$
 r – entalpia parowania, $[J/kg]$
 r – promień, $[m]$
 r_i – udział objętościowy składnika i , $[-]$
 r_λ – właściwy opór cieplny przewodzenia ścianki płaskiej, $[m/W]$
 R – indywidualna stała gazowa, $[J/(kg \cdot K)]$
 $\bar{R}$ – uniwersalna stała gazowa, $[J/(kmol \cdot K)]$
 $R_{\lambda,l}$ – liniowy opór cieplny przewodzenia ścianki cylindrycznej, $[m \cdot K/W]$

- s – entropia właściwa, $[\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$
- S – entropia, $[\text{J}/\text{K}]$
- t – temperatura w stopniach Celsjusza, $[\text{°C}]$
- T – temperatura bezwzględna, $[\text{K}]$
- u – energia wewnętrzna właściwa, $[\text{J}/\text{kg}]$
- U – energia wewnętrzna, $[\text{J}]$
- v – objętość właściwa, $[\text{m}^3/\text{kg}]$
- V – objętość, $[\text{m}^3]$
- w – prędkość, $[\text{m}/\text{s}]$
- x – stopień suchości, $[-]$
- x_i – udział masowy składnika i , $[-]$
- z_i – udział molowy składnika i , $[-]$
- Z – wysokość, $[\text{m}]$
- α – współczynnik przejmowania ciepła, $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$
- α – współczynnik rozszerzalności, $[1/\text{K}]$
- β – współczynnik rozprężliwości, $[1/\text{K}]$
- δ – grubość ścianki, $[\text{m}]$
- ε – emisyjność powierzchni, $[-]$
- γ – współczynnik ściśliwości, $[\text{m}^2/\text{N}]$
- κ – stosunek ciepła właściwego c_p do c_v , $[-]$
- λ – współczynnik nadmiaru powietrza, $[-]$
- λ – przewodność cieplna, $[\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})]$
- η – sprawność, $[-]$
- ν – lepkość kinematyczna, $[\text{m}^2/\text{s}]$
- ρ – gęstość substancji, $[\text{kg}/\text{m}^3]$
- σ – entropia wytwarzana, $[\text{J}/\text{K}]$
- σ – stała Stefana-Boltzmana, $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)]$
- π, φ, τ – parametry zredukowane równania stanu, $[-]$
- τ – czas, $[\text{s}]$

Wskaźniki górne

- ' – wrząca ciecz,
- " – para nasycona sucha,
- ° – stan standardowy normalny,
- – wielkość molowa,
- – wielkość odniesiona do jednostki czasu,

Wskaźniki dolne

- dop – doprowadzony,
- odp – odprowadzony,
- p – płynu,
- w – ścianki,
- K – krytyczny

1. PARAMETRY CZYNNIKA TERMODYNAMICZNEGO I ICH JEDNOSTKI

1.1. Ilość substancji, strumienie substancji, objętość właściwa, gęstość

Ilość substancji czynnika termodynamicznego może być wyrażona w postaci:

- masowej (masa) m [kg],
- molowej (liczba moli) n [mol],
- objętościowej (objętość) V [m³].

Masa lub liczba moli to precyzyjne miary ilości substancji proporcjonalne do liczby molekuł N , a objętość wymaga dodatkowego opisu za pomocą innych parametrów (temperatura, ciśnienie). Masę i liczbę moli wiąże zależność

$$m = n \cdot M \quad (1.1)$$

gdzie: M – **masa molowa** to masa jednego mola substancji chemicznej, w układzie SI [kg/mol]. W termodynamice technicznej częściej [kg/kmol]. Masa molowa jest liczbowo równa masie cząsteczkowej (wielkość niemianowana).

Dla celów porównawczych stosowane są warunki normalne:

- standardowe $v_{ni} = 22,71 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \quad (p = 1 \text{ bar}, T = 273,15 \text{ K})$
- fizyczne $v_{nf} = 22,42 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \quad (p = 1 \text{ atm}, t = 0^\circ\text{C})$
- techniczne $v_{nt} = 24,85 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \quad (p = 1 \text{ at}, t = 20^\circ\text{C})$

W niniejszym zbiorze zadań są używane głównie warunki normalne fizyczne.

W przypadku zagadnień przepływowych, ilość substancji określa się za pomocą takich wielkości, jak: **strumień masy** $\dot{m}$ i **strumień objętości** $\dot{V}$:

$$\dot{m} = \frac{m}{\tau} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (1.3)$$

$$\dot{V} = \frac{V}{\tau} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \quad (1.4)$$

gdzie: τ – czas [s].

Dla substancji jednorodnych stosuje się wielkość odniesioną do jednostki masy, tj. **objętość właściwą** (właściwy parametr termodynamiczny):

$$v = \frac{V}{m} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \quad (1.5)$$

lub jej odwrotność, czyli **gęstość** (masę właściwą)

$$\rho = \frac{1}{v} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (1.6)$$

1.2. Temperatura, ciśnienie

Temperatura to wielkość fizyczna, która jest zaliczana do podstawowych, intensywnych parametrów stanu. Jest ona miarą stopnia nagrzania ciał. Temperatura jest ściśle powiązana ze średnią energią kinetyczną zarówno ruchu, jak i drgań wszelkich cząsteczek substancji wchodzącej w skład danego układu. W układzie jednostek SI temperaturę mierzy się od zera bezwzględnego. Jej jednostką jest kelwin (1 K). Jest to zarazem jednostka różnicy temperatur (dawniej grad, deg, °C). Jednostka kelwin wynika z założenia, że temperatura bezwzględna w punkcie potrójnym wody wynosi 273,16 K. Tradycyjną skalą temperatury jest skala Celsjusza, której punkt zerowy odpowiada temperaturze bezwzględnej 273,15 K. Stąd

$$T = t + 273,15$$

lub częściej (w uproszczeniu)

$$T = t + 273$$

Jednostka różnicy temperatur jest na obu skalach jednakowa, więc

$$t_2 - t_1 = T_2 - T_1 \quad \Delta t = \Delta T$$

W krajach anglosaskich nadal są używane skale: Fahrenheita (dla której punkty topnienia lodu i wrzenia wody przy ciśnieniu atmosferycznym są odpowiednio równe 32 i 212°F); bezwzględna skala Rankine'a. Obie te skale są powiązane ze skalą Celsjusza relacją $1^\circ\text{F} = 1^\circ\text{R} = \frac{5}{9}\text{K}$.

Ciśnienie to stosunek składowej normalnej siły wywieranej przez płyn na pewną powierzchnię do pola tej powierzchni. W układzie SI jednostką podstawową ciśnienia jest 1 Pa (paskal)

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

W praktyce mają zastosowanie również inne jednostki, wywodzące się ze starych układów jednostek:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,1 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ at} = 1 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2} \text{ – atmosfera techniczna}$$

gdzie: kG – jednostka siły (w odróżnieniu od kilograma masy) równa sile, z jaką Ziemia przyciąga masę 1 kg w miejscu, w którym przyspieszenie ziemskie wynosi $9,80665 \text{ m/s}^2$.

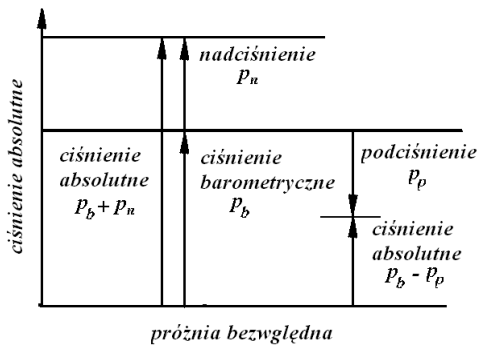
1 atm = 760 mm Hg – atmosfera fizyczna,

1 mm Hg – mm słupa rtęci bądź tor,

1 mm H₂O – mm słupa wody.

Ciśnienie jest skalarnym, intensywnym parametrem stanu. W termodynamice występuje na ogół ciśnienie bezwzględne (statyczne), tj. ciśnienie, jakie wskazywałby manometr, gdyby poza nim panowała próżnia. Sposoby obliczania ciśnienia bezwzględnego (absolutnego) w przypadku nadciśnienia i podciśnienia ilustruje rys. 1.1:

$$\begin{aligned} p &= p_b - p_p && \text{w przypadku podciśnienia oraz} \\ p &= p_b + p_n && \text{w przypadku nadciśnienia.} \end{aligned}$$



Rys. 1.1. Rodzaje ciśnień

Gdy płyn znajduje się w ruchu, to rozróżnia się pojęcie ciśnienia: statycznego, dynamicznego i całkowitego.

Ciśnienie statyczne p – ciśnienie, jakie pokazałby przyrząd poruszający się z prędkością strugi w tym samym co ona kierunku.

Ciśnienie dynamiczne p_d – ciśnienie powstające w wyniku izentropowego wyhamowania strumienia płynu do prędkości równej zero i zmiany jego energii kinetycznej w energię potencjalną (ciśnienia). Dla płynów nieściśliwych oblicza się je ze wzoru

$$p_d = \frac{\rho w^2}{2} \quad (1.7)$$

Ciśnienie całkowite p_c , zwane także ciśnieniem spiętrzenia, jest równe sumie ciśnienia statycznego i ciśnienia dynamicznego, tj. $p_c = p + p_d$.

Przeliczenie ciśnienia wyrażonego wysokością słupa cieczy manometrycznej na paskale (SI)

$$p = \rho \cdot g \cdot Z \quad (1.8)$$

gdzie: Z – różnica poziomów cieczy w manometrze [m],
 ρ – gęstość cieczy manometrycznej [kg/m^3],
 g – przyspieszenie ziemskie [m/s^2].

ZADANIA

Zadanie 1.1

Obliczyć ciśnienie absolutne w dwóch przypadkach: – podciśnienie wynosi 10 mm H_2O ; – nadciśnienie wynosi 0,5 bara. Ciśnienie barometryczne jest równe 735 Tr. Przyjąć: $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$. Wyniki podać w jednostkach SI.

Rozwiązanie

Ciśnienie barometryczne

$$p_b = 735 \text{ Tr} = \rho \cdot g \cdot Z = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,735 = 98061 \text{ Pa}$$

a podciśnienie $p_p = 10 \text{ mm H}_2\text{O} = \rho \cdot g \cdot Z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,01 = 98,1 \text{ Pa}$

Nadciśnienie $p_n = 0,5 \text{ bar} = 0,5 \cdot 10^5 = 50000 \text{ Pa}$

Ciśnienie absolutne:

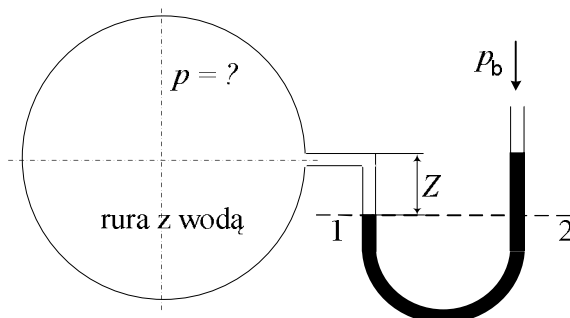
$$p_1 = p_b - p_p = 98061 - 98,1 = 97962,9 \text{ Pa}$$

$$p_2 = p_b + p_n = 98061 + 50000 = 148061 \text{ Pa}$$

Zadanie 1.2

Do pomiaru ciśnienia panującego w rurociągu z wodą użyto U – rurki z rtęcią. Obliczyć ciśnienie wody w rurociągu, wiedząc, że gęstość rtęci jest $\sim 13,6$ razy większa niż wody, a w czasie pomiaru odczytano wartość $H = 0,8 \text{ m}$. Ciśnienie barometryczne $p_b = 1000 \text{ kPa}$.

Rozwiązanie



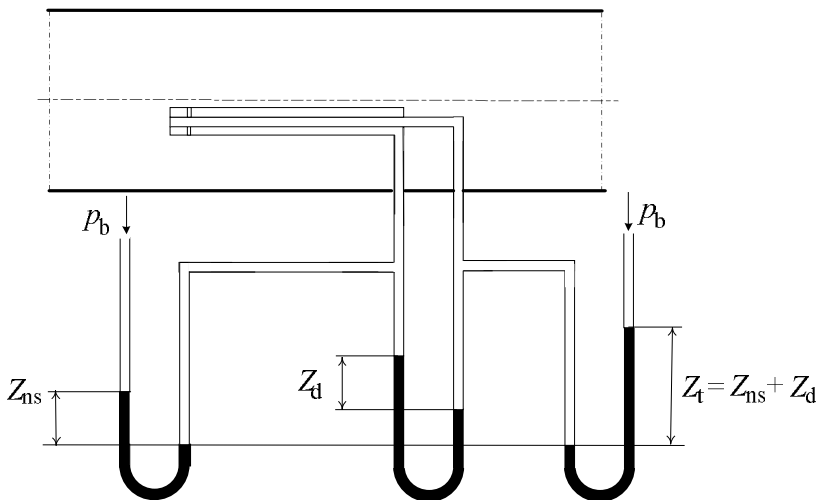
Zgodnie z prawem naczyń połączonych, ciśnienie w ramieniu „1” U – rurki jest równe ciśnieniu w ramieniu „2”, czyli:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_2 \\
 p_1 &= p + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Z \\
 p_2 &= p_b + \rho_{Hg} \cdot g \cdot Z = p_b + 13,6 \cdot \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Z \\
 p + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Z &= p_b + 13,6 \cdot \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Z \\
 p &= p_b + 12,6 \cdot \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Z = 1000 \cdot 10^3 + 12,6 \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,8 = \\
 &= 1098885 \text{ Pa} = 1098,9 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

Zadanie 1.3

Określić średnią prędkość w i strumień masy $\dot{m}$ powietrza (masowe natężenie przepływu, wydatek masowy) o temperaturze 20°C płynącego w rurociągu o średnicy $d = 500 \text{ mm}$, jak na rysunku; pomiar wykonany rurką Prandtla wskazał na manometrach cieczowych następujące wartości: $Z_d = 123 \text{ mm H}_2\text{O}$, $Z_{ns} = 150 \text{ mm H}_2\text{O}$. Przyjąć, że pomiar w tym punkcie odpowiada prędkości średniej przepływu. Ciśnienie barometryczne wynosi $p_b = 752 \text{ mm Hg}$.

Rozwiązanie



Ciśnienie barometryczne $p_b = 752 \cdot 133,3 = 100242 \text{ Pa}$

Nadciśnienie statyczne $p_{ns} = \rho \cdot g \cdot Z_{ns} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,15 = 1472 \text{ Pa}$

Bezwzględne ciśnienie statyczne $p = p_b + p_{ns} = 100242 + 1472 = 101714 \text{ Pa}$

Ciśnienie dynamiczne $p_d = \rho \cdot g \cdot Z_d = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,123 = 1207 \text{ Pa}$

Średnia prędkość przepływu z zależności (1.7)

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot p_d}{\rho}}$$

Gęstość powietrza płynącego rurociągiem obliczamy z równania stanu powietrza jako gazu doskonałego (szczegóły w rozdziale 2) $p = \rho \cdot R \cdot T$. Stąd

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{101714}{287 \cdot 293} = 1,210 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ i finalnie } w = \sqrt{\frac{2 \cdot 1207}{1,210}} = 44,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Strumień masy (masowe natężenie przepływu, wydatek masowy)

$$\dot{m} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot w \cdot \rho}{4} = \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 44,7 \cdot 1,210}{4} = 10,6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Zadanie 1.4

Obliczyć siłę wywołaną ciśnieniem wody działającą na pokrywę wjazdu łodzi podwodnej zanurzonego na głębokości $Z = 500$ m pod powierzchnią. Średnica wjazdu $d = 1$ m.

Przyjąć: $\rho = \rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$, przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Rozwiązanie

Ciśnienie wody na głębokości $Z = 500$ m

$$p = \rho \cdot g \cdot Z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 500 = 4905000 \text{ Pa}$$

Siła wywołana ciśnieniem

$$F = p \cdot A = p \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 4905000 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = 3,85 \cdot 10^6 \text{ N}$$

Zadanie 1.5

Długość słupa cieczy w manometrze z rurką pochyłą wynosi $l = 1200$ mm. Wiedząc, że cieczą manometryczną jest woda o temperaturze 20°C , a pochylenie rurki wynosi $\alpha = 30^\circ$, obliczyć nadciśnienie oraz ciśnienie bezwzględne działające na powierzchnię cieczy w zbiorniku manometru. Przyjąć ciśnienie atmosferyczne jako równe $p_b = 758 \text{ mm Hg}$.

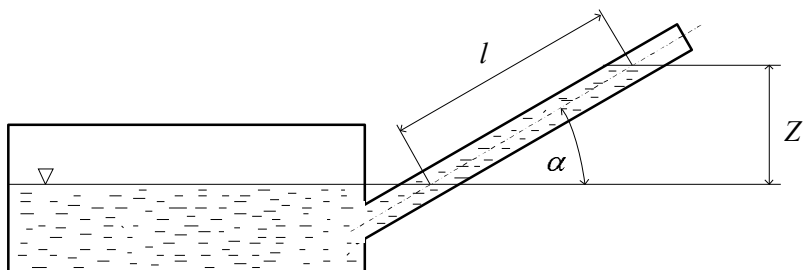
Rozwiązanie

Siła grawitacji działa w kierunku pionowym, więc z zależności trygonometrycznej obliczamy wysokość h , na jaką podniosła się ciecz w rurce

$$\frac{Z}{L} = \sin \alpha \Rightarrow Z = L \cdot \sin \alpha = 1,2 \cdot 0,5 = 0,6 \text{ m}$$

Nadciśnienie wynosi

$$p_n = \rho_w \cdot g \cdot Z = 997 \cdot 9,81 \cdot 0,6 = 5868 \text{ Pa}$$



Cieśnienie barometryczne $p_b = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,758 = 101100 \text{ Pa}$

Cieśnienie bezwzględne $p = p_b + p_n = 101100 + 5868 = 106968 \text{ Pa} = 107 \text{ kPa}$

Zadanie do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 1.6

Wyrazić we wszystkich znanych jednostkach ciśnienie równe 800 mm H₂O.

Odpowiedź: 7848 Pa, 0,07848 bar, 0,08 at, 0,0775 atm, 58,83 mm Hg.

2. WYZNACZANIE PARAMETRÓW GAZÓW

PRAWA GAZOWE

2.1. Empiryczne prawa gazowe. Termiczne równanie stanu gazu doskonałego

Empiryczne prawa gazowe to modelowy opis zachowania się gazów rzeczywistych, które w pewnym zakresie zmienności parametrów termicznych mogą być traktowane jako hipotetyczne gazy doskonałe bądź idealne. Za gaz doskonały można traktować gazy rzeczywiste przy ciśnieniach niższych od 2 MPa i temperaturach co najmniej dwukrotnie niższych od temperatury krytycznej, a także przy temperaturach niższych od krytycznej i ciśnieniu poniżej 0,1 MPa.

Prawo Boyle'a-Mariotte'a

Objętości stałej ilości gazu doskonałego (lub objętości właściwe) przy stałej temperaturze są odwrotnie proporcjonalne do ciśnień bezwzględnych

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{T,m} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)_T = \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right)_T = \frac{p_2}{p_1} \quad (2.1)$$

Prawo Gay-Lussaca

Objętości stałej ilości gazu doskonałego (lub objętości właściwe) przy stałym ciśnieniu są wprost proporcjonalne do temperatury bezwzględnej:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{p,m} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)_p = \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right)_p = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.2)$$

Termiczne równanie stanu jest zależnością funkcyjną jednoczesnych wartości parametrów stanu koniecznych i wystarczających do określenia stanu równowagi trwałej. Równanie stanu gazów doskonałych podał Clapeyron; wiąże ono dwie zmienne niezależne i jedną zmienną zależną. Na podstawie dwóch wyżej wymienionych praw, można w prosty sposób wyprowadzić równanie Clapeyrona, które dla jednego kilograma gazu przyjmuje postać

$$pv = RT \quad (2.3)$$

gdzie: p – ciśnienie bezwzględne [Pa],

v – objętość właściwa [m^3/kg],

T – temperatura bezwzględna [K],

R – indywidualna stała gazowa; stała dla rozpatrywanego gazu doskonałego [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$].

Mnożąc obustronnie równanie (2.3) przez ilość substancji m , uwzględniając $V = m \cdot v$, otrzymuje się równanie stanu gazów doskonałych dla m kg w postaci

$$pV = mRT \quad (2.4)$$

Prawo Charlesa

Przy stałej objętości i stałej ilości (tj. stałej objętości właściwej), ciśnienia bezwzględne gazu doskonałego są wprost proporcjonalne do temperatury bezwzględnej

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)_{V,m} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)_v = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.5)$$

Prawo Avogadra

Przy jednakowych ciśnieniach i jednakowych temperaturach oraz w jednakowych objętościach gazów doskonałych zawarte są jednakowe liczby cząsteczek.

Wnioski wynikające z prawa Avogadra

1. Przy jednakowych ciśnieniach i jednakowych temperaturach w jednakowych objętościach gazów doskonałych zawarte są jednakowe liczby ich kilomoli. Mol dowolnego gazu doskonałego zawiera ściśle określoną liczbę cząsteczek, którą określa się mianem liczby Avogadra N_A

$$N_A = (6,02680 \pm 0,00016) \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

2. Przy jednakowych ciśnieniach i jednakowych temperaturach gęstości gazów doskonałych są wprost proporcjonalne, a objętości właściwe odwrotnie proporcjonalne do ich mas cząsteczkowych

$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)_{p,T} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{p,T} = \frac{M_1}{M_2} \quad (2.6)$$

3. Przy jednakowych ciśnieniach i jednakowych temperaturach, objętości molowe różnych gazów doskonałych są jednakowe

$$v_1 M_1 = v_2 M_2 = vM = \bar{V} \quad (2.7)$$

gdzie: $\bar{V}$ – objętość molowa [m^3/mol] bądź [m^3/kmol].

W normalnych warunkach fizycznych objętość molowa dowolnego gazu doskonałego wynosi

$$\bar{V}_n = (vM)_n = 22,4135 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \approx 22,41 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}$$

Normalny metr sześcienny fizyczny [m^3_{nf}] – ilość substancji gazu doskonałego zawarta w 1 m^3 w normalnych warunkach fizycznych.

4. Uniwersalna stała gazowa, odniesiona do kilomola jako jednostki ilości substancji, ma wartość jednakową dla wszystkich gazów doskonałych

$$R_1 M_1 = R_2 M_2 = RM = \bar{R} \quad \bar{R} = (8314,29 \pm 0,3) \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \approx 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

Termiczne równanie stanu dla n kilomoli gazu doskonałego przyjmie postać

$$pV = n\bar{R}T \quad (2.8)$$

i dla 1 kilomola

$$p\bar{V} = \bar{R}T \quad (2.9)$$

Równania te są uniwersalnymi lub fizykochemicznymi równaniami stanu gazu doskonałego. Gaz doskonały jest to gaz, którego drobin nie przyciągają się wzajemnie, są nieskończenie małe i sztywne (wewnątrz drobin brak jest drgań). Wynika stąd, że ciepło właściwe gazu doskonałego jest stałe i niezależne od temperatury. Gaz półdoskonały różni się od doskonałego tym, że w jego drobinach występują drgania. Energia tych drgań jest zależna od temperatury, a więc ciepło właściwe jest zależne od temperatury.

2.2. Gaz rzeczywisty. Równania stanu gazu rzeczywistego

Równania stanu gazu rzeczywistego, opisując stan termodynamiczny tego gazu, uwzględniają odchylenia parametrów od parametrów gazów doskonałych. Najprościej można je określić za pomocą stopnia ściśliwości z , który jest równy stosunkowi objętości właściwej v gazu rzeczywistego do objętości właściwej gazu doskonałego v_d pod tym samym ciśnieniem i w tej samej temperaturze

$$z = \left(\frac{v}{v_d} \right)_{p,T} = \frac{pv}{RT} \quad (2.10)$$

Jeśli $z = 1$, równanie opisuje gaz doskonały, a jeśli $z > 1$, to siły odpychania i objętość właściwa gazu rzeczywistego są większe niż gazu doskonałego przy tym samym ciśnieniu i temperaturze.

Najprostszym równaniem stanu dla gazu rzeczywistego jest, dające prawidłowy opis jakościowy, równanie van der Waalsa

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v - b) = R_u T \quad (2.11)$$

gdzie: a i b są stałymi charakterystycznymi dla danego gazu, przy czym: stała b to kowolumen („współobjętość”) uwzględniający wpływ objętości własnej molekuł na objętość właściwą; najmniejsza objętość, do której można sprężyć 1 kg gazu,

$\frac{a}{v^2}$ – ciśnienie kohezyjne, które uwzględnia wpływ sił przyciągania między cząsteczkami, przeciwdziałających ekspansji przez zmniejszenie ciśnienia gazu (a – stała kohezji),

R_u – umowna stała gazowa.

Inne stosowane równania stanu dla gazu rzeczywistego to:

$$\text{Redlicha-Kwonga} \quad pv = R_u T \left[\frac{v}{v-b} - \frac{a}{R_u T^{\frac{3}{2}}(v+b)} \right] \quad (2.12)$$

$$\text{Berthelota} \quad \left(p + \frac{a}{Tv^2} \right) (v-b) = R_u T \quad (2.13)$$

$$\text{Dietericiego} \quad p(v-b) = R_u T \exp \left(-\frac{a}{R_u T v} \right) \quad (2.14)$$

Współczynniki termodynamiczne

Współczynnik rozszerzalności objętościowej α charakteryzuje względną zmianę objętości substancji pod wpływem zmiany temperatury pod stałym ciśnieniem

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad (2.15)$$

Dla gazów doskonałych $\alpha = \frac{1}{T}$.

Współczynnik rozprężliwości β charakteryzuje względną zmianę ciśnienia substancji pod wpływem zmiany temperatury w stałej objętości

$$\beta = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \quad (2.16)$$

Dla gazów doskonałych $\beta = \frac{1}{T} = \alpha$.

Izotermiczny współczynnik ściśliwości γ charakteryzuje względną zmianę objętości substancji pod wpływem zmiany ciśnienia przy stałej temperaturze

$$\gamma = -\frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -\frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \quad (2.17)$$

Dla gazów doskonałych $\gamma = \frac{1}{p}$.

Zależność między współczynnikami termodynamicznymi

$$\alpha = \beta \cdot \gamma \cdot p \quad (2.18)$$

Zredukowaną postać równania stanu otrzymuje się, wprowadzając parametry zredukowane:

$$\pi = \frac{p}{p_K} \quad \varphi = \frac{v}{v_K} \quad \tau = \frac{T}{T_K} \quad (2.19)$$

gdzie: p_K , v_K , T_K – parametry krytyczne gazu (ciśnienie, objętość właściwa, temperatura).

Prawo stanów odpowiednich

Jeżeli dwie substancje proste mają jednakowe wartości dwóch parametrów zredukowanych, to także trzeci parametr zredukowany ma jednakową wartość.

ZADANIA**Zadanie 2.1**

Naczynie o stałej objętości $V = 0,1 \text{ m}^3$ zawiera gaz doskonały pod ciśnieniem $p_1 = 3,5 \text{ MPa}$ i w temperaturze $t_1 = 27^\circ\text{C}$. Określić ciśnienie gazu p_2 w naczyniu, jeśli zostanie on oziębiony do temperatury $t_2 = -200^\circ\text{C}$.

Rozwiązanie

Przemiana gazu odbywa się przy stałej objętości. Między początkowym i końcowym stanem termodynamicznym zachodzi relacja wynikająca z prawa Charlesa, która umożliwia obliczenie ciśnienia końcowego gazu

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 3,5 \cdot \frac{73}{300} = 0,85 \text{ MPa}$$

Zadanie 2.2

Cylinder wypełniony jest powietrzem o temperaturze $t_1 = 10^\circ\text{C}$, przy czym tłok znajduje się w odległości $Z_1 = 0,5 \text{ m}$ od dna. Układ podgrzano do temperatury $t_2 = 100^\circ\text{C}$, w wyniku czego tłok przesunął się o odległość ΔZ , oddalając się od dna cylindra. Obliczyć, jaką odległość ΔZ pokonał tłok.

Rozwiązanie

Zwiększenie temperatury powietrza powoduje wzrost ciśnienia, który z kolei powoduje ruch tłoka równoważący ten wzrost. Mamy do czynienia z przemianą izobaryczną. Zgodnie z prawem Gay-Lussaca

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Uwzględniając, że $V_1 = A \cdot Z_1$ a $V_2 = A \cdot (Z_1 + \Delta Z)$, gdzie A jest polem powierzchni tłoka, dostaje się

$$\frac{A \cdot Z_1}{A \cdot (Z_1 + \Delta Z)} = \frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \Delta Z = Z_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 0,5 \cdot \left(\frac{373}{283} - 1 \right) = 0,16 \text{ m}$$

Tłok przesunął się o odległość $\Delta Z = 0,16 \text{ m}$.

Zadanie 2.3

Po jednej stronie tłoka w cylindrze poziomym znajduje się $m_{H_2} = 10 \text{ kg}$ wodoru ($M_{H_2} = 2 \text{ kg/kmol}$), a po drugiej – $n_{O_2} = 1 \text{ kmol}$ tlenu. Jaką część cylindra zajmuje wodór, a jaką tlen, jeśli system jest w stanie równowagi termodynamicznej?

Rozwiązanie

Sposób I

Z treści zadania wynika, że ciśnienia i temperatury w obu częściach cylindra są jednakowe. Z prawa Avogadra wynika, że stosunek objętości zajmowanych przez te gazy jest równy stosunkowi liczby ich kilomoli. Jeśli ponadto uwzględnimy relację między masą a masą cząsteczkową (drobinową, kilomolową) $m = nM$, to

$$\frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{n_{H_2}}{n_{O_2}} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2} \cdot n_{O_2}} = \frac{10}{2 \cdot 1} = \frac{5}{1}$$

Stosunek objętości wynosi 5:1, więc wodór zajmuje 5/6 objętości, zaś tlen tylko 1/6.

Sposób II

Stan równowagowy obu gazów można opisać uniwersalnymi równaniami stanu gazu doskonałego (równaniami Clapeyrona), a dzieląc je stronami dostaje się

$$pV_{H_2} = n_{H_2} \bar{R}T \quad pV_{O_2} = n_{O_2} \bar{R}T \quad \frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{n_{H_2}}{n_{O_2}} = \frac{5}{1}$$

Zadanie 2.4

Obliczyć objętość 1 kilomola gazu doskonałego w warunkach normalnych, technicznych i fizycznych.

Rozwiązanie

Uniwersalne równanie stanu gazu doskonałego dla $n = 1$ kmol ma postać:

$$p \cdot \bar{V} = \bar{R} \cdot T$$

a) warunki techniczne: $t = 20^\circ\text{C}$, $p = 1 \text{ at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

$$\bar{V} = \frac{\bar{R} \cdot T}{p} = \frac{8314 \cdot 293}{9,81 \cdot 10^4} = 24,83 \frac{\text{m}^3_{\text{m}}}{\text{kmol}}$$

b) warunki fizyczne: $t = 0^\circ\text{C}$, $p = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$$\bar{V} = \frac{\bar{R} \cdot T}{p} = \frac{8314 \cdot 273}{1,013 \cdot 10^5} = 22,41 \text{ m}^3_{\text{nf}}$$

Zadanie 2.5

Wyrazić w normalnych fizycznych metrach sześciennych m^3_{nf} ilość tlenu, który przy ciśnieniu bezwzględnym $p = 4 \text{ bar}$ i temperaturze $t = 20^\circ\text{C}$ zajmuje objętość $V = 10 \text{ m}^3$.

Rozwiązanie

Korzystając z tzw. wzoru redukcyjnego $\frac{p \cdot V}{T} = mR = \frac{p_N \cdot V_N}{T_N}$, dostaje się

$$V_N = \frac{p \cdot V}{T} \cdot \frac{T_N}{p_N} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 10}{293} \cdot \frac{273}{1,013 \cdot 10^5} = 36,8 \text{ m}_{\text{nf}}^3$$

Zadanie 2.6

Podać i sprawdzić poprawność zależności do obliczania współczynników termodynamicznych, tj.: współczynnika rozprężliwości β , współczynnika ściśliwości γ i współczynnika rozszerzalności objętościowej α , gazu spełniającego równanie stanu van der Waalsa.

Rozwiązanie

Z równania stanu van der Waalsa $\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - b) = RT$ wyznaczamy ciśnienie

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2}. \text{ Współczynnik rozprężliwości jest dany wzorem}$$

$$\beta = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{1}{p} \cdot \frac{R}{v - b} = \frac{R}{p(v - b)}$$

Współczynnik ściśliwości określa zależność

$$\begin{aligned} \gamma &= -\frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -\frac{1}{v \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} = \frac{-1}{v \left[\frac{-RT}{(v - b)^2} + \frac{2a}{v^3} \right]} = \frac{-1}{\frac{-RTv}{(v - b)^2} + \frac{2a}{v^2}} = \\ &= \frac{-1}{\frac{-RTv^3 + 2a(v - b)^2}{v^2(v - b)^2}} = \frac{v^2(v - b)^2}{RTv^3 - 2a(v - b)^2} \end{aligned}$$

Aby podać wzór do obliczania współczynnika rozszerzalności objętościowej, najpierw wyznacza się z równania stanu

$$T = \frac{1}{R} \left(pv - pb + \frac{a}{v} - \frac{ab}{v^2} \right)$$

$$\text{i przechodzi do definicji } \alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{v \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p}$$

którą przekształca się do postaci

$$\alpha = \frac{1}{v \cdot \frac{1}{R} \left(p - \frac{a}{v^2} + \frac{2ab}{v^3} \right)} = \frac{R}{pv - \frac{a}{v} + \frac{2ab}{v^2}} = \frac{Rv^2}{pv^3 - av + 2ab} = \frac{Rv^2}{pv^3 - a(v - 2b)}$$

Sprawdzenie poprawności otrzymanych zależności polega na wykazaniu, że zachodzi relacja $\alpha = \beta \cdot \gamma \cdot p$

$$\alpha = \frac{R}{p(v-b)} \cdot \frac{v^2(v-b)^2}{RTv^3 - 2a(v-b)^2} \cdot p = \frac{Rv^2(v-b)}{RTv^3 - 2a(v-b)^2} = \frac{Rv^2}{\frac{RTv^3}{v-b} - 2a(v-b)}$$

Z równania stanu wynika, że

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v-b) = RT \quad \Rightarrow \quad p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{v-b}$$

Ostatecznie

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{R}{\frac{1}{v^2} \left[\left(p + \frac{a}{v^2}\right) v^3 - 2a(v-b) \right]} = \frac{R}{pv + \frac{a}{v} - \frac{2a}{v} + \frac{2ab}{v^2}} = \\ &= \frac{Rv^2}{pv^3 + av - 2av + 2ab} = \frac{Rv^2}{pv^3 - a(v-b)} \end{aligned}$$

Zadanie 2.7

Obliczyć: stałą kohezji – a , kowolumen – b i wartość stałej gazowej – R dla azotu, jeśli gaz ten spełnia równanie Redlicha-Kwonga. Parametry krytyczne:

$$T_K = 126,1 \text{ K} \quad p_K = 3,39 \text{ MPa} \quad \rho_K = 0,311 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Rozwiązanie

$$\text{Równanie Redlicha-Kwonga } pv = RT \left[\frac{v}{v-b} - \frac{a}{RT^{\frac{3}{2}}(v+b)} \right]$$

Przekształcając je i rozwijając względem potęg v , dostajemy:

$$\begin{aligned} pv &= \frac{RTv}{v-b} - \frac{aT^{-0,5}}{v+b} \quad \Rightarrow \quad pv(v^2 - b^2) = RTv(v+b) - aT^{-0,5}(v-b) \\ pv^3 - pb^2v &= RTv^2 + RTbv - aT^{-0,5}v + aT^{-0,5}b \end{aligned}$$

Grupujemy wg potęg v

$$pv^3 - RTv^2 + \left(\frac{a}{T^{0,5}} - pb^2 - RTb \right) v - \frac{ab}{T^{0,5}} = 0$$

Dzielimy przez p

$$v^3 - \frac{RT}{p}v^2 + \left(\frac{a}{pT^{0,5}} - b^2 - \frac{RTb}{p} \right) v - \frac{ab}{pT^{0,5}} = 0$$

W stanie krytycznym, równanie to ma jeden potrójny pierwiastek, a więc

$$(v - v_K)^3 = v^3 - 3v_Kv^2 + 3v_K^2v - v_K^3 = 0$$

Porównujemy współczynniki

przy v^2 : $3v_K = \frac{RT_K}{p_K}$ $R = \frac{3p_K v_K}{T_K}$

przy v : $3v_K^2 = \frac{a}{p_K T_K^{0,5}} - b^2 - \frac{RT_K b}{p_K}$ $3v_K^2 = \frac{a}{p_K T_K^{0,5}} - b \left(b + \frac{RT_K}{p_K} \right)$

Skoro $\frac{RT_K}{p_K} = 3v_K$, to $3v_K^2 = \frac{a}{p_K T_K^{0,5}} - b(b + 3v_K)$ i wówczas

$$a = [3v_K^2 + b(b + 3v_K)] p_K T_K^{0,5}$$

Wyraz wolny $v_K^3 = \frac{ab}{p_K T_K^{0,5}}$

Wyznaczamy kowolumen b

$$b = \frac{p_K T_K^{0,5} v_K^3}{a} = \frac{p_K T_K^{0,5} v_K^3}{[3v_K^2 + b(b + 3v_K)] p_K T_K^{0,5}} = \frac{v_K^3}{[3v_K^2 + b(b + 3v_K)]}$$

Stąd:

$$b[3v_K^2 + b(b + 3v_K)] = v_K^3$$

$$3v_K^2 b + b^3 + 3v_K b^2 - v_K^3 = 0$$

$$b^3 + 3v_K b^2 + 3v_K^2 b - v_K^3 = 0$$

Wykonujemy podstawienie

$$b = y - v_K$$

$$y^3 - 3y^2 v_K + 3y v_K^2 - v_K^3 + 3v_K y^2 - 6y v_K^2 + 3v_K^3 + 3v_K^2 y - 3v_K^3 - v_K^3 = 0$$

Po redukcji wyrazów podobnych $y^3 - 2v_K^3 = 0$, a po rozwinięciu

$$(y - \sqrt[3]{2} v_K) \cdot (y^2 + \sqrt[3]{2} y v_K + \sqrt[3]{2} v_K^2) = 0$$

Rozwiązaniem jest jeden pierwiastek rzeczywisty $y = \sqrt[3]{2} v_K$. Wracając do podstawienia, dostaje się $b = (\sqrt[3]{2} - 1) v_K$. Natomiast stała kohezji a jest dana wzorem

$$\begin{aligned} a &= [3v_K^2 + b(b + 3v_K)] p_K T_K^{0,5} = \left[3v_K^2 + (\sqrt[3]{2} - 1)^2 v_K^2 + 3(\sqrt[3]{2} - 1) v_K^2 \right] p_K T_K^{0,5} = \\ &= p_K T_K^{0,5} \left[3v_K^2 + (\sqrt[3]{2})^2 v_K^2 - 2\sqrt[3]{2} v_K^2 + v_K^2 + 3\sqrt[3]{2} v_K^2 - 3v_K^2 \right] = \\ &= p_K T_K^{0,5} v_K^2 \left[(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1 \right] \end{aligned}$$

Korzystając ze wzoru $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \Rightarrow a = \frac{p_K T_K^{0,5} v_K^2}{\sqrt[3]{2} - 1}$

Obliczenia:

$$a = \frac{p_K T_K^{0,5} v_K^2}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{3,39 \cdot 10^6 \cdot (126,1)^{0,5}}{(0,311 \cdot 10^3)^2 (\sqrt[3]{2} - 1)} = 1514,2 \text{ m}^5 \text{K}^{0,5} \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$$

$$b = (\sqrt[3]{2} - 1) v_K = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\rho_K} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{0,311 \cdot 10^3} = 8,357 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$R = \frac{3 p_K v_K}{T_K} = \frac{3 \cdot 3,39 \cdot 10^6}{0,311 \cdot 10^3 \cdot 126,1} = 259,3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Zadanie 2.8

Obliczyć ciśnienie $m = 1 \text{ kg}$ azotu w temperaturze $T = 300 \text{ K}$ przy objętości właściwej $v = 0,1 \text{ m}^3/\text{kg}$, traktując go jako gaz doskonały ($R = 297 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$) oraz gaz rzeczywisty spełniający równanie van der Waalsa i równanie Redlicha-Kwonga.

Rozwiązanie

Dla gazu doskonałego spełniającego równanie Clapeyrona:

$$pv = RT \quad p = \frac{RT}{v} = \frac{297 \cdot 300}{0,1} = 0,891 \text{ MPa}$$

Dla gazu spełniającego równanie van der Waalsa:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - b) = RT \quad p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

Dla azotu: $a = 105,1 \text{ m}^5 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$, $b = 1,072 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$, $R = 230,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Stąd
$$p = \frac{230,5 \cdot 300}{0,1 - 1,072 \cdot 10^{-3}} - \frac{105,1}{(0,1)^2} = 0,69 \text{ MPa}$$

Dla gazu spełniającego równanie Redlicha-Kwonga

$$pv = RT \left[\frac{v}{v - b} - \frac{a}{RT^{\frac{3}{2}}(v + b)} \right] \Rightarrow p = \frac{RT}{v} \left[\frac{v}{v - b} - \frac{a}{RT^{\frac{3}{2}}(v + b)} \right]$$

Dla azotu: $a = 1514,2 \text{ m}^5 \text{K}^{0,5} \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$, $b = 8,357 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$, $R = 259,3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Podstawiając dane liczbowe

$$p = \frac{259,3 \cdot 300}{0,1} \left[\frac{0,1}{0,1 - 8,357 \cdot 10^{-4}} - \frac{1514,2}{259,3 \cdot 300^{\frac{3}{2}} (0,1 - 8,357 \cdot 10^{-4})} \right] = 0,78 \text{ MPa}$$

Zadanie 2.9

Wyprowadzić postać zredukowaną równania stanu van der Waalsa.

Rozwiązanie

Równanie van der Waalsa
$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - b) = RT$$

Podstawiając parametry zredukowane (2.16)

$$\left(\pi p_K + \frac{a}{\varphi^2 v_K^2}\right) \cdot (\varphi v_K - b) = R \tau T_K$$

Biorąc pod uwagę, że $a = 3p_K v_K^2$, $b = \frac{1}{3}v_K$, $R = \frac{8}{3} \frac{p_K v_K}{T_K}$, dostaje się:

$$\begin{aligned} \left(\pi p_K + \frac{3p_K v_K^2}{\varphi^2 v_K^2}\right) \cdot \left(\varphi v_K - \frac{1}{3}v_K\right) &= \frac{8}{3} \frac{p_K v_K}{T_K} \cdot \tau \cdot T_K \\ p_K \left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) \cdot \left(\varphi - \frac{1}{3}\right) \cdot v_K &= \frac{8}{3} p_K v_K \cdot \tau \\ \left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) \cdot \left(\varphi - \frac{1}{3}\right) &= \frac{8}{3} \cdot \tau \end{aligned}$$

Zadanie 2.10

Gaz ma współczynnik rozszerzalności $\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{v-b}{vT}$ i współczynnik

ściśliwości $\gamma = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = \frac{v-b}{pv}$. Określić postać równania stanu i współczynnik rozprężliwości gazu β .

Rozwiązanie

Różniczka zupełna objętości $dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T dp$

Podstawiając z treści zadania:

$$dv = \frac{v-b}{T} dT - \frac{v-b}{p} dp \qquad \frac{dv}{v-b} = \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}$$

Po scałkowaniu $\ln(v-b) = \ln T - \ln p + \ln R$ i równanie stanu przybiera postać:

$$v-b = \frac{RT}{p} \qquad p(v-b) = RT$$

Współczynnik rozprężliwości β jest zaś dany wzorem

$$\beta = \frac{1}{p} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{1}{p} \cdot \frac{R}{v-b} = \frac{1}{T}$$

Łatwo sprawdzić, że spełniony jest związek $\alpha = \beta \cdot \gamma \cdot p$.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 2.11

W zbiorniku kompresora o objętości $V = 100$ l znajduje się powietrze pod nadciśnieniem $p_{m1} = 10$ MPa i o temperaturze $t_1 = 17^\circ\text{C}$. Po zużyciu pewnej ilości gazu, nadciśnienie spadło do $p_{m2} = 10$ bar, a temperatura wzrosła do $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Obliczyć masę zużytego powietrza. Ciśnienie atmosferyczne $p_b = 1$ bar. Stała gazowa powietrza $R = 287$ J/(kg·K).

Odpowiedź: $m = 10,8$ kg.

Zadanie 2.12

W balonie o objętości $V_1 = 2$ m³ znajduje się powietrze o ciśnieniu $p_1 = 2$ bar. Na skutek dostarczonego ciepła, balon zwiększył swoją objętość do $V_2 = 2,7$ m³, niezmieniając swojej temperatury. Jakie ciśnienie panuje w balonie?

Odpowiedź: $p_2 = 0,148$ bar.

Zadanie 2.13

Obliczyć stałą kohezji – a , kowolumen – b i wartość stałej gazowej – R dla azotu, jeśli gaz ten spełnia równanie van der Waalsa. Parametry krytyczne:

$$T_K = 126,1 \text{ K} \quad p_K = 3,39 \text{ MPa} \quad \rho_K = 0,311 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Odpowiedź: $a = 3 p_K v_K^2 = 105,1 \text{ m}^5 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ $b = \frac{1}{3} v_K = 1,072 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$

$$R = \frac{8}{3} \frac{p_K v_K}{T_K} = 230,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Zadanie 2.14

Wyprowadzić postać zredukowaną równania stanu Redlicha-Kwonga.

Odpowiedź:

$$\left[\pi + \frac{1}{(\sqrt[3]{2}-1) \cdot \tau^{0,5} \cdot \varphi \left[\varphi + (\sqrt[3]{2}-1) \right]} \right] \left(\varphi - (\sqrt[3]{2}-1) \right) = 3\tau$$

Zadanie 2.15

Wyprowadzić wzór do obliczania stałej kohezji a , kowolumenu b i stałej gazowej R , jeśli gaz spełnia równanie Berthelota, oraz podać postać zredukowaną tego równania.

$$\text{Odpowiedź: } a = 3 p_K v_K^2 T_K \qquad b = \frac{1}{3} v_K \qquad R = \frac{8}{3} \frac{p_K v_K}{T_K}$$

$$\left(\pi + \frac{3}{\tau \varphi^2} \right) \left(\varphi - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \tau$$

3. PIERWSZA ZASADA TERMODYNAMIKI (I ZT)

Bilansowanie energii w układach zamkniętych i otwartych

Termodynamika to nauka o energii i entropii (albo o pracy i cieple). Cele termodynamiki technicznej są związane z metodami sporządzania bilansów: energii, pracy, ilości substancji, entropii i egzergii. Bilansowanie umożliwia liczbową ocenę jakości procesu przetwarzania energii w maszynach i urządzeniach cieplnych.

Przykładowo:

- w **silowniach** i **silnikach** – ciepło uwalniane w procesie spalania jest zamieniane na energię mechaniczną, na pracę; im wyższa sprawność, tym większa jest pozyskana praca w odniesieniu do energii dostarczonej do silnika;
- w **pompach ciepła** (PC) – transport ciepła jest „wymuszony” w kierunku przeciwnym do naturalnego (samorzutnie ciepło płynie od temperatury wyższej do niższej); ciepło jest pobierane przez PC z tzw. dolnego źródła ciepła, czyli zasobnika energii o niższej temperaturze (np. powietrza zewnętrznego w warunkach zimowych) i oddawane do tzw. górnego źródła (upustu ciepła) o wyższej temperaturze (np. wnętrza ogrzewanego domu); nakład energetyczny tego lewobieżnego obiegu termodynamicznego, tj. praca do napędu sprężarki, jest zwykle wielokrotnie niższy niż ciepło przekazywane do górnego źródła; realizowana jest mniej lub bardziej efektywnie funkcja grzewcza;
- w urządzeniach **chłodniczych** – transport ciepła zachodzi także w kierunku odwrotnym do naturalnego: tj. od dolnego źródła ciepła, którym jest obiekt o niskiej temperaturze (np. wnętrze chłodziarki domowej) do odbiornika energii (np. powietrza w otoczeniu chłodziarki); realizowana jest mniej lub bardziej efektywnie funkcja ziębnicza;
- w **wymiennikach ciepła** – energia płynie (jest wymieniana) pod wpływem lokalnej „siły napędowej”, którą jest różnica temperatury płynów (nośnika i odbiornika energii); naturalny zwrot lokalnych wektorów strumieni ciepła – od temperatury wyższej do niższej; wymienniki o nazwach: nagrzewnica (*grzejnica*), przegrzewacz, skraplacz tracą ciepło do otoczenia, a chłodnica, parownik (*parowacz*), ochładzacz (*oziębiacz*) pozyskują ciepło z otoczenia;
- w **procesach obróbki mechanicznej** i we wszelkich **procesach transportowych** występuje tarcie, które sprawia, że część energii ruchu jest zamieniana na ciepło, które jest pochłaniane przez układ i rozpraszane w bliskim i dalszym otoczeniu.

Zerowa zasada termodynamiki stwierdza, że jeśli ciało T (tzw. termoskop – wskaźnik nagrzania albo termometr – miernik temperatury) wykazuje stan równowagi termicznej z ciałem A na takim samym poziomie temperatury, na jakim znajduje się inny układ (ciało B), to pewne jest, że oddzielone (oddalone) od siebie ciała A i B znajdują się także w stanie równowagi termicznej.

Pierwsza zasada termodynamiki to słowne i matematyczne sformułowanie bilansu energii rozpatrywanego układu termodynamicznego, który z reguły albo zyskuje albo traci energię do otoczenia. W wielu przypadkach transformacji energii – przetwarzania ciepła na pracę i odwrotnie – pojawia się także energia, generowana wewnątrz układu, na jego wybranych powierzchniach albo w całej objętości. Transformacje te zachodzą w przemianach termodynamicznych i przy zmianach stanu skupienia substancji (*ciecz, gaz, ciało stałe*), gdy zachodzi wydzielanie lub pochłanianie ciepła przemian fazowych czynnika roboczego, jak np. przy skraplaniu gazu, parowaniu cieczy, sublimacji lodu oraz przy spalaniu paliw.

Układ termodynamiczny to część przestrzeni wydzielona z otoczenia poprzez fizyczne albo abstrakcyjne granice (urządzenia, maszyny, substancji), tworzące tzw. osłonę kontrolną (bilansową) albo objętość kontrolną.

Adiabatyczna osłona kontrolna doskonale izoluje cieplnie układ od otoczenia; w rzeczywistości nie ma idealnego izolatora, a adiabatyczność układu jest modelem, który może obowiązywać nawet przy fizycznym braku izolacji.

Diatermiczna osłona nie przepuszcza masy, ale idealnie przewodzi ciepło (tzn. przepływ ciepła odbywa się przy zerowej różnicy temperatury na granicy układ – otoczenie); model takiej wymiany ciepła jest przydatny dla oceny skutków nieodwracalności powodowanej przez skończone różnice temperatury albo gradienty temperatury.

W **odosobnionym** układzie termodynamicznym nie występuje przekazywanie substancji i energii przez osłonę bilansową.

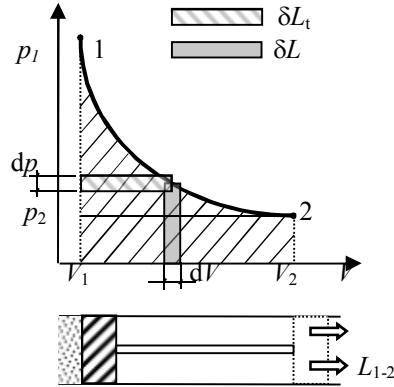
W **zamkniętym** układzie termodynamicznym przez osłonę nie może przepływać substancja materialna.

Otwarty (przepływowy) układ termodynamiczny posiada przynajmniej jeden dopływ i jeden odpływ substancji (a zatem i energii). Przykładami układów przepływowych są turbiny, sprężarki, przeponowe wymienniki ciepła, dysze, dyfuzory. Układ termodynamiczny jest **jednostronnie otwarty**, gdy brak jest dopływu substancji – funkcjonuje przynajmniej jeden odpływ. W układzie **jednostronnie zamkniętym** nie ma odpływu substancji – występuje przynajmniej jeden dopływ. Wymienione sytuacje są analogiczne do napełniania lub opróżniania zbiornika.

Według **konwencji znaków**, przyjętej w termodynamice technicznej, ciepło doprowadzone do układu ma znak dodatni, a doprowadzona praca – ujemny. W konsekwencji: ciepło odprowadzone jest ujemne, a praca wyprowadzona – dodatnia.

Elementarna praca zmiany objętości (praca objętościowa) δL to iloczyn siły F i elementarnego przesunięcia (przemieszczenia) dx . Wyrażając siłę jako iloczyn ciśnienia $p(V)$ i powierzchni A tłoka (patrz rys. 3.1), otrzymuje się

$$\delta L = F(x)dx = p(V)A dx = p(V)dV \quad (3.1)$$

Rys. 3.1. Praca zmiany objętości – pole pod linią przemiany $p(V)$

Praca zmiany objętości (praca objętościowa) to suma elementarnych prac δL

$$L_{1-2} = \int_{\pi 1-2} \delta L = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = p_{sr} (V_2 - V_1) \quad (3.2)$$

Wartość pracy L_{1-2} zależy od drogi realizowanej przemiany π oraz od wartości parametrów p , V w stanach granicznych: początkowym i końcowym (*praca jest funkcjonalem drogi przemiany w odróżnieniu od funkcji termodynamicznych nazywanych funkcjami stanu*). Jest reprezentowana (jako całka oznaczona) przez pole powierzchni pod linią przemianową $p(V)$ w przedziale objętości $\langle V_1, V_2 \rangle$ albo pole prostokąta o bokach równych $(V_2 - V_1)$ i odpowiednio uśrednionemu ciśnieniu p_{sr} (np. jako średnia z n zarejestrowanych ciśnień).

Zdefiniowana równaniem (3.2) praca L_{1-2} jest nazywana **absolutną** (zewnętrzną, bezwzględną), gdy ciśnienie otoczenia jest znikomo małe $p_{ot} = 0$ (nie występują wówczas składowe energii pochodzące od sił na zewnątrz tłoka).

Praca użyteczna L_{u1-2} uwzględnia energię oddziaływania otoczenia (jego kompresję lub dekompresję) o zadanym ciśnieniu $p_{ot} > 0$.

Dla znanego równania linii przemianowej $p = p(V)$, przy parametrach: V_1 , V_2 i $p_{ot} = \text{const}$ obowiązuje zależność

$$L_{u1-2} = \int_{V_1}^{V_2} (p(V) - p_{ot}) dV = L_{1-2} - p_{ot} \cdot (V_2 - V_1) \quad (3.3)$$

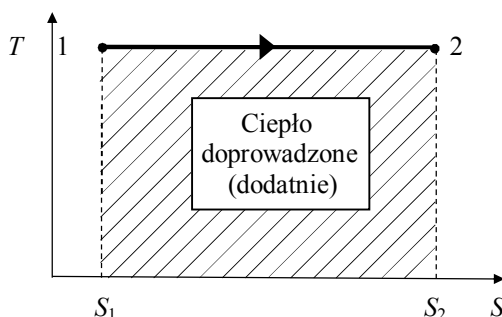
Ze względu na procesy tarcia w płynie i w ruchomych elementach układu, praca użyteczna L_u jest pomniejszona o część energii, nazywanej **pracą tarcia** lub **cieplem tarcia** $L_w = Q_w$.

Ze zmienności parametrów płynu wynika także inne oddziaływanie energetyczne nazywane **pracą techniczną** L_{t1-2} definiowane jako

$$L_{1-2} = - \int_{p_1}^{p_2} V(p) dp \quad (3.4)$$

W ogólnym przypadku prace: zewnętrzna i techniczna są różne.

Ciepłem zewnętrznym Q_{z1-2} są nazywane te przepływy energii pomiędzy układem a otoczeniem, które nie są pracą, czyli uporządkowaną w skali makro formą przepływu energii. Ciepło jest nieuporządkowaną formą przekazywania energii. Można je wyrazić analogicznie jak pracę, ale z użyciem funkcji stanu nazywanej entropią S . Entropia stanowi uogólnione przesunięcie dla uogólnionej siły – temperatury $\delta Q = T \cdot dS$. Wymienione z otoczeniem ciepło skutkuje dodatnią lub ujemną zmianą entropii układu i jest reprezentowane przez pole pod krzywą przemianową na wykresie we współrzędnych $T - S$.



Rys. 3.2. Ciepło przemiany izotermicznej na wykresie $T - S$

$$Q_{1-2} = \int_1^2 \delta Q = \int_{S_1}^{S_2} T(S) dS \quad (3.5)$$

Pierwsza zasada termodynamiki jest zgodna z ogólną zasadą bilansowania, która głosi, że energia (podobnie masa) nie ginie. Oznacza to, że jeśli do układu bez wewnętrznych źródeł ciepła dopływa energia E_d , to energia wypływająca z układu E_w może być mniejsza tylko o tę część ΔE_u , która w układzie pozostaje (jako energia zakumulowana)

$$E_d = \Delta E_u + E_w \quad (3.6)$$

Jeśli układ nie akumuluje energii, to $\Delta E_u = 0$, a wtedy $E_d = E_w$. Wypływy i dopływy mogą występować na sposób ciepła lub/i pracy lub/i jako entalpia substancji.

Pierwszą zasadę termodynamiki formułuje się:

- dla **układów zamkniętych** (pierwsza postać równania I ZT) – zawiera energię wewnętrzną U układu,
- dla **obiegów** (lewo- i prawobieżnych albo „w prawo” i „w lewo”),
- dla **układów otwartych** (druga postać równania I ZT) – zawiera entalpię H ,

- dla **procesów wydzielania** (lub pochłaniania) **ciepła**, np. pochodzącego z reakcji chemicznych – jako **prawo Hessa**.

Pierwsza postać pierwszej zasady termodynamiki (I ZT) stwierdza, że ciepło Q doprowadzone z zewnątrz do nieruchomego układu zamkniętego jest zużywane na zwiększenie jego energii wewnętrznej U oraz wykonanie pracy L . Ten bilans ma postać różniczkową

$$\delta Q = dU + \delta L \quad (3.7)$$

a w postaci całkowej zawiera wielkości skończone

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1,2} + L_{1-2} = U_2 - U_1 + L_{1-2} \quad (3.8)$$

Z ostatniego równania wynika, że dla układu **adiabaticznego**, tj. dla przypadku, gdy przez granice układu nie przepływa ciepło ($Q_{1-2} = 0$), wyprowadzona na sposób pracy energia $L_{1-2} = -\Delta U_{1,2} = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2$ powoduje obniżenie zasobu energetycznego układu – energii wewnętrznej U . Ta funkcja stanu jest ściśle związana z parametrami termodynamicznymi układu i ze stanem skupienia substancji w układzie.

Równania (3.7) i (3.8) mają sens ogólny, są więc słuszne nie tylko dla pojedynczej przemiany, ale dla n kolejno realizowanych, w których ciepło i praca mogą być zmienne co do wartości i co do znaku.

Obiegi stanowią cykl n kolejno realizowanych przemian z występującymi przepływami energii na sposób ciepła i pracy. Energia wewnętrzna pierwszego i ostatniego stanu układu jest w obiegach taka sama, a zatem $\Delta U_{1,(n+1)} = 0$ (gdy np. liczba przemian wynosi 4, to $\Delta U_{1,5} = 0$, albowiem stany 1 i 5 pokrywają się).

Pierwsza zasada termodynamiki dla obiegów brzmi: suma algebraiczna ciepła i suma algebraiczna prac (objętościowych, technicznych) wymienianych we wszystkich przemianach obiegu odwracalnego – są równe.

Zapis matematyczny zawiera symbol całkowania (czyli sumowania) po krzywej zamkniętej

$$\oint_n \delta Q = \oint_n \delta L \quad (3.9)$$

Z powyższego równania wynika, że pola na wykresach $T-S$ reprezentujące ciepło i pracę obiegu, składającego się z przemian odwracalnych, są sobie równe.

Druga postać równania I ZT dotyczy bilansowania energii w układach otwartych, dla których wygodnie jest posługiwać się pojęciem entalpii $H = m h$ (entalpia właściwa jest definiowana jako $h = u + p \cdot v$)

$$Q_{z1-2} = H_2 - H_1 + L_{t1-2} \quad (3.10)$$

Dla 1 kilograma substancji

$$q_{z1-2} = h_2 - h_1 + l_{t1-2} \quad (3.11)$$

Na całkowitą energię właściwą e [kg] układu składają się makroskopowe energie: potencjalna e_p , liczona od przyjętego poziomu odniesienia Z , kinetyczna e_k i wewnętrzna u

$$e = u + p \cdot v + e_p + e_k = h + e_p + e_k = h + g \cdot Z + w^2/2 \quad (3.12)$$

Z równania (3.10) wynika bilans mocy dla układu otwartego (przepływowego), np. maszyny wirnikowej typu turbina, z ustalonym (niezmiennym w czasie) strumieniem masy substancji $\dot{m}$, entalpią całkowitą jednostki masy czynnika na wyjściu $h_{c2} = h_2 + e_{p2} + e_{k2}$ i wejściu układu $h_{c1} = h_1 + e_{p1} + e_{k1}$,

$$\dot{Q}_d = \dot{m}(h_{c2} - h_{c1}) + N_i \quad (3.13)$$

gdzie:

- $N_i = \dot{L}_{t1-2}$ [W] jest mocą przekazywaną przez maszynę do otoczenia, mocą wewnętrzną maszyny (wirnikowej lub tłokowej), a $\dot{Q}_d$ [W] to strumień ciepła wymienianego z otoczeniem; ścisła definicja strumienia ciepła jest podana w rozdziale 10; tu sygnalizuje się, że gęstość strumienia ciepła $\dot{q} = \dot{Q}/F$ [W/m²] (strumień ciepła odniesiony do powierzchni, przez którą przepływa) można traktować analogicznie do prądu płynącego pod wpływem różnicy potencjałów elektrycznych; jest on wprost proporcjonalny do różnicy temperatur układ – otoczenie, a odwrotnie proporcjonalny do oporów na drodze przepływu ciepła).
- $\dot{m}$ – strumień masy czynnika o gęstości ρ , płynącego w przekroju A kanału (króćca wlotowego lub wylotowego) ze średnią prędkością w

$$\dot{m} = \dot{V} \rho = A w \rho \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (3.14)$$

- gdzie $\dot{V}$ jest strumieniem objętości.

Jeśli ten sam strumień masy wpływa i wypływa z układu, to oznacza brak akumulacji masy w układzie. W przekrojach 1-1 i 2-2 obowiązuje wówczas równanie ciągłości strugi płynu: $\dot{m} = A_1 w_1 \rho_1 = A_2 w_2 \rho_2$.

Całkowity strumień energii płynu (czynnika) w miejscu Z mierzonym od przyjętego poziomu odniesienia jest sumą trzech składowych strumieni energii – strumienia entalpii ($\dot{m} h$), strumienia energii kinetycznej ($\dot{m} w^2/2$) i strumienia energii potencjalnej ($\dot{m} g Z$)

$$\dot{E} = \dot{H} + \dot{E}_k + \dot{E}_p = \dot{m} \left(h + \frac{w^2}{2} + g Z \right) \quad (3.15)$$

W poszczególnych przypadkach technicznych (maszyn i urządzeń) zmiany poszczególnych składników energii mogą być istotne albo zaniedbywalne.

Ciepło właściwe (pojemność cieplna właściwa)

Elementarne ciepło pobrane lub oddane przez substancję o masie m i ciepłe właściwym c (lub pobrane lub oddane przez n moli o molowym cieple właściwym

$\bar{c}$) jest energią potrzebną do jej ogrzania lub ochłodzenia o elementarną różnicę (różniczkę) temperatury dT (dodatnią lub ujemną)

$$\delta Q = \delta Q_z + \delta Q_w = m c dT = n \bar{c} dT \quad (3.16)$$

– w procesie między stanami 1 i 2, przy niezmienniej masie m jest

$$Q_{1-2} = Q_{z1-2} + Q_{w1-2} = m \int_{T_1}^{T_2} c dT = m c \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \quad (3.17)$$

gdzie: Q – całkowite ciepło układu, Q_z – ciepło zewnętrzne, pochodzące z otoczenia układu, Q_w – ciepło wewnętrzne (dodatnie w przypadku tarcia).

Prawo Hessa – I ZT w zastosowaniu do ciepła reakcji chemicznych brzmi: ciepło (efekt cieplny) Q reakcji chemicznej to największa możliwa ilość ciepła, otrzymanego lub pochłoniętego w warunkach zachowania stałej temperatury reakcji i przy zachowaniu stałości jeszcze jednego z parametrów: ciśnienia lub objętości.

Rozróżnia się zatem ciepło reakcji izotermiczno-izochorycznej Q_v lub ciepło reakcji izobaryczno-izotermicznej Q_p . Wielkości Q_v i Q_p : a) jednoznacznie charakteryzują reakcję (przemianę chemiczną substratów w produkty), b) są odnoszone do kilomola albo do kilograma czynnika (paliwa), c) zależą zwykle zarówno od poziomu temperatury, jak i ciśnienia, w jakich reakcja przebiega.

Ciepła reakcji: przy stałej objętości $Q_v = U_2 - U_1$ i przy stałym ciśnieniu $Q_p = H_2 - H_1$ to różnice, odpowiednio: energii wewnętrznej i entalpii układu na końcu i początku przemiany. Ciepła te nie zależą od drogi przemiany, a są tylko **funkcją stanu końcowego i początkowego**. Ten wniosek nosi nazwę **prawa Hessa** i pozwala wyznaczać efekty cieplne reakcji oraz ciepła tworzenia drogą pośrednią, na podstawie znajomości efektów cieplnych reakcji pośrednich.

Uwaga: Temat reakcji chemicznych jest rozszerzony w rozdziale 10. Spalanie paliw.

Ciepło właściwe substancji (pojemność cieplna właściwa) c jest ilością ciepła potrzebnego dla zmiany temperatury jednostki masy substancji $m = 1$ kg o jednostkową wartość $\Delta T = 1$ K. Wyznaczanie rzeczywistego ciepła właściwego wymaga precyzyjnego obliczania wartości pochodnych $\delta q/dT$ na wykresie $Q(T)$, zgodnie ze wzorami

$$c = \frac{\delta Q}{m dT} = \frac{\delta q}{dT} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad \bar{c} = \frac{\delta Q}{n dT} = \frac{\delta \bar{q}}{dT} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad (3.18)$$

Zasada ekwipartycji energii głosi, że na każdy stopień swobody cząsteczki gazu doskonałego (wykonującej ruch postępowy i obrotowy) przypada energia o wartości $\frac{1}{2}kT$ (gdzie $k = R/N_A$ jest stałą Boltzmanna).

Dla N_A liczby cząsteczek zawartych w kilomolu gazu doskonałego, energia wewnętrzna

$$\bar{u} = f N_A \frac{1}{2} k T = \frac{1}{2} \bar{R} f T \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right] \quad (3.19)$$

okazuje się niezależna od rodzaju gazu, a zależna jedynie od temperatury bezwzględnej (dla $T = 0$ $\bar{u}_0 = 0$) oraz od f możliwych stopni swobody pojedynczej cząsteczki.

Jeśli uwzględnić, że w warunkach stałej objętości ciepło doprowadzone lub odprowadzone od jednostkowej masy gazu zmienia tylko energię wewnętrzną, to wykorzystując definicję (3.18) i różniczkując (3.19) względem temperatury, otrzymuje się zależności:

$$\bar{c}_v = \left(\frac{\delta \bar{q}}{dT} \right)_v = \frac{\delta \bar{u}}{dT} = \frac{f \bar{R}}{2} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right] \quad (3.20)$$

$$\bar{c}_p = \bar{c}_v + \bar{R} = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) \bar{R} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right] \quad (3.21)$$

Dla gazów jednoatomowych $f = 3$ (stopnie swobody ruchu postępowego). Gazy dwuatomowe (model: dwie kule związane sztywnym prętem) mają nie tylko trzy stopnie swobody ruchu obrotowego, ale i dwa stopnie swobody ruchu rotacyjnego ($f = 3 + 2 = 5$). Gazy trójatomowe mają 3 dodatkowe stopnie swobody ruchu rotacyjnego $f = 3 + 3 = 6$.

Jeśli w obliczeniach należy uwzględnić **zmiennosc własności cieplnych z temperaturą**, to można posłużyć się wzorami interpolacyjnymi dla rzeczywistego i dla średniego ciepła właściwego gazów [1]. Dla wybranych gazów, w zakresie temperatury od 200 do 1500 K, wystarczającą dokładność zapewniają wielomiany piątego stopnia:

$$c_p(T) = \sum_{i=0}^{i=5} a_i T^i \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad c_{psr} \Big|_{T_0}^T = \sum_{i=0}^{i=5} \frac{a_i T^i}{i+1} \quad (3.22)$$

gdzie współczynniki wielomianów dla kilku gazów podano w tabeli 3.1.

Tabela 3.1. Współczynniki wielomianów [1]

Gaz	a_0	$10^3 a_1$	$10^6 a_2$	$10^9 a_3$	$10^{12} a_4$	$10^{15} a_5$
Wodór	9,1434	35045,2	-84610,6	94247,7	-48005,9	9152,66
Azot	1059,46	-172,671	293,083	241,588	-351,957	98,505
Tlen	972,243	-728,71	2565,21	-2864,96	1403,01	-255,528
Dwutlenek węgla	464,261	1596,77	-1189,91	390,961	-10,574	-15,394
Para wodna	1906,43	-683,561	2291,25	-1795,2	686,317	-109,798
Dwutlenek siarki	703,32	-1342,61	5145,29	-6396,79	3404,01	-662,459
Powietrze	1032,24	-297,378	810,756	-475,393	56,106	15,798
Metan	2238,75	-3450,06	15737,5	-15610,0	6642,5	-1056,37

Średnie ciepło właściwe w granicach temperatur od T_1 do T_2

$$c|_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT = \frac{1}{T_2 - T_1} \left[c|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0) - c|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0) \right] \quad (3.23)$$

Jeśli występujące w powyższym wzorze wielkości średnie $c|_{T_0}^{T_1}$ i $c|_{T_0}^{T_2}$ obliczać z równania (3.22), to temperaturą odniesienia musi być $T_0 = 200$ K.

Średnie ciepło właściwe w przedziale temperatury od T_1 do T_2 jest na wykresie rzeczywistego ciepła właściwego $c = c(T)$ wartością rzędnej, która wyznacza pole prostokąta (o podstawie będącej długością odcinka, łączącego punkty T_1 , T_2 na osi odciętych) o wartości równej polu powierzchni pod linią $c(T)$ w tym samym przedziale temperatury.

Odwracalność przemiany i cyklu przemian (obiegu) to pojęcie umożliwiające ocenę maksymalnych możliwości konwersji energii z ciepła na pracę, i odwrotnie. Jeśli przemiana jest odwracalna (kwazyrównowagowa), to przebiega bez efektów tarcia $\delta Q_w = 0$. Oznacza to, że ciepło δQ_π dowolnej przemiany π jest jednocześnie ciepłem zewnętrznym δQ_z przemiany, które przepływa wówczas między układem i otoczeniem przy zerowej różnicy temperatury między czynnikiem termodynamicznym i źródłem (lub upustem). Przemiana odwracalna przebiega od stanu 1 do stanu 2 w taki sposób, że powrót od stanu 2 do stanu 1 nie powoduje sumarycznej zmiany entropii ani układu, ani otoczenia – sumaryczne zmiany entropii zerują się. Tak pomyślany przebieg parametrów, w którym stan końcowy i początkowy pokrywają się – to przecież jest obieg. Obieg odwracalny składa się tylko z przemian odwracalnych.

Istnieją dwie przemiany, których realizacja praktyczna może być bliska warunkom odwracalności. W przemianie izentropowej energia wewnętrzna układu w całości zamienia się na pracę. W przemianie izotermicznej ciepło i praca są równe.

Matematyczny zapis warunku odwracalności ma postać

$$\oint \frac{\delta Q_z}{T} = \oint dS = 0 \quad (3.24)$$

Dla obiegów nieodwracalnych obowiązuje zasada wzrostu entropii, formułowana jako Druga Zasada Termodynamiki. Z II ZT wynika, że powyższa suma musi być ujemna.

Praca maksymalna to największa praca, jaka może być wyprowadzona z układu zamkniętego. Obowiązują dwa warunki: a) układ realizuje przemiany odwracalne b) układ znajduje się w kontakcie z otoczeniem stanowiącym, niezależnie od warunków realizacji procesu, źródło lub upust energii układu.

Do definicji odnosi się zatem pierwsza postać I ZT:

$$\delta L_{\max} = \delta Q - dU = -dU + T_{ot} dS \quad (3.25a)$$

$$L_{\max} = -(U_2 - U_1) + T_{ot} (S_2 - S_1) = \Delta U_{2,1} + T_{ot} \cdot \Delta S_{1,2} \quad (3.25b)$$

Wynika stąd wniosek, że praca maksymalna jest wykonywana kosztem obniżenia energii wewnętrznej układu przy jednoczesnym udziale ciepła wymienianego z otoczeniem na poziomie temperatury otoczenia (drugi składnik równania 3.25).

ZADANIA

Zadanie 3.1. Entalpia H – funkcja stanu układu otwartego

Przeanalizować równanie zachowania energii (3.6) $E_d = \Delta E_u + E_w$ w celu porównania energii doprowadzonej E_d z energią wewnętrzną $U = m \cdot u$, zawartą w masie m gazu doprowadzonego do układu. Gaz jest powoli (równowagowo, przy znikomo małej prędkości przepływu) wtłaczany pod tłok o masie m_t i znacznej średnicy d , co pozwala zaniedbać energię kinetyczną i zmianę energii potencjalnej gazu. Doprowadzana energia powoduje zmianę położenia tłoka od zerowej wysokości początkowej do wysokości końcowej Z . Stan końcowy (2) układu to stan równowagi z otoczeniem, przy czym pod tłokiem nadal panuje ciśnienie otoczenia, a brak wymiany ciepła między gazem i ścianką układu sprawia, że temperatura czynnika pozostaje stała, co przekłada się na stałość energii wewnętrznej gazu U .

Rozwiązanie

Ze względu na pomijanie efektów tarcia, energia E_w wyprowadzona z układu jest zerowa. Ściśle rzecz biorąc wymaga to założenia, że ponad tłokiem jest próżnia. Równanie bilansu energii ma postać $E_d = \Delta E_u = E_2 - E_1$. Interesująca jest zmiana energii ΔE_u rozpatrywanego układu pomiędzy stanami (1) i (2). W stanie (1) energia $E_1 = 0$, bo w układzie nie ma gazu. W stanie (2) energia układu składa się z energii wewnętrznej gazu U i z energii potencjalnej masy tłoka podniesionego na wysokość Z , tj. $E_d = E_2 = U + m_t g Z$. Ten drugi składnik energii można wyrazić poprzez siłę ($p A$), a więc $m_t g Z = p A Z$. Siła ta pochodzi od ciśnienia gazu p i działa na dno tłoka o powierzchni $A = \pi d^2 / 4$, przemieszczając go na wysokość Z . Jeśli wykorzystać objętość układu $V = A Z$, to $m_t g Z = p A Z = p V$. Zatem siła pochodząca od ciśnienia wykonuje pracę ($p V$) na danym systemie, a tym samym dostaje się równanie

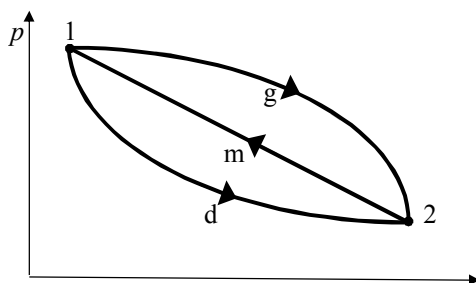
$$E_d = H = U + pV \text{ [J]}$$

będące definicją **entalpii statycznej** (krótko: **entalpii**). Jest ona większa od energii wewnętrznej gazu o składnik, będący iloczynem ciśnienia i objętości tego gazu, określane mianem **pracy napelniania** układu.

Z tej analizy wynika, że w układach otwartych dla przepływu masy płynu niepomijalny jest składnik energii, związany z siłami na wytworzenie miejsca wewnątrz układu dla tej masy płynu (gdyby ta masa płynu skurczyła się do zera, tj. została wyprowadzona z układu, to ten składnik „jest do odzyskania”).

Zadanie 3.2. *Energia wewnętrzna U jest jednoznaczłą funkcją stanu układu termodynamicznego*

Jak widać na załączonym wykresie, parametry stanów 1 i 2 należą do dwóch obiegów termodynamicznych różniących się przebiegiem parametrów pośrednich oraz kierunkiem zachodzących przemian. Obieg „górny” (1-g-2-m-1) jest prawobieżny, a obieg „dolny” (1-d-2-m-1) jest lewobieżny. Przemiana **m** jest wspólna dla obu obiegów.



Należy wykorzystać równanie (3.9) I ZT, zapisane dla obu obiegów: górnego (g-m) oraz dolnego (d-m) w celu matematycznego uzasadnienia, że energia wewnętrzna jest jednoznaczłą funkcją stanu.

Rozwiązanie

Z I ZT dla obiegu g-m $\oint_{g-m} \delta Q = \oint_{g-m} \delta L$ wynika równanie

$$\int_1^2 \delta Q_g + \int_2^1 \delta Q_m = \int_1^2 \delta L_g + \int_2^1 \delta L_m \quad (a)$$

a z I ZT dla obiegu d-m $\oint_{d-m} \delta Q = \oint_{d-m} \delta L$ wynika równanie

$$\int_1^2 \delta Q_d + \int_2^1 \delta Q_m = \int_1^2 \delta L_d + \int_2^1 \delta L_m \quad (b)$$

Po odjęciu równań (a) i (b) stronami, otrzymuje się

$$\int_1^2 \delta Q_g - \int_1^2 \delta Q_d = \int_1^2 \delta L_g - \int_1^2 \delta L_d \quad \Rightarrow \quad \int_1^2 (\delta Q - \delta L)_g = \int_1^2 (\delta Q - \delta L)_d = \text{idem}$$

Ostatni zapis dowodzi, że niezależnie od drogi, po jakiej realizują się stany zamkniętego układu termodynamicznego, wartość całki $\int_1^2 (\delta Q - \delta L) = \text{idem}$ zależy jedynie od parametrów w stanach: 1 i 2 (krańcowych). Różnica wielkości $(\delta Q - \delta L)$ musi być różniczką zupełną dU pewnej funkcji stanu, nazywanej energią wewnętrzną U . Obowiązuje więc matematyczna forma zapisu bilansu energii w postaci różniczkowej $dU = \delta Q - \delta L$ i w postaci całkowej

$$\Delta U_{1,2} = \int_1^2 \delta Q - \int_1^2 \delta L = Q_{1-2} - L_{1-2}$$

Oznacza to, że energia wewnętrzna wzrasta, gdy do układu jest doprowadzana energia na sposób ciepła, i maleje, gdy układ traci energię na sposób pracy na rzecz otoczenia.

Zadanie 3.3. *Elementarne ciepło δQ a różniczka zupełna*

Wykazać, że elementarne ciepło nie może być traktowane jako różniczka zupełna zmiennych: energii wewnętrznej U i objętości V . Wziąć pod uwagę, że jeśli stan układu zależy od objętości V i temperatury T , to elementarna zmiana energii wewnętrznej jest różniczką zupełną

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

Rozwiązanie

Pierwsza postać równania pierwszej zasady termodynamiki może być zapisana jako formuła różniczkowa

$$\delta Q = dU + p dV = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT. \quad \text{Gdyby } \delta Q \text{ było różniczką}$$

zupełną, to musiałyby zachodzić równości drugich pochodnych mieszanych

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \right\}_V = \left\{ \frac{\partial}{\partial V} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \right] \right\}_T$$

$$\text{czyli} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = 0$$

Przeczy temu doświadczenie wskazujące, że wzrostowi temperatury w stałej objętości gazu towarzyszy wzrost ciśnienia. Okazało się zatem, że elementarne ciepło (ale także praca układu) nie mogą być traktowane jako różniczki zupełne parametrów stanu układu. Oznacza to, że ciepło (i praca) zależą nie tylko od początkowego i końcowego stanu układu, ale także od stanów pośrednich (tzw. drogi całkowania). Są to tzw. liniowe wyrażenia różniczkowe nazywane wyrażeniami Pfaffa. Dla odróżnienia różniczki zupełnej od wyrażenia różniczkowego stosuje się znaki d albo δ . Tak więc dQ (albo δQ) jest symbolem liniowego wyrażenia różniczkowego.

Zadanie 3.4. *Ciepła właściwe gazów doskonałych jedno- dwu- i wieloatomowych oraz wykładniki adiabaty (zasada ekwipartycji energii)*

Obliczyć molowe ciepła właściwe (pod stałym ciśnieniem i w stałej objętości) oraz wykładniki izentropy gazów jedno- dwu- i trójatomowych.

Rozwiązanie

Dla gazów jednoatomowych $f=3$. Korzystając ze wzorów (3.20) i (3.21), otrzymuje się technicznie poprawne wyniki (szczególnie bliskie rzeczywistości przy niezbyt wysokich temperaturach gazów i umiarkowanych ciśnieniach):

$$\bar{c}_v = \frac{3}{2} \bar{R} = \frac{3}{2} 8,3143 = 12,47 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

$$\bar{c}_p = \frac{5}{2} \bar{R} = \frac{5}{2} 8,3143 = 20,79 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} = 1,67$$

Dla gazów dwuatomowych (liczba stopni swobody $f=5$):

$$\bar{c}_v = \frac{5}{2} \bar{R} = \frac{5}{2} 8,3143 = 20,79 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \quad \bar{c}_p = \frac{7}{2} \bar{R} = \frac{7}{2} 8,3143 = 29,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} = 1,4$$

Dla gazów wieloatomowych $f=6$:

$$\bar{c}_v = \frac{6}{2} \bar{R} = 3 \cdot 8,3143 = 24,94 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \quad \bar{c}_p = \frac{8}{2} \bar{R} = 4 \cdot 8,3143 = 33,26 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{8}{6} = 1,33$$

Zadanie 3.5. *Zmiany funkcji stanu Δu , Δh , Δs spowodowane zmianą temperatury w warunkach niezmiennego ciśnienia; obliczenia uśrednionych wartości κ , c_p i c_v azotu*

Wykonać obliczenia: ciepła właściwego c_v i c_p , wykładnika izentropy κ oraz zmiany: właściwej energii wewnętrznej, właściwej entalpii statycznej i entropii właściwej azotu w zakresie temperatur od $T_1 = 200$ do $T_2 = 1500^\circ\text{C}$, w warunkach stałego ciśnienia $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, posługując się:

a) modelem gazu doskonałego,

b) danymi laboratoryjnymi z tabeli 3.1 (w tym przypadku wygodnie jest skorzystać z arkusza kalkulacyjnego).

Rozwiązanie

Wykorzystano dane zawarte w tabeli 3.1 i utworzono tabelę wyników:

	Składniki $c_{psr} \Big _{T_0}^{T_1}$	Składniki $c_{psr} \Big _{T_0}^{T_2}$	Składniki $c_p(T_1)$	Składniki $c_p(T_2)$
Składnik nr 0: a_0	1059,460	1059,460	1059,460	1059,460
Składnik nr 1: a_1	-17,267	-129,503	-34,534	-259,007
Składnik nr 2: a_2	3,908	219,812	11,723	659,437
Składnik nr 3: a_3	0,483	203,840	1,933	815,360
Składnik nr 4: a_4	-0,113	-356,356	-0,563	-1781,782
Składnik nr 5: a_5	0,005	124,670	0,032	748,022
Suma składników	$\sum_{i=0}^{i=5} a_i T_1^i = 1046,48$	$\sum_{i=0}^{i=5} a_i T_2^i = 1121,92$	$\sum_{i=0}^{i=5} a_i T_1^i = 1038,05$	$\sum_{i=0}^{i=5} a_i T_2^i = 1241,49$

Masa molowa i stała gazowa azotu:

$$M = 28,013 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \quad R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8314}{28,013} = 296,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Do obliczenia wartości średnich potrzebne są wartości na brzegach przedziału temperatur:

$$c_p(T_1) = 1038,05 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad c_v(T_1) = c_p(T_1) - R = 1038,05 - 296,8 = 741,26 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Ciepło właściwe – wartości średnie w szerokim przedziale temperatury od T_1 do T_2 różnią się od wartości dla gazu doskonałego:

$$c_{psr} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c_{psr} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot T_2 - c_{psr} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot T_1}{T_2 - T_1} = \frac{1121,92 \cdot 1500 - 1046,48 \cdot 200}{1500 - 200} = 1133,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_p = \frac{7}{2} R = \frac{7}{2} \cdot 296,8 = 1038,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{vsr} \Big|_{T_1}^{T_2} = c_{psr} \Big|_{T_1}^{T_2} - R = 1133,5 - 296,8 = 836,7 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_v = \frac{5}{2} R = \frac{5}{2} \cdot 296,8 = 741,3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Wykładnik izentropy, uwzględniający zmienność ciepła właściwego z temperaturą, okazuje się nieco mniejszy od wykładnika izentropy gazu doskonałego

$$\kappa_{sr} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c_p \Big|_{T_1}^{T_2}}{c_v \Big|_{T_1}^{T_2}} = \frac{1133,5}{836,7} = 1,355, \text{ a niezależny od temperatury } \kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$

Zmiana właściwej entalpii statycznej:

$$\Delta h_{sr1,2} = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT = c_{psr} \Big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_2 - T_1) = 1133,53 \cdot (1500 - 200) = 1473589 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\Delta h_{1,2} = c_p (T_2 - T_1) = 1038 \cdot (1500 - 200) = 1350398 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Zmiana właściwej energii wewnętrznej:

$$\Delta u_{sr1,2} = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT = c_{vsr} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) = 836,7 \cdot (1500 - 200) = 1087761 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\Delta u_{1,2} = c_v (T_2 - T_1) = 742,354 \cdot (1500 - 200) = 964570 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Zmiana entropii właściwej (posłużono się tabelarycznymi wartościami entropii bezwzględnej molowej $\bar{s}_p$ kJ/(kmol·K) ([1], wyd. 1, s. 115, tablica 4.5)

$$\Delta s_{ps1,2} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = \frac{\bar{s}_p(T_2) - \bar{s}_p(T_1)}{M} 10^3 = \frac{(241,75 - 179,85) \cdot 10^3}{28,013} = 2209,7 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Z całkowania numerycznego uzyskano $\Delta s_{psr1,2} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)}{T} dT = 2209,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

a zatem praktycznie ten sam wynik. Dla modelu gazu o stałym cieple właściwym wyniki Δs różnią się o ok. 5%

$$\Delta s_{p1,2} = c_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = 1038 \ln \left(\frac{1500}{200} \right) = 2091,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Obliczenia wykazały, że model gazu o stałych parametrach termofizycznych stanowi zalecaną alternatywę dla przypadków niewymagających wysokich dokładności obliczeń.

Zadanie 3.6. *Praca izentropowego rozprężania gorącego powietrza a praca maksymalna idealizowanej maszyny tłokowej pojedynczego „skoku”*

Pod tłokiem cylindra o średnicy $d = 0,05$ m znajduje się powietrze o znanej temperaturze $T_1 = T_{max} = 1000$ K, ciśnieniu $p_1 = 1$ MPa i objętości, wynikającej z odległości tłoka $Z_1 = 0,05$ m od dna cylindra (parametry te upoważniają do użycia równania stanu gazu doskonałego). Znane są parametry otoczenia: ciśnienie $p_{ot} = 10^5$ Pa i temperatura $T_{ot} = 293$ K. Obliczyć pracę, jaką układ, beztarciowa maszyna tłokowa pojedynczego „skoku”, może wyprowadzić do otoczenia, wykorzystując przesunięcie tłoka na drodze $\Delta Z = 0,05$ m. Jaka jest praca maksymalna tego układu przy założeniu, że końcowe parametry powietrza pod tłokiem (p_2, T_2) powinny zrównać się z parametrami otoczenia (p_{ot}, T_{ot})?

Rozwiązanie

Objętości powietrza w obu położeniach tłoka:

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} Z_1 = \frac{\pi 0,05^2}{4} 0,05 = 9,82 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \quad V_2 = 2V_1 = 19,63 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Masa powietrza pod tłokiem $m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{10^6 \cdot 9,82 \cdot 10^{-5}}{287 \cdot 1000} = 3,42 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$

Sprężony gaz, bez kontaktu z zewnętrznym źródłem ciepła i bez generacji ciepła tarcia, rozpręża się od objętości V_1 do objętości V_2 , wynikającej z zadanego przez mechanizm korbowy przesunięcia tłoka ΔZ . Wyprowadzona w przemianie izentropowej praca zależy od parametrów końcowych: temperatury T_{s2} i ciśnienia p_{s2} . Z warunku zerowej zmiany entropii przemiany izentropowej

$$\Delta S_{s1,2} = m c_v \ln\left(\frac{T_{s2}}{T_1}\right) + m R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0 \quad \text{i informacji, że } c_v = \frac{5}{2} R, \text{ wynika}$$

temperatura końcowa gazu

$$T_{s2} = T_1 \exp\left(\frac{-m R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{m c_v}\right) = T_1 \exp\left(\frac{-\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{\frac{5}{2}}\right) = 1000 \cdot \exp\left(\frac{-\ln(2)}{2,5}\right) = 747,9 \text{ K}$$

i ciśnienie końcowe $p_{s2} = \frac{m R T_{s2}}{V_2} = \frac{3,421 \cdot 10^{-4} \cdot 287 \cdot 747,9}{19,63 \cdot 10^{-5}} = 3,789 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Uzyskana praca przemiany izentropowej, związana ze zmianą energii wewnętrznej gazu, $L_{s1-2} = -\Delta U_{1,2s} = m c_v (T_1 - T_{s2}) = 59,4 \text{ J}$, nie jest największą z możliwych. Istnieją bowiem nadwyżki ciśnienia $p_{s2} > p_{ot}$ i temperatury $T_{s2} > T_{ot}$ powietrza ponad poziomy tych parametrów w otoczeniu.

Maksymalna pracy układu L_{max} (równanie 3.25)

Zmiana energii wewnętrznej rozpatrywanego układu przy $T_2 = T_{ot}$

$$\begin{aligned} \Delta U_{2,1} &= m c_v (T_1 - T_2) = m \frac{5}{2} R (T_1 - T_2) = \\ &= 3,42 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{5}{2} \cdot 287 \cdot (1000 - 293) = 173,5 \text{ J} \end{aligned}$$

Zależność na zmianę entropii powietrza w zakresie parametrów 1 i 2 wymaga informacji o końcowej objętości V_2 gazu pod tłokiem. Zależność tę uzyskuje się po podzieleniu równania I ZT przez temperaturę bezwzględną

$$dS = \delta Q / T = dU / T + p / T dV \rightarrow dS = m c_v dT / T + m R dV / V$$

i scałkowaniu od stanu 1 do 2. W wyniku dostaje się

$$\Delta S_{1,2} = m c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + m R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (\text{a})$$

Końcowa objętość V_2 powietrza pod tłokiem wynika z warunku, że parametry powietrza mają być równe parametrom otoczenia

$$V_2 = \frac{m R T_2}{p_2} = \frac{3,421 \cdot 10^{-4} \cdot 287 \cdot 293}{10^5} = 2,877 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Podstawiając ten wynik do równania (a), otrzymuje się

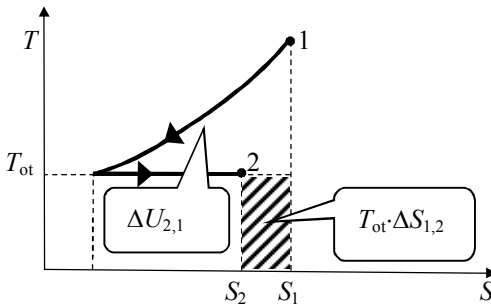
$$\begin{aligned} \Delta S_{1,2} &= 3,421 \cdot 10^{-4} \cdot \left(717,5 \cdot \ln\left(\frac{293}{1000}\right) + 287 \cdot \ln\left(\frac{2,877 \cdot 10^{-4}}{9,82 \cdot 10^{-5}}\right) \right) = \\ &= -0,301 + 0,106 = -0,196 \frac{\text{J}}{\text{K}} \end{aligned}$$

Znaki dwu wyodrębnionych w powyższym obliczeniu składników potwierdzają, że obniżanie temperatury (oziębienie) prowadzi do obniżenia entropii, natomiast rozprężanie gazu – do wzrostu entropii gazu. Ujemna wartość zmiany entropii wskazuje, że stan 2 znajduje się na lewo od stanu 1 na wykresie $T-S$.

Poszukiwana maksymalna praca wynosi

$$L_{\max} = \Delta U_{2,1} + T_{ot} \Delta S_{1,2} = 173,5 + 293 \cdot (-0,196) = 173,5 - 57,3 = 116,2 \text{ J}$$

Ujemny znak składnika bilansowego ($T_{ot} \Delta S_{1,2}$) = $-57,3 \text{ J}$ wskazuje, że od układu do otoczenia odpływa znaczna część energii, w porównaniu do zmiany energii wewnętrznej $\Delta U_{1,2}$. Z własności przemiany izotermicznej wynika, że jest to ciepło równoważne pracy doprowadzonej do układu.



Praca maksymalna może być interpretowana na wykresie $T-S$ jako złożenie, w tym przypadku różnica dwóch pól. Od pola pod izochorą należy odjąć pole prostokąta o podstawie $(S_1 - S_2)$ i wysokości T_{ot} – temperatury otoczenia.

Jednocześnie należy zauważyć, że:

- zastąpienie powietrza gazem o większym cieple właściwym (np. wodorem lub helem) zwiększy zdolność maszyny tłokowej do „produkowania” energii mechanicznej;
- praca maksymalna przekracza uzyskaną pracę układu dla zadanej długości skoku ΔZ ; należy zatem poszukać skoku, który lepiej wykorzysta potencjalne możliwości układu.

Zadanie 3.7. Obliczeniowe „skoki” tłoka w cylindrze a nadwyżka potencjału energetycznego sprężonego gorącego gazu względem otoczenia

Dla danych z poprzedniego zadania obliczyć parametry dwu kolejno realizowanych przemian: izentropowej i izotermicznej. Po zakończeniu przemiany izotermicznej, parametry powietrza pod tłokiem powinny być dokładnie takie same jak parametry otoczenia (p_{ot} , T_{ot}). Jakie są położenia tłoka: (Z_{1s}) – po zakończeniu przemiany izentropowej (stan 1s) oraz (Z_2) – w warunkach końcowych, czyli po zakończeniu przemiany izotermicznej (stan 2). Jakie są odpowiadające tym położeniom objętości powietrza? Jaki jest średni wykładnik pomyślanej przemiany politropowej (nieodwracalnej, ale urealnijającej pracę maszyny idealizowanej), która wyprowadziłaby pracę maksymalną?

Rozwiązanie

Po izentropowym rozprężaniu gaz osiąga temperaturę otoczenia $T_{1s} = T_{ot}$. Nieznane ciśnienie końcowe wynika z równania izentropy $p V^\kappa = \text{const}$:

$$p_{1s} = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10^6 \left(\frac{293}{1000} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 1,362 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Wystąpiło podciśnienie, a także znaczny wzrost objętości gazu:

$$V_{1s} = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 10^6 \left(\frac{1000}{293} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 2,113 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad \frac{V_{1s}}{V_1} = \frac{2,113 \cdot 10^{-3}}{9,82 \cdot 10^{-5}} = 21,5$$

Obliczono stopień rozprężenia gazu w przemianie izentropowej (stosunek objętości w stanach 1 i 1s). Praca przemiany izentropowej, wynikająca ze zmiany energii wewnętrznej gazu $L_{1-1s} = \Delta U_{2,1} = m c_v (T_1 - T_2) = 173,5 \text{ J}$, jest znana z poprzedniego zadania. Ujemna wartość różnicy: $E = L_{\max} - L_{1-1s} = 116,2 - 173,5 = -57,3 \text{ J}$ oznacza, że przemiana realizowana w przedziale ciśnień $\langle p_{1s}, p_{ot} \rangle$ dotyczy doprowadzenia energii na sposób pracy – sprężania. Wartość E można także interpretować jako ciepło doprowadzone przy zerowej różnicy temperatur: gazu pod tłokiem i otoczenia. Zachodzi zatem wirtualna, formalna, niefizyczna zmiana zwrotu ruchu tłoka. Objętość końcowa jest znana z poprzedniego zadania $V_2 = 2,877 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$, a zatem ze stosunku $V_2/V_1 = 2,93$ i wcześniej obliczonego stopnia rozprężania wynikają oba położenia tłoka:

$$Z_1 = 0,05 \quad Z_2 = 0,147 \text{ m} \quad \text{oraz} \quad Z_{1s} = 21,5 Z_1 = 1,076 \text{ m}$$

Wykładnik n przemiany politropowej (nieodwracalnej, gdy $n \neq \kappa$ i $n \neq 1$)

Można postulować zastąpienie wykładników obu przemian odwracalnych: $n = \kappa$ (izentropa) oraz $n = 1$ (izoterma) wartością wykładnika takiej przemiany politropowej, który zapewni uzyskanie pracy o znanej wartości $L_{\max} = 116,2 \text{ J}$.

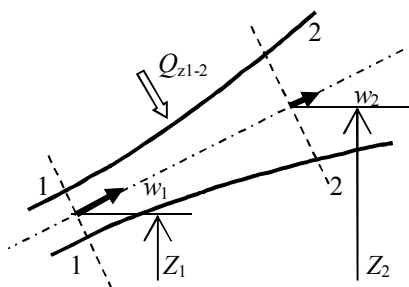
Rozwiązanie równania $L_{n1-2} = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right) = 105,2 \text{ J}$ uzyskano

dla wykładnika politropy $n = 4,497$.

UKŁADY OBUSTRONNIE OTWARTE

Zadanie 3.8. *Równania bilansu strumieni energii płynu w kanale (rozszerzającym albo zwężającym się, ogrzewanym albo oziębianym)*

Zapisać równanie bilansu strumieni energii płynu na drodze od wlotu do wylotu kanału łagodnie rozszerzającego się. Zaleca się skorzystać z pojęcia entalpii całkowitej ($H_c = H + E_k + E_p = m \cdot h + m \cdot w^2/2 + m \cdot g \cdot Z$) zawierającej trzy składniki energii: (1) entalpię statyczną H , (2) energię kinetyczną E_k , (3) energię potencjalną E_p (każdy składnik jest wyrażony w joulach).



Dyfuzor – kanał o łagodnie rozszerzającym się przekroju

Rozwiązanie

Druga postać równania I ZT (3.10), obowiązująca dla układów otwartych (przepływowych), zawiera w tym przypadku różnice entalpii całkowitych (zamiast statycznych)

$$Q_{z1-2} = H_{c2} - H_{c1} + L_{t1-2} \quad (a)$$

Należy dodatkowo zauważyć, że w rozważanym przypadku nie występuje praca techniczna (tzn. $L_{t1-2} = 0$). Po podzieleniu przez czas, równanie (a) przyjmuje postać bilansu strumieni energii

$$\dot{Q}_{z1-2} = \dot{m} \cdot \left(h_2 + \frac{w_2^2}{2} + g \cdot Z_2 \right) - \dot{m} \cdot \left(h_1 + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot Z_1 \right) \quad (b)$$

W równaniu (b) występują: zewnętrzny strumień ciepła $\dot{Q}_z$ wymieniany między płynem a otoczeniem oraz strumienie energii: kinetycznej $\left(\dot{m} \frac{w^2}{2}\right)$ i energii potencjalnej $(\dot{m} g Z)$ na wlotach i na wylotach.

Uwaga: zawsze dodatni strumień ciepła tarcia płynu $\dot{Q}_w$ nie występuje jawnie w równaniu (b), ale zwiększa rzeczywistą (pomiarową) entalpię płynu na wylocie z układu.

Równanie (b) można także zapisać w postaci różniczkowej

$$\delta q_z = dh + \frac{d(w^2)}{2} + g \cdot dZ \quad (c)$$

W przypadku, gdy odcinek kanału jest krótki bądź gdy kanał jest poziomy, zmiana energii potencjalnej może być zaniedbana bądź nie zachodzi, a wówczas z zapisu $\frac{d(w^2)}{2} = -dh + \delta q_z$ wynika, że energia kinetyczna strumienia płynu zwiększa się na skutek doprowadzonego ciepła.

Jeśli skorzystać z zapisu I ZT uwzględniającego ciepło tarcia, tzn. $\delta q = \delta q_z + \delta q_w = dh - v dp$, $\delta q_z = dh - v dp - \delta q_w$, to uzyskuje się równanie różniczkowe (Saint-Venanta), wyrażające energię kinetyczną jako funkcję ciśnienia i objętości właściwej (odwrotności gęstości)

$$\frac{d(w^2)}{2} = -v dp - \delta q_w = -\frac{1}{\rho} dp - \delta q_w \quad (d)$$

Z równania (d) wynika, że malejące ciśnienie w kanale ($dp < 0$, tak jak to ma miejsce w dyszy) wywołuje wzrost energii kinetycznej, natomiast ciepło (praca) tarcia wywołuje skutek odwrotny. Dla substancji mało ściśliwych (ciecze, $v = \text{const}$) płynących z tak małymi prędkościami, że ciepło tarcia może być pominięte ($\delta q_w = 0$), po całkowaniu równania $d(w^2)/2 = -v dp$ uzyskuje się ważną zależność nazywaną **równaniem Bernoulliego**, czyli

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = v \cdot (p_1 - p_2) \quad (e)$$

Dla substancji ściśliwych (gazy) i dla przypadku realizowanej przemiany izentropowej $p \cdot v^\kappa = \text{idem}$ (zmiana entropii $ds. = 0$, $\delta q_w = 0$), po całkowaniu równania $d(w^2)/2 = -v dp$ uzyskuje się równanie bilansowe o postaci

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (f)$$

Ponieważ iloczyny $p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$ i $p_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$ zależą od rodzaju gazu i temperatury, to zmiana energii kinetycznej może być wyrażona jeszcze inaczej

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = \frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{\kappa \cdot R \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (g)$$

Zadanie 3.9. Równanie Bernoulliego; obliczenie różnicy ciśnień statycznych pompy wodnej (tzw. wysokości podnoszenia)

Pompa wodna o średnicach króćców: ssącego $d_1 = 25$ mm i tłocznego $d_2 = 39$ mm jest napędzana silnikiem elektrycznym, który pobiera moc elektryczną $P_{el} = 6$ kW. Silnik funkcjonuje ze sprawnością $\eta = 0,9$ (sprawność silnika to stosunek jego mocy na wale, a zatem i mocy mechanicznej wirnika pompy, do pobieranej mocy napędowej). Obliczyć różnicę ciśnień statycznych Δp [Pa] (tzw. wysokość podnoszenia) na króćcach pompy, jeśli strumień objętości zasysanej wody $\dot{V} = 5$ dm³/s.

Rozwiązanie

Jeśli równanie (3.18) pomnożyć przez strumień masy, to z energii przypadającej na jednostkę objętości [J/m³] uzyskuje się strumień energii w watach. Uwzględniając ujemny znak doprowadzonej mocy mechanicznej, otrzymuje się

równanie bilansowe $-P_{el} \cdot \eta = \dot{m} \cdot \left(\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right)$, w którym strumień masy

$\dot{m} = \rho \dot{V}$ jest znany, gdy znana jest gęstość wody $\rho = 1000$ kg/m³. Prędkości w obu króćcach wynoszą:

$$w_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{4 \dot{V}}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,025^2} = 10,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$w_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{4 \dot{V}}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,038^2} = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Poszukiwana różnica ciśnień wynosi

$$\Delta p = \rho \left(\frac{-P_{el} \eta}{\rho \dot{V}} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) = 10^3 \cdot \left(\frac{0,9 \cdot 6 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} - \frac{4,408^2 - 10,185^2}{2} \right) =$$

$$= 10^3 \cdot (1200,1 + 42,15) = 1245,25 \text{ kPa}$$

Można ją przeliczyć na odpowiadającą jej wysokość słupa wody

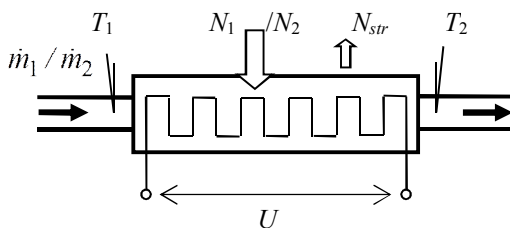
$$\Delta Z = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{1245,25 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,81} = 126 \text{ m}$$

Obliczenie jest tzw. „jednopunktowe”. W rzeczywistości, pompa może pracować w pewnym zakresie strumieni objętości przetłaczanego płynu i przy różnych ciśnieniach statycznych na ssaniu i tłoczeniu. Te parametry zależą od oporów hydraulicznych na ssaniu i na tłoczeniu. Duże opory na ssaniu nie są

pożądane, a nawet niebezpieczne dla wirnika pompy ze względu na możliwość pojawienia się lokalnych impulsów podciśnienia znanych jako zjawisko kawitacji. Opory na tłoczeniu można zmieniać zaworem regulacyjnym.

Zadanie 3.10. *Doświadczalne wyznaczanie ciepła właściwego cieczy*

Wykonano dwa pomiary parametrów układu termodynamicznego, zbudowanego w celu doświadczalnego wyznaczania ciepła właściwego substancji ciekłych. Układ stanowi rura wraz z elementem grzeijnym umieszczonym w jej osi. Do rury wpływa (pomiar nr 1) masowy strumień cieczy $\dot{m}_1 = 0,01 \text{ kg/s}$ o stabilizowanej temperaturze $t_1 = 20^\circ\text{C}$, a wypływa ten sam strumień masowy o temperaturze $t_2 = 22^\circ\text{C}$ (ustalony przepływ substancji i ustalony przepływ ciepła). Podgrzanie cieczy odbywa się na skutek przepływu prądu przez element grzejny, zasilany z zasilacza o regulowanym napięciu. Moc prądu płynącego przez spiralę wynosiła $N_1 [\text{W}]$. Aby w bilansie energii układu wyeliminować nieznane straty ciepłe do otoczenia N_{str} , w drugim pomiarze tak wyregulowano moc spirali grzejnej N_2 , przy zwiększonym przepływie cieczy do $\dot{m}_1 = 0,012 \text{ kg/s}$, że uzyskano taką samą temperaturę na wyjściu z kalorymetru. Obliczyć ciepło właściwe substancji.



Kalorymetr przepływowy

Rozwiązanie

Równania bilansu mocy układu w obu stanach 1 i 2 mają postać:

$$N_1 = \dot{m}_1 c_c (t_2 - t_1) + N_{str}$$

$$N_2 = \dot{m}_2 c_c (t_2 - t_1) + N_{str}$$

Odejmując je stronami, można wyeliminować nieznaną wielkość N_{str} , a ciepło właściwe zależy wówczas tylko od parametrów zmierzonych

$$c_c = \frac{N_2 - N_1}{(\dot{m}_2 - \dot{m}_1)(t_2 - t_1)} = \frac{83,05 - 75,5}{(0,011 - 0,01)(22 - 20)} = 3774 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Zadanie 3.11. *Hamulec wodny do pomiaru mocy mechanicznej silnika – jako kalorymetr*

Obliczyć: (a) moc silnika spalinowego dla danych otrzymanych z pomiaru za pomocą hamulca o długości ramienia dźwigni $L = 0,2385 \text{ m}$, gdy wskazanie (ważenie) siły nacisku dźwigni wyniosło $F = 255 \text{ N}$ przy prędkości obrotowej wału silnika

$n = 3000$ obr/min oraz (b) temperaturę wody wypływającej z hamulca, przy założeniu, że całe ciepło wywiązane podczas hamowania silnika podgrzewa wodę płynącą pomiędzy wieńcem łopat hamulca i obudową. Znane są z pomiarów: temperatura wody zasilającej $t_1 = 10^\circ\text{C}$ i jej masowy strumień $\dot{m} = 1$ kg/s.

Uwaga: ciepło właściwe wody można przyjąć $c = 4190$ J/(kg·K), ale można je odczytać z tablic dla średniej temperatury wody płynącej przez hamulec.

Rozwiązanie

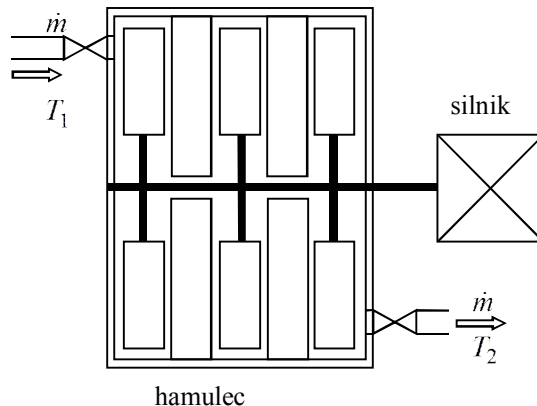
Moc silnika zależy od momentu obrotowego i prędkości kątowej $N = M \cdot \varpi$. Moment siły i częstość obrotowa wynoszą:

$$M = FL = 255 \cdot 0,2385 = 60,8 \text{ J} \quad \varpi = \frac{2\pi}{60} n = \frac{2\pi}{60} 3000 = 314 \frac{1}{\text{s}}$$

Moc rozwijana przez silnik $N = M \cdot \varpi = 60,8 \cdot 314 \approx 19106$ W. Ogrzanie wody: wynika z bilansu mocy cieplnej $N = \dot{Q} = \dot{m} c \Delta T$. Stąd podgrzanie wody

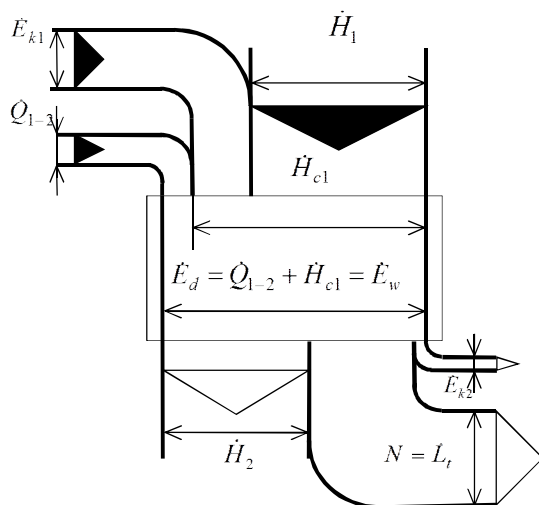
$$\text{wynosi } \Delta T = \frac{N}{\dot{m} c} = \frac{19106}{1 \cdot 4190} = 4,6 \text{ K}, \text{ a szukana temperatura na wypływie}$$

$$t_2 = t_1 + \Delta = 10 + 4,6 = 14,6^\circ\text{C}.$$



Zadanie 3.12. Sprawność turbiny gazowej na podstawie parametrów pomiarowych

Zmierzono parametry na wlocie (w przekroju 1-1) i wylocie (w przekroju 2-2) poziomego kanału z funkcjonującym wirnikiem turbiny gazowej: (1) ciśnienia: $p_1 = 0,2$ MPa, $p_2 = 0,15$ MPa, (2) temperatury: $t_1 = 125^\circ\text{C}$, $t_2 = 50^\circ\text{C}$, (3) prędkości: $w_1 = 300$ m/s, $w_2 = 125$ m/s. Zmierzono także strumień ciepła, dopływający z otoczenia rozpatrywanego układu do ścian kanału $\dot{Q}_{z1-2} = 0,1$ MW i strumień masowy przepływającego azotu $\dot{m} = 4$ kg/s. Jaką moc mechaniczną odebrał wirnik turbiny? Jaką uzyskano sprawność przetwarzania ciepła w energię mechaniczną? Wyniki przedstawić na wykresie Sankeya.



Wykres pasmowy (typu Sankeya) bilansu mocy

Rozwiązanie

Równanie I ZT (3.13) $N = L_{t1-2} = -\Delta \dot{H}_{c1,2} + \dot{Q}_{z1-2}$ zawiera w tym przypadku zmianę strumienia entalpii całkowitej $\Delta \dot{H}_{c1,2} = \dot{H}_{c2} - \dot{H}_{c1}$. Entalpia całkowita w obu przekrojach ($H_{c1} = H_1 + E_{k1}$ i $H_{c2} = H_2 + E_{k2}$) zawiera strumień entalpii statycznej ($H_1 = m c_p T_1$ i $H_2 = m c_p T_2$). Oblicza się ciepło właściwe azotu $c_p = \frac{7}{2} \frac{R}{M} = \frac{7}{2} \frac{8314}{28} = 1039 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ i wykorzystuje się je do obliczenia strumienia entalpii:

$$\dot{H}_1 = 4 \cdot 1,039 \cdot 10^3 (125 + 273,15) = 1,655 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$\dot{H}_2 = 4 \cdot 1,039 \cdot 10^3 (50 + 273,15) = 1,343 \cdot 10^6 \text{ W}$$

Strumienie energii kinetycznej w stanach 1 i 2 mają wartości:

$$E_{k1} = m \frac{w_1^2}{2} = 4 \frac{300^2}{2} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ W} \quad E_{k2} = m \frac{w_2^2}{2} = 4 \frac{125^2}{2} = 3,125 \cdot 10^4 \text{ W}$$

a strumienie entalpii całkowitej w stanach 1 i 2 wynoszą:

$$H_{c1} = 1,655 \cdot 10^6 + 1,8 \cdot 10^5 = 1,835 \cdot 10^6;$$

$$H_{c2} = 1,343 \cdot 10^6 + 3,125 \cdot 10^4 = 1,375 \cdot 10^6 \text{ W}$$

Moc turbiny $N = \Delta H_{c1,2} + \dot{Q}_{1-2} = 4,605 \cdot 10^5 + 0,1 \cdot 10^6 = 5,605 \cdot 10^5 \text{ W}$, a jej

$$\text{sprawność wewnętrzna } \eta = \frac{N}{\dot{Q}_{1-2} + H_{c1}} = \frac{5,605 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5 + 1,835 \cdot 10^6} = 0,29$$

UKŁADY JEDNOSTRONNIE OTWARTE

Zadanie 3.13. Uzasadnienie różniczkowej postaci równania I ZT dla układu z jednym wlotem lub jednym wylotem

Jeśli układ zamknięty wyposażać w jeden wlot (lub wylot), to jego masa (i energia) ulega zmianie pod wpływem dopływu (lub wypływu) substancji. Biorąc pod uwagę, że różniczka energii wewnętrznej $dU = d(mu) = m du + u dm$ zależy od masy (zmienna) układu i energii wewnętrznej właściwej zależnej od temperatury (zmienna), uzasadnić szczególną postać I ZT dla układów jednostronnie otwartych (lub zamkniętych) $\delta Q = dU + p dV - h dm$

Rozwiązanie

Równanie różniczkowe I ZT zapisane dla 1 kg substancji $dq = du + p dv$ (a)

Dla m kg substancji $\delta Q = m \delta q$; $dU = d(mu) = m du + u dm$ (b)

Różniczkę objętości całkowitej wyraża zależność analogiczna do powyższej

$$dV = d(m v) = m dv + v dm \quad (c)$$

Wstawiając (b) i (c) do (a) otrzymuje się wyrażenie

$$\delta Q = dU + p dV - (u + pv) dm = dU + p dV - h dm \quad (d)$$

które można nazwać równaniem I ZT termodynamiki dla układu otwartego „jednostronnie”.

Uwaga: Jeśli właściwej energii potencjalnej ($g Z$) i kinetycznej $\left(\frac{w^2}{2}\right)$ nie można pominąć, to zamiast właściwej entalpii, tzw. spoczynkowej h , należy we wzorze (d) podstawić właściwą entalpię całkowitą $h_c = h + g Z + \left(\frac{w^2}{2}\right)$.

Zadanie 3.14. Obliczenie końcowej temperatury i ciśnienia opróżnianego, izolowanego cieplnie zbiornika

Zbiornik o sztywnych ścianach ($dV = 0$) i bez oddziaływań cieplnych ($\delta Q_z = \delta Q_w = 0$) wypełniony gazem doskonałym jest opróżniany. Obliczyć temperaturę T_2 i ciśnienie końcowe p_2 , jako parametry zależne od masy początkowej m_1 i końcowej m_2 masy gazu w zbiorniku.

Uwaga: warunek pustego zbiornika $m_2 = 0$ jest praktycznie nieosiągalny.

Rozwiązanie

Równanie I ZT układu jednostronnie otwartego upraszcza się do postaci $dU = m du + u dm = h dm$, zawierającej zmieniającą się (malejącą) masę m układu. Po rozdzieleniu zmiennych otrzymuje się różniczkowe równanie bilansu masy i energii o postaci

$$\frac{dm}{m} = \frac{du}{h-u} = \frac{du}{p v} \quad (a)$$

Jeśli skorzystać z definicji ciepła właściwego w stałej objętości

$$c_v = \left(\frac{\delta q}{dT} \right)_v = \left(\frac{du}{dT} \right)_v \quad \text{i uwzględnić: } du = c_v dT \quad p v = R T \quad \frac{c_v}{R} = \frac{1}{\kappa - 1}$$

to równanie (a) przyjmuje prostą postać $\frac{dm}{m} = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{dT}{T}$.

Całkowanie w granicach między stanami 1 i 2 o różnych masach i temperaturach prowadzi do poszukiwanej temperatury na pewnym etapie opróżniania (bez ogrzewania czy oziębiania) zbiornika

$$T_2 = T_1 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\kappa - 1} \quad (b)$$

Ciśnienie końcowe w zbiorniku

$$p_2 = p_1 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\kappa} \quad (c)$$

Okazuje się, że wynik jest taki sam, jak przy założeniu występowania izentropowej przemiany gazu.

Zadanie 3.15. Parametry gazu po napełnieniu, a następnie opróżnianiu zbiornika

W butli o pojemności $V = 0,02 \text{ m}^3$ znajduje się powietrze o ciśnieniu i temperaturze otoczenia $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$, $T_1 = 293 \text{ K}$. Obliczyć temperaturę powietrza po napełnieniu butli powietrzem do ciśnienia $p_d = 15 \text{ MPa}$ oraz masę powietrza zawartego w butli po jej napełnieniu. Powietrze wtłaczane do butli ma temperaturę $T_d = 393 \text{ K}$. Ile powietrza wypłynie z butli, gdy opróżnianie zacznie się tuż po napełnieniu, a ile, gdy temperatura na początku opróżniania będzie równa temperaturze otoczenia T_1 ? Jakie w obu przypadkach będą temperatury końcowe powietrza w butli?

Rozwiązanie

Równanie bilansu energii w formie różniczkowej

$$\delta Q = dU + p dV - h_d dm \quad (a)$$

zawiera entalpię h_d gazu dopływającego do układu. Jeśli założyć, że nie ma wymiany ciepła z otoczeniem ($\delta Q = \delta Q_z = \delta Q_w = 0$), a objętość butli jest stała ($dV = 0$), to otrzymuje się równanie

$$dU = m du + u dm = h_d dm \quad (b)$$

z którego wynika, że entalpia gazu dopływającego jest zużywana na przyrost energii wewnętrznej dU gazu w butli.

Po rozdzieleniu zmiennych

$$\frac{dm}{m} = \frac{du}{h_d - u} \quad (c)$$

Po całkowaniu w granicach zmiany parametrów od stanu 1 do 2

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{h_d - u_1}{h_d - u_2} = \frac{c_p T_d - c_v T_1}{c_p T_d - c_v T_2} = \frac{\kappa \frac{T_d}{T_1} - 1}{\kappa \frac{T_d}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}} \quad (d)$$

Początkowa masa powietrza w butli $m_1 = \frac{p_1 V}{R T_1} = \frac{10^5 \cdot 0,02}{287 \cdot 293} = 0,02298 \text{ kg}$

Stosunek ciśnień $\frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2 T_2}{m_1 T_1} \quad (e)$

wynika z równania stanu gazu doskonałego ($V = \text{const}$).

Temperaturę powietrza po napełnieniu butli uzyskuje się po przekształceniu

$$\text{równań (c) i (d)} \quad T_2 = T_1 \frac{\kappa \frac{T_d}{T_1} \frac{p_d}{p_1}}{\kappa \frac{T_d}{T_1} + \frac{p_d}{p_1} - 1} = 293 \frac{1,4 \cdot \frac{393}{293} \cdot \frac{15 \cdot 10^6}{10^5}}{1,4 \cdot \frac{393}{293} + \frac{15 \cdot 10^6}{10^5} - 1} = 547 \text{ K}$$

Masa powietrza po napełnieniu butli wynosi

$$m_2 = \frac{p_2 V}{R T_2} = \frac{15 \cdot 10^6 \cdot 0,02}{287 \cdot 547} = 1,847 \text{ kg}$$

Parametry opróżniania zbiornika

Temperatura układu opróżnianego natychmiast po napełnieniu wynika ze spełnienia równania izentropy (zadanie poprzednie)

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_1}{p_d} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 547 \left(\frac{0,1}{15} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 130,7 \text{ K}$$

W butli pozostała masa $m_3 = \frac{p_1 V}{R T_3} = \frac{10^5 \cdot 0,02}{287 \cdot 130,7} = 0,0515 \text{ kg}$, a wypłynęła masa:

$$(m_2 - m_3) = 1,847 - 0,0515 = 1,795 \text{ kg}.$$

Temperatura po opróżnieniu poprzedzonym wyrównaniem stanu termicznego

$$\text{układu z otoczeniem} \quad T_4 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_d} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293 \left(\frac{0,1}{15} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 70,0 \text{ K}$$

Uwaga: obniżająca się temperatura gazu w butli podczas jej opróżniania wywołuje w rzeczywistości złożone procesy przepływu ciepła między układami gaz-otoczenie, z równoczesnym osiadaniem ciekłej wody lub szronu na powierzchni butli (z wilgotnego zwykle powietrza).

$$\text{Pozostała masa} \quad m_4 = \frac{p_1 V}{RT_4} = \frac{10^5 \cdot 0,02}{287 \cdot 70} = 0,0962 \text{ kg}$$

$$\text{Wypłynęła masa} \quad m_2 - m_4 = 1,847 - 0,0962 = 1,750 \text{ kg}$$

Zadanie 3.16. *Nakład energetyczny na ogrzewanie pomieszczenia – zbiornika otwartego*

Zbiornik (pomieszczenie) o objętości $V = 100 \text{ m}^3$ zawierający powietrze jest otwarty, wskutek czego panuje w nim ciśnienie $p = 0,1 \text{ MPa}$. Traktując powietrze jako gaz doskonały, obliczyć: (i) ilość ciepła, które należy doprowadzić do zbiornika, aby temperatura wzrosła od $T_1 = 280 \text{ K}$ do $T_2 = 310 \text{ K}$; (ii) masę powietrza, które wypłynie ze zbiornika do otoczenia; (iii) średnią temperaturę powietrza, które wypłynie ze zbiornika. W jakim czasie można zrealizować podgrzanie powietrza w pomieszczeniu, jeśli źródłem ciepła jest np. termowentylator o mocy elektrycznej $N_e = 2000 \text{ W}$ oraz nie występują żadne straty wydzielanego ciepła? Porównać obliczone ciepło z przypadkiem, gdy pomieszczenie jest szczelne i podgrzewanie wywołuje wzrost ciśnienia przy stałej objętości $V = \text{idem}$.

Rozwiązanie

W przypadku zbiornika otwartego $V = \text{idem}$ i $p = \text{idem}$, a więc

$$\rho u = \frac{p}{RT} c_v T = \frac{p}{R} = \text{idem}. \quad \text{Ponieważ } dU = d(mu) = d(\rho V u), \text{ to wobec}$$

$V = \text{idem}$ i $\rho u = \text{idem}$ jest także $dU = 0$. Równanie I zasady termodynamiki dla układów jednostronnie otwartych przyjmuje zatem prostą postać $\delta Q = -h \cdot dm$.

$$\text{Masa powietrza w zbiorniku } m = \frac{pV}{RT}. \quad \text{Różniczka masy } dm = -\frac{pV}{RT^2} dT.$$

Skończona różnica mas (po całkowaniu między stanami 1 i 2)

$$\Delta m_{1,2} = m_2 - m_1 = \frac{pV}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{10^5 \cdot 5}{287} \left(\frac{1}{310} - \frac{1}{280} \right) = -12,0 \text{ kg}$$

Wykorzystując definicję entalpii właściwej $h = c_p \cdot T$, otrzymuje się ciepło, potrzebne do ogrzania powietrza

$$Q_{1-2} = - \int_{T_1}^{T_2} h \, dm = \frac{c_p}{R} pV \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} pV \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{1,4}{1,4 - 1} 10^5 \cdot 100 \cdot \ln \frac{310}{280} = 3562394 \text{ J}.$$

Średnia temperatura powietrza wypływającego z pomieszczenia jest równa

$$T_{sr} = \left(\frac{Q_{1-2}}{c_p |\Delta m|} \right) = 294,49 \text{ K}, \text{ zaś czas potrzebny do ogrzania powietrza wynosi}$$

$$\tau = \frac{Q_{1-2}}{N_e} = \frac{3562394,3}{2000} \cong 1791 \text{ s}.$$

Aby obliczyć ciepło dla przypadku $V = \text{idem}$, należy znać masę powietrza

$$\text{w pomieszczeniu } m = \frac{pV}{RT_1} = \frac{10^5 \cdot 100}{287 \cdot 280} = 124,4 \text{ kg}. \text{ Wówczas}$$

$$Q_v = m c_v (T_2 - T_1) = 122,4 \cdot \frac{5}{2} \cdot 287 \cdot (310 - 280) = 2678571 \text{ J} < Q_{1,2}$$

Relacja $Q_{1-2} > Q_v$ świadczy naturalnie o zwiększonych nakładach energii na ogrzewanie nieszczelnych pomieszczeń, z których wypływa ogrzewany gaz (w technice wentylacyjnej znany jest bardziej złożony proces tzw. infiltracji).

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 3.17

Bijak młota podnoszonego energią pary wodnej uderzył w stalowy przedmiot, nagrzewając go od temperatury $T_1 = 300 \text{ K}$ do $T_2 = 353 \text{ K}$. Masa bijaka wynosiła $m_1 = 500 \text{ kg}$, a wysokość jej swobodnego spadku $h = 2,5 \text{ m}$. Zakładając, że 35% ciepła wydzielonego przy uderzeniu zużyte zostało na podgrzanie przedmiotu, obliczyć jego masę m_2 .

Odpowiedź: $m_2 = 0,191 \text{ kg}$.

Zadanie 3.18

Na stanowisku badawczym, wał silnika bezpośrednio połączono z prądnicą prądu stałego. W trakcie pomiarów zmierzono na zaciskach prądnicy: napięcie prądu $U = 220 \text{ V}$, natężenie prądu $I = 50 \text{ A}$. Obliczyć moc N na wale silnika, zakładając, że sprawność ogólna prądnicy $\eta = 0,8$.

Odpowiedź: $N = 11,2 \text{ kW}$.

Zadanie 3.19

Samochód o masie $m = 5000 \text{ kg}$ poruszający się z prędkością $w = 15 \text{ m/s}$ został zahamowany. Obliczyć ilość ciepła Q wydzielonego w bębnach hamulcowych pojazdu. W obliczeniach należy uwzględnić wyłącznie energię kinetyczną ruchu postępowego.

Odpowiedź: $Q = 1562,5 \text{ kJ}$.

Zadanie 3.20

W pionowym cylindrze, pod tłokiem o średnicy $d = 150 \text{ mm}$, znajduje się $V_1 = 1 \text{ litr}$ palnego roztworu gazowego o temperaturze $T_1 = 300 \text{ K}$ i pod pewnym

nadciśnieniem, wywołanym naciskiem tłoka o masie $m_t = 5$ kg. Znane są: ciśnienie atmosferyczne $p_b = 10^5$ Pa, ciepło właściwe paliwa $c_v = 1800$ J/kg/K i jego gęstość w normalnych warunkach fizycznych $\rho_n = 0,66$ kg/m³. Obliczyć energię E_d wydatkowaną przez urządzenie rozruchowe, potrzebną do uzyskania samozapłonu (jak w silniku Diesla) roztworu gazowego o temperaturze $T_2 = 800$ K, przy założeniu, że cała dostarczona do układu energia, w tym praca siły, pochodzącej od ciśnienia zewnętrznego, na drodze ruchu tłoka Δy , oraz energia potencjalna tłoka zostaną pochłonięte przez układ i zwiększą zasób jego energii wewnętrznej. Obliczyć wysokość h , z jakiej należałoby upuścić na tłok masę $m = 15$ kg.

Odpowiedź: $E_d = 450$ J, $h = 3$ m.

Zadanie 3.21

W doskonale izolowanym cieplnie zbiorniku znajdują się dwa różne gazy doskonałe. W części A zbiornika o objętości $V_A = 1$ m³ – azot o temperaturze $T_A = 300$ K i pod ciśnieniem $p_A = 10^5$ Pa, w części B zbiornika o objętości $V_B = 2$ m³ – tlen o temperaturze $T_B = 350$ K i ciśnieniu $p_B = 2 \cdot 10^5$ Pa. Obliczyć temperaturę roztworu po usunięciu przegrody i całkowitym wymieszaniu obu gazów.

Odpowiedź: $T_2 = 315,5$ K.

Zadanie 3.22

Rtęć o masie $m = 0,4$ kg spadła z wysokości $h = 20$ m do kalorymetru wypełnionego wodą. Woda w kalorymetrze i spadająca rtęć miały taką samą temperaturę. Obliczyć przyrost temperatury wody i rtęci, przyjmując, że cała energia kinetyczna spadającej rtęci została w kalorymetrze zamieniona na ciepło. Masa wody w kalorymetrze $m_w = 0,04$ kg. Ciepło właściwe rtęci $c_{Hg} = 139,8$ J/kg/K, wody $c_{H2O} = 4180$ J/kg/K. W obliczeniach nie uwzględniać pojemności cieplnej części stałych kalorymetru.

Odpowiedź: $\Delta T = 0,35$ K.

Zadanie 3.23

Obliczyć energię wewnętrzną właściwą 1 kg powietrza o temperaturze $t = 0^\circ\text{C}$, przyjmując założenie, że w normalnych warunkach fizycznych entalpia właściwa ma wartość zerową.

Odpowiedź: $u = -78,4$ kJ/kg.

4. DRUGA ZASADA TERMODYNAMIKI (II ZT)

Ciepła nie można w całości zamienić na pracę, chociaż taką konwersję dopuszcza pierwsza zasada termodynamiki. Obiegi silnikowe (prawobieżne) zamieniają pewną część doprowadzonego ciepła na pracę, pozostałe zaś ciepło zostaje oddane do dolnego źródła ciepła. Znanych jest wiele sformułowań drugiej zasady termodynamiki. Najważniejsze z nich, dotyczące pracy, jaką może wykonać silnik cieplny, brzmi:

„Ciepło może być zamienione na pracę za pomocą maszyny realizującej obieg silnikowy ze sprawnością nie większą niż sprawność obiegu odwracalnego (Carnota)”

Maksymalna sprawność obiegu nie jest większa niż sprawność obiegu odwracalnego, która wynosi

$$\eta_{odw} = 1 - \frac{T_{od}}{T_d} \quad (4.1)$$

gdzie η_{odw} – sprawność obiegu odwracalnego, T_{od} – temperatura źródła dolnego, T_d – temperatura źródła górnego. Sprawność obiegu odwracalnego zależy jedynie od temperatur źródła ciepła, to znaczy od temperatury grzania i chłodzenia. Wykorzystując definicję sprawności obiegu oraz wzór (4.1)

$$1 - \frac{|Q_{od}|}{Q_d} = 1 - \frac{T_{od}}{T_d} \rightarrow \frac{Q_d}{T_d} = \frac{|Q_{od}|}{T_{od}} \quad (4.2)$$

Zależność (4.2) jest prawdziwa dla obiegów silnikowych, jak i chłodniczych. Ciepło Q_d jest to ciepło doprowadzone do układu, zaś Q_{od} jest to ciepło odprowadzone z układu.

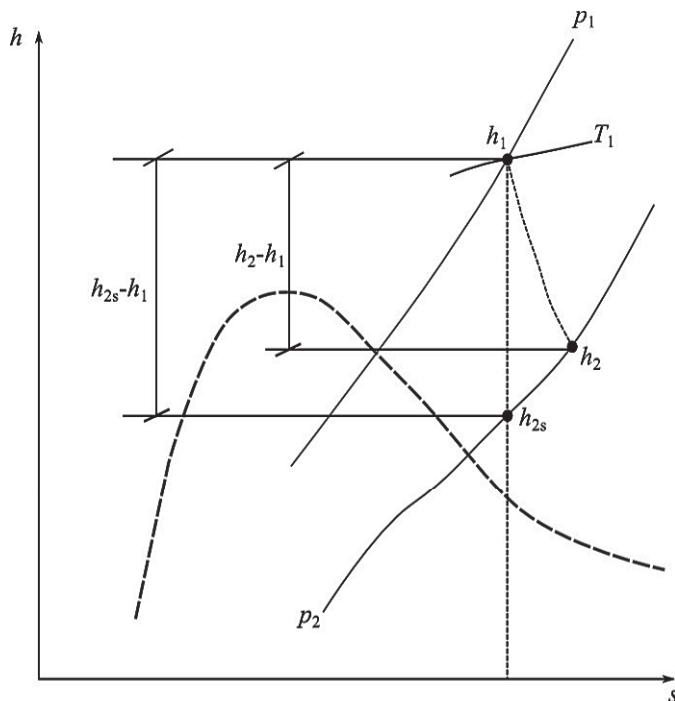
Entropia jest miarą nieuporządkowania układu termodynamicznego. Elementarna zmiana entropii w przemianie termodynamicznej układu zamkniętego wynosi

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta \sigma \quad (4.3)$$

Zupełna różniczka entropii (dS) jest sumą elementarnej zmiany entropii poprzez wymianę ciepła ($\delta Q/T$) i przyrostu entropii tzw. wytwarzanej ($\delta \sigma$). Entropia wytwarzana jest dodatnia i jest miarą nieodwracalności przemiany. Zależy ona od drogi przemiany, a sposób jej obliczania zależy od rodzaju procesu. Każda przemiana, która zachodzi w rzeczywistym urządzeniu jest nieodwracalna. Urządzenia cechują się sprawnością izentropową, która stanowi porównanie wydajności rzeczywistego urządzenia z wydajnością w procesie, w którym nie zachodzi produkcja entropii (przemiana odwracalna) w tych samych warunkach, np. przy tym samym ciśnieniu wlotowym i wylotowym czynnika roboczego przepływającego przez maszynę.

Sprawność izentropowa (wewnętrzna) turbiny

Na rysunku 4.1 przedstawiono spadek entalpii $h_2 - h_1$ w rzeczywistej turbinie i w wyidealizowanej izentropowej maszynie $h_{2s} - h_1$. Do obu urządzeń wpływa czynnik o ciśnieniu p_1 i temperaturze T_1 , rozprężając się do tego samego ciśnienia p_2 . Zwykle uznaje się zmiany energii kinetycznej i potencjalnej za pomijalnie małe.



Rys. 4.1. Izentropowy spadek entalpii w turbinie i proces rzeczywisty na wykresie $h - s$

W takim przypadku spadek entalpii równa się pracy wykonywanej przez wirnik turbiny. Spadek entalpii, a zatem i praca wykonywana w przemianie izentropowej (l_{ts}), będą większe niż w rzeczywistej (l_t). Spowodowane jest to procesem dyssypacji energii mechanicznej. Izentropowa (wewnętrzna) sprawność turbiny przedstawia się wzorem (którą oznacza się także jako η_i)

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{l_t}{l_{ts}} \quad (4.4)$$

Wartość η_t waha się zwykle od 0,7 do 0,9, zależnie od konstrukcji turbiny.

Sprawność izentropowa dyszy

Sprawność izentropowa dyszy jest określana jako stosunek energii kinetycznej uzyskiwanej w rzeczywistości do energii, która mogłaby być uzyskana, gdyby nie występowała dyssypacja

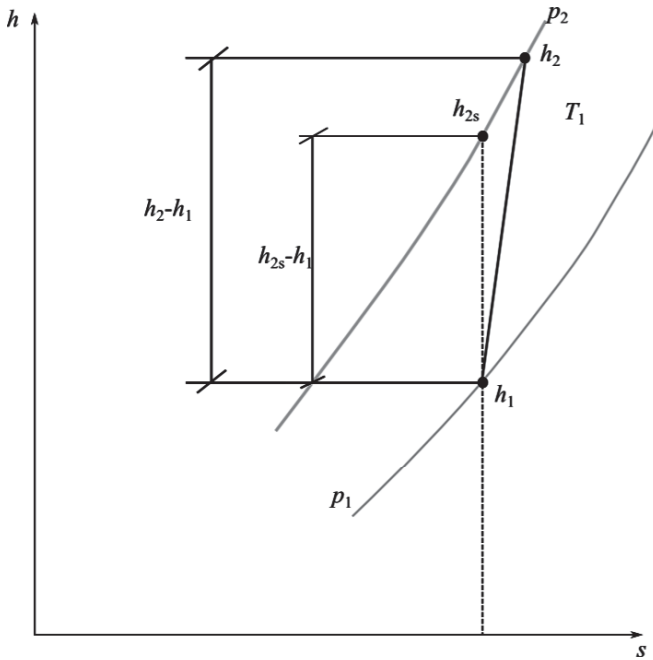
$$\eta_{dyszy} = \frac{W^2 / 2}{\left(W^2 / 2\right)_s} \quad (4.5)$$

Dobrze zaprojektowane dysze uzyskują zwykle sprawności 95% lub wyższe.

Sprawność izentropowa pompy, sprężarki

Dla sprężarki i pompy przyjmuje się podobne założenia jak dla turbiny, tzn. pomijalną zmianę energii kinetycznej i potencjalnej czynnika roboczego. Praca sprężarki oraz pompy jest ujemna (konwencja znaku pracy), co oznacza, że zwiększa się energia mechaniczna czynnika. Sprawność izentropowa sprężarki, pompy wynosi

$$\eta_k = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = \frac{l_{ks}}{l_k} \quad (4.6)$$



Rys. 4.2. Sprężanie w sprężarce izentropowej i rzeczywistej

Na rysunku 4.2 przedstawiono proces sprężania w sprężarce izentropowej i rzeczywistej. Wzrost entalpii czynnika roboczego równa się pracy wykonanej przez sprężarkę. Aby zwiększyć ciśnienie czynnika do tego samego ciśnienia końcowego p_2 , należy wykonać większą pracę w przemianie rzeczywistej (l_k) niż w izentropowej (l_{ks}). Sprawność sprężarek wynosi około 75 do 85%.

Obliczanie zmiany entropii

Całkowitą zmianę entropii właściwej między stanem 1 a stanem 2 oblicza się, sumując cząstkowe zmiany entropii właściwej przemian prowadzonych od stanu 1 do stanu 2. Dla gazu doskonałego zmianę entropii właściwej oblicza się z zależności

$$s_2 - s_1 = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \quad (4.7)$$

Równorzędna zależność ma postać

$$s_2 - s_1 = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (4.8)$$

Dla przemiany fazowej zachodzącej w warunkach stałego ciśnienia

$$s_2 - s_1 = \frac{\Delta h}{T} \quad (4.9)$$

gdzie Δh jest entalpią właściwą przemiany fazowej, tzn. ciepłem jednostkowym, jakie uwolni się bądź będzie pobrane podczas przemiany fazowej przy stałym ciśnieniu. Całkowitą zmianę entropii właściwej między stanem 1 a stanem 2 gazu doskonałego można także obliczyć ze wzoru (n – wykładnik politropy)

$$s_2 - s_1 = c \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = c_v \cdot \frac{n - \kappa}{n - 1} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right), \quad n \neq 1 \quad (4.10)$$

Bilans entropii dla układów otwartych

Entropia nie podlega prawu zachowania, można ją jednak bilansować, uwzględniając entropię wytwarzaną. Bilans strumieni entropii dla układów otwartych przedstawia wzór

$$\dot{m} \cdot (s_2 - s_1) = \sum \frac{\dot{Q}_i}{T_i} + \frac{\dot{Q}_0}{T_0} + \dot{\sigma} \quad (4.11)$$

Wzór jest prawdziwy dla układów otwartych o jednym wlocie i wylocie, które znajdują się w stanie ustalonym. Wielkości: s_2 i s_1 to entropie właściwe na wlocie i wylocie. Entropia czynnika o wydatku masowym $\dot{m}$ przepływającego przez układ otwarty zmienia się na skutek wymiany ciepła: $\dot{Q}_i$ ze źródłami ciepła o temperaturze T_i i $\dot{Q}_0$ ze źródłem dolnym o temperaturze T_0 . Entropia strumienia czynnika może się także zwiększyć w wyniku występowania nieodwracalności wewnątrz układu $\dot{\sigma}$.

Bilans egzergii dla układów otwartych

Egzergia jest to maksymalna ilość pracy, jaka może być wykonana, do momentu osiągnięcia przez układ stanu równowagi termodynamicznej z otoczeniem, który jest nazywany *stanem martwym*. Ze względu na dominujące

znaczenie praktyczne procesów przepływowych, uwagę skupia się na bilansie egzergii dla układów otwartych. Bilans egzergetyczny łączy pierwszą i drugą zasadę termodynamiki. Biorąc jako wyjściowe równanie (4.11) i analogiczny bilans z pierwszej zasady termodynamiki, dostaje się

$$\dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \sum \dot{Q}_i + \dot{Q}_0 + N \quad (4.12)$$

Uznając, że układ jest wolny od wewnętrznych nieodwracalności i eliminując $\dot{Q}_0$ między równaniami (4.11)-(4.12)

$$\dot{m} \cdot (h_2 - T_0 s_2) - \dot{m} \cdot (h_1 - T_0 s_1) = \sum \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i} \right) - N - \dot{\sigma} \cdot T_0 \quad (4.13)$$

Właściwą egzergię przepływową (strugi) definiuje się jako [6]

$$b = h - h_0 - T_0 (s - s_0) \quad (4.14)$$

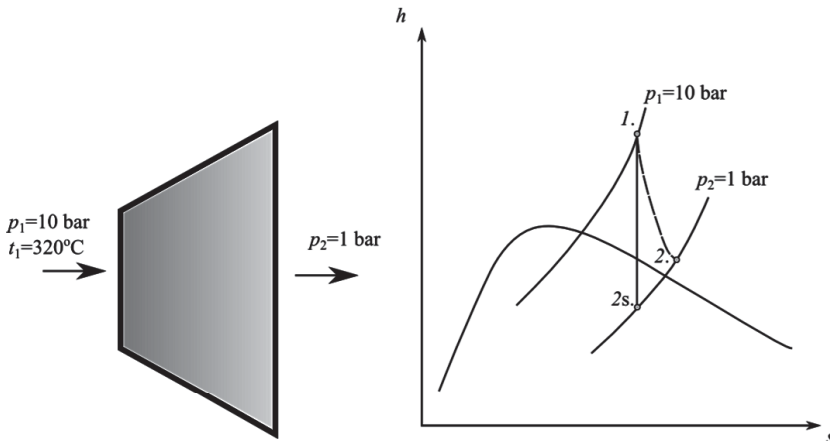
gdzie indeks 0 odnosi się do stanu martwego, w którym czynnik roboczy znajduje się w równowadze termodynamicznej z otoczeniem. Po uwzględnieniu (4.14) i (4.13)

$$\dot{m} \cdot (b_2 - b_1) = \sum \dot{Q}_i \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_i} \right) - N - \dot{\sigma} \cdot T_0 \quad (4.15)$$

ZADANIA

Zadanie 4.1

Turbina parowa pracuje w stanie ustalonym. Ciśnienie zmierzone na wlocie turbiny wynosi: $p_1 = 10$ bar, zaś temperatura $t_1 = 320^\circ\text{C}$. Wymieniane ciepło między turbiną a otoczeniem jest pomijalnie małe, podobnie jak zmiana energii kinetycznej i potencjalnej między wlotem a wylotem. Zmierzone ciśnienie na wylocie turbiny wynosi $p_2 = 1$ bar. Jeśli izentropowa sprawność turbiny wynosi $\eta_t = 75\%$, obliczyć wykonywaną przez turbinę pracę jednostkową.



Pierwszym krokiem jest znalezienie wartości entalpii właściwej w stanie 1 określonym przez $p_1 = 10$ bar i $t_1 = 320^\circ\text{C}$. Można ją odszukać na wykresie h -s dla pary wodnej bądź w tablicach. Kiedy trudno ocenić, w jakim stanie skupienia znajduje się woda o danych parametrach, to w przypadku korzystania z tablic należy znaleźć temperaturę nasycenia odpowiednią dla ciśnienia p_1 . Z tablic odczytano temperaturę nasycenia $t_{nas} = 179,9^\circ\text{C}$ dla $p_1 = 10$ bar. Jeśli temperatura $t_1 > t_{nas}$, to ma się do czynienia z parą suchą przegrzaną, a jeśli $t_1 = t_{nas}$ – z parą mokrą i wówczas dla odczytu jej entalpii właściwej niezbędny jest trzeci parametr, jakim jest stopień suchości x_1 , przy czym: gdy $t_1 < t_{nas}$ – woda znajduje się w stanie ciekłym. W rozważanym przypadku: $t_1 > t_{nas}$ ($320^\circ\text{C} > 179,9^\circ\text{C}$) dla $p_1 = 10$ bar, a więc entalpii właściwej należy szukać w obszarze pary przegrzanej. Odczytano z tablic: $h_1 = 3093,9$ kJ/kg i $s_1 = 7,1962$ kJ/(kg·K). Znając sprawność izentropową (wewnętrzną), można obliczyć pracę jednostkową turbiny ze wzoru (4.4)

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \rightarrow l_t = \eta_t (h_1 - h_{2s})$$

Dla $p_2 = 1$ bar i $s_1 = s_2 = 7,1962$ kJ/(kg·K) $h_{2s} = 2615,0$ kJ/kg,

$$l_t = 0,75 \cdot (3093,9 - 2615,0) = 478,9 \text{ kJ/kg}$$

Turbina wykona pracę jednostkową równą 478,9 kJ/kg.

Zadanie 4.2

Powietrze, traktowane jako gaz doskonały ($R_p = 286,9$ J/(kg·K)), rozpręża się adiabatycznie w turbinie. Na wlocie turbiny posiada parametry: $p_1 = 3$ bar i $T_1 = 390$ K. Przepływając przez turbinę rozpręża się, osiągając na wylocie ciśnienie $p_2 = 1$ bar. Praca jednostkowa wynosi $l_t = 74$ kJ/kg. Przy założeniu, że zmiana energii kinetycznej i potencjalnej są pomijalnie małe, obliczyć sprawność izentropową (wewnętrzną) turbiny. Przyjąć stałe ciepło właściwe powietrza.

Rozwiązanie

Wiadomo, że rzeczywista praca jednostkowa turbiny równa się rzeczywistej zmianie entalpii właściwej czynnika w turbinie

$$l_t = h_1 - h_2$$

Ponieważ l_t jest znane, to zależność (4.4) można zapisać

$$\eta_t = \frac{l_t}{h_1 - h_{2s}}$$

Ciepło właściwe powietrza pod stałym ciśnieniem $c_p = 7/2 R_p$. Znałe jest także ciśnienie końcowe, a więc można obliczyć temperaturę końcową przemiany izentropowej ($\kappa = 1,4$)

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 390 \cdot 3^{-0,4/1,4} = 284,9 \text{ K}$$

Z pierwszej zasady termodynamiki dla układów przepływowych:

$$l_{ts} = c_p (t_1 - t_2) = h_1 - h_{2s} = \frac{7}{2} \cdot 286,9(390 - 284,9) = 105,5 \text{ kJ/kg}$$

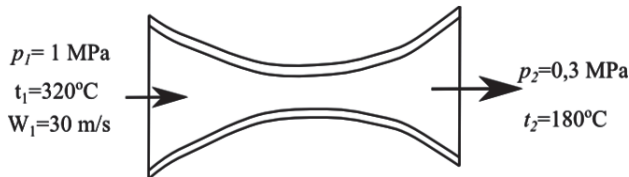
$$\eta_t = \frac{l_t}{l_{ts}} = \frac{74}{105,5} = 0,701 \approx 70\%$$

Ostatecznie, sprawność izentropowa turbiny gazowej wynosi 70%.

Zadanie 4.3

Para wodna o ciśnieniu $p_1 = 1 \text{ MPa}$, temperaturze $t_1 = 320^\circ\text{C}$ i prędkości $W_1 = 30 \text{ m/s}$ rozpręża się w dyszy do ciśnienia $p_2 = 0,3 \text{ MPa}$. Temperatura pary na wylocie wynosi $t_2 = 180^\circ\text{C}$. Obliczyć sprawność izentropową dyszy przy założeniu, że pracuje ona w stanie ustalonym, zmiana energii potencjalnej jest pomijalnie mała, a przemiana pary może być uznana za adiabatyczną.

Rozwiązanie



Bilans energii sprowadza się do zachowania entalpii całkowitej

$$h_1 + \frac{W_1^2}{2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2} \rightarrow \frac{W_2^2}{2} = \frac{W_1^2}{2} + h_1 - h_2$$

Z tablic bądź wykresu $h-s$ można odczytać: $h_1 = 3093,9 \text{ kJ/kg}$, $s_1 = 7,1962 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ i $h_2 = 2823,9 \text{ kJ/kg}$. Podstawiając te dane do powyższego wzoru, dostaje się

$$\frac{W_2^2}{2} = \frac{30^2}{2 \cdot (10^3)} + 3093,9 - 2823,9 = 270,45 \text{ kJ/kg}$$

Znajdując punkt będący przecięciem izentropy s_1 i izobary p_2 , można odczytać entalpię pary wodnej na wylocie z dyszy dla przemiany izentropowej – $h_{2s} = 2813,3 \text{ kJ/kg}$. Stąd

$$\left(\frac{W_2^2}{2} \right)_s = \frac{30^2}{2 \cdot (10^3)} + 3093,9 - 2813,3 = 281,05 \text{ kJ/kg}$$

Korzystając z zależności (4.5), izentropowa sprawność dyszy wynosi

$$\eta_{dyszy} = \frac{W^2 / 2}{(W^2 / 2)_s} = \frac{270,45}{281,05} = 0,962 = 96,2\%$$

Dyssypacja energii mechanicznej występuje głównie na skutek tarcia płynu o ścianki dyszy.

Zadanie 4.4

Czynnik chłodniczy R134a jest sprężany w układzie chłodniczym. Sprężarka pracuje w stanie ustalonym, a strumień masy czynnika przepływającego przez układ wynosi $\dot{m} = 0,07 \text{ kg/s}$. Obliczyć izentropową sprawność sprężarki, jeśli pomierzone ciśnienie i temperatura czynnika na ssaniu wynosi $p_1 = 3,2 \text{ bar}$ i $t_1 = 10^\circ\text{C}$, a na tłoczeniu (wylocie ze sprężarki) $p_2 = 14 \text{ bar}$, $t_2 = 70^\circ\text{C}$. Zmiany energii potencjalnej i kinetycznej czynnika między wlotem a wylotem sprężarki są pomijalne.

Rozwiązanie

Z tablic bądź wykresu h-s dla czynnika R134a można odczytać dla parametrów na ssaniu $p_1 = 3,2 \text{ bar}$ i $t_1 = 10^\circ\text{C}$: $h_1 = 255,65 \text{ kJ/kg}$, $s_1 = 0,9427 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Na tłoczeniu dla $p_2 = 14 \text{ bar}$ i $t_2 = 70^\circ\text{C}$: $h_2 = 295,31 \text{ kJ/kg}$, $s_2 = 0,9658 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Rzeczywistą moc sprężarki można obliczyć, korzystając z pierwszej zasady termodynamiki dla układów otwartych. Bilans energii ma postać

$$N_{spr} = \dot{m} \cdot (h_1 - h_2) = 0,07 \cdot (255,65 - 295,31) = -2,78 \text{ kW}$$

Moc sprężarki jest ujemna, ponieważ stosowana jest konwencja, według której praca kompresji czynnika jest ujemna. Aby obliczyć izentropową moc sprężarki, należy znaleźć punkt odpowiadający ciśnieniu $p_2 = 14 \text{ bar}$ i o tej samej wartości entropii właściwej jak entropia właściwa czynnika na ssaniu $s_1 = 0,9427 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Jeśli korzysta się z tablic, to podana jest skończona liczba danych i najczęściej nie znajduje się dokładnej wartości, tak jak w tabeli poniżej. Szukany punkt jest określony przez $s_1 = 0,9427 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ i ciśnienie 14 bar. Poszukiwaną wartość entropii znajduje się pomiędzy stabelizowanymi wartościami. W takim przypadku można skorzystać z interpolacji liniowej

$$h_{2s} = 283,10 + \frac{295,31 - 283,10}{0,9658 - 0,9297} \cdot (0,9427 - 0,9297) = 287,5 \text{ kJ/kg}$$

Temperatura [°C]	Entalpia właściwa [kJ/kg]	Entropia właściwa [kJ/(kg·K)]
60	283,10	0,9297
70	295,31	0,9658
Wyciąg z tabeli dla pary przegrzanej R134a – ciśnienie 14 bar		

Interpolacja liniowa jest zwykle dobrym przybliżeniem, jeśli dwa punkty nie są zbyt daleko od siebie. Mając wszystkie wartości entalpii, można zastosować wzór (4.6)

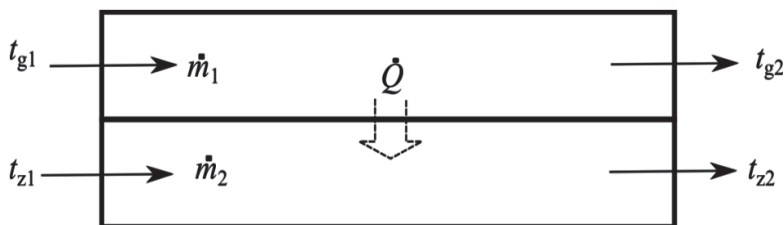
$$\eta_k = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = \frac{255,65 - 287,5}{255,65 - 295,31} = 0,803 = 80,3 \%$$

Sprawność izentropowa sprężarki wynosi 80,3%. Temperatura końcowa rzeczywistego procesu (przemiany) sprężania jest wyższa niż przemiany izentropowej. Jest to spowodowane dodatkowym ciepłem, jakie wywołuje się w rzeczywistym procesie w wyniku tarcia w płynie, tarcia ruchomych części i turbulentnych wirów powstających w przepływie. Część pracy wykonanej przez czynnik w rzeczywistym procesie jest dyssypowana w zjawiskach nieodwracalnych na ciepło.

Zadanie 4.5

Wymiennik ciepła pracuje w stanie ustalonym. Wymiana ciepła zachodzi wewnątrz urządzenia między dwoma strumieniami wody. Temperatura wlotowa gorącego strumienia wynosi $t_{g1} = 80^\circ\text{C}$, a zimnego $t_{z1} = 20^\circ\text{C}$. Temperatura wylotowa strumienia gorącego jest równa $t_{g2} = 50^\circ\text{C}$. Strumień masy zimnej wody wynosi $\dot{m}_z = 0,1 \text{ kg/s}$, a ciepłej $\dot{m}_g = 0,05 \text{ kg/s}$. Przyjąć stałe ciepło właściwe dla obu strumieni $c = 4,2 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Obliczyć przyrost entropii w wymienniku ciepła. Uznać, że spadek ciśnienia statycznego strumieni oraz różnice energii kinetycznej i potencjalnej między wlotem a wylotem są pomijalnie małe.

Rozwiązanie



Z pierwszej zasady termodynamiki dla układów otwartych

$$\dot{m}_g \cdot c \cdot (t_{g1} - t_{g2}) = \dot{m}_z \cdot c \cdot (t_{z2} - t_{z1}) \Rightarrow t_{z2} = t_{z1} + \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_z} \cdot (t_{g1} - t_{g2})$$

Zmiana entalpii obu strumieni równa się wymienionemu ciepłu. Ponieważ strumienie wymieniają ciepło między sobą, to bezwzględne zmiany ich entalpii są sobie równe. Na tej podstawie można obliczyć temperaturę wylotową strumienia wody zimnej

$$t_{z2} = 20 + \frac{0,05}{0,1} \cdot (80 - 50) = 35^\circ\text{C}$$

Mając temperatury obu strumieni, można obliczyć przyrost strumienia entropii w wymienniku ciepła równy sumie przyrostów strumienia entropii obu czynników wymieniających ciepło

$$\dot{\sigma} = \dot{m}_g \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_{g2}}{T_{g1}}\right) + \dot{m}_z \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_{z2}}{T_{z1}}\right)$$

Jest to właściwie równanie na strumień entropii wytwarzanej. W przypadku, gdy $\dot{\sigma} = 0$, proces wymiany ciepła w wymienniku byłby odwracalny

$$\dot{\sigma} = 0,05 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot \ln\left(\frac{323,15}{353,15}\right) + 0,1 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot \ln\left(\frac{308,15}{293,15}\right) = 2,32 \text{ W/K}$$

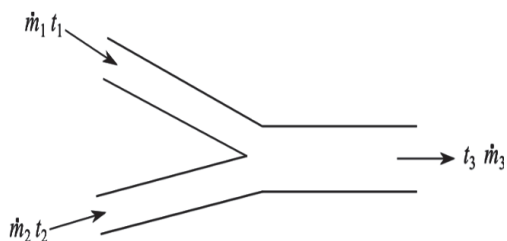
Przyrost strumienia entropii wynosi 2,32 W/K. W każdej sekundzie entropia układu przyrasta o 2,32 J/K. Proces jest więc nieodwracalny. Jeśli nawet zostałby on odwrócony, to znaczy strumień wody płynęłby w odwrotną stronę, strumień ciepła nie zmieniłby kierunku, lecz nadal płynął od strumienia cieplejszego do zimniejszego.

Zadanie 4.6

Dwa strumienie wody mieszają się w trójkniku. Ile wyniesie przyrost entropii, jeśli temperatura pierwszego strumienia wynosi $t_1 = 65^\circ\text{C}$, a temperatura drugiego strumienia jest równa $t_2 = 15^\circ\text{C}$. Strumienie masy wynoszą: $\dot{m}_1 = 0,06 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_2 = 0,03 \text{ kg/s}$. Przyjąć stałe ciepło właściwe wody $c = 4,2 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$.

Rozwiązanie

Korzystając z pierwszej zasady termodynamiki, można wyznaczyć temperaturę końcową wymieszanego strumienia.



Entalpię właściwą można zastąpić iloczynem ciepła właściwego i temperatury $h = c \cdot t$. Poziom odniesienia, w którym entalpia wynosi zero, może być bowiem wybrany dowolnie. Tutaj założono, że entalpia właściwa wynosi zero w temperaturze $t = 0^\circ\text{C}$.

Jej przyrost w przedziale temperatury od 0°C do np. t_1 wynosi $h = c \cdot (t_1 - t_0) = c \cdot (t_1 - 0) = c \cdot t_1$. Uwzględniając, że strumień masy wymieszanego strumienia równa się sumie dopływających strumieni, mamy:

$$\dot{m}_1 \cdot t_1 + \dot{m}_2 \cdot t_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) \cdot t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \cdot t_1 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \cdot t_2$$

$$t_3 = \frac{0,06}{0,06 + 0,03} \cdot 65 + \frac{0,03}{0,06 + 0,03} \cdot 15 = 48,33^\circ\text{C}$$

Podobnie jak w przypadku wymiennika ciepła, strumień entropii wytwarzanej będzie równy sumie zmiany entropii strumieni

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \dot{m}_1 \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) + \dot{m}_2 \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \\ &= 0,06 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot \ln\left(\frac{321,48}{338,15}\right) + 0,03 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot \ln\left(\frac{321,48}{288,15}\right) = 1,06 \text{ W/K} \end{aligned}$$

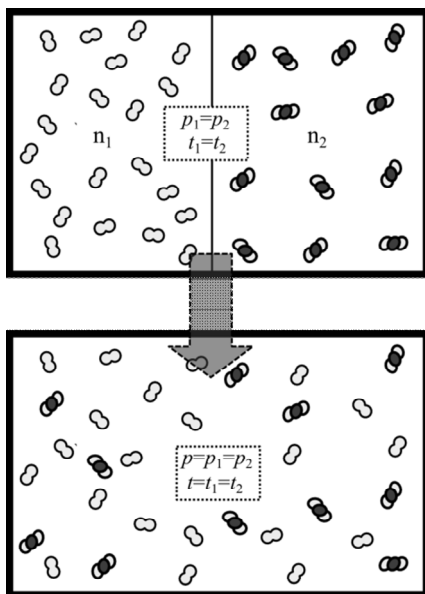
Temperatura końcowa obu strumieni równa się końcowej temperaturze po wymieszaniu T_3 , a entropia wytwarzana w procesie równa się $1,06 \text{ W/K}$. Mieszanie dwóch strumieni jest procesem nieodwracalnym. Gdyby wymusić przepływ wymieszanego strumienia w drugą stronę, tak żeby rozdzielał się na strumienie składowe, temperatury strumieni nie wróciłyby do swoich wartości początkowych.

Zadanie 4.7

W zaizolowanym termicznie zbiorniku znajduje się $n_1 = 3$ mole tlenu i $n_2 = 5$ moli dwutlenku węgla. Oba gazy oddzielone są od siebie przegrodą. Gazy wywierają te same ciśnienia na ścianki $p_1 = p_2 = 200 \text{ kPa}$ i posiadają tę samą temperaturę $t_1 = t_2 = 25^\circ\text{C}$. Czy skoro ciśnienia początkowe obu gazów są takie same, to ciśnienie roztworu po wymieszaniu będzie równe ciśnieniu rozdzielonych składników? Obliczyć przyrost entropii. Gazy należy traktować jako doskonałe, a ich roztwór jak roztwór doskonały.

Rozwiązanie

Dysponujemy dwoma gazami doskonałymi o tej samej temperaturze T_w i wywierającymi to samo ciśnienie p_w na ścianki. Po wymieszaniu, roztwór nie zmieni swojej temperatury (nie nastąpi wymiana ciepła), lecz czy zmieni się ciśnienie?



Liczba moli roztworu będzie sumą liczby moli składników, a ciśnienie roztworu będzie równe

$$pV = (n_1 + n_2) \cdot \bar{R} \cdot T_w \Rightarrow p = \frac{(n_1 + n_2) \cdot \bar{R} \cdot T_w}{V}$$

Jedyną rzeczą, która nie jest znana, to objętości zajmowane przez gazy. Oczywiście suma tych objętości równa się objętości całego zbiornika. Biorąc pod uwagę, że $V = V_1 + V_2$, można obliczyć z równania stanu gazu doskonałego:

$$V_1 = \frac{n_1 \bar{R} T_w}{p_w} \quad V_2 = \frac{n_2 \bar{R} T_w}{p_w} \Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{(n_1 + n_2) \bar{R} T_w}{p_w}$$

Podstawiając obliczoną objętość zbiornika

$$p = \frac{p_w \cdot (n_1 + n_2) \cdot \bar{R} \cdot T_w}{(n_1 + n_2) \cdot \bar{R} \cdot T_w} = p_w$$

Ciśnienie roztworu jest więc zawsze równe ciśnieniu składników. Przyrost entropii w procesie mieszania równa się przyrostowi entropii poszczególnych składników, a dla jednego składnika wynosi

$$\Delta S = n \cdot \bar{c}_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - n \cdot \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Temperatura w procesie mieszania nie zmienia się i może wydawać się, że ciśnienie także. Ciśnienie p_2 nie jest jednak ciśnieniem roztworu, lecz ciśnieniem cząstkowym składnika. Stosunek ciśnienia cząstkowego do ciśnienia całkowitego roztworu równa się udziałowi molowemu (w przypadku gazów doskonałych)

$$z_i = \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p}$$

Korzystając z powyższej zależności, dla pojedynczego składnika

$$\Delta S = -n_i \cdot \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{p_1 \cdot z_i}{p_1}\right) = -n_i \cdot \bar{R} \cdot \ln(z_i)$$

Sumując zmianę entropii poszczególnych składników

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 = -n_1 \cdot \bar{R} \cdot \ln(z_1) - n_2 \cdot \bar{R} \cdot \ln(z_2) = \\ &= -3 \cdot 8314 \cdot \ln\left(\frac{3}{8}\right) - 5 \cdot 8314 \cdot \ln\left(\frac{5}{8}\right) = 44 \text{ kJ/K} \end{aligned}$$

Zmiana entropii może być obliczona również poprzez odwrócenie mieszanki gazów do stanu początkowego. Można to zrealizować przez sprężenie izotermiczne do stanu początkowego obu składników. Realnie byłoby to bardzo trudne, można jednak wyobrazić sobie tłok, który działa tylko na jeden z gazów, przez drugi zaś przenika. Praca takiego tłoka wyniesie dla jednego składnika

$$L_{1-2} = n_i \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = n_i \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Zmiana entropii przemiany izotermicznej

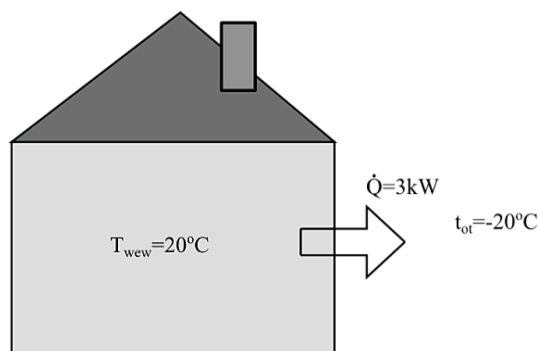
$$S_2 - S_1 = n_i \cdot \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = n_i \cdot \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{p_2 \cdot z_i}{p_2}\right) = n_i \cdot \bar{R} \cdot \ln(z_i)$$

Powyższa zależność jest tożsama z tą na przyrost entropii, różni się jedynie znakiem. Ponieważ układ jest „porządkowany”, jego entropia się zmniejsza. Należy w tym przypadku doprowadzić dodatkową pracę. Entropia mieszania gazów doskonałych w zbiorniku jest entropią wytwarzaną, niezwiązaną z wymianą ciepła przez granice układu, która wynosi dla tego przypadku 44 kJ/K. Proces mieszania jest nieodwracalny, ponieważ następuje spontanicznie i mieszanina nie rozdzieli się samorzutnie na dwa składniki.

Zadanie 4.8

Budynek, w którym jest utrzymywana temperatura wewnętrzna $t_{wew} = 20^\circ\text{C}$ traci strumień ciepła $\dot{Q} = 3 \text{ kW}$ do otoczenia o temperaturze $t_{ot} = -20^\circ\text{C}$. Oblicz entropię produkowaną w tym procesie oraz traconą moc.

Rozwiązanie



Obliczenie entropii wymaga przeliczenia temperatury w stopniach Celsjusza na skalę absolutną:

$$T_{wew} = t_{wew} + 273,15 = 293,15 \text{ K} \quad T_{ot} = t_{ot} + 273,15 = 253,15 \text{ K}$$

Wymiana ciepła przy skończonej różnicy temperatur jest procesem nieodwracalnym. Strumień ciepła przepływa od temperatury wyższej do niższej, co powoduje nie zrównoważenie strumienia entropii

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{Q}}{T_{ot}} - \frac{\dot{Q}}{T_{wew}} = \frac{3000}{253,15} - \frac{3000}{293,15} = 1,617 \text{ W/K}$$

Stosując prawo Gouya-Stodoli, które definiuje traconą pracę jako iloczyn wytwarzanej entropii i temperatury otoczenia bądź dolnego źródła ciepła, można obliczyć traconą moc

$$N_{trac} = \dot{\sigma} \cdot T_{ot} = 1,617 \cdot 253,15 = 409,3 \text{ W}$$

Tracona moc jest tutaj równoznaczna z niewykorzystaną różnicą temperatury. Ciepłsze wnętrze budynku mogłoby być górnym źródłem ciepła silnika odwracalnego, zimniejsze otoczenie źródłem dolnym. Wykorzystując tę różnicę temperatury z odwracalnego obiegu silnikowego, można by otrzymywać moc mechaniczną.

Zadanie 4.9

Odwracalny silnik działa w kontakcie z dwoma źródłami ciepła: górnym o temperaturze $T_d = 373,15 \text{ K}$ i dolnym o temperaturze $T_{od} = 273,15 \text{ K}$.

Pobiera on z górnego źródła strumień ciepła $\dot{Q}_1 = 400 \text{ W}$. Obliczyć moc obiegu.

Dla obiegów odwracalnych obowiązuje zależność (4.2), którą można także zapisać w postaci

$$\frac{\dot{Q}_d}{T_d} + \frac{\dot{Q}_{od}}{T_{od}} = 0$$

Wprowadzono tu czas (strumienie ciepła zamiast wymienianych ciepł). Pierwsza zasada termodynamiki dla obiegów stanowi, że

$$N = \dot{Q}_d + \dot{Q}_{od}$$

gdzie $N \text{ [W]}$ jest to moc mechaniczna obiegu. Podstawiając $\dot{Q}_{od}$ z drugiej zależności do pierwszej można otrzymać

$$\frac{\dot{Q}_d}{T_d} + \frac{N - \dot{Q}_d}{T_{od}} = 0 \rightarrow \frac{N}{T_{od}} = \dot{Q}_d \left(\frac{1}{T_{od}} - \frac{1}{T_d} \right) \rightarrow N = \dot{Q}_d \left(1 - \frac{T_{od}}{T_d} \right)$$

gdzie wyrażenie w nawiasie to sprawność silnika odwracalnego $\eta = 1 - \frac{T_{od}}{T_d}$.

Korzystając z wyprowadzonej wyżej zależności

$$N = \dot{Q}_d \left(1 - \frac{T_{od}}{T_d} \right) = 400 \cdot \left(1 - \frac{273,15}{373,15} \right) = 107 \text{ W}$$

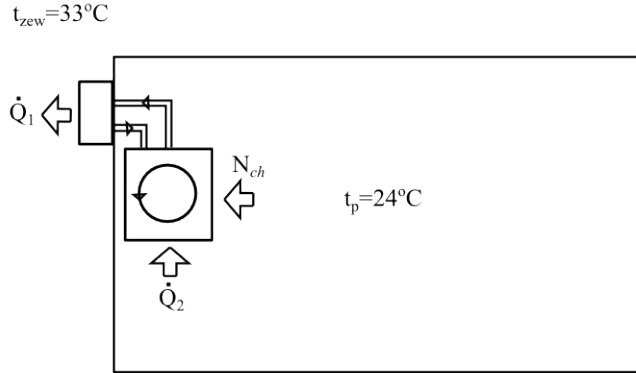
Moc silnika odwracalnego, pobierającego strumień ciepła równy 400 W , wynosi 107 W .

Zadanie 4.10

Idealny klimatyzator (obieg chłodniczy odwracalny) pracuje, pobierając strumień ciepła $\dot{Q}_d = 1 \text{ kW}$, skutecznie chłodząc pomieszczenie, tak że jego średnia temperatura wynosi $t_p = 24^\circ\text{C}$. Skraplacz urządzenia oddaje ciepło na zewnątrz,

gdzie panuje temperatura $t_{zew} = 33^\circ\text{C}$. Obliczyć moc, którą pobiera sprężarka, przy założeniu, że sprawność rzeczywistego klimatyzatora można oszacować jako jedną dziesiątą sprawności obiegu odwracalnego.

Rozwiązanie



Z drugiej zasady termodynamiki dla obiegów odwracalnych

$$\frac{\dot{Q}_d}{T_d} - \frac{|\dot{Q}_{od}|}{T_{od}} = 0$$

Sprawność obiegu chłodniczego jest to stosunek strumienia ciepła pobieranego do doprowadzanej mocy mechanicznej sprężarki

$$\eta_{ch} = \frac{\dot{Q}_d}{|N_{ch}|}$$

Z pierwszej zasady termodynamiki dla obiegów

$$N_{ch} = \dot{Q}_{od} + \dot{Q}_d$$

Podstawiając $\dot{Q}_{od}$ z pierwszego wzoru do drugiego

$$\frac{\dot{Q}_d}{T_d} - \frac{|N_{ch} - \dot{Q}_d|}{T_{od}} = 0 \rightarrow \frac{N_{ch}}{T_{od}} = \dot{Q}_d \left(\frac{1}{T_{od}} - \frac{1}{T_d} \right) \rightarrow |N_{ch}| = \dot{Q}_{od} \left(\frac{T_{od}}{T_d} - 1 \right)$$

Używając definicji sprawności układu chłodniczego

$$|N_{ch}| = \frac{\dot{Q}_d}{\eta_{ch}} \quad \text{gdzie} \quad \eta_{ch} = \frac{1}{\frac{T_{od}}{T_d} - 1} = \frac{T_d}{T_{od} - T_d}$$

Należy pamiętać o konwencji znaków stosowanej w termodynamice technicznej. Strumień ciepła doprowadzany do układu $\dot{Q}_d$ będzie zawsze dodatni, odprowadzany $\dot{Q}_{od}$ zawsze ujemny. Moc silnika cieplnego jest dodatnia, chłodziarki

i pompy ciepła – ujemna. Dla obiegu silnikowego (prawobieżnego) $T_d > T_{od}$, a dla chłodniczego (lewobieżnego) $T_d < T_{od}$. Sprawność rozważanego układu wynosi

$$\eta_{ch} = \frac{297,15}{306,15 - 297,15} = 33$$

Pamiętając, że sprawność rzeczywistego układu stanowi 1/10 układu odwracalnego, mamy

$$|N_{ch}| = \frac{\dot{Q}_d}{0,1 \cdot \eta_{ch}} = \frac{1000}{0,1 \cdot 33} = 303 \text{ W}$$

Moc sprężarki klimatyzatora wynosi 303 W. Należy zwrócić uwagę, że klimatyzator będzie pobierał więcej mocy elektrycznej ze względu na wentylator o mocy zwykle ok. 100 W.

Zadanie 4.11

Dostępny jest strumień przegrzanej pary wodnej o temperaturze $t_1 = 180^\circ\text{C}$ i ciśnieniu $p_1 = 7 \text{ bar}$. Obliczyć egzergię właściwą strumienia, jeśli jego energia kinetyczna i potencjalna jest pomijalnie mała w porównaniu do entalpii statycznej. Temperatura otoczenia wynosi $T_0 = 298,15 \text{ K}$, ciśnienie otoczenia $p_0 = 101325 \text{ Pa}$.

Rozwiązanie

Najpierw należy znaleźć (dla parametrów t_1, p_1) z tablic bądź wykresu h - s pary wodnej: $h_1 = 2799,4 \text{ kJ/kg}$ i $s_1 = 6,789 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Następnie, w ten sam sposób, odczytuje się dla (p_0, T_0) : $h_0 = 104,9 \text{ kJ/kg}$, $s_0 = 0,367 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Korzystając ze wzoru (4.14):

$$b_1 = 2799,4 - 104,9 - 298,15 \cdot (6,789 - 0,367) = 779,8 \text{ kJ/kg}$$

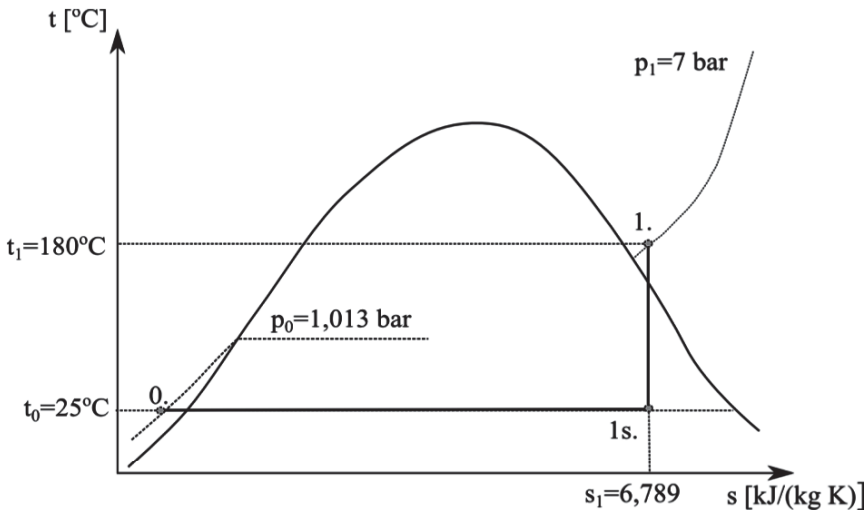
Egzergia właściwa strugi pary wodnej wynosi 779,8 kJ/kg. Oznacza to, że w odwracalnych przemianach od stanu 1 do stanu równowagi z otoczeniem można otrzymać 779,8 kJ pracy jednostkowej. Gdy strumień zostanie wypuszczony do atmosfery, to praca, którą można by wykorzystać, jest dyssypowana.

Zadanie 4.12

Dysponując strumieniem pary o parametrach jak w zadaniu 4.11, obliczyć egzergię właściwą nie korzystając z zależności (4.14), lecz sumując pracę przepływową (techniczną) wykonaną w serii przemian odwracalnych między stanem 1 a 0.

Rozwiązanie

Definicja egzergii zakłada kontakt tylko z jednym źródłem ciepła, jakim jest otoczenie o temperaturze $T_0 = 298,15 \text{ K}$. Wymusza to zastosowanie dwóch przemian: izentropowej i izotermicznej (realizowanej w stałej temperaturze T_0). Dla przejrzystości przedstawiono je na wykresie t – s .



Pierwszą przemianą jest rozprężanie izentropowe od temperatury $t_1 = 180^\circ\text{C}$ do temperatury otoczenia $t_0 = 25^\circ\text{C}$ (298,15 K). Skoro dla początkowych parametrów przemiany: $s_1 = 6,789 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, to można określić entalpię właściwą końcowego stanu przemiany. Na wykresie widać, że koniec przemiany leży w obszarze pary mokrej. Dla pary mokrej w tablicach podane dwie wartości: dla cieczy i pary w stanie nasycenia, w tym przypadku fragment tabeli będzie wyglądał jak poniżej.

$t_{\text{nas}} = 25^\circ\text{C}, p_{\text{nas}} = 0,031697 \text{ bar}$	
ciecz nasycona	para sucha nasycona
$h' = 104,8 \text{ kJ/kg}$	$h'' = 2546,5 \text{ kJ/kg}$
$s' = 0,367 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	$s'' = 8,557 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
$\rho' = 997 \text{ kg/m}^3$	$\rho'' = 0,023 \text{ kg/m}^3$

Parametrem nieznanym jest stopień suchości, który można uzyskać z zależności

$$s_1 = (1 - x) \cdot s' + x \cdot s''$$

Po przekształceniu i podstawieniu wartości

$$x = \frac{s_1 - s'}{s'' - s'} = \frac{6,789 - 0,367}{8,557 - 0,367} = 0,784$$

Znając stopień suchości, można obliczyć właściwą entalpię końcową czynnika

$$h_{1s} = (1 - x) \cdot h' + x \cdot h'' = 0,216 \cdot 104,8 + 0,784 \cdot 2546,5 = 2019 \text{ kJ/kg}$$

Spadek entalpii właściwej w tej przemianie równa się jednostkowej pracy technicznej wykonanej przez adiabatyczną turbinę wolną od wewnętrznych nieodwracalności

$$l_t = h_1 - h_{1s} = 2799,4 - 2019 = 780,4 \text{ kJ/kg}$$

Od stanu 1s do przecięcia z krzywą graniczną, praca przepływowa w przemianie izotermiczno-izobarycznej równa jest zeru ($dp = 0$). Tutaj spadek entalpii jest równy ciepłu odprowadzonemu w procesie skraplania. Krótki odcinek od krzywej granicznej do punktu 0 obejmuje sprężanie izotermiczne wody w stanie ciekłym. Praca w tym wypadku równa się

$$l_{t0} = \int_1^2 v dp = \frac{1}{\rho'} \cdot (p_0 - p_{nas}) = \frac{1}{997} \cdot (101325 - 3169,7) = -0,098 \text{ kJ/kg}$$

Sumując prace jednostkowe wykonane od stanu 1 do 0

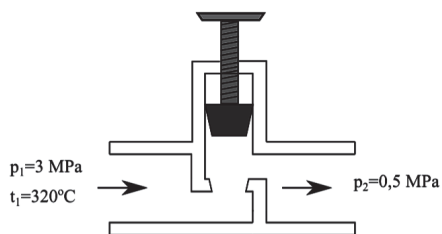
$$l_{1,0} = l_t + l_{t0} = 780,4 - 0,1 = 780,3 \text{ kJ/kg}$$

Jest to wartość bardzo zbliżona do wartości egzergii właściwej otrzymanej wcześniej ze wzoru (4.14). Oba sposoby obliczenia egzergii są równoważne. Niewielka różnica wynika z błędów zaokrągleń. Część spadku entalpii właściwej w przemianie izotermiczno-izobarycznej nie może być interpretowana jako praca, lecz jako ciepło oddane w procesie skraplania.

Zadanie 4.13

Przegrzana para o ciśnieniu $p_1 = 3 \text{ MPa}$ i temperaturze $t_1 = 320^\circ\text{C}$ wpływa do zaworu rozprężnego, gdzie jest dławiona do ciśnienia $p_2 = 0,5 \text{ MPa}$. Obliczyć egzergię właściwą strumienia pary na wlocie i wylocie z zaworu dławiącego oraz egzergię właściwą traconą w tym procesie. Zaniedbać właściwą energię kinetyczną i potencjalną czynnika, jako pomijalnie małe względem właściwej entalpii statycznej. Parametry otoczenia: $T_0 = 298,15 \text{ K}$, $p_0 = 101325 \text{ Pa}$.

Rozwiązanie



W procesie dławienia zakłada się, że czynnik nie traci energii, tzn. $h_1 = h_2$. Proces jest uznawany za adiabatyczny, bez wykonania zewnętrznej pracy. Egzergię właściwą strumienia pary na wlocie można znaleźć w tablicach bądź odczytać z wykresu h - s pary wodnej. Dla $p_1 = 3 \text{ MPa}$ i $t_1 = 320^\circ\text{C}$: $h_1 = 3043,4 \text{ kJ/kg}$, $s_1 = 6,625 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Wiedząc, że entalpia na wlocie jest równa entalpii na wylocie oraz że $p_2 = 0,5 \text{ MPa} \rightarrow s_2 = 7,422 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. W stanie równowagi z otoczeniem: $h_0 = 104,9 \text{ kJ/kg}$, $s_0 = 0,367 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Na wylocie, wzór (4.14)

$$b_2 = h_2 - h_0 - T_0(s_2 - s_0)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych:

$$b_1 = 3043,4 - 104,9 - 298,15 \cdot (6,625 - 0,367) = 1073 \text{ kJ/kg}$$

$$b_2 = 3043,4 - 104,9 - 298,15 \cdot (7,422 - 0,367) = 835 \text{ kJ/kg}$$

Bilans egzergii tego układu (brak pracy zewnętrznej i wymiany ciepła) redukuje się do

$$b_2 - b_1 = -\dot{\sigma} \cdot T_0 = 835 - 1073 = -238 \text{ kJ/kg}$$

Egzergia właściwa na wlocie do zaworu równa się 1073 kJ/kg, a na wylocie 835 kJ/kg. Strata egzergii właściwej pary po zdławieniu w zaworze wyniosła 238 kJ/kg.

Zadanie 4.14

Klimatyzator pracuje w tych samych warunkach, jak w zadaniu 4.10. Obieg, który wykonuje czynnik chłodniczy jest odwracalny, jednak temperatury górnego i dolnego źródła ciepła (powietrze wypełniające pomieszczenie i powietrze zewnętrzne) nie są równe temperaturze czynnika. Zmierzono, że czynnik chłodniczy skrapla się w temperaturze $t_{skr} = 50^\circ\text{C}$, zaś paruje w temperaturze $t_{par} = 5^\circ\text{C}$. Klimatyzator pobiera strumień ciepła $\dot{Q}_d = 1 \text{ kW}$. Strumień objętości powietrza, który przepływa przez parownik i skraplacz, wynosi $\dot{V} = 400 \text{ m}^3/\text{h}$. Przyjąć średnie ciepło właściwe powietrza $c_p = 1005 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ i średnią gęstość $\rho_p = 1,2 \text{ kg/m}^3$. Obliczyć moc dostarczaną do obiegu.

Rozwiązanie

W zadaniu 4.10 była określona moc obiegu odwracalnego

$$N_{odw} = \dot{Q}_d \left(\frac{T_{od}}{T_d} - 1 \right) = 1000 \cdot \left(\frac{306,15}{297,15} - 1 \right) = 30,3 \text{ W}$$

Nieodwracalności, które są obecne w obiegu, wiążą się ze strumieniem ciepła wymienianym przy skończonej różnicy temperatur między czynnikiem a powietrzem. Czynnik chłodniczy pobiera strumień ciepła w parowniku, wzrost jego strumienia entropii wynosi

$$\dot{S}_{par} = \frac{\dot{Q}_d}{T_{par}} = \frac{1000}{278,2} = 3,60 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

Struga powietrza ochładza się, przepływając przez parownik. Temperatura powietrza na wylocie wynosi

$$t_{wylp} = t_p - \frac{\dot{Q}_2}{\rho_p \cdot \dot{V} \cdot c_p} = 24 - \frac{1000 \cdot 3600}{1,2 \cdot 400 \cdot 1005} = 16,5^\circ\text{C}$$

Zmiana strumienia entropii wydatku objętościowego powietrza przepływającego przez parownik

$$\dot{S}_{pp} = \rho_p \cdot \dot{V} \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{wyp}}{T_p}\right) = 1,2 \cdot \frac{400}{3600} \cdot 1005 \cdot \ln\left(\frac{289,7}{297,2}\right) = -3,43 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

Strumień entropii produkowanej w parowniku jest sumą obliczonych strumieni entropii

$$\dot{\sigma}_{par} = \dot{S}_{par} + \dot{S}_{pp} = 3,60 - 3,43 = 0,17 \text{ W/K}$$

Z pierwszej zasady termodynamiki wynika, że strumień ciepła oddany przez skraplacz równa się sumie mocy dostarczanej przez sprężarkę i pobranego ciepła

$$|\dot{Q}_{od}| = |N_{ch}| + \dot{Q}_d$$

Strumień entropii, wytwarzanej analogicznie jak w przypadku parownika, jest sumą strumieni entropii

$$\dot{\sigma}_{skr} = C_p \cdot \ln\left(1 + \frac{|N_{ch}| + \dot{Q}_d}{C_p \cdot T_{zew}}\right) - \frac{\dot{Q}_d + |N_{ch}|}{T_{skr}}$$

gdzie C_p to pojemność cieplna strumienia powietrza $C_p = \rho_p \cdot \dot{V} \cdot c_p$. Stosując prawo Gouya-Stodoli, moc obiegu równa się

$$N = N_{odw} + (\dot{\sigma}_{par} + \dot{\sigma}_{skr}) \cdot T_{zew}$$

W przypadku układu chłodniczego, nieodwracalności powiększają moc, którą musi dostarczyć sprężarka. We wzorze na strumień entropii produkowany w skraplaczu występuje moc N_{ch} , która jest jednocześnie niewiadomą. Wynik można otrzymać, stosując procedurę iteracyjną (N_{ch} powiększać stopniowo, by wartości lewej i prawej strony zgodziły się). Wybranie odpowiedniego programu komputerowego i obliczenie zostawia się Czytelnikowi; moc wyniesie około

$$N = 126,3 \text{ W}$$

i jest około cztery razy większa niż dla obiegu odwracalnego i zbliża się do rzeczywistej mocy klimatyzatora. Wartość obliczona byłaby bliższa rzeczywistej, gdyby uwzględnić nieodwracalne procesy wewnątrz obiegu, tzn. głównie w sprężarce i zaworze rozprężnym.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 4.15

Sprawność odwracalnego obiegu silnikowego jest zależna jedynie od wartości temperatur dolnego i górnego źródła ciepła. Na podstawie (4.1) podaj dwa przypadki, kiedy $\eta_{odw} = 100\%$. Czy te przypadki są realistyczne?

Odpowiedź: Sprawność obiegu odwracalnego równa się 100%, gdy $T_d = \infty \text{ K}$ lub $T_{od} = 0 \text{ K}$. Oba przypadki są nierealistyczne. Osiągnięcie nieskończonej wysokiej temperatury jest niemożliwe podobnie jak bezwzględnego zera. Z jednej strony

osiągnięcie nieskończenie wysokiej temperatury wymaga nieskończenie dużego nakładu energii, z drugiej strony, gdy $T \rightarrow 0 \text{ K}$ $c_p \rightarrow 0 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$. Nawet mała ilość ciepła przekazana do układu znajdującego się w temperaturze bliskiej absolutnego zera powoduje istotne podwyższenie temperatury.

Zadanie 4.16

Do skraplacza układu chłodniczego wpływa czynnik chłodniczy o temperaturze $t_{sk} = 40^\circ\text{C}$. Skraplacz jest chłodzony wodą o temperaturze wlotowej $t_{wl} = 25^\circ\text{C}$. Powierzchnia wymiany ciepła $A = 0,2 \text{ m}^2$, średni współczynnik przenikania ciepła $k = 2000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$. Strumień masy wody chłodzącej $\dot{m} = 0,1 \text{ kg/s}$, średnie ciepło właściwe przyjąć $c_p = 4200 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$. Obliczyć temperaturę wylotową wody chłodzącej t_{wyl} , przyrost strumienia entropii oraz tracony strumień egzergii, jeśli temperatura otoczenia $t_{ot} = t_{wl}$.

Odpowiedź: $t_{wyl} = t_{sk} - \frac{t_{sk} - t_{wl}}{\frac{kA}{\dot{m}c_p}} = 34,213^\circ\text{C}$, $\dot{\sigma} = 0,425 \text{ W/K}$, $\dot{B}_{trac} = 126,766 \text{ W}$.

Zadanie 4.17

Sprężarka przekazuje czynnikowi moc $N = 2 \text{ kW}$. Temperatura czynnika podnosi się w rezultacie sprężania średnio o 25°C powyżej temperatury otoczenia. Strumień ciepła do otoczenia: $\dot{Q} = 300 \text{ W}$. Jeśli przyjmuje się, że $\dot{\sigma} = 0 \text{ W/K}$ i temperatura otoczenia $T_0 = 298,15 \text{ K}$, obliczyć zmianę strumienia egzergii (4.15).

Odpowiedź: $\Delta\dot{B} = 1973 \text{ W}$.

Zadanie 4.18

Obliczyć moc odwracalnego obiegu chłodniczego, jeśli oddawany strumień ciepła $\dot{Q}_{od} = 400 \text{ W}$, a $T_{od} = 323,15 \text{ K}$ i $T_d = 273,15 \text{ K}$.

Odpowiedź: $N = 73,22 \text{ W}$.

5. UKŁADY WIELOSKŁADNIKOWE BEZ REAKCJI CHEMICZNYCH

5.1. Roztwory gazów doskonałych

Roztworem gazów doskonałych nazywamy układ wieloskładnikowy, w którym każdy składnik jest równomiernie rozmieszczony w całej objętości roztworu.

Składnikiem roztworu nazywa się zbiór cząsteczek o jednakowej budowie chemicznej.

Charakterystykę roztworu tworzą:

udział masowy i -tego składnika x_i wyrażony stosunkiem masy składnika m_i do masy roztworu m :

$$x_i = \frac{m_i}{m} \quad \sum_{i=1}^s x_i = 1 \quad m = \sum_{i=1}^s m_i \quad (5.1)$$

udział molowy i -tego składnika z_i wyrażony stosunkiem liczby kilomoli n_i tego składnika do liczby kilomoli roztworu n :

$$z_i = \frac{n_i}{n} \quad \sum_{i=1}^s z_i = 1 \quad n = \sum_{i=1}^s n_i \quad (5.2)$$

udział objętościowy i -tego składnika r_i wyrażony stosunkiem objętości tego składnika V_i do objętości całego roztworu V w tej samej temperaturze T i pod tym samym ciśnieniem p :

$$r_i = \left(\frac{V_i}{V} \right)_{p,T} = \frac{n_i}{n} \left(\frac{\bar{V}_i}{\bar{V}} \right)_{p,T} = \frac{n_i}{n} = z_i \quad \sum_{i=1}^s r_i = 1 \quad V = \sum_{i=1}^s V_i \quad (5.3)$$

pozorna stała gazowa roztworu gazów doskonałych R równa sumie iloczynów udziałów masowych x_i i stałych gazowych R_i poszczególnych składników

$$R = \sum_{i=1}^s x_i R_i \quad (5.4)$$

masa molowa roztworu M równa sumie iloczynów udziałów objętościowych r_i i mas molowych M_i poszczególnych składników:

$$M = \sum_{i=1}^s r_i M_i \quad \text{lub} \quad M = \frac{\bar{R}}{R} \quad (5.5)$$

Prawo Daltona dla roztworu gazów doskonałych

Suma ciśnień składnikowych (parcjalnych, cząstkowych) wszystkich składników roztworu gazów doskonałych jest równa ciśnieniu roztworu

$$p = \sum_{i=1}^s p_i \quad (5.6)$$

Ciśnieniem składnikowym p_i jest ciśnienie, jakie wywierałby składnik roztworu, gdyby sam zajmował całą objętość roztworu V w tej samej temperaturze T co roztwór

$$p_i = r_i p \quad (5.7)$$

Średnie ciepło właściwe roztworu $c_\pi \Big|_{T_1}^{T_2}$ równe sumie iloczynów udziałów masowych i ciepł właściwych składników

$$c_\pi \Big|_{T_1}^{T_2} = \sum_{i=1}^s x_i c_{\pi_i} \Big|_{T_1}^{T_2} \quad (5.8)$$

Wykładnik adiabaty κ roztworu gazów doskonałych określa się wychodząc z zależności

$$\bar{c}_v = \frac{\bar{R}}{\kappa - 1} = \sum_{i=1}^s r_i \cdot \bar{c}_{vi} = \sum_{i=1}^s r_i \frac{\bar{R}}{\kappa_i - 1} \quad (5.9)$$

Po uproszczeniu

$$\kappa = 1 + \frac{1}{\sum_{i=1}^s \frac{r_i}{\kappa_i - 1}} \quad (5.10)$$

Energia wewnętrzna i entalpia mają własność addytywności. Zatem **energia wewnętrzna** roztworu jest równa sumie energii wewnętrznych wszystkich składników roztworu

$$U = \sum_{i=1}^s U_i \quad (5.11)$$

W odniesieniu do jednostki ilości substancji:

$$u = \frac{U}{m} = \sum_{i=1}^s \frac{m_i}{m} u_i = \sum_{i=1}^s x_i u_i \quad (5.12)$$

$$\bar{u} = \frac{U}{n} = \sum_{i=1}^s \frac{n_i}{n} \bar{u}_i = \sum_{i=1}^s r_i \bar{u}_i \quad (5.13)$$

Analogicznie dla **entalpii**:

$$H = \sum_{i=1}^s H_i \quad (5.14)$$

$$h = \frac{H}{m} = \sum_{i=1}^s \frac{m_i}{m} h_i = \sum_{i=1}^s x_i h_i \quad (5.15)$$

$$\bar{h} = \frac{H}{n} = \sum_{i=1}^s \frac{n_i}{n} \bar{h}_i = \sum_{i=1}^s r_i \bar{h}_i \quad (5.16)$$

Entropia roztworu gazów doskonałych jest równa sumie entropii wszystkich jego składników w temperaturze i objętości roztworu, czyli może być obliczona przy wykorzystaniu ciśnień składnikowych p_i . Entropię właściwą wyznacza się z zależności

$$s - s_0 = \int_{T_0}^T c_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{p}{p_0} - R \sum_{i=1}^s r_i \ln r_i \quad (5.17)$$

Korzystając z faktu, że przy mieszaniu gazów w adiabatycznym układzie zamkniętym o stałej objętości, energia wewnętrzna roztworu jest równa sumie energii wewnętrznych składników roztworu, temperaturę roztworu gazów doskonałych otrzymuje się z zależności

$$T = \frac{\sum_{i=1}^s m_i c_{vi} T_i}{\sum_{i=1}^s m_i c_{vi}} = \frac{1}{c_v} \sum_{i=1}^s x_i c_{vi} T_i \quad (5.18)$$

Analogicznie przy mieszaniu gazów w adiabatycznym układzie przepływowym w stanie ustalonym, bez wykonywania zewnętrznej pracy technicznej, entalpia strumienia roztworu jest równa sumie entalpii składników dopływających do układu w tym samym czasie, a zatem temperatura roztworu jest dana wzorem

$$T = \frac{\sum_{i=1}^s \dot{m}_i c_{pi} T_i}{\sum_{i=1}^s \dot{m}_i c_{pi}} = \frac{1}{c_p} \sum_{i=1}^s x_i c_{pi} T_i \quad (5.19)$$

Przy napełnianiu gazami j o temperaturach T_j i prędkościach w_j adiabatycznego zbiornika o stałej objętości, w którym znajdują się gazy i o temperaturze T_0 , z bilansu układu otrzymuje się

$$T = \frac{\sum_{j=1}^n m_j \left(c_{pj} T_j + \frac{w_j^2}{2} \right) + T_0 \sum_{i=1}^s m_i c_{vi}}{\sum_{j=1}^n m_j c_{vj} + \sum_{i=1}^s m_i c_{vi}} \quad (5.20)$$

ZADANIA

Zadanie 5.1

Skład masowy powietrza jest następujący: 23,2% tlenu, 75,5% azotu, resztę stanowi argon. Podaj charakterystykę roztworu (x_i , r_i , R , M) oraz ciśnienia składnikowe w warunkach normalnych.

Rozwiązanie

Korzystając z zależności $\sum x_i = 1$ oraz wiedząc, że $x_{O_2} = 0,232$ i $x_{N_2} = 0,755$, udział masowy argonu wynosi $x_{Ar} = 1 - x_{O_2} - x_{N_2} = 1 - 0,232 - 0,755 = 0,013$.

Pozorna stała gazowa roztworu R :

$$R = \sum x_i \cdot R_i = x_{O_2} \cdot R_{O_2} + x_{N_2} \cdot R_{N_2} + x_{Ar} \cdot R_{Ar}$$

$$R = 0,232 \cdot \frac{8314}{32} + 0,755 \cdot \frac{8314}{28} + 0,013 \cdot \frac{8314}{40} = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Masa molowa roztworu

$$\bar{R} = M \cdot R \quad \Rightarrow \quad M = \frac{\bar{R}}{R} = \frac{8314}{287} = 28,97 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Skoro

$$R_{O_2} = \frac{8314}{32} = 259,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{ i } \quad R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

to udziały objętościowe składników wynoszą:

$$r_i = x_i \frac{R_i}{R} \quad r_{O_2} = 0,232 \frac{259,8}{287} = 0,210 \quad r_{N_2} = 0,755 \frac{296,9}{287} = 0,781$$

$$r_{Ar} = 1 - r_{O_2} - r_{N_2} = 1 - 0,210 - 0,781 = 0,009$$

Ciśnienia składnikowe w warunkach normalnych są równe:

$$p_{O_2} = r_{O_2} \cdot p_N = 0,210 \cdot 101325 = 21278 \text{ Pa}$$

$$p_{N_2} = r_{N_2} \cdot p_N = 0,781 \cdot 101325 = 79135 \text{ Pa}$$

$$p_{Ar} = r_{Ar} \cdot p_N = 0,009 \cdot 101325 = 912 \text{ Pa}$$

Zadanie 5.2

Roztwór składa się z $11,2 \text{ m}^3$ helu He, $0,5 \text{ kmola}$ tlenu O_2 i 2 kg azotu N_2 . Podać charakterystykę roztworu. Jakie będą ciśnienia składnikowe, jeżeli 5 kg tego roztworu pozbawiono tlenu w absorberze, a nowo otrzymany roztwór o temperaturze 32°C zajmuje objętość $1,5 \text{ m}^3$.

Rozwiązanie

Ilości substancji poszczególnych składników wynoszą:

$$V_{He} = 11,2 \text{ m}^3 \quad n_{O_2} = 0,5 \text{ kmola} \quad m_{N_2} = 2 \text{ kg}$$

A zatem masa helu $m_{He} = \frac{M_{He} V_{He}}{\bar{V}} = \frac{4 \cdot 11,2}{22,4} = 2 \text{ kg}$

Masa tlenu $m_{O_2} = n_{O_2} M_{O_2} = 0,5 \cdot 32 = 16 \text{ kg}$

Masa roztworu $m = m_{He} + m_{O_2} + m_{N_2} = 2 + 16 + 2 = 20 \text{ kg}$

Udziały masowe:

$$x_{He} = \frac{m_{He}}{m} = \frac{2}{20} = 0,1 \quad x_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m} = \frac{16}{20} = 0,8 \quad x_{N_2} = 1 - x_{He} - x_{N_2} = 0,1$$

Pozorna stała gazowa roztworu:

$$R_{He} = \frac{8314}{4} = 2078,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad R_{O_2} = \frac{8314}{32} = 259,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$R = \sum x_i \cdot R_i = x_{He} \cdot R_{He} + x_{O_2} \cdot R_{O_2} + x_{N_2} \cdot R_{N_2}$$

$$R = 0,1 \cdot 2078,5 + 0,8 \cdot 259,8 + 0,1 \cdot 296,9 = 445,4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Masa molowa $M = \frac{8314}{445,4} = 18,67 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$

Udziały objętościowe:

$$r_{He} = x_{He} \frac{M}{M_{He}} = 0,1 \frac{18,67}{4} = 0,467 \quad r_{O_2} = x_{O_2} \frac{M}{M_{O_2}} = 0,8 \frac{18,67}{32} = 0,467$$

$$r_{N_2} = 1 - r_{He} - r_{O_2} = 1 - 0,467 - 0,467 = 0,066$$

Po usunięciu tlenu z 5 kg tego roztworu, obliczamy charakterystykę nowego roztworu.

Masa tlenu usuniętego z 5 kg roztworu $m_{u_{O_2}} = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ kg}$

Masa tlenu w nowym roztworze $m'_{O_2} = m_{O_2} - m_{u_{O_2}} = 16 - 4 = 12 \text{ kg}$

Masa nowego roztworu $m' = m_{He} + m'_{O_2} + m_{N_2} = 2 + 12 + 2 = 16 \text{ kg}$

Udziały masowe składników w nowym roztworze:

$$x'_{He} = \frac{m_{He}}{m'} = \frac{2}{16} = 0,125 \quad x'_{O_2} = \frac{m'_{O_2}}{m'} = \frac{12}{16} = 0,750$$

$$x'_{N_2} = 1 - x'_{He} - x'_{O_2} = 1 - 0,125 - 0,750 = 0,125$$

Pozorna stała gazowa:

$$R' = \sum x_i \cdot R_i = x'_{He} \cdot R_{He} + x'_{O_2} \cdot R_{O_2} + x'_{N_2} \cdot R_{N_2}$$

$$R' = 0,125 \cdot 2078,5 + 0,875 \cdot 259,8 + 0,125 \cdot 296,9 = 524,25 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$\text{Masa molowa } M' = \frac{8314}{524,25} = 15,86 \frac{kg}{kmol}$$

Udziały objętościowe:

$$r'_{He} = x'_{He} \frac{M'}{M_{He}} = 0,125 \frac{15,86}{4} = 0,496 \quad r'_{O_2} = x'_{O_2} \frac{M'}{M_{O_2}} = 0,875 \frac{15,86}{32} = 0,434$$

$$r'_{N_2} = 1 - r'_{He} - r'_{O_2} = 1 - 0,496 - 0,434 = 0,070$$

Ciśnienie roztworu po częściowym usunięciu tlenu wynosi

$$p' = \frac{m R' T}{V} = \frac{16 \cdot 524,25 \cdot 305}{3} = 852780 \text{ Pa}$$

Ciśnienia składnikowe:

$$p'_{He} = r'_{He} p = 0,496 \cdot 852780 = 422979 \text{ Pa}$$

$$p'_{O_2} = r'_{O_2} p = 0,434 \cdot 852780 = 370106 \text{ Pa}$$

$$p'_{N_2} = r'_{N_2} p = 0,07 \cdot 852780 = 59695 \text{ Pa}$$

przy czym

$$p'_{N_2} = p - p'_{O_2} - p'_{He} = 852780 - 422979 - 370106 = 59695 \text{ Pa}$$

Zadanie 5.3

W zbiorniku znajdują się dwutlenek węgla i azot. Ciśnienie składnikowe azotu wynosi $p_{N_2} = 0,5$ bar przy ciśnieniu roztworu $p = 2$ bar. Podać charakterystykę roztworu oraz ciepła właściwe przy stałej objętości i przy stałym ciśnieniu tego roztworu.

Rozwiązanie

Korzystając z definicji ciśnienia składnikowego $p_{N_2} = r_{N_2} p$

$$\text{Udział objętościowy CO}_2 \text{ wiedząc, że } r_{N_2} = \frac{p_{N_2}}{p} = \frac{0,5}{2} = 0,25$$

$$r_{CO_2} = 1 - r_{N_2} = 1 - 0,25 = 0,75$$

Masa molowa roztworu

$$M = \sum r_i M_i = r_{CO_2} M_{CO_2} + r_{N_2} M_{N_2} = 0,75 \cdot 44 + 0,25 \cdot 28 = 40 \frac{kg}{kmol}$$

Stała gazowa roztworu

$$R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8314}{40} = 207,85 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

Przeliczenie udziałów objętościowych na masowe:

$$x_{CO_2} = r_{CO_2} \frac{M_{CO_2}}{M} = 0,75 \frac{44}{40} = 0,825 \quad x_{N_2} = 1 - x_{CO_2} = 1 - 0,825 = 0,175$$

Ciepło właściwe roztworu przy stałej objętości:

$$c_v = \sum x_i c_{v_i} = x_{CO_2} c_{v_{CO_2}} + x_{N_2} c_{N_2}$$

$$c_v = 0,825 \cdot 566,9 + 0,175 \cdot 742,3 = 467,7 + 129,9 = 597,6 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

gdzie:

$$c_{v_{CO_2}} = 3R_{CO_2} = 3 \cdot \frac{8314}{44} = 566,9 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad c_{v_{N_2}} = \frac{5}{2}R_{N_2} = 2,5 \cdot \frac{8314}{28} = 742,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

Ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem

$$c_p = R + c_v = 207,85 + 597,6 = 805,45 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

Zadanie 5.4

W zbiorniku o objętości 20 m^3 znajduje się roztwór w temperaturze 20°C . Roztwór został utworzony z 22 kg gazu ziemnego o składzie objętościowym: $95\% \text{ CH}_4$, $4\% \text{ N}_2$, $1\% \text{ CO}_2$ i 18 kg powietrza o składzie masowym: $77\% \text{ N}_2$ i $23\% \text{ O}_2$. Podać charakterystykę roztworu, jego ciśnienie i ciśnienia składnikowe.

Rozwiązanie

Masa molowa gazu ziemnego:

$$M_g = r_{CH_4} M_{CH_4} + r_{N_2} M_{N_2} + r_{CO_2} M_{CO_2}$$

$$M_g = 0,95 \cdot 16 + 0,04 \cdot 28 + 0,01 \cdot 44 = 16,76 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\text{Pozorna stała gazowa gazu ziemnego } R_g = \frac{\bar{R}}{M_g} = \frac{8314}{16,76} = 496,1 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

Stała gazowa powietrza:

$$R_{O_2} = \frac{8314}{32} = 259,8 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$R_p = \sum x_i \cdot R_i = x_{p_{O_2}} \cdot R_{O_2} + x_{p_{N_2}} \cdot R_{N_2} = 0,23 \cdot 259,8 + 0,77 \cdot 296,9 = 288,4 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$\text{Masa molowa powietrza } M = \frac{8314}{288,4} = 28,82 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\text{Masa roztworu } m = m_g + m_p = 22 + 18 = 40 \text{ kg}$$

Udziały masowe gazu ziemnego i powietrza w roztworze wynoszą:

$$x_g = \frac{m_g}{m} = \frac{22}{40} = 0,55 \quad x_p = 1 - x_g = 1 - 0,55 = 0,45$$

Pozorna stała gazowa roztworu gazu ziemnego i powietrza wynosi

$$R = \sum x_i \cdot R_i = x_g \cdot R_g + x_p \cdot R_p = 0,55 \cdot 496,1 + 0,45 \cdot 288,4 = 402,6 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Masa molowa roztworu wynosi } M = \frac{8314}{402,6} = 20,65 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

W warunkach normalnych fizycznych, gaz ziemny i powietrze zajmują objętości:

$$\bar{V}_g = \frac{m_g}{M_g} \bar{V} = \frac{22}{16,76} 22,4 = 29,40 \text{ m}_{\text{nf}}^3$$

$$\bar{V}_p = \frac{m_p}{M_p} \bar{V} = \frac{18}{28,82} 22,4 = 13,99 \text{ m}_{\text{nf}}^3$$

Objętość całego roztworu w warunkach normalnych

$$\bar{V} = \bar{V}_g + \bar{V}_p = 29,4 + 13,99 = 43,39 \text{ m}_{\text{nf}}^3$$

Udziały objętościowe składników roztworu można obliczyć z zależności:

$$r'_{CH_4} = r_{CH_4} \frac{\bar{V}_g}{\bar{V}} = 0,95 \frac{29,4}{43,39} = 0,644$$

$$r'_{CO_2} = r_{CO_2} \frac{\bar{V}_g}{\bar{V}} = 0,01 \frac{29,4}{43,39} = 0,007$$

$$r'_{O_2} = r_{O_2} \frac{\bar{V}_p}{\bar{V}} = 0,208 \frac{13,99}{43,39} = 0,067$$

$$r'_{N_2} = 1 - r'_{CH_4} - r'_{CO_2} - r'_{O_2} = 1 - 0,644 - 0,007 - 0,067 = 0,282$$

$$\text{przy czym } r'_{N_2} = r_{gN_2} \frac{\bar{V}_g}{\bar{V}} + r_{pN_2} \frac{\bar{V}_p}{\bar{V}} = 0,04 \frac{29,4}{43,39} + 0,792 \frac{13,99}{43,39} = 0,282$$

Ciśnienie roztworu

$$p = \frac{mRT}{V} = \frac{40 \cdot 402,6 \cdot 293}{20} = 235924 \text{ Pa}$$

Ciśnienia składnikowe:

$$p'_{CH_4} = r'_{CH_4} p = 0,644 \cdot 235924 = 151935 \text{ Pa}$$

$$p'_{CO_2} = r'_{CO_2} p = 0,007 \cdot 235924 = 1651 \text{ Pa}$$

$$p'_{N_2} = r'_{N_2} p = 0,282 \cdot 235924 = 66531 \text{ Pa}$$

przy czym

$$p'_{N_2} = p - p'_{CH_4} - p'_{CO_2} - p'_{O_2} = 235924 - 151935 - 1651 - 15807 = 66531 \text{ Pa}$$

Zadanie 5.5

Z helu, tlenu i azotu sporządzono roztwór, którego gęstość w warunkach normalnych wyniosła $\rho_n = 1,2 \text{ kg/m}^3$. Połowę objętości tego roztworu stanowił tlen. Ile m_n^3 helu należy dodać, aby otrzymać 1 kmol tego roztworu? Jakie będą ciśnienia składnikowe w temperaturze 30°C w zbiorniku o pojemności 6 m^3 ?

Rozwiązanie

Pozorna stała gazowa roztworu $R = \frac{p_n}{\rho_n T_n} = \frac{101325}{1,2 \cdot 273} = 309,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

Masa molowa $M = \frac{\bar{R}}{R} = \frac{8314}{309,3} = 26,88 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$

Udział masowy tlenu w roztworze $x_{O_2} = r_{O_2} \frac{M_{O_2}}{M} = 0,5 \frac{32}{26,88} = 0,595$

Udziały masowe pozostałych składników otrzymuje się z układu równań:

$$R = \sum x_i \cdot R_i = x_{He} \cdot R_{He} + x_{O_2} \cdot R_{O_2} + x_{N_2} \cdot R_{N_2}$$

$$x_{He} + x_{O_2} + x_{N_2} = 1$$

Podstawiając $x_{He} = 1 - x_{O_2} - x_{N_2}$ i wiedząc, że stałe gazowe składników roztworu wynoszą:

$$R_{O_2} = \frac{8314}{32} = 259,8 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, R_{He} = \frac{8314}{4} = 2078,5 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

otrzymuje się

$$x_{N_2} = \frac{R - x_{O_2}(R_{He} - R_{O_2}) - R_{He}}{R_{N_2} - R_{He}} = \frac{309,3 + 0,595(2078,5 - 259,8) - 2078,5}{296,9 - 2078,5} = 0,386$$

Zatem $x_{He} = 1 - x_{O_2} - x_{N_2} = 1 - 0,595 - 0,386 = 0,019$

Udziały objętościowe wynoszą:

$$r_{N_2} = x_{N_2} \frac{M}{M_{N_2}} = 0,386 \frac{26,88}{28} = 0,371$$

$$r_{He} = 1 - r_{O_2} - r_{N_2} = 1 - 0,5 - 0,371 = 0,129$$

Aby otrzymać 1 kmol określonego w zadaniu roztworu, należy do roztworu dostarczyć:

$$\bar{V}_{He} = r_{He} \bar{V} = 0,129 \cdot 22,4 = 2,89 \text{ m}_n^3$$

$$m_{He} = x_{He} M = 0,019 \cdot 26,88 = 0,51 \text{ kg}$$

Ciśnienie roztworu wynosi

$$p = \frac{m R T}{V} = \frac{26,88 \cdot 309,3 \cdot 303}{6} = 419856 \text{ Pa}$$

Ciśnienia składnikowe:

$$p_{O_2} = r_{O_2} p = 0,5 \cdot 419856 = 209928 \text{ Pa}$$

$$p_{N_2} = r_{N_2} p = 0,371 \cdot 419856 = 155767 \text{ Pa}$$

$$p_{He} = r_{He} p = 0,129 \cdot 419856 = 54161 \text{ Pa}$$

przy czym

$$p_{He} = p - p_{O_2} - p_{N_2} = 419856 - 209928 - 155767 = 54161 \text{ Pa}$$

Zadanie 5.6

10 kg roztworu wodoru, tlenu i azotu znajduje się w zbiorniku o objętości 5 m³ w temperaturze 27°C. Manometr zamontowany na zbiorniku pokazuje ciśnienie 1 at, a ciśnienie barometryczne wynosi 750 mm Hg. Podać charakterystykę roztworu i ciśnienia składnikowe, jeśli wiadomo, że masa tlenu w roztworze jest dziesięciokrotnie większa niż helu.

Rozwiązanie

Ciśnienie roztworu jest sumą nadciśnienia w zbiorniku i ciśnienia barometrycznego:

$$p = p_n + p_b = 98100 + 99990 = 198090 \text{ Pa} = 1,9809 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_n = 2 \text{ at} = 1 \cdot 9,81 \cdot 10^4 = 0,981 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_b = 750 \text{ mmHg} = 750 \cdot 133,32 \text{ Pa} = 99990 \text{ Pa}$$

Uwzględniając stałe gazowe składników roztworu:

$$R_{O_2} = \frac{8314}{32} = 259,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$R_{H_2} = \frac{8314}{2} = 4157 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Stała gazowa roztworu

$$R = \frac{pV}{mT} = \frac{1,9809 \cdot 10^5 \cdot 5}{10 \cdot 300} = 330,2 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Masa molowa

$$M = \frac{\bar{R}}{R} = \frac{8314}{330,2} = 25,18 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Jeśli odwołać się do wzoru $R = \sum x_i \cdot R_i = x_{H_2} \cdot R_{H_2} + x_{O_2} \cdot R_{O_2} + x_{N_2} \cdot R_{N_2}$ i uwzględnić zależność $x_{H_2} + x_{O_2} + x_{N_2} = 1$, przy czym $x_{H_2} = 0,1 x_{O_2}$, to rozwiązując taki układ równań, dostaje się:

$$x_{O_2} = \frac{R - R_{N_2}}{0,1R_{H_2} + R_{O_2} - 1,1R_{N_2}} = \frac{330,2 - 296,9}{0,1 \cdot 4157 + 259,8 - 1,1 \cdot 296,9} = 0,0950$$

$$x_{H_2} = 0,0095, \quad x_{N_2} = 1 - x_{H_2} - x_{O_2} = 1 - 0,0950 - 0,0095 = 0,8955$$

Udziały objętościowe:

$$r_{H_2} = x_{H_2} \frac{M}{M_{H_2}} = 0,0095 \frac{25,18}{2} = 0,1196$$

$$r_{O_2} = x_{O_2} \frac{M}{M_{O_2}} = 0,0950 \frac{25,18}{32} = 0,0748$$

$$r_{N_2} = 1 - r_{O_2} - r_{H_2} = 1 - 0,1196 - 0,0748 = 0,8056$$

Ciśnienia składnikowe:

$$p_{H_2} = r_{H_2} p = 0,1196 \cdot 198090 = 23692 \text{ Pa}$$

$$p_{O_2} = r_{O_2} p = 0,0748 \cdot 198090 = 14817 \text{ Pa}$$

$$p_{N_2} = r_{N_2} p = 0,8056 \cdot 198090 = 159581 \text{ Pa}$$

przy czym

$$p_{N_2} = p - p_{O_2} - p_{H_2} = 198090 - 23692 - 14817 = 159581 \text{ Pa}$$

Zadanie 5.7

W zbiorniku o objętości $2,5 \text{ m}^3$ znajduje się roztwór wodoru i azotu, zmieszanych odpowiednio w stosunku 3:2. Manometr zainstalowany na zbiorniku pokazuje ciśnienie $0,2 \text{ MPa}$, a termometr temperaturę 45°C . Ciśnienie barometryczne wynosi 1000 hPa . Podać charakterystykę roztworu i ciśnienia składnikowe. Ile kilogramów roztworu znajduje się w zbiorniku?

Rozwiązanie

Ciśnienie roztworu wynosi

$$p = p_n + p_b = 0,2 \cdot 10^6 + 1000 \cdot 10^2 = 0,3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Ze stosunku wodoru i azotu w roztworze wynika

$$\frac{r_{H_2}}{r_{N_2}} = \frac{3}{2} \quad \text{czyli} \quad r_{H_2} = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \text{a} \quad r_{N_2} = \frac{2}{5} = 0,4$$

przy czym $r_{N_2} = 1 - r_{H_2} = 1 - 0,6 = 0,4$

$$\text{Masa molowa } M = \sum r_i \cdot M_i = r_{H_2} \cdot M_{H_2} + r_{N_2} \cdot M_{N_2} = 0,6 \cdot 2 + 0,4 \cdot 28 = 12,4 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\text{Pozorna stała gazowa } R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8314}{12,4} = 670,48 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Udziały masowe:

$$x_{H_2} = r_{H_2} \frac{M_{H_2}}{M} = 0,6 \frac{2}{12,4} = 0,0968 \quad x_{N_2} = 1 - x_{H_2} = 1 - 0,0968 = 0,9032$$

$$\text{Masa roztworu } m = \frac{p V}{R T} = \frac{0,3 \cdot 10^6 \cdot 2,5}{670,48 \cdot 318} = 3,52 \text{ kg}$$

Ciśnienia składnikowe:

$$p_{H_2} = r_{H_2} p = 0,6 \cdot 0,3 \cdot 10^6 = 0,18 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,18 \text{ MPa}$$

$$p_{N_2} = r_{N_2} p = 0,4 \cdot 0,3 \cdot 10^6 = 0,12 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,12 \text{ MPa}$$

przy czym

$$p_{N_2} = p - p_{H_2} = 0,3 - 0,18 = 0,12 \text{ MPa}$$

Zadanie 5.8

Zmieszano 1 m_n^3 He, 10 kg N_2 i taką ilość tlenu, że jego udział objętościowy stanowi 55% powstałego roztworu o gęstości w warunkach normalnych równej $\rho_n = 1,082 \text{ kg/m}^3$. Podać charakterystykę roztworu i jego ciśnienie w zbiorniku o objętości $1,5 \text{ m}^3$, jeśli temperatura roztworu jest równa 30°C .

Rozwiązanie

Masę molową roztworu można obliczyć z równania stanu gazu dla warunków normalnych $\frac{p_n}{\rho_n} = R T_n$. Po przekształceniu $\frac{p_n}{\rho_n} = \frac{\bar{R}}{M} T_n$. Stąd

$$M = \frac{\bar{R} T_n \rho_n}{p_n} = \frac{8314 \cdot 273 \cdot 1,082}{101325} = 24,24 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Pozorna stała gazowa roztworu $R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8314}{24,24} = 343 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

Z układu równań:

$$M = \sum x_i \cdot M_i = r_{He} \cdot M_{He} + r_{N_2} \cdot M_{N_2} + r_{O_2} \cdot M_{O_2}$$

$$r_{He} + r_{N_2} + r_{O_2} = 1$$

i faktu, że $r_{O_2} = 0,55$, dostaje się:

$$r_{He} = \frac{M - M_{N_2} - r_{O_2} (M_{O_2} - M_{N_2})}{M_{He} - M_{N_2}} = \frac{24,25 - 28 - 0,55(32 - 28)}{4 - 28} = 0,248$$

$$r_{N_2} = 1 - r_{O_2} - r_{He} = 1 - 0,55 - 0,248 = 0,202$$

Udziały masowe:

$$x_{He} = r_{He} \frac{M_{He}}{M} = 0,248 \frac{4}{24,24} = 0,041$$

$$x_{O_2} = r_{O_2} \frac{M_{O_2}}{M} = 0,55 \frac{32}{24,24} = 0,72$$

$$x_{N_2} = 1 - x_{O_2} - x_{He} = 1 - 0,726 - 0,041 = 0,233$$

Masę roztworu obliczamy wykorzystując zależności:

$$x_{He} + x_{N_2} + x_{O_2} = 1 \quad \text{i} \quad x_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m}$$

oraz wiedząc, że $x_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m} = 0,726$

Masa roztworu wynosi $m = m_{He} + m_{N_2} + m_{O_2}$, przy czym

$$m_{He} = \frac{V_{nHe} M_{He}}{\bar{V}} = \frac{1 \cdot 4}{22,4} = 0,179 \text{ kg}$$

Zatem

$$x_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_{He} + m_{N_2} + m_{O_2}}$$

i stąd

$$m_{O_2} = \frac{x_{O_2} (m_{He} + m_{N_2})}{1 - x_{O_2}} = \frac{0,726(0,179 + 10)}{1 - 0,726} = 26,97 \text{ kg}$$

Masa całego roztworu wynosi $m = m_{He} + m_{N_2} + m_{O_2} = 0,179 + 10 + 26,97 = 37,15 \text{ kg}$

Ciśnienie roztworu $p = \frac{m R T}{V} = \frac{37,15 \cdot 343 \cdot 303}{2,5} = 1544385 \text{ Pa} \approx 1,54 \text{ MPa}$

Zadanie 5.9

W zbiorniku o objętości 5 m^3 znajdują się dwie komory oddzielone od siebie przegrodą adiabatyczną. Zbiornik jest zaizolowany, a stosunek objętości komór wynosi $V_1/V_2 = 0,35$. W mniejszej komorze znajduje się hel pod ciśnieniem $p_1 = 0,7 \text{ MPa}$ i o temperaturze $T_1 = 327^\circ\text{C}$, a w większej komorze $n_2 = 0,3 \text{ kmola}$ azotu o temperaturze $T_2 = 20^\circ\text{C}$. Wyznaczyć: ciśnienie azotu p_2 w komorze przed otwarciem przegrody, temperaturę T i ciśnienie roztworu p powstałego po powolnym otwarciu przegrody, ciśnienia składnikowe (parcjalne) p_{He} i p_{N_2} oraz charakterystykę roztworu.

Rozwiązanie

Obliczamy objętości komór:

$$\frac{V_1}{V_2} = 0,35 \quad V_1 + V_2 = 5 \Rightarrow V_1 = \frac{5 \cdot 0,35}{1 + 0,35} = 1,3 \text{ m}^3 \quad V_2 = 5 - 1,3 = 3,7 \text{ m}^3$$

Ciśnienie w komorze z azotem wynosi

$$p_2 = \frac{n_2 \bar{R} T_2}{V_2} = \frac{0,5 \cdot 8314 \cdot 293}{3,7} = 329,2 \text{ kPa}$$

Wiedząc, że:

$$R_{\text{He}} = \frac{8314}{4} = 2078,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{a} \quad R_{\text{N}_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

można wyznaczyć masy poszczególnych składników i masę roztworu:

$$m_{\text{He}} = \frac{p_{\text{He}} V_{\text{He}}}{R_{\text{He}} T_{\text{He}}} = \frac{7 \cdot 10^5 \cdot 1,3}{2078,5 \cdot 600} = 0,73 \text{ kg}$$

$$m_{\text{N}_2} = n_{\text{N}_2} M_{\text{N}_2} = 0,3 \cdot 28 = 8,4 \text{ kg}$$

$$m = m_{\text{He}} + m_{\text{N}_2} = 0,73 + 8,4 = 9,13 \text{ kg}$$

Udziały masowe:

$$x_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{m} = \frac{0,73}{9,13} = 0,08 \quad m_{\text{N}_2} = 1 - m_{\text{He}} = 1 - 0,08 = 0,92$$

Pozorna stała gazowa roztworu

$$R = \sum x_i \cdot R_i = x_{\text{He}} \cdot R_{\text{He}} + x_{\text{N}_2} \cdot R_{\text{N}_2} = 0,08 \cdot 2078,5 + 0,92 \cdot 296,9 = 439,4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Udziały objętościowe $r_i = x_i \frac{R_i}{R}$:

$$r_{\text{He}} = x_{\text{He}} \frac{R_{\text{He}}}{R} = 0,08 \frac{2078,5}{439,4} = 0,378 \quad r_{\text{N}_2} = 1 - 0,378 = 0,622$$

Ciepło właściwe roztworu c_v obliczymy z zależności

$$c_v = x_{He} c_{v_{He}} + x_{N_2} c_{v_{N_2}} = 0,08 \cdot 3117,75 + 0,92 \cdot 742,25 = 932,3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Gdzie:

$$c_{v_{He}} = \frac{3}{2} R_{He} = 1,5 \cdot 2078,5 = 3117,75 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{v_{N_2}} = \frac{5}{2} R_{N_2} = 2,5 \cdot 296,9 = 742,25 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Temperatura roztworu po otwarciu przegrody i wyrównaniu ciśnień:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^s m_i c_{vi} T_i}{\sum_{i=1}^s m_i c_{vi}} = \frac{1}{c_v} \sum_{i=1}^s x_i c_{vi} T_i = \frac{1}{c_v} (x_{He} c_{v_{He}} T_{He} + x_{N_2} c_{v_{N_2}} T_{N_2})$$

$$T = \frac{1}{932,3} \sum (0,08 \cdot 3117,75 \cdot 600 + 0,92 \cdot 742,25 \cdot 293) = 375 \text{ K}$$

Ciśnienie roztworu p powstałego po dowolnym otwarciu przegrody i ciśnienia składnikowe (parcjalne) wynoszą:

$$p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V} = \frac{9,13 \cdot 439,4 \cdot 375}{5} = 0,3 \text{ MPa}$$

$$p_{He} = r_{He} p = 0,378 \cdot 0,3 \cdot 10^6 = 0,11 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,11 \text{ MPa}$$

$$p_{N_2} = r_{N_2} p = 0,622 \cdot 0,3 \cdot 10^6 = 0,19 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,19 \text{ MPa}$$

Zadanie 5.10

Roztwór składa się z 2 kg metanu CH_4 i $5,6 \text{ m}_n^3$ azotu N_2 . Wyznaczyć wykładnik adiabaty powstałego roztworu. Gazy traktować jako kalorycznie doskonałe.

Rozwiązanie

Masę azotu oblicza się wiedząc, że

$$1 \text{ kmol } N_2 \Rightarrow 28 \text{ kg} \Rightarrow 22,4 \text{ m}_n^3 \Rightarrow m_{N_2} = \frac{M_{N_2} V_{N_2}}{\bar{V}} = \frac{28 \cdot 5,6}{22,4} = 7 \text{ kg}$$

$$V_{N_2} \Rightarrow 5,6 \text{ m}_n^3$$

Zatem masa całego roztworu wynosi $m = m_{CH_4} + m_{N_2} = 2 + 7 = 9 \text{ kg}$

$$\text{Udziały masowe: } x_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m} = \frac{2}{9} = 0,222 \quad x_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m} = \frac{7}{9} = 0,778$$

Uwzględniając, że:

$$R_{CH_4} = \frac{8314}{16} = 519,6 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad R_{N_2} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

dostaje się:

$$R = \sum x_i \cdot R_i = x_{CH_4} \cdot R_{CH_4} + x_{N_2} \cdot R_{N_2}$$

$$R = 0,222 \cdot 519,6 + 0,778 \cdot 296,9 = 346,3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Masa molowa roztworu $M = \frac{\bar{R}}{R} = \frac{8314}{346,3} = 24 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$

Udziały objętościowe:

$$r_{CH_4} = x_{CH_4} \frac{M}{M_{CH_4}} = 0,222 \frac{24}{16} = 0,333$$

$$r_{N_2} = x_{N_2} \frac{M}{M_{N_2}} = 0,778 \frac{24}{28} = 0,667$$

Ciepło właściwe pod stałym ciśnieniu:

$$c_p = x_{CH_4} c_{p_{CH_4}} + x_{N_2} c_{p_{N_2}} = x_{CH_4} \cdot 4 \cdot R_{CH_4} + x_{N_2} \cdot \frac{7}{2} R_{N_2} c_{p_{N_2}}$$

$$c_p = 0,222 \cdot 4 \cdot 519,6 + 0,778 \cdot 3,5 \cdot 296,9 = 1269,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Ciepło właściwe w stałej objętości

$$c_v = x_{CH_4} c_{v_{CH_4}} + x_{N_2} c_{v_{N_2}} = 0,222 \cdot 3 \cdot 519,6 + 0,778 \cdot 2,5 \cdot 296,9 = 923,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

lub

$$c_v = c_p - R = 1269,8 - 346,3 = 923,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

zatem

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1269,8}{923,5} = 1,374$$

Korzystając z zależności na ciepło właściwe molowe

$$\bar{c}_p = \frac{\bar{R}}{\kappa - 1} = r_{CH_4} \frac{\bar{R}}{\kappa_{CH_4} - 1} + r_{N_2} \frac{\bar{R}}{\kappa_{N_2} - 1}$$

otrzymujemy

$$\kappa = \frac{1}{\frac{r_{CH_4}}{\kappa_{CH_4} - 1} + \frac{r_{N_2}}{\kappa_{N_2} - 1}} + 1 = \frac{1}{\frac{0,333}{1,33 - 1} + \frac{0,667}{1,4 - 1}} + 1 = 1,374$$

Zadanie 5.11

Do zbiornika o objętości 1 m^3 wtłoczono po 1 kg trzech różnych gazów doskonałych. Masy molowe tych gazów mają się do siebie jak $M_1 : M_2 : M_3 = 1 : 1,25 : 1,35$. Stała gazowa roztworu wynosi $R = 350 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$. Podać masy molowe składników i ich ciśnienia cząstkowe w temperaturze 300 K .

Rozwiązanie

Masy poszczególnych składników roztworu są sobie równe i wynoszą

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$$

Wobec tego masa roztworu $m = m_1 + m_2 + m_3 = 3 \text{ kg}$

Udziały masowe wszystkich składników roztworu są takie same i wynoszą

$$x_1 = x_2 = x_3 = \frac{m_1}{m} = \frac{m_2}{m} = \frac{m_3}{m} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Masa molowa roztworu } \bar{M} = \frac{\bar{R}}{R} = \frac{8314}{350} = 23,75 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Stała gazowa:

$$R = x_1 \cdot R_1 + x_2 \cdot R_2 + x_3 \cdot R_3$$

$$R = \frac{1}{3} \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\text{Podstawiając: } R_1 = \frac{\bar{R}}{M_1} \quad R_2 = \frac{\bar{R}}{M_2} = \frac{\bar{R}}{1,15 \cdot M_1} \quad R_3 = \frac{\bar{R}}{M_3} = \frac{\bar{R}}{1,25 \cdot M_1}$$

$$\text{otrzymujemy } R = \left(\frac{\bar{R}}{M_1} + \frac{\bar{R}}{1,25 \cdot M_1} + \frac{\bar{R}}{1,35 \cdot M_1} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\bar{R}}{M_1} \cdot \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1,25} + \frac{1}{1,35} \right)$$

Zależność stałej gazowej R od masy molowej pierwszego składnika roztworu

$$\text{pozwała określić jego masę molową } R = 0,847 \cdot \frac{\bar{R}}{M_1} \quad \rightarrow M_1 = 0,847 \cdot \frac{\bar{R}}{R}$$

Masy molowe poszczególnych składników roztworu wynoszą:

$$M_1 = 0,847 \cdot \frac{8314}{350} = 20,12 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$M_2 = 1,25 \cdot M_1 = 25,15 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$M_3 = 1,35 \cdot M_1 = 27,16 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$:

$$p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V} \quad p = \frac{3 \cdot 350 \cdot 300}{1} = 315000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 315 \text{ kPa}$$

Udziały objętościowe składników roztworu $r_i = x_i \cdot \frac{R_i}{R} = x_i \cdot \frac{M}{M_1}$ wynoszą:

$$r_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{23,75}{20,12} = 0,393 \quad r_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{23,75}{25,15} = 0,315 \quad r_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{23,75}{27,16} = 0,292$$

przy czym $r_3 = 1 - r_1 - r_2 = 1 - 0,393 - 0,315 = 0,292$

Ciśnienia udziałowe liczymy ze wzoru $p_i = r_i \cdot p$ i wynoszą one odpowiednio:

$$p_1 = r_1 \cdot p = 0,393 \cdot 315000 = 12379,5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = r_2 \cdot p = 0,315 \cdot 315000 = 99225 \text{ Pa}$$

$$p_3 = r_3 \cdot p = 0,292 \cdot 315000 = 92980 \text{ Pa}$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 5.12

W zbiorniku mieszało trzy gazy doskonałe o takich samych objętościach, masy molowe tych gazów mają się do siebie jak: $M_1 : M_2 : M_3 = 1 : 1,25 : 1,5$. Obliczyć udziały masowe składników tego roztworu i podać wzór na jego stałą gazową, traktując masę molową M_1 pierwszego składnika jako znaną.

Odpowiedź: $x_1 = \frac{4}{15}$, $x_2 = \frac{1}{3}$, $x_3 = \frac{2}{5}$, $R_R = 6651 \cdot (M_1)^{-1}$.

Zadanie 5.13

Ciśnienia składnikowe gazów tworzących roztwór wynoszą: 25 kPa (N_2), 75 kPa (O_2), 100 kPa (CO_2). W zbiorniku znajduje się 25 kg tego roztworu, którego temperatura wynosi 50°C , a ciśnienie 300 kPa. Jaka jest objętość tego zbiornika?

Odpowiedź: $V = 5,97 \text{ m}^3$.

Zadanie 5.14

Zbiornik, którego objętość wynosi 4500 l, jest napełniony roztworem gazów doskonałych, składającym się z: 0,41 kmol tlenu (O_2), 4,05 kg azotu (N_2) i takiej ilości tlenku węgla (CO), że jego udział masowy wynosi 12%. Manometr zainstalowany na zbiorniku pokazuje ciśnienie 0,55 MPa, a ciśnienie barometryczne jest równe 755 Tr. Obliczyć: udziały objętościowe i masowe składników roztworu, stałą gazową, masę molową i temperaturę roztworu. Jaką wartość ciśnienia pokaże manometr, zainstalowany na zbiorniku, gdy temperatura roztworu obniży się o 100°C .

Odpowiedź: $x_{O_2} = 0,67$, $x_{N_2} = 0,21$, $x_{CO} = 0,12$,

$$r_{O_2} = 0,64, \quad r_{N_2} = 0,23, \quad r_{CO} = 0,13, \quad R = 272 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, \quad M = 30,6 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$T = 552 \text{ K}, \quad p_{n_x} = 432127 \text{ Pa}.$$

Zadanie 5.15

Obliczyć, jaka siła jest potrzebna do utrzymania balonu, jeśli jest on wypełniony helem i wodorem o nadciśnieniu 0,6 bar i temperaturze równej temperaturze otoczenia, która wynosi 27°C. Ciśnienie barometryczne wynosi 1 atm. Roztwór wypełniający balon sporządzony został w warunkach normalnych fizycznych z objętości 40 m³_n wodoru i 6 kg helu ($M_{He} = 4 \text{ kg/kmol}$). Gęstość powietrza w warunkach otoczenia przyjąć $\rho_{pw} = 1,16 \text{ kg/m}^3$.

Odpowiedź: $F = 482 \text{ N}$.

Zadanie 5.16

Zbiornik zawierający 3 kg CO₂ pod ciśnieniem 200 kPa i o temperaturze 140°C jest połączony przez zawór z drugim zbiornikiem zawierającym 2 kg N₂ pod ciśnieniem 400 kPa i o temperaturze 60°C. Zawór został otwarty, co pozwoliło na swobodny przepływ i wyrównanie ciśnienia. Jeżeli temperatura końcowa wynosi 50°C, należy obliczyć: ciśnienie końcowe, wymienione ciepło, zmianę entropii. Przyjąć: $c_{v_{N_2}} = 0,653 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, $c_{p_{N_2}} = 0,745 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$.

$$\text{Odpowiedź: } p_k = 225 \text{ kPa}, \quad Q = -191 \text{ kJ}, \quad \Delta S = -411 \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Zadanie 5.17

Pusty zbiornik jest napełniany kolejno: tlenem, azotem i wodorem w ten sposób, że otrzymany roztwór gazów doskonałych ma następujące udziały masowe: $x_{O_2} = 0,400$, $x_{N_2} = 0,400$, $x_{H_2} = 0,200$ przy nadciśnieniu $p_n = 15 \text{ bar}$. Obliczyć ciśnienie, jakie powinien wskazywać manometr podłączony do napełnianego zbiornika po wprowadzeniu każdego kolejnego składnika, jeżeli temperatura w trakcie napełniania nie ulega zmianie i równa jest temperaturze zewnętrznej. Ciśnienie barometryczne wynosi $p_b = 1 \text{ bar}$.

$$\text{Odpowiedź: } p_{n_{O_2}} = 0,577 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_{n_{(O_2+N_2)}} = 2,38 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

5.2. Powietrze wilgotne

Gazy wilgotne to mieszanina gazu oraz pary innego czynnika, przy czym w zakresie zmienności parametrów termodynamicznych, z jakimi na co dzień ma się do czynienia, zachodzi możliwość skraplania się tej pary. Największe znaczenie praktyczne ma powietrze atmosferyczne, które jest mieszaniną składników

gazowych suchych i pary wodnej. Zakładając, że te składniki zachowują się jak gazy doskonałe, to spełniają one prawo Daltona. Oznaczając wielkości odnoszące się do suchego powietrza indeksem g , zaś wielkości dotyczące pary wodnej indeksem p , ciśnienie całkowite powietrza wilgotnego jest sumą ciśnień cząstkowych powietrza suchego i pary wodnej

$$p = p_g + p_p \quad (5.21)$$

Do określenia stanu powietrza wilgotnego, oprócz ciśnienia i temperatury, dodatkowo podaje się jedną z czterech wielkości: wilgotność bezwzględną, wilgotność względną, zawartość wilgoci, stopień nasycenia.

Wilgotność bezwzględna powietrza ρ_p jest stosunkiem masy pary m_p do objętości V powietrza wilgotnego

$$\rho_p = \frac{m_p}{V} \quad (5.22)$$

czyli gęstością pary wodnej ρ_p przy jej ciśnieniu składnikowym p_p i w temperaturze t powietrza wilgotnego. Osobliwością powietrza wilgotnego jest to, że zawartość pary wodnej w powietrzu wilgotnym jest wielkością zmienną i waha się od prawie zera do kilku procent udziału masowego. Ilość pary nie może przekroczyć ściśle określonej, dla danego ciśnienia i temperatury, wartości maksymalnej. Stan ten nazywamy stanem nasycenia, zaś odpowiadające temu stanowi ciśnienie składnikowe pary wodnej – ciśnieniem nasycenia. Parametry dla tego stanu są oznaczane znacznikiem $''$, np. p_p'' to ciśnienie nasycenia pary wodnej.

Wilgotność względna powietrza φ jest stosunkiem wilgotności bezwzględnej ρ_p do wilgotności bezwzględnej w stanie nasycenia ρ_p'' , przy tej samej temperaturze

$$\varphi = \left(\frac{\rho_p}{\rho_p''} \right)_t \quad (5.23)$$

Równanie stanu dla pary wodnej o ciśnieniu p_p zawartej w powietrzu wilgotnym o objętości V i temperaturze T ma postać

$$p_p V = m_p R_p T \quad (5.24)$$

Stąd

$$\frac{p_p}{R_p T} = \frac{m_p}{V} = \rho_p \quad (5.25)$$

Analogicznie, dla stanu nasycenia odpowiadającego temperaturze T

$$\frac{p_p''}{R_p T} = \frac{m_p''}{V} = \rho_p'' \quad (5.26)$$

gdzie: m_p – masa pary wodnej, R_p – stała gazowa pary wodnej.

Dzieląc stronami równania (5.25) i (5.26), otrzymuje się

$$\left(\frac{p_p}{p_p''} \right)_{p,T} = \left(\frac{m_p}{m_p''} \right)_{p,T} = \left(\frac{\rho_p}{\rho_p''} \right)_{p,T} = \varphi \quad (5.27)$$

Wilgotność względna powietrza można również zdefiniować jako stosunek masy pary rzeczywiście znajdującej się w powietrzu w danej objętości do maksymalnej masy pary w tej samej objętości przy stałym ciśnieniu i temperaturze bądź jako stosunek ciśnienia cząstkowego pary do ciśnienia nasycenia pary w tych samych warunkach. Wilgotność względna powietrza może przyjmować wartości z zakresu $0 \leq \varphi \leq 1$ – powietrze suche $\varphi = 0$, a powietrze nasycone $\varphi = 1$ (wielkość podawana w procentach, np. $\varphi = 100\%$).

Zawartość wilgoci (stopień wilgoci) X jest to masa pary wodnej przypadająca na 1 kg powietrza suchego, będącego głównym składnikiem powietrza wilgotnego. Zależność tę przedstawiamy jako stosunek masy pary wodnej m_p do masy powietrza suchego m_g

$$X = \frac{m_p}{m_g} \quad (5.28)$$

Zawartość wilgoci jest wielkością bezwymiarową, ale używa się często wymiaru

$$\left[\frac{\text{kg}_{\text{wilgoci}}}{\text{kg}_{\text{powietrza suchego}}} \right] \text{ oraz } \left[\frac{\text{g}_{\text{wilgoci}}}{\text{kg}_{\text{powietrza suchego}}} \right]$$

Jeżeli uwzględni się prawo Daltona i napisze równanie stanu dla pary wodnej

$$p_p V = m_p R_p T \quad (5.29)$$

i powietrza suchego

$$p_g V = m_g R_g T \quad (5.30)$$

oraz podstawia wartości stałych gazowych dla gazu suchego $R_g = 287,0 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ i pary wodnej $R_p = 461,5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, równanie (5.28) otrzymuje postać

$$X = \frac{287,0}{461,5} \cdot \frac{p_p}{p_g} = 0,622 \frac{p_p}{p_g} \quad (5.31)$$

Jeżeli uwzględni się równanie (5.27), to znając wilgotność względną φ oraz ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia p_p'' , zawartość wilgoci można wyznaczyć z zależności

$$X = 0,622 \frac{p_p}{p - p_p} = 0,622 \frac{\varphi p_p''}{p - \varphi p_p''} \quad (5.32)$$

Stopień nasycenia ψ jest stosunkiem zawartości wilgoci X do zawartości wilgoci X'' powietrza nasyconego przy tej samej temperaturze

$$\psi = \frac{X}{X''} \quad 0 \leq \psi \leq 1 \quad (5.33)$$

Przy określaniu funkcji termodynamicznych powietrza wilgotnego stosuje się jednostkę masy, która zawiera w sobie 1 kg powietrza suchego i X kg wilgoci, czyli całkowita masa powietrza wilgotnego wynosi $(1 + X)$ kg.

Entalpia właściwa powietrza wilgotnego h_{1+X} jest sumą entalpii 1 kg powietrza suchego i entalpii X kg pary wodnej o temperaturze t [°C]

$$h_{1+X} = c_g t + X(r_0 + c_p t) \quad (5.34)$$

Dla powietrza nasyconego

$$h_{1+X''} = c_g t + X''(r_0 + c_p t) \quad (5.35)$$

a dla powietrza przesyconego wilgocią (zamglonego), gdzie $X > X''$, gdy nadmiar wilgoci jest w postaci wody

$$h_{1+X} = c_g t + X''(r_0 + c_p t) + (X - X'')c_w t \quad (5.36)$$

lub w postaci lodu

$$h_{1+X} = c_g t + X''(r_0 + c_p t) + (X - X'')(r_L + c_L t) \quad (5.37)$$

gdzie: $c_g = 1,006$ kJ/(kg·K) – ciepło właściwe powietrza suchego,

$c_p = 1,86$ kJ/(kg·K) – ciepło właściwe pary przegrzanej,

$c_w = 4,19$ kJ/(kg·K) – ciepło właściwe wody,

$c_L = 2,05$ kJ/(kg·K) – ciepło właściwe lodu,

$r_0 = 2500$ kJ/kg – ciepło parowania wody w temperaturze 0°C,

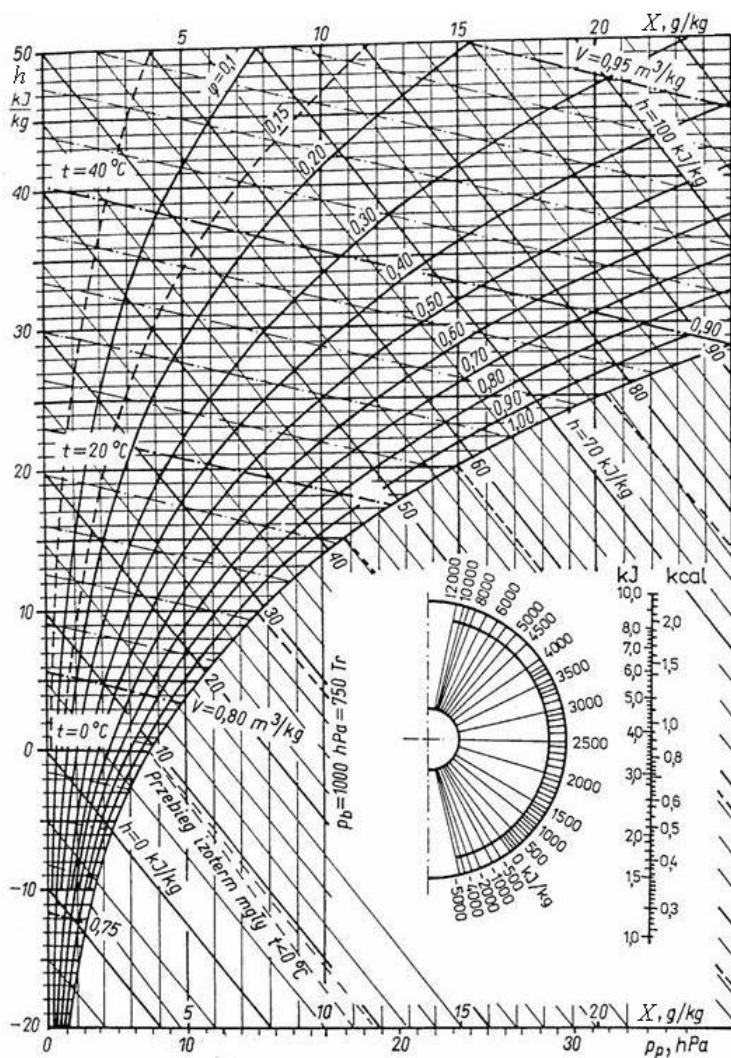
$r_L = 333,4$ kJ/kg – ciepło krzepnięcia wody.

Temperatura termometru mokrego t_w to temperatura mierzona termometrem, którego element pomiarowy jest owinięty tkaniną nasączoną wodą. Parowanie występujące wokół elementu termometru mokrego obniża temperaturę powietrza, przez co wskazuje on temperaturę niższą niż termometr suchy. Różnica wskazań termometru suchego i mokrego nazywa się różnicą psychrometryczną. Dla powietrza nasyconego, termometry suchy i mokry wskazują tę samą temperaturę.

Temperatura punktu rosy t_r to temperatura graniczna, w której powietrze w czasie ochładzania przy danym ciśnieniu pary wodnej staje się nią nasycone. Dalsze schładzanie powietrza poniżej tej temperatury powoduje wykraplanie się nadmiaru wilgoci.

Wykres Molliera $h - X$ to rozwartokątny układ współrzędnych, przedstawiający w graficzny sposób zależności między temperaturą t , wilgotnością względną φ , entalpią właściwą h i zawartością wilgoci X przy stałym ciśnieniu p . Stosowany jest w klimatyzacji, wentylacji czy suszarnictwie w celu obrazowego przedstawienia procesów fizycznych w wilgotnym powietrzu. Na osi poziomej jest naniesiona skala zawartości wilgoci X [kg/kg] lub [g/kg]. Na osi pionowej znajduje się skala entalpii właściwej h [kJ/kg], a linie stałej entalpii właściwej

biegną ukośnie do tej osi pod kątem 135° . Na wykresie są naniesione linie parametryczne oznaczające wilgotność względną $\varphi = \text{const}$, z których krzywa nasycenia $\varphi = 1$ oddziela obszar powietrza nienasyconego (powyżej krzywej $\varphi = 1$) od obszaru mgły (poniżej krzywej $\varphi = 1$). Izotermy $t = \text{const}$ stanowią w obszarze powietrza nienasyconego układ prostych nierównoległych, przy czym izoterma $t = 0^\circ\text{C}$ w obszarze powietrza nienasyconego jest pozioma. Na linii nasycenia $\varphi = 1$ izotermy ulegają załamaniu i w obszarze mgły są układem prostych prawie równoległych do izentalp. Ponieważ przyjęto, że entalpia właściwa 1 kg powietrza suchego dla $t = 0^\circ\text{C}$ równa się zeru, więc linie $t = 0^\circ\text{C}$ oraz $h = 0$ [kJ/kg] przecinają się na lewej osi pionowej.



Rys. 5.1. Wykres Molliera $h - X$ dla ciśnienia atmosferycznego $p_b = 1000$ hPa

ZADANIA

Zadanie 5.18

Jaką entalpię właściwą posiada powietrze o temperaturze $t = 10^\circ\text{C}$, jeżeli wilgotność względna wynosi 60%, a ciśnienie atmosferyczne jest równe $p = 0,1 \text{ MPa}$? Jaka jest zawartość wilgoci X w tym powietrzu, jeżeli ciśnienie cząstkowe pary wodnej w stanie nasycenia w podanej temperaturze wynosi $p_p'' = 1227 \text{ Pa}$ [3]? Jak zmieni się entalpia właściwa powietrza, jeżeli wilgotność względna zmniejszy się do 40%?

Rozwiązanie

Zawartość wilgoci w powietrzu wilgotnym oblicza się, korzystając ze wzoru (5.32)

$$X = 0,622 \frac{\varphi p_p''}{p - \varphi p_p''} = 0,622 \frac{0,6 \cdot 1227}{100000 - 0,6 \cdot 1227} = 4,613 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Entalpię właściwą powietrza wilgotnego można obliczyć, wykorzystując wzór (5.34)

$$h_{1+X} = c_g t + X(r_0 + c_p t) = 1,006 \cdot 10 + 4,613 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1,86 \cdot 10) = 21,68 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jeżeli wilgotność względna spadnie do 40%, to zawartość wilgoci wyniesie

$$X = 0,622 \frac{0,4 \cdot 1227}{100000 - 0,4 \cdot 1227} = 3,07 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

i entalpia właściwa powietrza osiągnie wartość

$$h_{1+X} = 1,006 \cdot 10 + 3,07 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1,86 \cdot 10) = 17,79 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Zadanie 5.19

Powietrze o zawartości wilgoci $X = 0,008 \text{ kg/kg}$ znajduje się pod ciśnieniem $p = 0,1 \text{ MPa}$ i ma temperaturę $t = 25^\circ\text{C}$. Obliczyć entalpię właściwą, wilgotność względną oraz gęstość powietrza wilgotnego, wiedząc, że ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w podanej temperaturze wynosi $p_p'' = 3167 \text{ Pa}$ [3]. Jakie ciśnienie cząstkowe wywiera para wodna zawarta w tym powietrzu?

Rozwiązanie

Entalpię właściwą powietrza wilgotnego oblicza się ze wzoru (5.34)

$$h_{1+X} = c_g t + X(r_0 + c_p t) = 1,006 \cdot 25 + 0,008 \cdot (2500 + 1,86 \cdot 25) = 45,52 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Po przekształceniu (5.32)

$$\varphi = \frac{X p}{(0,622 + X) p_p''} = \frac{0,008 \cdot 100000}{(0,622 + 0,008) \cdot 3167} = 0,4$$

Ponieważ objętość właściwa jest odwrotnością gęstości, to $p \frac{1}{\rho} = RT$. Traktując powietrze wilgotne jako mieszaninę dwóch składników, których udziały masowe wynoszą: powietrza suchego $1/(1 + X)$ i pary $X/(1 + X)$, oblicza się stałą gazową:

$$R = \frac{1}{1 + X} R_g + \frac{X}{1 + X} R_p = \frac{R_g + X R_p}{1 + X} = \frac{R_p (0,622 + X)}{1 + X}$$

Równanie stanu przyjmuje więc postać $\frac{p}{\rho} = \frac{R_p (0,622 + X)}{1 + X} T$, a gęstość powietrza

$$\rho = \frac{p(1 + X)}{R_p (0,622 + X) T} = \frac{100000 \cdot (1 + 0,008)}{461,5 \cdot (0,622 + 0,008) \cdot (25 + 273)} = 1,163 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ciśnienie cząstkowe wywierane przez parę wodną zawartą w powietrzu oblicza się przekształcając (5.27): $p_p = \varphi p_p'' = 0,4 \cdot 3167 = 1266,8 \text{ Pa}$.

Zadanie 5.20

Powietrze przesyczone o zawartości wilgoci $X = 0,030 \text{ kg/kg}$ znajduje się pod ciśnieniem $p = 0,1 \text{ MPa}$ i ma temperaturę $t = 30^\circ\text{C}$. Obliczyć entalpię powietrza wilgotnego i jego energię wewnętrzną, wiedząc, że ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w podanej temperaturze wynosi $p_p'' = 4241 \text{ Pa}$ [3].

Rozwiązanie

Dla powietrza przesyczonego należy określić zawartość wilgoci, jaka maksymalnie może wystąpić w postaci pary w podanej temperaturze. Korzystając z (5.32) dla wilgotności względnej $\varphi = 1$

$$X'' = 0,622 \frac{p_p''}{p - p_p''} = 0,622 \frac{4241}{100000 - 4241} = 0,0275 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Podana w treści zadania zawartość wilgoci $X = 0,030 \text{ kg/kg}$ jest większa od wyznaczonej powyżej, co potwierdza, że powietrze jest przesyczone. Entalpię właściwą powietrza przesyczonego (zamglonego) oblicza się ze wzoru (5.36), który można wykorzystać, gdy temperatura powietrza jest wyższa od 0°C

$$h_{1+X} = c_g t + X'' (r_0 + c_p t) + (X - X'') c_w t =$$

$$1,006 \cdot 30 + 0,0275 \cdot (2500 + 1,86 \cdot 30) + (0,030 - 0,0275) \cdot 4,19 \cdot 30 = 100,78 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Energia wewnętrzna tego powietrza jest sumą dwóch składników: energii wewnętrznej powietrza w stanie nasycenia i energii wewnętrznej kropelek wody tworzących mgłę. Pierwszy składnik oblicza się przekształcając definicyjny wzór na entalpię $h_{1+X''} = u_{1+X''} + p v_{1+X''} \Rightarrow u_{1+X''} = h_{1+X''} - p v_{1+X''}$. Entalpię właściwą można obliczyć ze wzoru (5.35), przyjmując $X = X''$

$$h_{1+X''} = c_g \cdot t + X'' \cdot (r_0 + c_p \cdot t) = 1,006 \cdot 30 + 0,0275 \cdot (2500 + 1,86 \cdot 30) = 100,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Objętość właściwą, odnoszącą się tylko do masy powietrza suchego, określa zależność $v_{1+X''} = \frac{V}{m_g}$, gdzie objętość całkowitą V można wyznaczyć z równania stanu dla powietrza wilgotnego

$$pV = (m_g + m_p)RT \Rightarrow V = (m_g + m_p)R \frac{T}{p}$$

w którym stała gazowa (patrz zadanie 5.19) jest równa $R = \frac{R_p(0,622 + X'')}{1 + X''}$,

a więc $V = (m_g + m_p) \frac{R_p(0,622 + X'')T}{(1 + X'')p}$. Stąd dostaje się

$$v_{1+X''} = \frac{(m_g + m_p) \frac{R_p(0,622 + X'')T}{(1 + X'')p}}{m_g} = \frac{(m_g + m_p)R_p(0,622 + X'')T}{m_g(1 + X'')p}$$

Ponieważ dla stanu nasycenia $\frac{m_g + m_p}{m_g} = 1 + X''$, to ostatecznie

$$v_{1+X''} = \frac{R_p T}{p} (0,622 + X'') = \frac{461,5 \cdot (30 + 273)}{0,1 \cdot 10^6} \cdot (0,622 + 0,0275) = 0,908 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Energia wewnętrzna powietrza w stanie nasycenia w odniesieniu do kilograma powietrza suchego wynosi

$$u_{1+X''} = h_{1+X''} - p v_{1+X''} = 100,46 - \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 0,908}{1 \cdot 10^3} = 9,66 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Drugi składnik energii wewnętrznej powietrza zamglonego oblicza się z zależności: $u_{X-X''} = (X - X'')c_w t_w = (0,030 - 0,0275) \cdot 4,19 \cdot 30 = 0,314 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Energia wewnętrzna powietrza zamglonego w odniesieniu do kilograma powietrza suchego wynosi $u_{1+X} = u_{1+X''} + u_{X-X''} = 9,66 + 0,314 = 9,974 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Zadanie 5.21

Obliczyć masę pary wodnej zawartej w powietrzu o temperaturze 20°C w laboratorium o kubaturze 500 m^3 , jeżeli jego wilgotność względna wynosi 60%. Ciśnienie atmosferyczne jest równe 1000 hPa, a ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w temperaturze równej 20°C wynosi $p_p'' = 2337 \text{ Pa}$ [3]. Jaka jest całkowita masa powietrza wilgotnego o podanych parametrach, znajdującego się w tym laboratorium?

Rozwiązanie

Traktując parę zawartą w powietrzu jako gaz doskonały, można obliczyć jej gęstość, wykorzystując wzór (5.24), który po przekształceniu ma postać

$$\rho_p = \frac{p_p}{R_p T} = \frac{\varphi p_p''}{R_p T}$$

$$\text{Masa pary wodnej } m_p = \rho_p V = \frac{\varphi p_p''}{R_p T} V = \frac{0,6 \cdot 2337}{461,5 \cdot (20 + 273)} \cdot 500 = 5,185 \text{ kg}.$$

Gęstość powietrza wilgotnego równa jest sumie gęstości powietrza suchego i gęstości pary wodnej $\rho = \rho_g + \rho_p$. Wykorzystując równanie stanu gazu dla obu

$$\text{składników, otrzymuje się } \rho = \frac{p_g}{R_g T} + \frac{p_p}{R_p T} = \frac{p - \varphi p_p''}{R_g T} + \frac{\varphi p_p''}{R_p T}.$$

Masa powietrza wilgotnego

$$m = \rho \cdot V = \left(\frac{100000 - 0,6 \cdot 2337}{287 \cdot (20 + 273)} + \frac{0,6 \cdot 2337}{461,5 \cdot (20 + 273)} \right) \cdot 500 = 1,183 \cdot 500 = 591,5 \text{ kg}$$

Zadanie 5.22

Powietrze o temperaturze 10°C i wilgotności względnej 50% ogrzano izobarycznie ($p = 101325 \text{ Pa}$) o 20°C . Obliczyć wilgotność względną po ogrzaniu, jeżeli ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w temperaturze równej 10°C wynosi $p_p'' = 1227 \text{ Pa}$, a dla 30°C $p_p'' = 4241 \text{ Pa}$ [3].

Rozwiązanie

Zawartość wilgoci X pozostaje stała podczas ogrzewania izobarycznego – równanie (5.32)

$$X_1 = X_2 \Rightarrow 0,622 \frac{\varphi_1 p_{p1}''}{p - \varphi_1 p_{p1}''} = 0,622 \frac{\varphi_2 p_{p2}''}{p - \varphi_2 p_{p2}''}$$

$$\text{Stąd} \quad \varphi_2 = \varphi_1 \cdot \frac{p_{p1}''}{p_{p2}''} = 0,5 \cdot \frac{1227}{4241} = 0,145$$

Wilgotność względna po ogrzaniu wyniesie 14,5%.

Zadanie 5.23

Powietrze wilgotne o ciśnieniu 1013 hPa, temperaturze 10°C i wilgotności względnej 50% jest zasysane przez sprężarkę i sprężane izentropowo do ciśnienia 0,4 MPa. Jak zmieni się wilgotność względna powietrza po sprężeniu?

Rozwiązanie

Powietrze wilgotne w zakresie występujących ciśnień i temperatur można uznać za gaz doskonały, dla którego wykładnik izentropy $\kappa = 1,4$. Temperaturę powietrza po sprężeniu oblicza się z równania

$$Tp^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{idem} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (273 + 10) \cdot \left(\frac{0,4 \cdot 10^6}{0,1013 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 350 \text{ K}$$

Dla tej temperatury, ciśnienie nasycenia wynosi $p_{p2}'' = 41894 \text{ Pa}$, natomiast ciśnienie nasycenia dla 10°C jest równe $p_{p1}'' = 1277 \text{ Pa}$ [3]. Podczas sprężania, zawartość wilgoci jest stała $X_1 = X_2 = X$, więc przekształcając równanie (5.32), oblicza się wilgotność względną powietrza przed sprężaniem $\varphi_1 = \frac{X p_1}{(0,622 + X) p_{p1}''}$, a po

sprężaniu $\varphi_2 = \frac{X p_2}{(0,622 + X) p_{p2}''}$. Dzieląc stronami obie zależności, otrzymuje się

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{X p_2 (0,622 + X) p_{p1}''}{(0,622 + X) p_{p2}'' X p_1} = \frac{p_2 p_{p1}''}{p_1 p_{p2}''}$$

Wilgotność względna powietrza po sprężeniu będzie więc wynosiła

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{p_2 p_{p1}''}{p_1 p_{p2}''} = 0,5 \cdot \frac{0,4 \cdot 10^6 \cdot 1277}{0,1013 \cdot 10^6 \cdot 41894} = 0,12$$

Wilgotność względna powietrza po sprężeniu zmniejszy się z 50% do 12%.

Zadanie 5.24

Powietrze wilgotne o temperaturze 10°C i wilgotności względnej 80% sprężono od ciśnienia 0,1 MPa do ciśnienia 0,7 MPa, a następnie oziębiono izobarycznie do temperatury początkowej. Ile wilgoci wykropli się z powietrza w czasie tego procesu, jeżeli ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w temperaturze równej 10°C wynosi $p_p'' = 1227 \text{ Pa}$ [3].

Rozwiązanie

Zawartość wilgoci w powietrzu przed sprężaniem oblicza się z zależności (5.32)

$$X_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{p1}''}{p_1 - \varphi_1 p_{p1}''} = 0,622 \cdot \frac{0,8 \cdot 1227}{0,1 \cdot 10^6 - 0,8 \cdot 1227} = 0,0062 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Powietrze sprężone i oziębite jest powietrzem nasyconym ($\varphi = 1$), a zawartość

$$\text{wilgoci wynosi } X_2'' = 0,622 \frac{p_{p2}''}{p_2 - p_{p2}''} = 0,622 \cdot \frac{1227}{0,7 \cdot 10^6 - 1227} = 0,0011 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}.$$

Po sprężeniu i izobarycznym ochłodzeniu wykropli się wilgoć w ilości

$$w = X_1 - X_2'' = 0,0062 - 0,0011 = 0,0051 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Zadanie 5.25

Do komory mieszania w centrali klimatyzacyjnej doprowadzony jest strumień powietrza recyrkulacyjnego w ilości $\dot{m}_1 = 0,4 \text{ kg/s}$ o temperaturze $t_1 = 30^\circ\text{C}$ i wilgotności względnej $\varphi_1 = 0,7$. Miesza się on z dwukrotnie większym strumieniem powietrza zewnętrznego o temperaturze $t_2 = 10^\circ\text{C}$ i wilgotności względnej $\varphi_2 = 0,4$. Jaka będzie entalpia właściwa, zawartość wilgoci i wilgotność względna powietrza po zmieszaniu? Ciśnienie powietrza wynosi 1013 hPa, ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia dla temperatury 30°C jest równe $p_{p1}'' = 4241 \text{ Pa}$, a dla 10°C wynosi $p_{p2}'' = 1227 \text{ Pa}$ [3].

Rozwiązanie

Dla zmieszanych strumieni powietrza słuszne są bilanse:

$$\text{– ilości powietrza } \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_M$$

$$\text{– ilości ciepła } \dot{m}_1 h_{(1+X)1} + \dot{m}_2 h_{(1+X)2} = \dot{m}_M h_{(1+X)M}$$

$$\text{– ilości wilgoci } \dot{m}_1 X_1 + \dot{m}_2 X_2 = \dot{m}_M X_M$$

Z tego układu równań można obliczyć entalpię właściwą i zawartość wilgoci

$$\text{mieszaniny: } h_{(1+X)M} = \frac{\dot{m}_1 h_{(1+X)1} + \dot{m}_2 h_{(1+X)2}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \text{ i } X_M = \frac{\dot{m}_1 X_1 + \dot{m}_2 X_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

gdzie parametry powietrza recyrkulacyjnego wynoszą:

$$X_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{p1}''}{p - \varphi_1 p_{p1}''} = 0,622 \cdot \frac{0,7 \cdot 4241}{1013 \cdot 10^2 - 0,7 \cdot 4241} = 0,02 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

$$h_{(1+X)1} = c_g t_1 + X_1 (r_0 + c_p t_1) = 1,006 \cdot 30 + 0,02 \cdot (2500 + 1,86 \cdot 30) = 81,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

a parametry powietrza zewnętrznego są równe:

$$X_2 = 0,622 \frac{\varphi_2 p_{p2}''}{p - \varphi_2 p_{p2}''} = 0,622 \cdot \frac{0,4 \cdot 1227}{1013 \cdot 10^2 - 0,4 \cdot 1227} = 0,003 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

$$h_{(1+X)2} = c_g t_2 + X_2 (r_0 + c_p t_2) = 1,006 \cdot 10 + 0,003 \cdot (2500 + 1,86 \cdot 10) = 17,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Entalpia i zawartość wilgoci dla mieszaniny:

$$h_{(1+X)M} = \frac{0,4 \cdot 81,3 + 2 \cdot 0,4 \cdot 17,6}{0,4 + 2 \cdot 0,4} = 38,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$X_M = \frac{0,4 \cdot 0,02 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,003}{0,4 + 2 \cdot 0,4} = 0,0087 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Aby obliczyć wilgotność względną powietrza po zmieszaniu, potrzebna jest znajomość ciśnienia nasycenia pary wodnej dla temperatury, jaka ustaliła się po zmieszaniu. Temperaturę tę można wyznaczyć z zależności:

$$h_{(1+X)M} = c_g t_M + X_M (r_0 + c_p t_M)$$

$$t_M = \frac{h_{(1+X)M} - X_M r_0}{c_g + X_M c_p} = \frac{38,8 - 0,0087 \cdot 2500}{1,006 + 0,0087 \cdot 1,86} = 16,7^\circ \text{C}$$

Ciśnienie nasycenia pary wodnej dla $t_M = 16,7^\circ \text{C}$ wynosi $p_{pM}'' = 1900 \text{ Pa}$ [3].

Z równania (5.32) można wyznaczyć wilgotność względną mieszaniny powietrza

$$\varphi_M = \frac{X_M p}{(0,622 + X_M) p_{pM}''} = \frac{0,0087 \cdot 1013 \cdot 10^2}{(0,622 + 0,0087) \cdot 1900} = 0,735$$

Zadanie 5.26

Kanałem o średnicy $d = 300 \text{ mm}$ przepływa powietrze wilgotne z prędkością $w = 10 \text{ m/s}$. Obliczyć strumień masowy tego powietrza, jeżeli jego parametry są następujące: ciśnienie $p = 1013 \text{ hPa}$, temperatura $t = 20^\circ \text{C}$ i wilgotność względną $\varphi = 70\%$. Ciśnienie nasycenia pary wodnej dla temperatury $t = 20^\circ \text{C}$ wynosi $p_p'' = 2337 \text{ Pa}$ [3].

Rozwiązanie

Strumień masowy powietrza $\dot{m} = \dot{V} \rho$, przy czym

$$\dot{V} = \frac{\pi d^2}{4} w = \frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} \cdot 10 = 0,707 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Gęstość powietrza wilgotnego ρ oblicza się z zależności (patrz zad. 5.19)

$$\rho = \frac{p(1+X)}{R_p(0,622+X)T}$$

gdzie ze wzoru (5.32)

$$X = 0,622 \frac{\varphi p_p''}{p - \varphi p_p''} = 0,622 \cdot \frac{0,7 \cdot 2337}{1013 \cdot 10^2 - 0,7 \cdot 2337} = 0,0102 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Podstawiając obliczoną wartość do wzoru na gęstość powietrza wilgotnego i znając stałą gazową pary $R_p = 461,5 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, otrzymuje się

$$\rho = \frac{1013 \cdot 10^2 \cdot (1 + 0,0102)}{461,5 \cdot (0,622 + 0,0102) \cdot (20 + 273)} = 1,197 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Strumień masowy powietrza wilgotnego przepływający przez kanał jest równy

$$\dot{m} = \dot{V} \rho = 0,707 \cdot 1,197 = 0,846 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Zadanie 5.27

10 kg powietrza wilgotnego o temperaturze początkowej $t_1 = 5^\circ\text{C}$ i wilgotności względnej $\varphi_1 = 80\%$ ogrzano izobarycznie ($p = 0,1 \text{ MPa}$) do temperatury $t_2 = 30^\circ\text{C}$. Za pomocą wykresu Molliera $h - X$ wyznaczyć wilgotność względną powietrza po podgrzaniu oraz ilość ciepła, którą należy doprowadzić podczas ogrzewania. Wartości odczytane z wykresu sprawdzić za pomocą obliczeń.

Rozwiązanie

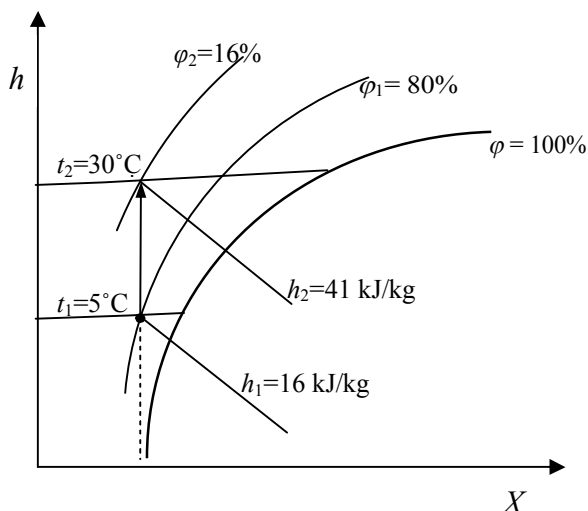
Wykorzystując wykres Molliera $h - X$, odczytuje się parametry powietrza wilgotnego (rys. 5.1): przed podgrzaniem o temperaturze: $X_1 = 4,5 \text{ g/kg}$ i $h_1 = 16 \text{ kJ/kg}$ oraz po podgrzaniu: $X_2 = 4,5 \text{ g/kg}$, $h_2 = 41 \text{ kJ/kg}$ i $\varphi_2 = 16\%$. Ilość wymienionego ciepła wynosi $dq = dh - vdp$, a ponieważ proces ogrzewania powietrza jest izobaryczny $dp = 0$, to $q = h_2 - h_1 = 41 - 16 = 25 \text{ kJ/kg}$. Całkowita ilość ciepła potrzebna do ogrzania 10 kg powietrza jest równa $Q = mq = 10 \cdot 25 = 250 \text{ kJ}$. Odczytane z wykresu parametry można obliczyć, wiedząc, że ciśnienie nasycenia pary wodnej dla temperatury $t_1 = 5^\circ\text{C}$ wynosi $p_{p1}'' = 872 \text{ Pa}$, a dla $t_2 = 30^\circ\text{C}$ jest równe $p_{p2}'' = 4241 \text{ Pa}$ [3]:

$$X_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{p1}''}{p - \varphi_1 p_{p1}''} = 0,622 \cdot \frac{0,8 \cdot 872}{0,1 \cdot 10^6 - 0,8 \cdot 872} = 0,00437 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

$$h_{(1+X)_1} = c_g t_1 + X(r_0 + c_p t_1) = 1,006 \cdot 5 + 0,00437 \cdot (2500 + 1,86 \cdot 5) = 16,0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{(1+X)_2} = c_g t_2 + X(r_0 + c_p t_2) = 1,006 \cdot 30 + 0,00437(2500 + 1,86 \cdot 30) = 41,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\varphi_2 = \frac{X p}{(0,622 + X) p_{p2}''} = \frac{0,00437 \cdot 0,1 \cdot 10^6}{(0,622 + 0,00437) \cdot 4241} = 0,1645$$

Schemat procesu ogrzewania powietrza na wykresie Moliera $h - X$ **Zadanie 5.28**

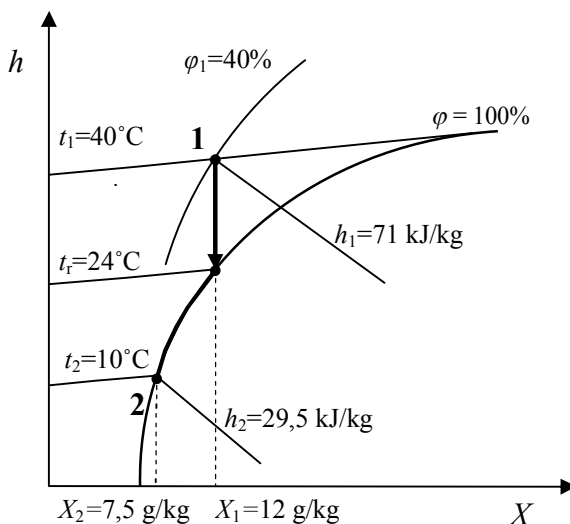
Powietrze w ilości $\dot{m} = 30 \text{ kg/h}$ o parametrach: $t_1 = 40^\circ\text{C}$, $\varphi_1 = 40\%$ ochłodzono przy stałym ciśnieniu do $t_2 = 10^\circ\text{C}$. Znaleźć początkową temperaturę wykrapłania wody, ilość wykroplonej wilgoci i ilość odprowadzonej energii. Do obliczeń wykorzystać wykres Molliera $h - X$.

Rozwiązanie

Z wykresu Moliera $h - X$ odczytuje się parametry powietrza wilgotnego (rys. 5.1):

- zawartość wilgoci przed ochłodzeniem $X_1 = 19 \text{ g/kg}$, a entalpia $h_1 = 89 \text{ kJ/kg}$;
- po ochłodzeniu do temperatury $t_2 = 10^\circ\text{C}$, powietrze jest nasycone ($\varphi_2 = 100\%$) i $X_2 = 7,5 \text{ g/kg}$, a entalpia $h_2 = 29,5 \text{ kJ/kg}$.

W razie potrzeby uzyskania dokładniejszych rezultatów należy posłużyć się obliczeniami. Pierwsze kropelki wody pojawiają się w powietrzu ochładzanym w momencie osiągnięcia przez nie temperatury punktu rosy. Aby odczytać tę temperaturę, szuka się na linii $X_1 = \text{const}$, wychodząc z punktu 1, punktu przecięcia z linią nasycenia $\varphi = 100\%$. Przechodząca przez ten punkt izoterma $t_r \cong 24^\circ\text{C}$ wyznacza poszukiwaną temperaturę punktu rosy.



Schemat procesu ochładzania powietrza z wykraplaniem wilgoci na wykresie Moliera $h - X$

Ilość wykroplonej wilgoci $\dot{W} = \dot{m}(X_2 - X_1) = 30 \cdot (7,5 - 19) = -345 \frac{\text{g}}{\text{h}}$.

Do ochłodzenia powietrza i wykroplenia wilgoci należy odprowadzić energię w ilości $\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1) = 30 \cdot (29,5 - 71) = -1245 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} = -0,346 \text{ kW}$.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 5.29

Powietrze wilgotne o temperaturze $t = 20^\circ\text{C}$ i wilgotności względnej $\varphi = 80\%$ jest pod ciśnieniem $p = 0,1 \text{ MPa}$. Obliczyć zawartość wilgoci X , entalpię właściwą h_{1+X} , stałą gazową R i gęstość powietrza wilgotnego ρ , wiedząc, że stała gazowa dla pary wodnej $R_p = 461,5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, ciepło właściwe $c_p = 1,86 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$, ciepło właściwe powietrza suchego $c_g = 1,006 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$, a ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w podanej temperaturze wynosi $p_p'' = 2337 \text{ Pa}$ [3].

Odpowiedź: $X = 0,01185 \text{ kg/kg}$, $h_{1+X} = 50,2 \text{ kJ/kg}$, $R = 289,1 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, $\rho = 1,18 \text{ kg/m}^3$.

Zadanie 5.30

Powietrze o temperaturze 0°C i wilgotności względnej 80% pod ciśnieniem $0,1 \text{ MPa}$ przepływa przez nagrzewnicę i ogrzewa się izobarycznie do temperatury 25°C . Jaką entalpię właściwą posiada powietrze wilgotne po podgrzaniu i jaka

jest jego wilgotność względna, jeżeli ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w temperaturze 0°C wynosi $p''_{p0} = 610 \text{ Pa}$, a w temperaturze 25°C jest równe $p''_{p25} = 3167 \text{ Pa}$ [3].

Odpowiedź: $h_{1+X} = 32,9 \text{ kJ/kg}$, $\varphi = 15,4\%$.

Zadanie 5.31

Posługując się wykresem Molliera h - X , wyznaczyć temperaturę punktu rosy powietrza wilgotnego o parametrach $t = 15^{\circ}\text{C}$ i $\varphi = 0,6$.

Odpowiedź: $t_r = 7,5^{\circ}\text{C}$.

Zadanie 5.32

Jaką temperaturę i entalpię powinno posiadać powietrze zewnętrzne przed wejściem do komory mieszania centrali klimatyzacyjnej, aby po zmieszaniu z powietrzem recyrkulacyjnym – usuwanym z pomieszczenia (25% powietrza recyrkulacyjnego oraz 75% powietrza zewnętrznego) – jego entalpia właściwa wynosiła $h_M = 43,5 \text{ kJ/kg}$, a zawartość wilgoci była równa $X_M = 0,008 \text{ kg/kg}$. Powietrze recyrkulacyjne ma temperaturę $t_w = 25^{\circ}\text{C}$, a zawartość wilgoci wynosi $X_w = 0,009 \text{ kg/kg}$.

Odpowiedź: $t_z = 17,2^{\circ}\text{C}$, $h_z = 30 \text{ kJ/kg}$.

Zadanie 5.33

Przez okrągły kanał przepływa powietrze wilgotne z prędkością 5 m/s . Masowe natężenie przepływu wynosi $0,05 \text{ kg/s}$. Jaka jest średnica wewnętrzna kanału, jeżeli ciśnienie powietrza wynosi $p = 1000 \text{ hPa}$, wilgotność względna $\varphi = 60\%$, temperatura $t = 20^{\circ}\text{C}$, a ciśnienie cząstkowe pary w stanie nasycenia w tej temperaturze wynosi $p''_p = 2337 \text{ Pa}$ [3].

Odpowiedź: $d = 0,104 \text{ m}$.

6. PRZEMIANY CHARAKTERYSTYCZNE GAZÓW DOSKONAŁYCH I RZECZYWISTYCH ORAZ ICH ROZTWORÓW

Przemiana termodynamiczna jest zbiorem kolejnych stanów równowagi trwałej układu termodynamicznego o jednej niezależnej zmiennej.

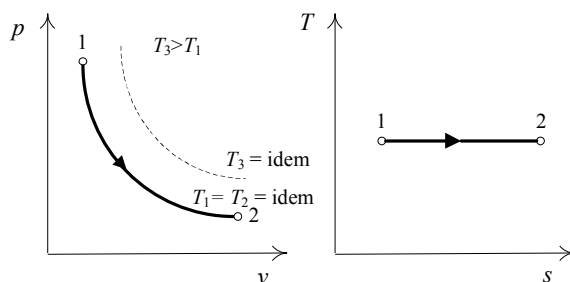
Przemiana odwracalna – od stanu końcowego do stanu początkowego można powrócić w taki sposób, że i otoczeniu zostanie przywrócony stan pierwotny. Wszystkie zjawiska rzeczywiste są nieodwracalne.

6.1. Przemiany izotermiczne

Przemiany izotermiczne są przemianami w stałej temperaturze:

$$dT = 0 \quad T_1 = T_2 = T = \text{idem}$$

Z równania stanu gazów doskonałych wynika, że wtedy $p_1 v_1 = p_2 v_2 = p v = RT$ (prawo Boyle'a-Mariotte'a). Obrazem geometrycznym przemiany (linią przemianową) jest izoterma, która w układzie $p - v$ jest hiperbolą równoosiową (rys. 6.1).



Rys. 6.1. Izotermy gazu doskonałego na wykresach o współrzędnych $p - v$ i $T - s$

Z I zasady termodynamiki wynika, że ciepło jednostkowe przemiany jest równe jednostkowej pracy objętościowej i jednostkowej pracy technicznej

$$q_{T1,2} = l_{T1,2} = l_{tT1,2} \quad (6.1)$$

ponieważ zarówno właściwa energia wewnętrzna, jak i właściwa entalpia gazów doskonałych są funkcją tylko temperatury.

Jednostkowa praca objętościowa przemiany izotermicznej

$$\begin{aligned} l_{T1,2} &= RT \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = \\ &= p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{p_1}{p_2} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Ciepło jednostkowe przemiany izotermicznej może być również obliczone z przyrostu entropii

$$q_{T1,2} = T(s_2 - s_1) \quad (6.3)$$

Przyrost entropii właściwej

$$(s_2 - s_1)_T = R \ln \frac{p_1}{p_2} = R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (6.4)$$

6.2. Przemiany izochoryczne

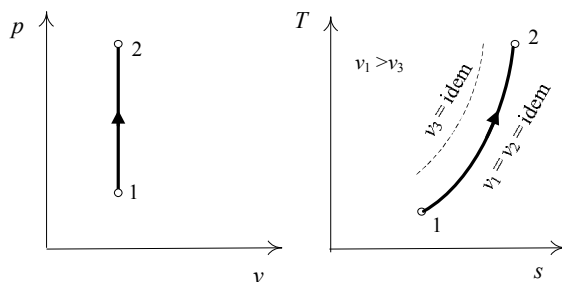
Przemiany izochoryczne są przemianami w stałej objętości, a dla jednorodnej substancji są także przemianami przy stałej objętości właściwej:

$$dv = 0 \quad v_1 = v_2 = v = \text{idem}$$

Z równania stanu gazów doskonałych dla dwóch stanów skrajnych wynika, że wtedy

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (\text{prawo Charlesa})$$

Obrazem geometrycznym przemiany (linią przemianową) jest izochora (rys. 6.2).



Rys. 6.2. Izochory gazu doskonałego na wykresach o współrzędnych $p - v$ i $T - s$

Jednostkowa praca objętościowa przemiany izochorycznej

$$l_{v1,2} = 0 \quad (6.5)$$

Jednostkowe ciepło przemiany

$$q_{v1,2} = u_2 - u_1 = c_v|_0^{t_2} t_2 - c_v|_0^{t_1} t_1, \quad (6.6)$$

a przy stałym cieple właściwym

$$q_{v1,2} = c_v(T_2 - T_1) = \frac{R}{\kappa - 1}(T_2 - T_1) = \frac{v}{\kappa - 1}(p_2 - p_1) \quad (6.7)$$

Jednostkowa praca techniczna

$$l_{tv1,2} = v(p_1 - p_2) = R(T_1 - T_2) = -(\kappa - 1)q_{v1,2} \quad (6.8)$$

Przyrost entropii właściwej

$$(s_2 - s_1)_v = s_p(T_2) - s_p(T_1) - R \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (6.9)$$

gdzie: $s_p(T)$ – wartość entropii dla określonego gazu pod stałym ciśnieniem i w danej temperaturze T , a przy stałym cieple właściwym

$$(s_2 - s_1)_v = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (6.10)$$

6.3. Przemiany izobaryczne

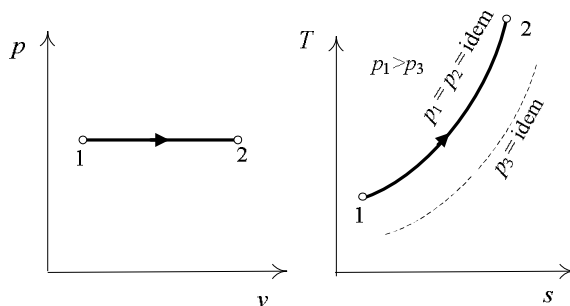
Przemiany izobaryczne są przemianami pod stałym ciśnieniem $dp = 0$

$$p_1 = p_2 = p = \text{idem}$$

Z równania stanu gazów doskonałych dla dwóch stanów skrajnych wynika

$$\left(\frac{v_2}{v_1} \right)_p = \frac{T_2}{T_1} \quad (\text{prawo Gay-Lussaca})$$

Obrazem geometrycznym przemiany jest izobara, która na wykresie $T - s$ jest krzywą logarytmiczną przebiegającą łagodniej niż izochora (rys. 6.3)



Rys. 6.3. Izochory gazu doskonałego na wykresach o współrzędnych $p - v$ i $T - s$

Jednostkowa praca techniczna przemiany

$$l_{tp1,2} = 0 \quad (6.11)$$

Ciepło jednostkowe

$$q_{p1,2} = h_2 - h_1 = c_p \Big|_0^{t_2} t_2 - c_p \Big|_0^{t_1} t_1, \quad (6.12)$$

a przy stałym cieple właściwym

$$q_{p1,2} = c_p(T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R(T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p(v_2 - v_1) \quad (6.13)$$

Jednostkowa praca objętościowa

$$l_{p1,2} = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1) = \frac{\kappa - 1}{\kappa} q_{p1,2} \quad (6.14)$$

Przyrost entropii właściwej

$$(s_2 - s_1)_p = s_p(T_2) - s_p(T_1) \quad (6.15)$$

a przy stałym cieple właściwym

$$(s_2 - s_1)_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (6.16)$$

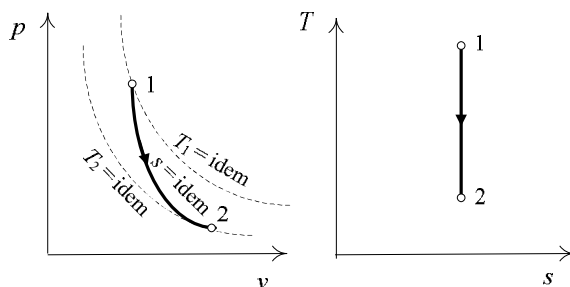
6.4. Przemiany izentropowe

Przemiany adiabatyczne są przemianami bez wymiany ciepła z otoczeniem ($\delta q_z = 0$). Przemiany adiabatyczne odwracalne ($\delta q_z = \delta q_w = 0$) nazywamy przemianami adiabatyczno-izentropowymi

$$\delta q = \delta q_z + \delta q_w = T ds = 0$$

Przemiany izentropowe są przemianami przy stałej entropii, a w przypadku substancji jednorodnej również przy stałej entropii właściwej $ds = 0$, $s_1 = s_2 = s = \text{idem}$.

Obrazem geometrycznym przemiany adiabatyczno-izentropowej jest izentropa (rys. 6.4).



Rys. 6.4. Izentropy gazu doskonałego na wykresach o współrzędnych $p - v$ i $T - s$

Zależności między parametrami początkowymi i końcowymi przemiany dla gazów półdoskonałych (o cieple właściwym zależnym od temperatury) przedstawiają zależności:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{s_p(T_2) - s_p(T_1)}{R} \quad (6.17)$$

$$\ln \frac{v_2}{v_1} = \frac{s_v(T_1) - s_v(T_2)}{R} = \frac{s_p(T_1) - s_p(T_2)}{R} + \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (6.18)$$

Dla gazów doskonałych:

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \quad p v^\kappa = \text{idem} \quad (6.19)$$

gdzie κ – wykładnik izentropy (adiabaty Poissona)

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa \quad (6.20)$$

Pozostałe związki między parametrami:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad T p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{idem} \quad (6.21)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad T v^{\kappa-1} = \text{idem} \quad (6.22)$$

Ciepło jednostkowe przemiany izentropowej

$$q_{s1,2} = 0 \quad (6.23)$$

Jednostkowa praca objętościowa przemiany izentropowej jest wykonana kosztem spadku właściwej energii wewnętrznej (dla gazu półdoskonałego)

$$l_{s1,2} = u_1 - u_2 = c_v \Big|_0^{t_1} t_1 - c_v \Big|_0^{t_2} t_2 \quad (6.24)$$

a przy stałym cieple właściwym (gaz doskonały)

$$\begin{aligned} l_{s1,2} &= c_v (T_1 - T_2) = \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\kappa - 1} = \\ &= \frac{p_1 v_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} \right] = \frac{R T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \end{aligned} \quad (6.25)$$

Jednostkowa praca techniczna jest wykonana kosztem spadku entalpii właściwej

$$l_{ts1,2} = h_1 - h_2 = c_p \Big|_0^{t_1} t_1 - c_p \Big|_0^{t_2} t_2 \quad (6.26)$$

a przy stałym cieple właściwym:

$$l_{ts1,2} = c_p (T_1 - T_2) = \kappa l_{s1,2} \quad (6.27)$$

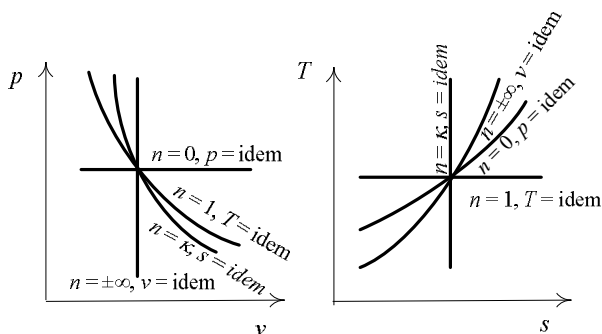
$$\begin{aligned} l_{ts1,2} &= \frac{\kappa}{\kappa - 1} R (T_1 - T_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \\ &= \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \end{aligned} \quad (6.28)$$

6.5. Przemiany politropowe

Przemiany politropowe są zdefiniowane równaniem

$$pv^n = \text{idem}$$

gdzie: n – wykładnik politropy, który jest wielkością stałą dla danej przemiany i może przyjmować wartości z zakresu $-\infty < n < \infty$. Obrazem geometrycznym przemiany politropowej jest politropa (rys. 6.5).



Rys. 6.5. Politropy gazu doskonałego na wykresach o współrzędnych $p-v$ i $T-s$

Szczególne przypadki:

$n = 0$, $p = \text{idem}$ – przemiany izobaryczne substancji dowolnych,

$n = 1$, $pv = RT$ – przemiany izotermiczne gazów doskonałych,

$n = \kappa$, $pv^n = \text{idem}$ – przemiany izentropowe gazów doskonałych,

$n = \pm\infty$, $v = \text{idem}$ – przemiany izochoryczne substancji dowolnych.

Przemiany izentropowe gazów półdoskonałych (o cieple właściwym zależnym od temperatury) nie są przemianami politropowymi.

Związki między krańcowymi parametrami stanu przemian politropowych:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \quad pv^n = \text{idem} \quad (6.29)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad T p^{\frac{1-n}{n}} = \text{idem} \quad (6.30)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{n-1}} \quad T v^{n-1} = \text{idem} \quad (6.31)$$

Jednostkowa praca objętościowa przemiany politropowej dla substancji dowolnych

$$l_{n1,2} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n-1} \quad (6.32)$$

a dla gazów doskonałych

$$l_{n1,2} = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] =$$

$$= \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$
(6.33)

Jednostkowa praca techniczna przemiany politropowej

$$l_{m1,2} = n l_{n1,2}$$
(6.34)

Ciepło jednostkowe przemiany politropowej gazu doskonałego

$$q_{n1,2} = c_n (T_2 - T_1)$$
(6.35)

gdzie

$$c_n = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}$$
(6.36)

Przyrost entropii właściwej gazów doskonałych

$$(s_2 - s_1)_n = c_n \ln \frac{T_2}{T_1}$$
(6.37)

ZADANIA

Zadanie 6.1

Cylinder zamknięty ruchomym tłokiem zawiera $m = 0,5$ kg azotu pod ciśnieniem $p_1 = 0,1$ MPa i o temperaturze $t_1 = 100^\circ\text{C}$. Gaz ogrzano, doprowadzając 200 kJ ciepła tak, że ciśnienie nie uległo zmianie. Obliczyć objętość i temperaturę końcową gazu, zmianę: energii wewnętrznej i entalpii, entropii, pracę objętościową i pracę techniczną. Azot traktować jako dwuatomowy gaz kalorycznie doskonały.

Rozwiązanie

Indywidualna stała gazowa azotu wynosi $R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

Objętość cylindra określamy z równania Clapeyrona:

$$p_1 V_1 = m R T_1 \quad V_1 = \frac{m R T_1}{p_1} = \frac{0,5 \cdot 296,9 \cdot 373}{0,1 \cdot 10^6} = 0,55 \text{ m}^3$$

Ponieważ $dp = 0$, więc $L_{tp1,2} = 0$, a zatem ciepło wyraża się (I zasada termodynamiki) wzorem

$$Q_{p1,2} = (H_2 - H_1)_p = m c_p (T_2 - T_1) = m \frac{7}{2} R (T_2 - T_1)$$

Temperatura na końcu przemiany jest więc równa

$$T_2 = T_1 + \frac{Q_{p1,2}}{m \frac{7}{2} R} = 373 + \frac{200 \cdot 10^3}{0,5 \cdot \frac{7}{2} \cdot 296,9} = 758 \text{ K}$$

Objętość końcowa wynika z prawa Gay-Lussaca

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 0,55 \cdot \frac{758}{373} = 1,12 \text{ m}^3$$

Praca objętościowa

$$L_{p1,2} = p(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1) = 0,5 \cdot 296,9 \cdot (758 - 373) = 57,2 \cdot 10^3 \text{ J} = 57,2 \text{ kJ}$$

Zmiana energii wewnętrznej (z pierwszej postaci I zasady termodynamiki)

$$(U_2 - U_1)_p = Q_{p1,2} - L_{p1,2} = 200 - 57,2 = 142,8 \text{ kJ}$$

Przyrost entropii

$$(S_2 - S_1)_p = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} = m \frac{7}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 0,5 \cdot \frac{7}{2} \cdot 296,9 \cdot \ln \frac{758}{373} = 368 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Zadanie 6.2

Zbiornik o objętości $V = 2 \text{ m}^3$ wypełniony powietrzem pod ciśnieniem $p_1 = 0,5 \text{ MPa}$ i o temperaturze $t_1 = 17^\circ\text{C}$ schłodzone do temperatury $t_2 = -60^\circ\text{C}$. Określić ciśnienie końcowe gazu, ilość ciepła odprowadzonego, zmianę energii wewnętrznej, entalpii, entropii, pracę objętościową i pracę techniczną. Powietrze traktować jako dwuatomowy gaz kalorycznie doskonały, $R = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$.

Rozwiązanie

Ciśnienie końcowe p_2 w zbiorniku o stałej objętości (przemiana izochoryczna) wyznacza się z prawa Charlesa:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 0,5 \cdot \frac{213}{290} = 0,37 \text{ MPa}$$

Masę gazu zawartą w zbiorniku określa się z równania Clapeyrona:

$$p_1 V_1 = m R T_1 \quad m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 2}{287 \cdot 290} = 12 \text{ kg}$$

Dla przemiany izochorycznej $L_{v1,2} = 0$, a więc z I zasady termodynamiki wynika:

$$\begin{aligned} Q_{v1,2} &= (U_2 - U_1)_v = mc_v(T_2 - T_1) = m \frac{5}{2} R(T_2 - T_1) = \\ &= 12 \cdot \frac{5}{2} \cdot 287 \cdot (213 - 290) = -662,97 \cdot 10^3 \text{ J} = -663 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Praca techniczna

$$L_{\text{tv}1,2} = -V(p_2 - p_1) = -2 \cdot (0,37 - 0,5) \cdot 10^6 = 0,26 \cdot 10^6 \text{ J} = 260 \text{ kJ}$$

Przyrost entalpii z drugiej postaci I zasady termodynamiki

$$(H_2 - H_1)_v = Q_{v1,2} - L_{\text{tv}1,2} = -663 - 260 = -923 \text{ kJ}$$

Przyrost entropii

$$(S_2 - S_1)_v = mc_v \ln \frac{T_2}{T_1} = m \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 12 \cdot \frac{5}{2} \cdot 287 \cdot \ln \frac{213}{290} = -2657 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Zadanie 6.3

Balon wypełniony helem w ilości $m = 2 \text{ kg}$, w którym panuje ciśnienie $p_1 = 0,2 \text{ MPa}$ i temperatura $t = 20^\circ\text{C}$, został ochłodzony tak, że przy niezmienniej temperaturze jego objętość zmalała do $V_2 = 2 \text{ m}^3$. Obliczyć objętość początkową balonu, ciśnienie końcowe gazu, ilość ciepła odprowadzonego, zmianę energii wewnętrznej, entalpii, entropii, pracę bezwzględną rozprężania i pracę techniczną. Hel traktować jako gaz kalorycznie doskonały, gaz jednoatomowy.

Rozwiązanie

Indywidualna stała gazowa helu

$$R = \frac{\bar{R}}{M_{\text{He}}} = \frac{8314}{4} = 2078,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Objętość balonu określa się z równania Clapeyrona:

$$p_1 V_1 = mRT \quad V_1 = \frac{mRT}{p_1} = \frac{2 \cdot 2078,5 \cdot 293}{0,2 \cdot 10^6} = 6,1 \text{ m}^3$$

Z prawa Boyle'a-Mariotte'a wynika ciśnienie końcowe

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow \quad p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 0,2 \cdot \frac{6,1}{2} = 0,61 \text{ MPa}$$

Ponieważ w przemianie izotermicznej $dT = 0$, więc:

$$(U_2 - U_1)_T = 0 \quad (H_2 - H_1)_T = 0$$

Stąd (I zasada termodynamiki)

$$\begin{aligned} Q_{T1,2} &= L_{T1,2} = L_{\text{t}T1,2} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 2 \cdot 2078,5 \cdot 293 \cdot \ln \frac{2}{6,1} = \\ &= -1358,2 \cdot 10^3 \text{ J} = -1358,2 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Przyrost entropii wynosi

$$(S_2 - S_1)_T = mR \ln \frac{V_2}{V_1} = 2 \cdot 2078,5 \cdot \ln \frac{2}{6,1} = -4635,6 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Zadanie 6.4

Doskonale zaizolowana cieplnie sprężarka spręża powietrze, zasysając je ze zbiornika o objętości $V_1 = 2 \text{ m}^3$ i ciśnieniu $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ do zbiornika o objętości $V_2 = 0,1 \text{ m}^3$. Temperatura początkowa powietrza wynosi $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Obliczyć temperaturę końcową sprężania, pracę objętościową i pracę techniczną sprężania. Powietrze traktować jako dwuatomowy gaz kalorycznie doskonały.

Rozwiązanie

Dla sprężania izentropowego:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 0,1 \cdot \left(\frac{2}{0,1} \right)^{1,4} = 6,63 \text{ MPa}$$

Temperatura końcowa powietrza

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293 \cdot \left(\frac{6,63}{0,1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 971 \text{ K}$$

Masa powietrza (z równania Clapeyrona):

$$p_1 V_1 = m R T_1 \quad m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 2}{287 \cdot 293} = 2,38 \text{ kg}$$

Praca objętościowa

$$L_{s1,2} = \frac{mR}{\kappa-1} (T_1 - T_2) = \frac{2,38 \cdot 287}{1,4-1} (293 - 971) = -1157,8 \cdot 10^3 \text{ J} = -1157,8 \text{ kJ}$$

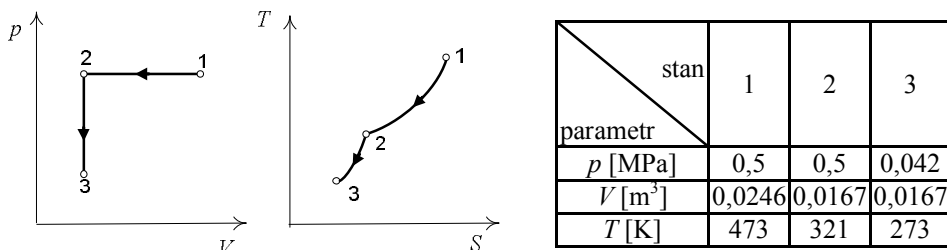
Praca techniczna

$$L_{ts1,2} = \kappa \cdot L_{s1,2} = 1,4 \cdot (-1157,8) = -1620,9 \text{ kJ}$$

Zadanie 6.5

Cylinder o średnicy $d = 200 \text{ mm}$ zamknięty tłokiem zawiera $m = 0,1 \text{ kg}$ tlenu pod ciśnieniem $p_1 = 0,5 \text{ MPa}$ i w temperaturze $t_1 = 200^\circ\text{C}$. Tlen schłodzono tak, że tłok cofnął się o 250 mm przy zachowaniu stałego ciśnienia wewnątrz cylindra. Po zablokowaniu ruchu tłoka, kolejny raz schłodzono tlen do temperatury 0°C . Określić parametry gazu w punktach skrajnych przemian (p , v , T). Narysować przebieg przemian na wykresach $p - V$ i $T - S$. Obliczyć ciepło i przyrost entropii obu przemian.

Rozwiązanie



Objętość w stanie 1 (z równania Clapeyrona):

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{0,1 \cdot 8314 \cdot 473}{32 \cdot 0,5 \cdot 10^6} = 0,0246 \text{ m}^3$$

Położenie tłoka po pierwszym schłodzeniu:

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} l_1 \quad l_1 = \frac{4V_1}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,0246}{\pi \cdot 0,2^2} = 0,783 \text{ m} \quad l = l_1 - 0,250 = 0,533 \text{ m}$$

Objętość cylindra po przesunięciu tłoka

$$V_2 = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{\pi \cdot 0,2^2}{4} \cdot 0,533 = 0,0167 \text{ m}^3$$

Temperatura w stanie 2:

$$p_2 V_2 = mRT_2 \quad T_2 = \frac{p_2 V_2}{mR} = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 0,0167 \cdot 32}{0,1 \cdot 8314} = 321 \text{ K}$$

Ciśnienie w stanie 3:

$$p_3 V_3 = mRT_3 \quad p_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{0,1 \cdot 8314 \cdot 273}{32 \cdot 0,0167} = 0,42 \text{ MPa}$$

Ciepło przemian:

$$Q_{p1-2} = mc_p (T_2 - T_1) = m \frac{7}{2} R (T_2 - T_1) = 0,1 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{32} \cdot (321 - 473) = -13822 \text{ J} = -13,8 \text{ kJ}$$

$$Q_{v2-3} = mc_v (T_3 - T_2) = m \frac{5}{2} R (T_3 - T_2) = 0,1 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{32} \cdot (273 - 321) = -3117,8 \text{ J} = -3,12 \text{ kJ}$$

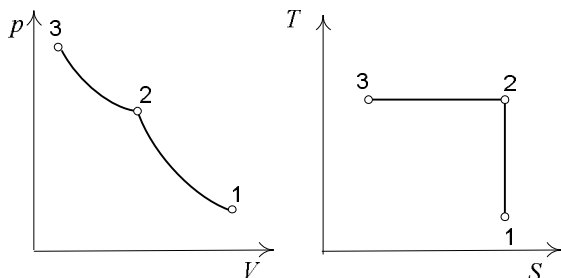
Przyrost entropii:

$$\Delta S_{p1-2} = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} = m \frac{7}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 0,1 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{32} \ln \frac{321}{473} = -35 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{v2-3} = mc_v \ln \frac{T_3}{T_2} = m \frac{5}{2} R \ln \frac{T_3}{T_2} = 0,1 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{32} \ln \frac{273}{321} = -10,5 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Zadanie 6.6

Dwutlenek węgla w ilości $m = 5$ kg pod ciśnieniem $p_1 = 2$ bar i o objętości $V_1 = 3$ m³ podgrzano, dostarczając $Q_{T1-2} = 100$ kJ ciepła przy stałej temperaturze, a następnie rozprężono izentropowo do temperatury $t_3 = 100^\circ\text{C}$. Określić parametry gazów w punktach skrajnych przemian (p , V , T) oraz obliczyć pracę objętościową i pracę techniczną dla obu przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach $p - V$, $T - S$.

Rozwiązanie

stan	1	2	3
parametr			
p [MPa]	0,2	0,17	0,02
V [m ³]	3	3,5	17,6
T [K]	635	635	373

Temperatura w stanie 1:

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad T_1 = \frac{p_1 V_1}{mR} = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 44}{5 \cdot 8314} = 635 \text{ K}$$

Skoro $Q_{T1-2} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1}$, to objętość w stanie 2

$$V_2 = V_1 \exp\left(\frac{Q_{T1-2}}{mRT_{1,2}}\right) = 3 \exp\left(\frac{100 \cdot 10^3 \cdot 44}{5 \cdot 8314 \cdot 635}\right) = 3,5 \text{ m}^3$$

Ciśnienie w stanie 2:

$$p_2 V_2 = mRT_2 \quad p_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{5 \cdot 8314 \cdot 635}{44 \cdot 3,5} = 0,17 \text{ MPa}$$

Dla przemiany izentropowej objętość w stanie 3

$$\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad V_3 = V_2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 3,5 \cdot \left(\frac{635}{373}\right)^{\frac{1}{1,33-1}} = 17,5 \text{ m}^3$$

Ciśnienie w stanie 3:

$$p_3 V_3 = mRT_3 \quad p_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{5 \cdot 8314 \cdot 373}{44 \cdot 17,5} = 0,02 \text{ MPa}$$

Praca objętościowa:

$$L_{T1-2} = Q_{T1-2} = 100 \text{ kJ}$$

$$L_{s2-3} = \frac{mR}{\kappa - 1} (T_2 - T_3) = \frac{5 \cdot 8314}{44 \cdot (1,33 - 1)} (635 - 373) = 750092 \text{ J} = 750 \text{ kJ}$$

Praca techniczna:

$$L_{tT1-2} = Q_{T1-2} = 100 \text{ kJ} \quad L_{tT2-3} = \kappa L_{T2-3} = 1,33 \cdot 750 = 997 \text{ kJ}$$

Zadanie 6.7

Tlenek węgla w ilości $m = 3 \text{ kg}$ w temperaturze początkowej $t_1 = 127^\circ\text{C}$ i pod ciśnieniem $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ ogrzano izochorycznie do temperatury $T_2 = 1200 \text{ K}$. Obliczyć parametry w punktach skrajnych przemiany oraz zmianę energii wewnętrznej, pracę bezwzględną, ciepło doprowadzone w przypadku, gdy przyjmujemy stałe ciepło właściwe (gaz doskonały) lub uwzględniamy zmienność ciepła właściwego (gaz półdoskonały). Podać wartość ciepła właściwego przy stałej objętości i pod stałym ciśnieniem.

Rozwiązanie

Indywidualna stała gazowa tlenku węgla

$$R = \frac{\bar{R}}{M_{\text{CO}}} = \frac{8314}{28} = 296,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Objętość w stanie 1 (z równania Clapeyrona) wynosi:

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{3 \cdot 296,9 \cdot 400}{0,1 \cdot 10^6} = 3,56 \text{ m}^3$$

Na końcu przemiany $T_2 = 1200 \text{ K}$, objętość $V_1 = V_2 = 3,56 \text{ m}^3$, a ciśnienie:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 0,1 \frac{1200}{400} = 0,3 \text{ MPa}$$

Dla gazu doskonałego:

$$(U_2 - U_1)_V = mc_v (T_2 - T_1) = 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 296,9 \cdot (1200 - 400) = 1187,6 \cdot 10^3 \text{ J} = 1187,6 \text{ kJ} = Q_{v1,2}$$

$$L_{v1,2} = 0$$

Dla gazu półdoskonałego z tablic [1] średnie ciepło właściwe przy stałej objętości:

$$c_v|_0^{400} = 0,767 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad c_v|_0^{1200} = 0,857 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_v|_{400}^{1200} = \frac{c_v|_0^{1200} \cdot t_2 - c_v|_0^{400} \cdot t_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,857 \cdot 1200 - 0,767 \cdot 400}{1200 - 400} = 0,902 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 902 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Z zależności Mayera (patrz rozdział 3)

$$c_p \Big|_{400}^{1200} = c_v \Big|_{400}^{1200} + R = 902 + \frac{8314}{28,967} = 1189 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

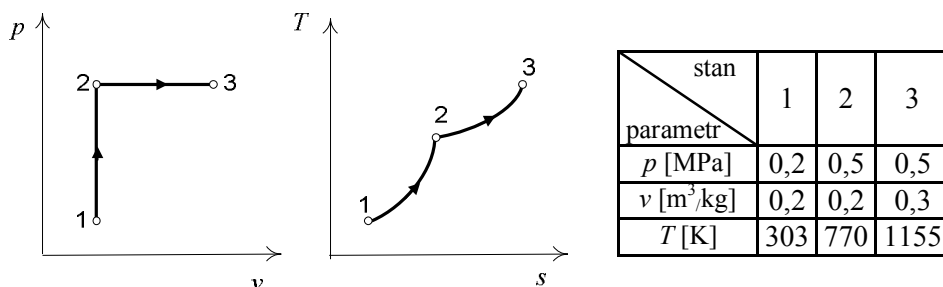
Zmiana energii wewnętrznej

$$(U_2 - U_1)_V = mc_v \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) = 2 \cdot 902 \cdot (1200 - 400) = 1443 \cdot 10^3 \text{ J} = 1443 \text{ kJ} = Q_{v1,2}$$

Zadanie 6.8

Dwutlenek siarki pod ciśnieniem $p_1 = 2 \text{ bar}$ i o temperaturze $t_1 = 30^\circ\text{C}$ sprężono izochorycznie do ciśnienia $p_2 = 5 \text{ bar}$, a następnie ogrzano izobarycznie, doprowadzając 200 kJ/kg ciepła. Określić parametry gazu w punktach skrajnych przemian (p , V , T) oraz obliczyć przyrosty entropii właściwej dla obu przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach $p - V$, $T - s$.

Rozwiązanie



Objętość właściwa w stanie 1:

$$p_1 v_1 = RT_1 \quad v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8314 \cdot 303}{64 \cdot 0,2 \cdot 10^6} = 0,2 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Temperatura w stanie 2:

$$p_2 v_2 = RT_2 \quad T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 0,2 \cdot 64}{8314} = 770 \text{ K}$$

Temperatura w stanie 3:

$$q_{2-3} = c_p (T_3 - T_2) \quad T_3 = T_2 + \frac{q_{2-3}}{c_p} = T_2 + \frac{q_{2-3}}{4R} = 770 + \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 64}{4 \cdot 8314} = 1155 \text{ K}$$

Objętość właściwa w stanie 3:

$$p_3 v_3 = RT_3 \quad v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = \frac{8314 \cdot 1155}{64 \cdot 0,5 \cdot 10^6} = 0,3 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Przyrosty entropii właściwej:

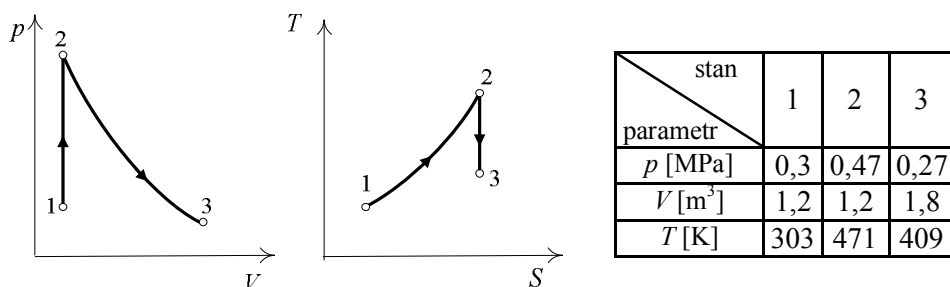
$$\Delta s_{v1-2} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 3R \ln \frac{T_2}{T_1} = 3 \cdot \frac{8314}{64} \ln \frac{770}{303} = 363 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$\Delta s_{p2-3} = c_p \ln \frac{T_3}{T_2} = 4R \ln \frac{T_3}{T_2} = 4 \cdot \frac{8314}{64} \ln \frac{1155}{770} = 211 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Zadanie 6.9

Stalowy zbiornik o objętości $V_1 = 1200 \text{ dm}^3$ jest wypełniony azotem o masie $m = 4 \text{ kg}$ pod ciśnieniem $p_1 = 0,3 \text{ MPa}$. Dostarczając 500 kJ ciepła, ogrzano azot w zbiorniku, po czym przetłoczono go do innego, doskonale zaizolowanego zbiornika o objętości $V_2 = 1,8 \text{ m}^3$. Określić parametry gazu w punktach skrajnych przemian (p , v , T). Narysować przebieg przemian na wykresach $p - V$, $T - S$. Obliczyć pracę objętościową i pracę techniczną obu przemian.

Rozwiązanie



Zgodnie z równaniem Clapeyrona, temperatura azotu wynosi:

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad T_1 = \frac{p_1 V_1}{mR} = \frac{0,3 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 28}{4 \cdot 8314} = 303 \text{ K}$$

Skoro znane jest ciepło przemiany izochorycznej (ciepło dostarczone do gazu w sztywnym zbiorniku), to temperatura w stanie 2:

$$Q_{v1-2} = mc_v(T_2 - T_1) \quad T_2 = T_1 + (\kappa - 1) \frac{Q_{v1-2}}{mR} = 303 + (1,4 - 1) \frac{500 \cdot 10^3}{4 \cdot \frac{8314}{28}} = 471 \text{ K}$$

Cięśnienie azotu (z równania stanu gazów doskonałych):

$$p_2 V_2 = mRT_2 \quad p_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{4 \cdot 8314 \cdot 471}{28 \cdot 1,2} = 0,47 \text{ MPa}$$

Przetłoczenie gazu do doskonale zaizolowanego zbiornika odbyło się zgodnie z przemianą izentropową:

$$p_2 V_2^\kappa = p_3 V_3^\kappa \quad p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\kappa = 0,47 \left(\frac{1,2}{1,8} \right)^{1,4} = 0,27 \text{ MPa}$$

Temperatura końcowa w drugim zbiorniku:

$$p_3 V_3 = m R T_3 \quad T_3 = \frac{p_3 V_3}{m R} = \frac{0,27 \cdot 10^6 \cdot 1,8 \cdot 28}{4 \cdot 8314} = 409 \text{ K}$$

Praca objętościowa przemian:

$$L_{v1-2} = 0$$

$$L_{s2-3} = m \frac{R}{\kappa - 1} (T_2 - T_3) = 4 \frac{8314}{28(1,4 - 1)} (471 - 409) = 184 \cdot 10^3 \text{ J} = 184 \text{ kJ}$$

Praca techniczna przemian:

$$L_{tv1-2} = -V_{1,2} (p_2 - p_1) = -1,2(0,47 - 0,3) \cdot 10^3 = -204 \text{ kJ}$$

$$L_{ts2-3} = \kappa L_{s2-3} = 1,4 \cdot 184 = 257,6 \text{ kJ}$$

Zadanie 6.10

Zbiornik wypełniony powietrzem ($p_1 = 0,1 \text{ MPa}$; $V_1 = 2 \text{ m}^3$; $t_1 = 6^\circ\text{C}$) został opróżniony przy pomocy sprężarki tłokowej. Sprężarka spręża wg przemiany politropowej o wykładniku politropy $n = 1,34$ do ciśnienia $0,7 \text{ MPa}$. Jaką objętość zajmie powietrze w przypadku, gdy temperatura wróci do temperatury początkowej, a ciśnienie nie ulegnie zmianie. Określić parametry gazu w stanach skrajnych przemian (p , v , T). Narysować przebieg przemian na wykresach $p - V$, $T - S$. Obliczyć ciepło i pracę techniczną obu przemian.

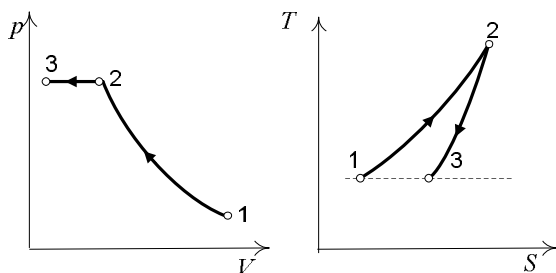
Rozwiązanie

Masa powietrza (obliczona na podstawie parametrów gazu w zbiorniku):

$$p_1 V_1 = m R T_1 \quad m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 2}{287 \cdot 279} = 2,5 \text{ kg}$$

Objętość powietrza po sprężeniu przez sprężarkę:

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \quad V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 2 \left(\frac{0,1}{0,7} \right)^{\frac{1}{1,34}} = 0,47 \text{ m}^3$$



stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,1	0,7	0,7
V [m ³]	2	0,47	0,29
T [K]	279	459	279

Temperatura powietrza po sprężeniu:

$$p_2 V_2 = m R T_2 \quad T_2 = \frac{p_2 V_2}{m R} = \frac{0,7 \cdot 10^6 \cdot 0,47}{2,5 \cdot 287} = 459 \text{ K}$$

Objętość powietrza po powrocie do temperatury początkowej:

$$p_3 V_3 = m R T_3 \quad V_3 = \frac{m R T_3}{p_3} = \frac{2,5 \cdot 287 \cdot 279}{0,7 \cdot 10^6} = 0,29 \text{ m}^3$$

Określenie kierunku przemiany politropowej (szacuje się przyrost entropii):

$$\Delta S_{n1-2} = m c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} \ln \frac{T_2}{T_1} < 0 \quad \Delta S_{n1-2} = S_2 - S_1 < 0 \quad S_2 < S_1$$

Ciepło przemian:

$$Q_{n1-2} = m c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1) = 2,5 \cdot \frac{5}{2} \cdot 287 \cdot \frac{1,34 - 1,4}{1,4 - 1} (459 - 279) = -48,4 \text{ kJ}$$

$$Q_{p2-3} = m c_p (T_3 - T_2) = 2,5 \cdot \frac{7}{2} \cdot 287 \cdot (279 - 459) = -452 \text{ kJ}$$

Praca techniczna przemian:

$$L_{tn1-2} = m \frac{R}{n - 1} (T_1 - T_2) = 2,5 \cdot \frac{287}{1,34 - 1} \cdot (279 - 459) = -2152 \text{ kJ}$$

$$L_{tp2-3} = 0$$

Zadanie 6.11

Roztwór gazów doskonałych o masie $m = 2 \text{ kg}$ znajduje się w zbiorniku o objętości $V = 850 \text{ l}$. Ciśnienie absolutne w zbiorniku wynosi $p = 207 \text{ kPa}$. Analiza składu objętościowego mieszaniny wykazała: 50% – N_2 , 30% – O_2 i 20% – CO . Roztwór w zbiorniku podgrzano, doprowadzając 500 kJ ciepła, po czym przetłoczono go politropowo ($n = 1,33$) do zbiornika o pojemności 4 m^3 . Podać charakterystykę roztworu (x_i , r_i , M , R). Naszkicować przebieg przemian na wykresach w układach p - V i T - S . Roztwór traktować jako dwuatomowy gaz doskonały. Określić parametry roztworu w punktach skrajnych przemian oraz obliczyć pracę techniczną obu przemian.

Rozwiązanie

Udziały objętościowe: $r_{\text{N}_2} = 0,5$ $r_{\text{O}_2} = 0,3$ $r_{\text{CO}} = 0,2$

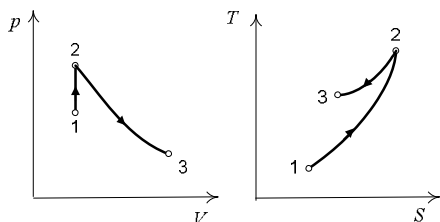
Masa molowa roztworu $M = \sum r_i \cdot M_i = 0,5 \cdot 28 + 0,3 \cdot 32 + 0,2 \cdot 28 = 29,2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$

Stała gazowa roztworu $R = \frac{\bar{R}}{M} = \frac{8314}{29,2} = 285 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Udziały masowe:

$$x_i = r_i \cdot \frac{M_i}{M} \quad x_{N_2} = 0,5 \cdot \frac{28}{29,2} = 0,479 \quad x_{O_2} = 0,3 \cdot \frac{32}{29,2} = 0,329$$

$$x_{CO} = 1 - 0,479 - 0,329 = 0,192$$



stan \ parametr	1	2	3
p [kPa]	207	442	56
V [m ³]	0,85	0,85	4
T [K]	309	660	393

Temperatura w stanie 1: $p_1 V_1 = m R T_1$ $T_1 = \frac{p_1 V_1}{m R} = \frac{207 \cdot 10^3 \cdot 0,85}{2 \cdot 285} = 309 \text{ K}$

Ciepło przemiany izochorycznej: $Q_{1-2} = 500 \text{ kJ}$ $Q_{1-2} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$

$$T_2 = T_1 + \frac{Q_{1-2}}{m \cdot c_v} = T_1 + \frac{Q_{1-2}}{m \cdot \frac{5}{2} \cdot R} = 309 + \frac{500 \cdot 10^3}{2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 285} = 660 \text{ K}$$

Ciśnienie w stanie 2:

$$p_2 V_2 = m R T_2 \quad p_2 = \frac{m R T_2}{V_2} = \frac{2 \cdot 285 \cdot 660}{0,85} = 442 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 442 \text{ kPa}$$

Ciśnienie w stanie 3:

$$p_2 V_2^n = p_3 V_3^n \quad p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^n = 442 \cdot \left(\frac{0,85}{4} \right)^{1,33} = 56 \text{ kPa}$$

Temperatura w stanie 3:

$$p_3 V_3 = m R T_3 \quad T_3 = \frac{p_3 V_3}{m R} = \frac{0,56 \cdot 10^5 \cdot 4}{2 \cdot 285} = 393 \text{ K}$$

Praca techniczna:

$$L_{1-2} = m \cdot R (T_1 - T_2) = 2 \cdot 285 \cdot (309 - 660) = -200 \cdot 10^3 \text{ J} = -200 \text{ kJ}$$

$$L_{2-3} = m \frac{n \cdot R}{n-1} (T_2 - T_3) = 2 \cdot \frac{1,33 \cdot 285}{1,33-1} \cdot (660 - 393) = 613 \cdot 10^3 \text{ J} = 613 \text{ kJ}$$

Określenie kierunku przemiany politropowej (szacuje się przyrost entropii):

$$\Delta S_{n2-3} = m c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} \ln \frac{T_3}{T_2} < 0 \quad \Delta S_{n2-3} = S_3 - S_2 < 0 \quad S_3 < S_2$$

Zadanie 6.12

W zbiorniku pod ciśnieniem 3 bar i w temperaturze 27°C umieszczono roztwór składający się z 2 kmoli helu i 3 kg tlenu. Roztwór ten przetłoczono izentropowo do cylindra zamkniętego tłokiem, gdzie temperatura osiągnęła 400 K, a następnie wykonano nad roztworem 500 kJ pracy przy stałej temperaturze. Roztwór traktować jako gaz jednoatomowy. Określić charakterystykę roztworu (x_b , r_b , R , M) oraz parametry roztworu w stanach skrajnych przemian (p , V , T). Obliczyć pracę techniczną obu przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach $p - V$, $T - S$. Roztwór traktować jako jednoatomowy gaz kalorycznie doskonały.

Rozwiązanie

Masa helu i masa roztworu:

$$m_{He} = nM = 2 \cdot 4 = 8 \text{ kg} \quad m_{O_2} = 3 \text{ kg}$$

$$m = 8 + 3 = 11 \text{ kg}$$

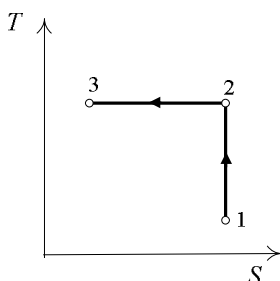
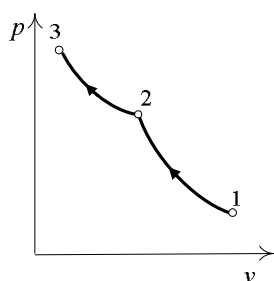
Udziały masowe: $x_{He} = \frac{m_{He}}{m} = \frac{8}{11} = 0,727$ $x_{O_2} = 1 - 0,727 = 0,273$

Stała gazowa roztworu $R = \sum x_i R_i = 0,727 \cdot \frac{8314}{4} + 0,273 \cdot \frac{8314}{32} = 1582 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Masa molowa roztworu $M = \frac{\bar{R}}{R} = \frac{8314}{1582} = 5,26 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$

Udziały objętościowe:

$$r_i = x_i \frac{R_i}{R} \quad r_{He} = 0,727 \frac{8314}{4 \cdot 1582} = 0,955 \quad r_{O_2} = 1 - 0,955 = 0,045$$



stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,3	0,61	0,66
V [m ³]	17,4	11,4	10,6
T [K]	300	400	400

Objętość w stanie 1:

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{11 \cdot 1582 \cdot 300}{0,3 \cdot 10^6} = 17,4 \text{ m}^3$$

Ciśnienie w stanie 2:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,3 \cdot \left(\frac{400}{300} \right)^{\frac{1,67}{1,67-1}} = 0,61 \text{ MPa}$$

Objętość w stanie 2 i 3 wynosi

$$V_2 = \frac{mRT_2}{p_2} = \frac{11 \cdot 1582 \cdot 400}{0,61 \cdot 10^6} = 11,4 \text{ m}^3$$

Objętość w stanie 3:

$$L_{T2-3} = mRT_{2,3} \ln \frac{V_3}{V_2} \quad V_3 = V_2 \exp\left(\frac{L_{T2-3}}{mRT_{2,3}}\right) = 11,4 \exp\left(\frac{-500 \cdot 10^3}{11 \cdot 1582 \cdot 400}\right) = 10,6 \text{ m}^3$$

Ciśnienie w stanie 3

$$p_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{11 \cdot 1582 \cdot 400}{10,6} = 0,66 \text{ MPa}$$

Praca techniczna:

$$L_{ts1-2} = \kappa \frac{mR}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) = 1,67 \frac{11 \cdot 1582}{1,67 - 1} (300 - 400) = -4337 \cdot 10^3 \text{ J} = -4,3 \text{ MJ}$$

$$L_{tT2-3} = L_{T2-3} = -500 \text{ kJ}$$

Zadanie 6.13

Obliczyć pracę izotermicznego rozprężania tlenu O_2 w ilości 1 mol od stanu $T_1 = 300 \text{ K}$; $V_1 = 10^{-3} \text{ m}^3$ do stanu $T_2 = 300 \text{ K}$; $V_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ przy założeniu, że O_2 podlega w tych warunkach równaniu van der Waals. Porównać pracę przemiany z pracą O_2 traktowanego jako gaz doskonały. Parametry krytyczne O_2 : $p_k = 5,09 \text{ MPa}$, $T_k = 158,35 \text{ K}$, $\rho_k = 430 \text{ kg/m}^3$.

Rozwiązanie

Równanie van der Waalsa ma postać $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$

Uwzględniając $v = \frac{V}{m}$ otrzymuje się

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{\frac{V}{m} - b} - \frac{a}{\left(\frac{V}{m}\right)^2} = \frac{mRT}{V - mb} - \frac{m^2 a}{V^2}$$

Praca objętościowa przemiany izotermicznej

$$L_{T1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{mRT}{V - mb} - \frac{m^2 a}{V^2} \right) dV = mRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V - mb} - m^2 a \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2}$$

Po scałkowaniu $L_{T1-2} = mRT \ln \frac{V_2 - mb}{V_1 - mb} + m^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$

Masa tlenu, objętość w punkcie krytycznym, współczynnik kohezji, kowolumen

oraz stała gazowa:

$$m = nM_{\text{CO}_2} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad v_k = \frac{1}{\rho_k} = 2,33 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$a = 3p_k v_k^2 = 3 \cdot 5,09 \cdot 10^6 \cdot (2,33 \cdot 10^{-3})^2 = 88,9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^4}{\text{kg}^2}$$

$$b = \frac{1}{3} v_k = \frac{1}{3} \cdot 2,33 \cdot 10^{-3} = 7,77 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$R = \frac{8}{3} \frac{p_k v_k}{T_k} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5,09 \cdot 10^6 \cdot 2,33 \cdot 10^{-3}}{158,35} = 199,7 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Praca objętościowa przemiany izotermicznej gazu spełniającego równanie van der Waalsa wynosi

$$L_{T1-2} = 32 \cdot 10^{-3} \cdot 199,7 \cdot 300 \cdot \ln \frac{5 \cdot 10^{-3} - 32 \cdot 10^{-3} \cdot 7,77 \cdot 10^{-4}}{10^{-3} - 32 \cdot 10^{-3} \cdot 7,77 \cdot 10^{-4}} + \\ + (32 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 88,9 \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{10^{-3}} \right) = 3033,2 \text{ J}$$

Praca objętościowa przemiany izotermicznej gazu doskonałego wynosi

$$L_{T1-2} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = m \frac{\bar{R}}{M_{\text{O}_2}} T \ln \frac{V_2}{V_1} = 32 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{8314}{32} \cdot 300 \ln \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 4014,3 \text{ J}$$

Praca uzyskana podczas rozprężania gazu doskonałego jest większa niż podczas rozprężania gazu rzeczywistego, spełniającego równanie van der Waalsa.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 6.14

2 kmole tlenu, 3 kmole wodoru i 1 kmol argonu tworzą roztwór. Podać charakterystykę roztworu (x_i , r_i , R , M). Roztwór ten, znajdujący się pod ciśnieniem $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i w temperaturze $t_1 = 10^\circ\text{C}$, sprężono izentropowo, wskutek czego ciśnienie wzrosło 3-krotnie. Następnie został on ochłodzony pod stałym ciśnieniem do temperatury początkowej t_1 . Traktując roztwór jako dwuatomowy gaz doskonały, obliczyć, jaką pracę wykonano podczas sprężania i ile ciepła zostało odprowadzone podczas ochładzania.

Odpowiedź:

$$x_{O_2} = 0,582 \quad x_{H_2} = 0,055 \quad x_{Ar} = 0,363$$

$$R = 455,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad M = 18,26 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$r_{O_2} = 0,333 \quad r_{H_2} = 0,500 \quad r_{Ar} = 0,167$$

$$L_{1,2} = -13 \text{ MJ} \quad Q_{2,3} = -18,2 \text{ MJ}$$

stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,1	0,3	0,3
V [m ³]	141,7	64,7	47,2
T [K]	283	387	283

Zadanie 6.15

Skład objętościowy roztworu jest następujący: 82% O₂ 12% N₂ i 6% CO. Roztwór ten, w ilości 5 kg, umieszczono w cylindrze o temperaturze 47°C i pod ciśnieniem 0,5 MPa. Utrzymując stałe ciśnienie, doprowadzono 300 kJ ciepła, a następnie rozprężono izentropowo do ciśnienia 2 bar. Podać charakterystykę roztworu (x_i , r_i , M , R). Naszkicować przebieg przemian na wykresach w układach $p - V$ i $T - S$. Roztwór traktować jako dwuatomowy gaz doskonały. Określić parametry roztworu w stanach skrajnych przemian i obliczyć pracę techniczną obu przemian.

Odpowiedź:

$$r_{O_2} = 0,82 \quad r_{N_2} = 0,12 \quad r_{CO} = 0,06$$

$$M = 31,3 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad R = 265,6 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$x_{O_2} = 0,838 \quad x_{N_2} = 0,107 \quad x_{CO} = 0,055$$

$$L_{1-2} = 0 \quad L_{2-3} = 418 \text{ kJ}$$

stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,5	0,5	0,2
V [m ³]	0,85	1,02	1,96
T [K]	320	385	295

Zadanie 6.16

Roztwór składa się z 5 m³_n He, 11 m³_n Ar i takiej ilości H₂, że jego udział objętościowy wynosi 31,5%. 5 kg tego roztworu umieszczono w zbiorniku o objętości 2 m³ pod ciśnieniem 0,5 MPa. Zbiornik oziębiono, odprowadzając 600 kJ ciepła, po czym gaz przetłoczono do zbiornika o pojemności 1 m³, utrzymując stałą temperaturę. Podać charakterystykę roztworu (x_i , r_i , M , R). Naszkicować przebieg przemian na wykresach w układach $p - V$ i $T - s$. Roztwór traktować jako jednoatomowy gaz doskonały. Określić parametry roztworu w stanach skrajnych przemian oraz obliczyć pracę objętościową obu przemian.

Odpowiedź:

$$r_{He} = 0,214 \quad r_{Ar} = 0,471$$

$$M = 20,33 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad R = 409 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$x_{He} = 0,042 \quad x_{H_2} = 0,031 \quad x_{Ar} = 0,927$$

$$L_{1-2} = 0 \quad L_{2-3} = -527 \text{ kJ}$$

stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,5	0,38	0,76
V [m ³]	2	2	1
T [K]	489	372	372

Zadanie 6.17

Roztwór o składzie $2 \text{ m}_n^3 \text{ O}_2$ i 1 kmol N_2 umieszczono w zbiorniku o objętości 6500 l pod ciśnieniem 500 kPa . Roztwór w zbiorniku ochłodzono, odprowadzając 700 kJ ciepła, po czym przetłaczając go do innego zbiornika sprężono politropowo do ciśnienia 10 bar przy $n = 1,35$. Podać charakterystykę roztworu (x_i , r_i , M , R). Naszkicować przebieg przemian na wykresach w układach $p - V$ i $T - S$. Roztwór traktować jako gaz doskonały, dwuatomowy. Określić parametry roztworu w stanach skrajnych przemian i obliczyć pracę techniczną obu przemian.

Odpowiedź:

$$r_{O_2} = 0,082 \quad r_{N_2} = 0,918$$

$$M = 28,33 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad R = 293 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$x_{O_2} = 0,093 \quad x_{N_2} = 0,907$$

$$L_{t1-2} = 281 \text{ kJ} \quad L_{t2-3} = -2,8 \text{ MJ}$$

stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,5	0,46	1
V [m ³]	6,5	4,6	3,7
T [K]	359	328	409

Zadanie 6.18

Roztwór gazów doskonałych o składzie $0,1 \text{ kmola CO}_2$ i $3,6 \text{ kg SO}_2$ znajduje się w sztywnym zbiorniku o objętości 2 m^3 przy nadciśnieniu $2,4 \text{ bara}$. Roztwór ten schłodzono, odprowadzając 600 kJ ciepła, po czym przetłoczono go przy stałej temperaturze do cylindra o pojemności 1 m^3 . Określić charakterystykę roztworu (x_i , r_i , R , M), parametry roztworu w stanach skrajnych przemian (p , V , T) oraz obliczyć pracę objętościową dla obu przemian. Roztwór traktować jako gaz trójatomowy. Narysować przebieg przemian na wykresach: $p - V$, $T - S$. Ciśnienie barometryczne 747 Tr .

Odpowiedź:

$$x_{CO_2} = 0,55 \quad x_{SO_2} = 0,45$$

$$R = 162,4 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad M = 51,2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$r_{CO_2} = 0,64 \quad r_{SO_2} = 0,36$$

$$L_{1-2} = 0 \quad L_{2-3} = -332 \text{ kJ}$$

stan \ parametr	1	2	3
p [MPa]	0,34	0,24	0,48
V [m ³]	2	2	1
T [K]	523	369	369

7. PODSTAWOWE PRZEMIANY PARY WODNEJ

7.1. Podstawy teoretyczne

7.1.1. Wiadomości ogólne

Woda – związek chemiczny o wzorze H_2O , występujący w warunkach typowych w stanie ciekłym. Wodę w stanie gazowym określa się mianem pary wodnej, a w stałym stanie skupienia – lodem. Słowo **woda**, jako nazwa związku chemicznego, może się odnosić do każdego stanu skupienia.

Para wodna – stan gazowy wody, w technice używana jest powszechnie jako czynnik termodynamiczny. Otrzymywana najczęściej w kotle parowym i reaktorach jądrowych. Służy przede wszystkim do napędu turbin parowych w elektrowniach ciepłych. W ciepłownictwie jest wykorzystywana jako czynnik grzewczy. Jako produkt uboczny powstaje w wyniku spalania wodoru i paliw węglowodorowych.

W procesie wrzenia występują – pod tym samym ciśnieniem – dwa charakterystyczne stany, tj. stan wody wrzącej i stan pary suchej nasyconej. Parametry stanu wrzenia i pary suchej nasyconej wyznaczają na wykresach $p - v$, $h - s$, $T - s$ linie: dolną graniczną (wrzenia) i górną graniczną (nasycenia).

W termodynamice technicznej przyjęto oznaczać wartości parametrów odnoszące się do wrzącej cieczy indeksem górnym ' (prim), a parametry pary suchej nasyconej indeksem '' (bis).

Punkt wspólny dla dolnej i górnej granicznej określa **stan krytyczny K** charakteryzujący się tym, że parametry stanu wrzenia i nasycenia są sobie równe, a temperatura punktu krytycznego jest najwyższą temperaturą wrzenia cieczy i pary nasyconej suchej. Temperatura wrzenia cieczy jest jednoznaczna z temperaturą nasycenia pary pod danym ciśnieniem.

W zależności od parametrów stanu, rozróżniamy:

a) **parę nasyconą suchą**, której parametry wyznaczają górną krzywą graniczną, a określa się je na podstawie tablic czy wykresów dla danego ciśnienia nasycenia p_s lub temperatury nasycenia t_s ;

b) **parę nasyconą wilgotną**, będącą mieszaniną wody wrzącej i pary suchej nasyconej, pozostającą w równowadze z fazą ciekłą.

Stan pary określają ciśnienie nasycenia p_s lub temperatura nasycenia t_s i stopień suchości x wyrażający się wzorem

$$x = \frac{m_s}{m} = \frac{m''}{m} = \frac{m''}{m' + m''} \quad (7.1)$$

gdzie: $m_s = m''$ – masa pary suchej nasyconej zawartej w parze wilgotnej, m' – masa wody wrzącej zawartej w parze wilgotnej, m – masa pary wilgotnej.

Stopień suchości pary x przyjmuje wartość: $x = 0$ dla wody wrzącej, $0 < x < 1$ dla pary nasyconej wilgotnej, $x = 1$ dla pary nasyconej suchej;

c) **parę przegrzaną** – charakteryzującą się tym, że przy danym ciśnieniu p jej temperatura t_p jest większa od temperatury nasycenia t_s , odpowiadającej

ciśnieniu p , stan termodynamiczny pary określa się zazwyczaj przez ciśnienie p oraz temperaturę pary t_p .

7.1.2. Określenie parametrów pary

Temperatura wrzenia – temperatura, w której ciśnienie powstającej pary (ciśnienie pary nasyconej) jest równe ciśnieniu otoczenia, skutkiem czego parowanie następuje w całej objętości cieczy (dana substancja wrze). Temperatura wrzenia danej substancji jest niższa od temperatury punktu krytycznego danej substancji, a wyższa od temperatury punktu potrójnego.

Punkt krytyczny wody (*temperatura krytyczna wody*) – temperatura, powyżej której nie występuje faza ciekła H_2O ; woda występuje wówczas tylko w stanie gazowym (parametry: ciśnienie krytyczne $p_{kr} = 22,115$ MPa; temperatura krytyczna $T_{kr} = 647,3$ K; gęstość krytyczna $\rho_{kr} = 317,8$ kg/m³). W stanie krytycznym ciepło parowania oraz napięcie powierzchniowe wody są równe zeru. W temperaturze powyżej krytycznej niemożliwe jest skroplenie wody, bez względu na ciśnienie.

Woda w stanie ciekłym, lód i para wodna są w równowadze (**punkt potrójny**) w temperaturze $0,01^\circ\text{C}$ ($273,16$ K) i ciśnieniu $611,73$ Pa. Temperatura punktu potrójnego wody jest punktem odniesienia w definiowaniu termodynamicznych skal temperatury: Kelvina, Celsjusza i Rankine’a.

Para nasycona (wilgotna, mokra)

Parametry pary nasyconej (wilgotnej) określa się na podstawie parametrów pary nasyconej i wody w stanie wrzenia podanych w tablicach, korzystając z poniższych równań:

- **objętość właściwa**

$$v = v'(1-x) + xv'' = v' + x(v'' - v') \quad (7.2)$$

- **entalpia właściwa**

$$h = h'(1-x) + xh'' = h' + x(h'' - h') = h' + xr \quad (7.3)$$

gdzie $r = h'' - h'$ – ciepło parowania, określające niezbędną ilość ciepła do zamiany przy stałym ciśnieniu 1 kg wody wrzącej na parę suchą nasyconą

$$h' = c_w t'$$

- **entropia właściwa:**

$$s = s'(1-x) + xs'' = s' + x(s'' - s') = s' + x \frac{r}{T} \quad (7.4)$$

$$s' = c_w \ln \frac{T_s}{273,15} \quad (7.5)$$

gdzie: v', h', s' – odpowiednio objętość właściwa, entalpia właściwa, entropia właściwa wody wrzącej,

v'', h'', s'' – odpowiednio: objętość właściwa, entalpia właściwa, entropia właściwa pary nasyconej suchej,

c_w – ciepło właściwe wody w stanie wrzenia.

Para przegrzana

Parametry pary przegrzanej są także podane w tablicach lub wykresach, w zależności od ciśnienia i temperatury.

Wartości energii wewnętrznej właściwej można określić dla każdego stanu pary z równania

$$u = h - pv \quad (7.6)$$

gdzie: u – energia wewnętrzna właściwa [kJ/kg], h – entalpia właściwa [kJ/kg],
 p – ciśnienie [Pa], v – objętość właściwa [m³/kg].

Wykresy dla pary wodnej

Parametry pary określa się na podstawie tablic lub korzysta się z wykresów. Podstawowe wykresy zmian parametrów pary: p , v , T zostały sporządzone w układach: $p - v$, $T - s$, $h - s$. Najczęściej w obliczeniach i przy rozwiązywaniu zadań z zakresu pary wodnej korzysta się z wykresu $h - s$.

7.2. Charakterystyczne przemiany pary nasyconej i przegrzanej

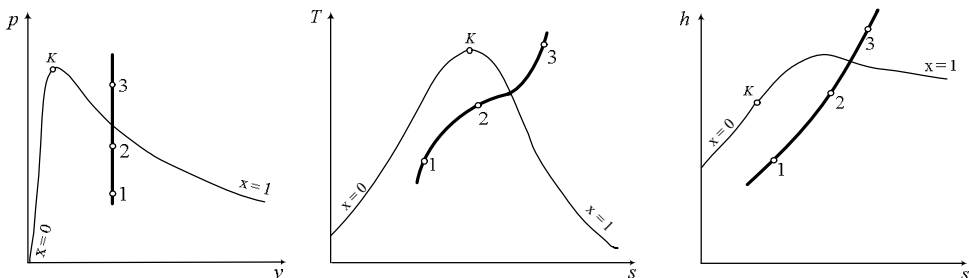
Przy określaniu parametrów pary wodnej posługujemy się głównie tablicami i wykresami. Bilans energii oblicza się, wykorzystując ogólne zależności termodynamiki, niezwiązane z równaniem stanu, a mianowicie:

- pierwszą zasadę termodynamiki w obu jej postaciach,
- drugą zasadę termodynamiki,
- matematyczne określenie pojęcia entalpii (równanie Gibbsa).

Obliczeń parametrów związanych ze zmianą stanu pary wodnej dokonuje się sposobem analitycznym lub graficznym. Często stosuje się obydwa te sposoby jednocześnie.

Wyznaczając parametry stanu i bilansując charakterystyczne przemiany pary nasyconej i przegrzanej, w każdym przypadku należy ustalić stan pary przed i po przemianie, co łatwo uczynić za pomocą wykresu, tablic dla pary wodnej lub specjalistycznych programów komputerowych.

7.2.1. Przemiana izochoryczna



Rys. 7.1. Przemiany izochoryczne pary wodnej

Określenie stopnia suchości x :

– *przypadek I* – stany brzegowe przemiany są parą nasyconą wilgotną:

$$\begin{aligned} v_1'' x_1 + (1 - x_1) v_1' &= v_2'' x_2 + (1 - x_2) v_2' \\ v_1' + x_1 (v_1'' - v_1') &= v_2' + x_2 (v_2'' - v_2') \end{aligned} \quad (7.7)$$

– *przypadek II* – jednym ze stanów brzegowych przemiany jest para nasycona, a drugim para przegrzana:

$$\begin{aligned} v_1'' x_1 + (1 - x_1) v_1' &= v_3 \\ v_1' + x_1 (v_1'' - v_1') &= v_3 \\ x_1 &= \frac{v_3 - v_1'}{v_1'' - v_1'} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Jednostkowa praca objętościowa przemiany $l_{1-2} = 0$

Ciepło jednostkowe przemiany:

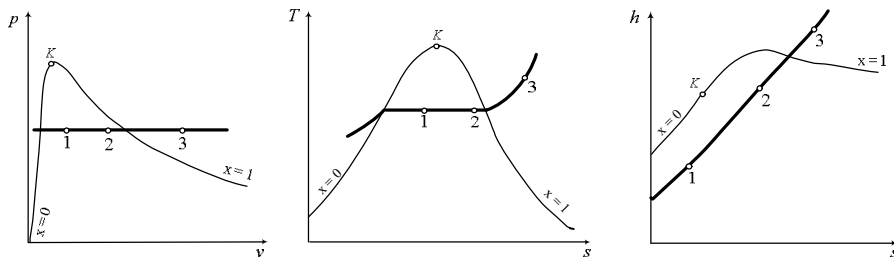
$$q_{1-2} = \Delta u_{1,2} = u_2 - u_1 \quad (7.9)$$

$$q_{1-2} = \Delta h_{1,2} + l_{t1-2} = h_2 - h_1 - v(p_2 - p_1)$$

Jednostkowa praca techniczna przemiany

$$l_{t1-2} = -v(p_2 - p_1) \quad (7.10)$$

7.2.2. Przemiana izobaryczna



Rys. 7.2. Przemiany izobaryczne pary wodnej

Określenie stopnia suchości x :

$$\begin{aligned} v_1 &= v'(1 - x_1) + x_1 v'' = v' + x_1 (v'' - v') \\ x_1 &= \frac{v_1 - v'}{v'' - v'} \end{aligned} \quad (7.11)$$

$$v_2 = v'(1 - x_2) + x_2 v'' = v' + x_2 (v'' - v') \quad (7.12)$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v'}{v'' - v'}$$

Przyrost energii wewnętrznej właściwej

$$\Delta u_{1,2} = q_{1-2} - l_{1-2} \quad (7.13)$$

Jednostkowa praca objętościowa przemiany

$$l_{1-2} = p(v_2 - v_1) \quad (7.14)$$

Ciepło jednostkowe przemiany (jednostkowe)

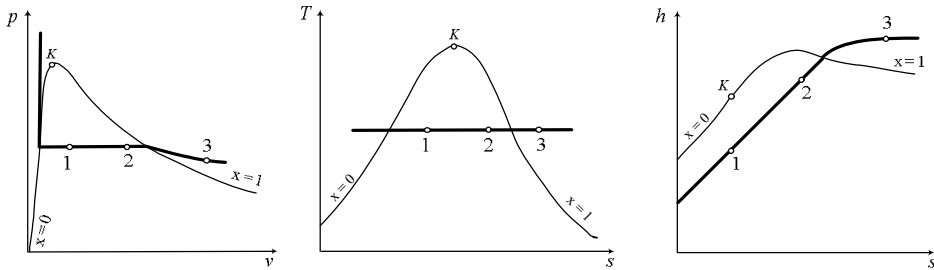
$$q_{1-2} = \Delta h_{1,2} = h_2 - h_1 \quad (7.15)$$

a jeśli przemiana zachodzi w obszarze pary nasyconej, słuszna jest zależność:

$$q_{1-2} = T(s_2 - s_1) \quad (7.16)$$

$$q_{1-2} = r(x_2 - x_1) \quad (7.17)$$

7.2.3. Przemiana izotermiczna



Rys. 7.3. Przemiany izotermiczne pary wodnej

Dla obszaru pary nasyconej słuszne są zależności wyprowadzone dla przemiany izobarycznej.

W obszarze pary przegrzanej dla obliczenia q , l , Δu stosuje się wzory:

– ciepło przemiany

$$q_{1-2} = T(s_2 - s_1) \quad (7.18)$$

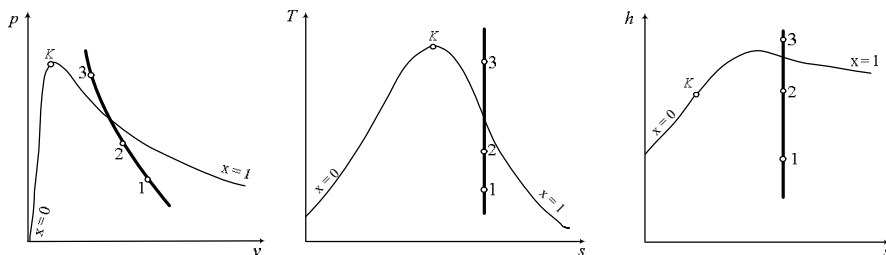
– jednostkowa praca objętościowa przemiany

$$l_{1-2} = q_{1-2} - \Delta u_{1,2} = T(s_2 - s_1) - \Delta u_{1,2} \quad (7.19)$$

– przyrost energii wewnętrznej

$$\Delta u_{1,2} = \Delta h_{1,2} - (p_2 v_2 - p_1 v_1) \quad (7.20)$$

7.2.4. Przemiana adiabatyczna (izentropowa)



Rys. 7.4. Przemiany izentropowe pary wodnej

Określenie stopnia suchości:

– *przypadek I* – stany brzegowe przemiany są parą nasyconą wilgotną

$$s'_1 + x_1 \frac{r_1}{T_1} = s'_2 + x_2 \frac{r_2}{T_2} \quad (7.21)$$

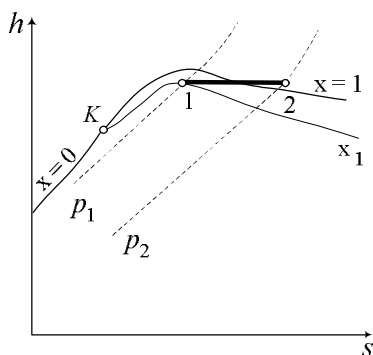
– *przypadek II* – jednym ze stanów brzegowych przemiany jest para nasyciona, a drugim para przegrzana

$$s_1 = s'_2 + x_2 \frac{r_2}{T_2} \quad \text{stąd} \quad x_2 = \frac{(s_1 - s'_2)T_2}{r_2} \quad (7.22)$$

Jednostkowa praca objętościowa przemiany $l_{1-2} = -\Delta u_{1,2}$

Jednostkowa praca techniczna przemiany $l_{t1-2} = -\Delta h_{1,2}$

7.2.5. Przemiana izentalpowego dławienia



Rys. 7.5. Izentalpowe dławienie pary wodnej

Przy dławieniu zakłada się, że wartość entalpii przed i po dławieniu pozostaje taka sama

$$h_1 = h_2$$

Na wykresie $h-s$ przemianę tę ilustruje się odcinkiem prostej równoległej do osi s łączącym stan pary przed i po dławieniu, które są rzeczywistymi stanami pary.

Tabela 7.1. Własności wrzącej wody i pary nasyconej suchej [1]

Ciśnienie p	Temperatura t	Objętość właściwa wody v'	Objętość właściwa pary v''	Entalpia właściwa wody h'	Entalpia właściwa pary h''	Ciepło parowa- nia r	Entropia właściwa wody s'	Entropia właściwa pary s''
MPa	°C	$\frac{\text{dm}^3}{\text{kg}}$	$\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$	$\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
0,001	6,92	1,0001	129,9	29,32	2513	2484	0,1054	8,975
0,003	24,10	1,0028	45,66	101,04	2545	2444	0,3546	8,576
0,005	32,88	1,0053	28,19	137,83	2561	2423	0,4761	8,393
0,01	45,84	1,0103	14,68	191,9	2584	2392	0,6492	8,149
0,02	60,08	1,0171	7,647	251,4	2609	2358	0,8321	7,907
0,03	69,12	1,0222	5,226	289,3	2625	2336	0,9441	7,769
0,04	75,88	1,0264	3,994	317,7	2636	2318	1,0261	7,670
0,05	81,35	1,0299	3,239	340,6	2645	2304	1,0910	7,593
0,06	85,95	1,0330	2,732	360,0	2653	2293	1,1453	7,531
0,07	89,97	1,0359	2,364	376,8	2660	2283	1,1918	7,479
0,08	93,52	1,0385	2,087	391,8	2665	2273	1,2330	7,434
0,09	96,72	1,0409	1,869	405,3	2670	2265	1,2696	7,394
0,10	99,64	1,0432	1,694	417,4	2675	2258	1,3026	7,360
0,2	120,23	1,0605	0,8854	504,8	2707	2202	1,5302	7,127
0,3	133,54	1,0733	0,6057	561,4	2725	2164	1,672	6,992
0,4	143,62	1,0836	0,4624	604,7	2738	2133	1,777	6,897
0,5	151,84	1,0927	0,3747	640,1	2749	2109	1,860	6,822
0,6	158,84	1,1007	0,3156	670,5	2757	2086	1,931	6,761
0,7	164,96	1,1081	0,2728	697,2	2764	2067	1,992	6,709
0,8	170,42	1,1149	0,2403	720,9	2769	2048	2,046	6,663
0,9	175,35	1,1213	0,2149	742,8	2774	2031	2,094	6,623
1,0	179,88	1,1273	0,1946	762,7	2778	2015	2,138	6,587
1,5	198,28	1,1539	0,1317	844,6	2792	1947	2,314	6,445
2,0	212,37	1,1766	0,09958	908,5	2799	1891	2,447	6,340
2,5	223,93	1,1972	0,07993	961,8	2802	1840	2,554	6,256
3,0	233,83	1,2163	0,06665	1008,3	2804	1796	2,646	6,186
4,0	250,33	1,2520	0,04977	1087,5	2801	1713	2,796	6,070
5,0	263,91	1,2857	0,03944	1154,4	2794	1640	2,921	5,973
6,0	275,56	1,3185	0,03243	1213,9	2785	1570,8	3,027	5,890
7,0	285,80	1,3510	0,02737	1267,4	2772	1504,9	3,122	5,814
8,0	294,98	1,3838	0,02352	1317,0	2758	1441,1	3,208	5,745
9,0	303,32	1,4174	0,02048	1363,7	2743	1379,3	3,287	5,678
10	310,96	1,4521	0,01803	1407,7	2725	1317,0	3,360	5,615
12	324,63	1,527	0,01426	1491,1	2685	1193,5	3,496	5,492
14	336,63	1,611	0,01149	1570,8	2638	1066,9	3,623	5,372
16	347,32	1,710	0,009318	1650	2582	932,0	3,746	5,247
18	356,96	1,837	0,007504	1732	2510	778,2	3,871	5,107
20	365,71	2,04	0,00585	1827	2410	583	4,015	4,928
22	373,70	2,73	0,00367	2016	2168	152	4,303	4,591
22,129	374,15	3,26	0,00326	2100	2100	0	4,430	4,430

ZADANIA

Zadanie 7.1

Dla określenia stanu termodynamicznego wilgotnej (inaczej mokrej albo nasyconej) pary wodnej o nadciśnieniu $p_n = 0,9$ MPa, płynącej rurociągiem, wprowadzono jej próbkę przez zawór dławiący pod powierzchnię wody, znajdującej się w naczyniu kalorymetru o znanej pojemności cieplnej ścian $C = m \cdot c = 5000$ J/K. Masa wody w kalorymetrze, przed wprowadzeniem próbki pary wynosiła $m_1 = 50$ kg, a jej temperatura $t_1 = 15^\circ\text{C}$. Próbką pary w kontakcie z wodą uległa skropleniu, zwiększając masę wody do $m_2 = 52$ kg i podwyższając temperaturę (przez oddanie ciepła skraplania) do poziomu $t_2 = 36^\circ\text{C}$. Zakładając, że nie wystąpiła wymiana ciepła z otoczeniem (proces był adiabatyczny), obliczyć entalpię pary, płynącej rurociągiem. Obliczyć stopień suchości pary x w rurociągu i jej objętość właściwą v . Sprawdzić uzyskany obliczeniowo wynik z wartością stopnia suchości odczytaną z wykresu $h-s$.

Rozwiązanie

Równanie różniczkowe bilansu energii dla układu otwartego „jednostronnie”

$$\delta Q = dU + p dV - h dm$$

można przekształcić do postaci zawierającej entalpię

$$\delta Q = dH - h dm \quad (a)$$

Wynika to z faktu, że proces można traktować jako odbywający się przy stałym ciśnieniu, zbliżonym do ciśnienia atmosferycznego. Jeśli zaniedbać ciśnienie hydrostatyczne słupa cieczy nad miejscem wypływu pary, to – po podstawieniu $\delta Q = 0$ i scałkowaniu w granicach od stanu 1 do stanu – otrzymuje się równanie różnicowe $h_p \cdot \Delta m = \Delta H$, w którym występuje zmiana masy $\Delta m = m_2 - m_1$ oraz zmiana entalpii ΔH układu (kalorymetru).

Zmiana entalpii ΔH wynika nie tylko ze zmiany entalpii ciekłej zawartości kalorymetru, ale także z istnienia pojemności cieplnej jego ścian:

$$\begin{aligned} \Delta H &= H_2 - H_1 = (H_{w2} + H_{sc2}) - (H_{w1} + H_{sc1}) \\ \Delta H &= H_{w2} - H_{w1} + \Delta H_{sc} = m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + C \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (b)$$

Podstawiając równanie (a) do (b), otrzymuje się entalpię właściwą pary dopływającej do układu

$$h_p = \frac{m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + C \cdot (t_2 - t_1)}{m_2 - m_1} = \frac{4395300 + 105000}{52 - 50} = 2250150 \text{ J/kg}$$

Zmiana entalpii ściany kalorymetru $C \cdot (t_2 - t_1) = 105000$ J okazała się niewielka w porównaniu do zmiany entalpii wody w kalorymetrze.

Z tego powodu pojemność ścian kalorymetru jest często pomijana w tego typu pomiarach.

Stopień suchości x pary wilgotnej jest względną długością odcinka (lub jego rzutu) łączącego punkt, reprezentujący stan pary wilgotnej z punktem reprezentującym stan cieczy wrzącej (dla tych samych: temperatury i ciśnienia) w stosunku do długości odcinka (lub jego rzutu) pomiędzy punktem reprezentującym stan pary suchej nasyconej i punktem reprezentującym stan cieczy wrzącej.

$$\text{Tak więc } x = \frac{h - h'}{h'' - h'} = \frac{2250150 - 762700}{r} = \frac{1487450}{2015000} = 0,74$$

gdzie wartości: h' , h'' , r odczytano z tablicy 7.1 dla wrzącej wody i pary nasyconej suchej przy ciśnieniu $p = 1 \text{ MPa}$.

Poszukiwana objętość właściwa pary w rurociągu wynosi

$$v = v' + x \cdot (v'' - v') = 1,1273 \cdot 10^{-3} + 0,74 \cdot (0,1946 - 1,1273 \cdot 10^{-3}) = 0,144 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Z wykresu $h - s$ dla pary wodnej odczytano $v \approx 0,15 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Zadanie 7.2

Para wodna w ilości 10 kg w temperaturze 140°C zajmuje objętość $5,0 \text{ m}^3$. Parę tę rozprężono izotermicznie, doprowadzając 5000 kJ ciepła. Określić jej parametry w obu stanach przemiany (p , v , T , h , s , x) oraz obliczyć pracę objętościową i techniczną, a także zmianę energii wewnętrznej. Zilustrować przebieg przemiany na wykresach o współrzędnych $p - v$, $T - s$ i $h - s$.

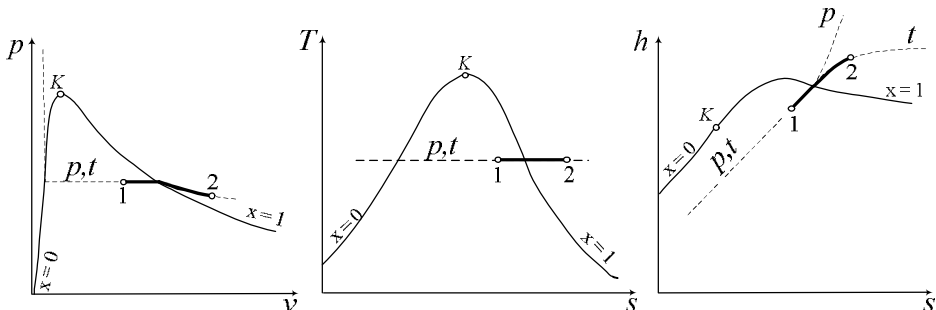
Rozwiązanie

Dysponując masą i objętością, określono objętość właściwą z zależności

$$v_1 = \frac{V}{m} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Z wykresu $h - s$ odczytano parametry pary w stanie 1 dla danych: $t_1 = 140^\circ\text{C}$ i $v_1 = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Parametr \ Stan	p MPa	v m^3/kg	t $^\circ\text{C}$	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,36	0,5	140	2620	6,67	0,95
2	0,054	3,5	140	2760	7,85	-



Dla przemiany izotermicznej $Q_{1-2} = mT\Delta s = mT(s_2 - s_1)$

a stąd $s_2 = s_1 + \frac{Q_{1-2}}{mT} = 6,67 + \frac{5000}{10 \cdot 413} = 7,88 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Z drugiej postaci IZT

$$L_{1-2} = Q_{1-2} - \Delta H_{1-2} = Q_{1-2} - m(h_2 - h_1) = 5000 - 10 \cdot (2764 - 2620) = 3440 \text{ kJ}$$

Zmiana energii wewnętrznej $\Delta U_{1,2} = m(u_2 - u_1)$. Z równania definicyjnego entalpii $u = h - pv$, stąd $\Delta U_{1,2} = m \cdot [(h_2 - h_1) - (p_2 v_2 - p_1 v_1)]$.

Podstawiając dane liczbowe

$$\Delta U_{1,2} = 10 \cdot [(2760 - 2620) - (0,054 \cdot 3,5 - 0,36 \cdot 0,5) \cdot 10^3] = 1580 \text{ kJ}$$

Z pierwszej postaci IZT:

$$L_{1-2} = Q_{1-2} - \Delta U_{1,2} = 5000 - 1580 = 3420 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = 5000 \text{ kJ} \quad \Delta U_{1,2} = 1580 \text{ kJ} \quad L_{1-2} = 3420 \text{ kJ}; \quad L_{1-2} = 3440 \text{ kJ}$$

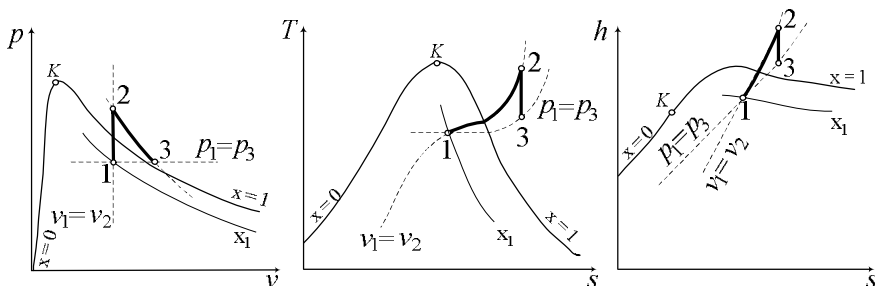
Zadanie 7.3

Parę wodną w ilości 5 kg o parametrach: $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i $x_1 = 0,93$ podgrzano izochorycznie w zbiorniku, powodując wzrost ciśnienia do $p_2 = 0,16 \text{ MPa}$, a następnie rozprężono izentropowo do ciśnienia początkowego. Określić parametry pary wodnej (p , v , t , h , s , x) w stanach krańcowych oraz obliczyć ciepło, pracę objętościową i pracę techniczną obu przemian. Narysować przebieg przemian w układach $p-v$, $T-s$, $h-s$.

Rozwiązanie

Z wykresu $h-s$ odczytano parametry pary w stanie 1 dla danych: $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i $x_1 = 0,93$, w stanie 2 dla danych: $p_2 = 0,16 \text{ MPa}$ i $v_2 = v_1$, a w stanie 3 dla danych: $p_3 = p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i $s_3 = s_2$.

parametr \ stan	p MPa	v m^3/kg	t $^{\circ}\text{C}$	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,1	1,6	100	2520	6,94	0,93
2	0,16	1,6	290	3050	7,94	-
3	0,1	2,3	225	2930	7,94	-



Bilans przemiany izochorycznej 1 – 2:

$$L_{1-2} = 0$$

$$L_{t1-2} = -mv(p_2 - p_1) = -5 \cdot 1,6 \cdot (0,16 - 0,1) \cdot 10^3 = -480 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = \Delta H_{1,2} + L_{t1-2} = m(h_2 - h_1) + L_{t1-2} = 5 \cdot (3050 - 2520) - 480 = 2180 \text{ kJ}$$

Bilans przemiany izentropowej 2 – 3:

$$Q_{2-3} = 0$$

$$L_{t2-3} = -\Delta H_{2,3} = -m(h_3 - h_2) = -5 \cdot (2930 - 3050) = 600 \text{ kJ}$$

$$L_{2-3} = -\Delta U_{2,3}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 3050 - 0,16 \cdot 10^3 \cdot 1,6 = 2790 \text{ kJ/kg}$$

$$u_3 = h_3 - p_3 v_3 = 2930 - 0,1 \cdot 10^3 \cdot 2,3 = 2700 \text{ kJ/kg}$$

$$L_{2-3} = -m(u_3 - u_2) - 5 \cdot (2700 - 2790) = 450 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = 2180 \text{ kJ}; \quad L_{1-2} = 0 \quad L_{t1-2} = -480 \text{ kJ} \quad Q_{2-3} = 0 \quad L_{2-3} = 470 \text{ kJ}$$

$$L_{t2-3} = 600 \text{ kJ}$$

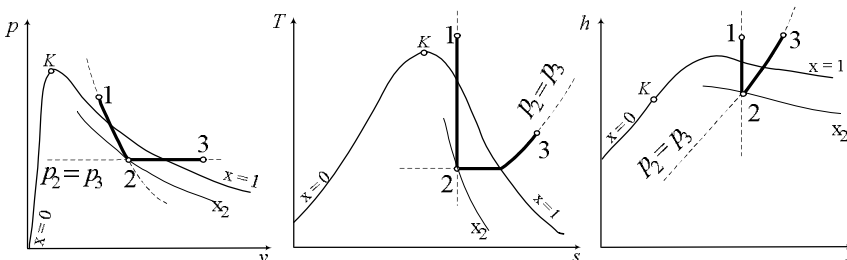
Zadanie 7.4

Parę wodną o parametrach początkowych $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i $t_1 = 390^\circ\text{C}$ zdławiono izentropowo do ciśnienia $0,03 \text{ MPa}$, a następnie ogrzano izobarycznie, dostarczając 472 kJ/kg ciepła. Określić parametry pary (p , v , t , h , s , x) w stanach charakterystycznych przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach w układach $h-s$, $p-v$ i $T-s$. Obliczyć jednostkową pracę objętościową i jednostkową pracę techniczną obu przemian.

Rozwiązanie

Z wykresu $h-s$ odczytano parametry pary w stanie 1 dla danych: $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i $t_1 = 390^\circ\text{C}$, w stanie 2 dla danych: $p_2 = 0,03 \text{ MPa}$ i $s_2 = s_1$, a w stanie 3 dla danych: obliczonego h_3 , $p_3 = p_2$.

parametr stan	p MPa	v m^3/kg	t $^\circ\text{C}$	h kJ/kg	s $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	x
1	0,1	0,3	390	3244	7,43	-
2	0,03	5	69	2508	7,43	0,95
3	0,03	8	250	2980	8,58	-



Bilans przemiany izentropowej 1 – 2:

$$l_{1-2} = -\Delta u_{1,2} = -(u_2 - u_1)$$

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 3244 - 1 \cdot 10^3 \cdot 0,3 = 2944 \text{ kJ/kg}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 2508 - 0,03 \cdot 10^3 \cdot 5 = 2358 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{1-2} = -(u_2 - u_1) = -(2358 - 2944) = 586 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{1-2} = -\Delta h_{1,2} = -(h_2 - h_1) = -(2508 - 3244) = 736 \text{ kJ/kg}$$

Określenie stanu 3:

$$q_{2-3} = \Delta h_{2,3} = h_3 - h_2 \quad h_3 = h_2 + q_{2-3} = 2508 + 472 = 2980 \text{ kJ/kg}$$

Bilans przemiany izobarycznej 2 – 3:

$$l_{2-3} = p_{2,3} \cdot (v_3 - v_2) = 0,03 \cdot 10^3 \cdot (8 - 5) = 90 \text{ kJ/kg} \quad l_{1-3} = 0$$

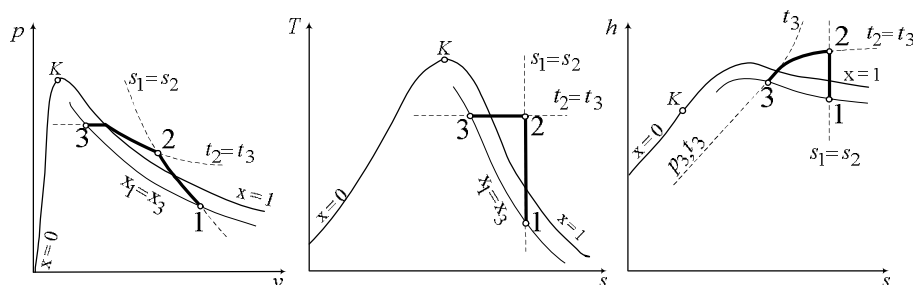
Zadanie 7.5

Para wodna o masie $m = 4 \text{ kg}$ i parametrach początkowych $x = 0,96$ i $p_1 = 0,005 \text{ MPa}$ została sprężona izentropowo do objętości właściwej $v_2 = 2,5 \text{ m}^3/\text{kg}$, a następnie również sprężona przy stałej temperaturze. Przyjmując, że stopień suchości pary na początku i na końcu procesu jest taki sam, określić parametry pary dla stanów pośrednich i stanu końcowego (p , v , t , h , s , x) oraz obliczyć ciepło, pracę i pracę techniczną dla obu przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach w układach $p-v$, $T-s$ i $h-s$.

Rozwiązanie

Z wykresu $h-s$ odczytano parametry pary w stanie 1 dla danych: $x_1 = 0,96$ i $p_1 = 0,005 \text{ MPa}$, w stanie 2 dla danych: $v_2 = 2,5 \text{ m}^3/\text{kg}$ i $s_2 = s_1$, a w stanie 3 dla danych: $t_3 = t_2$ i $x_3 = x_1$.

parametr \ stan	p MPa	v m^3/kg	t $^{\circ}\text{C}$	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,05	3,1	80	2550	7,33	0,96
2	0,5	0,5	265	2990	7,33	-
3	5,0	0,04	265	2730	5,84	0,96



Bilans przemiany izentropowej 1 – 2:

$$Q_{1-2} = 0$$

$$L_{t1-2} = -\Delta H_{1,2} = m(h_1 - h_2) = 4(2550 - 2990) = -1760 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{1,2} = m(u_2 - u_1)$$

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 2550 - 0,05 \cdot 10^3 \cdot 80 = 1450 \text{ kJ/kg}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 2990 - 0,5 \cdot 10^3 \cdot 0,5 = 2740 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta U_{1-2} = 4 \cdot (2740 - 1450) = 5160 \text{ kJ}$$

$$L_{1-2} = -\Delta U_{1,2} = -5160 \text{ kJ}$$

Bilans przemiany izotermicznej 2 – 3:

$$Q_{2-3} = mT(s_3 - s_2) = 4 \cdot 538 \cdot (5,84 - 7,33) = -3206 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{2,3} = m(u_3 - u_2)$$

$$u_3 = h_3 - p_3 v_3 = 2730 - 5 \cdot 10^3 \cdot 0,04 = 2530 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta U_{2,3} = m(u_3 - u_2) = 4 \cdot (2530 - 2740) = -840 \text{ kJ}$$

$$L_{2-3} = Q_{2-3} - \Delta U_{2,3} = -3206 - (-840) = -2366 \text{ kJ}$$

$$L_{t2-3} = Q_{2-3} - \Delta H_{2,3} = Q_{2-3} - m(h_3 - h_2) = -3206 - 4 \cdot (2730 - 2990) = -2166 \text{ kJ}$$

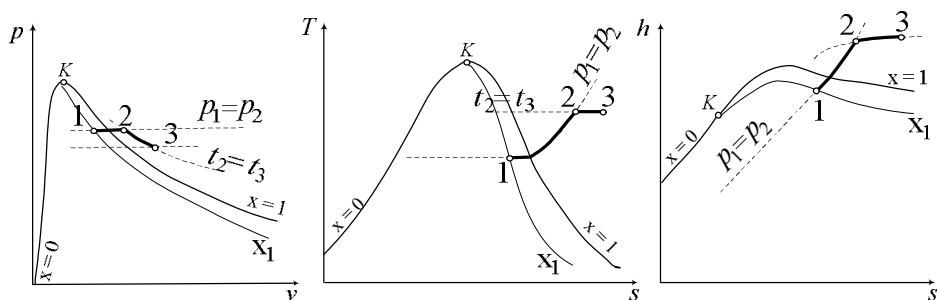
Zadanie 7.6

Parę wodną w ilości 2 kg pod ciśnieniem 0,07 MPa i $x = 0,85$ podgrzano do temperatury 210°C pod stałym ciśnieniem, a następnie izotermicznie rozprężono do ciśnienia 0,025 MPa. Określić parametry pary wodnej (p , v , t , h , s , x) w stanach krańcowych oraz obliczyć ciepło, pracę objętościową i pracę techniczną obu przemian. Narysować przebieg przemian w układach $p - v$, $T - s$, $h - s$.

Rozwiązanie

parametr stan	p MPa	v m ³ /kg	t °C	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,07	2,0	90	2320	6,55	0,85
2	0,07	3,0	210	2896	8,03	-
3	0,025	9,0	210	2900	8,52	-

Z wykresu $h - s$ odczytano parametry pary w stanie 1 dla danych: $x_1 = 0,85$ i $p_1 = 0,07$ MPa, w stanie 2 dla danych: $t_2 = 210^\circ\text{C}$ i $p_2 = p_1 = 0,07$ MPa, a w stanie 3 dla danych: $t_3 = t_2$ i $p_3 = 0,025$ MPa.



Bilans przemiany izobarycznej 1 – 2:

$$Q_{1-2} = \Delta H_{1,2} = m(h_2 - h_1) = 2 \cdot (2896 - 2320) = 1152 \text{ kJ}$$

$$L_{1-2} = mp_{1,2}(v_2 - v_1) = 2 \cdot 0,07 \cdot 10^3 \cdot (3 - 2) = 140 \text{ kJ}$$

$$L_{t1-2} = 0$$

Bilans przemiany izotermicznej 2 – 3:

$$Q_{2-3} = mT(s_3 - s_2) = 2 \cdot 483(8,52 - 8,03) = 473 \text{ kJ}$$

$$L_{2-3} = Q_{2-3} - m(u_3 - u_2)$$

$$L_{t2-3} = Q_{2-3} - m(h_3 - h_2) = 473 - 2(2900 - 2896) = 465 \text{ kJ}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 2896 - 0,07 \cdot 10^3 \cdot 2 = 2686 \text{ kJ/kg}$$

$$u_3 = h_3 - p_3 v_3 = 2900 - 0,025 \cdot 10^3 \cdot 9 = 2675 \text{ kJ/kg}$$

$$L_{2-3} = Q_{2-3} - m(u_3 - u_2) = 473 - 2(2675 - 2686) = 495 \text{ kJ}$$

Zadanie 7.7

Parę o ciśnieniu $p_1 = 5 \text{ MPa}$ i stopniu suchości $x = 0,95$ zdławiono do ciśnienia $p_2 = 1 \text{ bar}$. Określić: parametry pary po zdławieniu (p , t , h , s), przyrost entropii właściwej pary Δs . Pokazać przebieg przemiany w układzie $h - s$.

Rozwiązanie

Przemianę izentalpowego dławienia charakteryzuje równość entalpii przed i po zdławieniu $h_1 = h_2$. Tego typu zadania najwygodniej rozwiązywać za pomocą wykresu $h - s$.

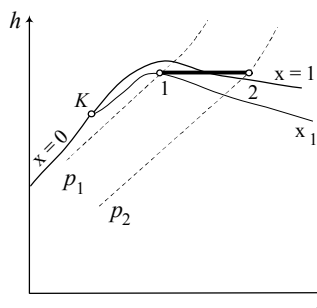
Z wykresu $h - s$ dla danych:

– w stanie 1: $p_1 = 10 \text{ MPa}$ i $x_1 = 0,90$, odczytano parametry pary $h_1 = 2712 \text{ kJ/kg}$

$$s_1 = 5,82 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

– w stanie 2 po zdławieniu do ciśnienia $p_2 = 1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa}$ $h_1 = h_2 = 2712 \text{ kJ/kg}$ odczytano: $s_2 = 6,06 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$

$$\Delta s_{1,2} = s_2 - s_1 = 6,06 - 5,82 = 0,24 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$



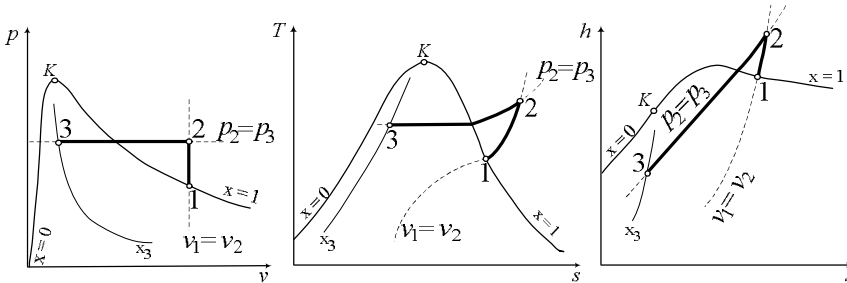
Zadanie 7.8

Parę suchą nasyconą w ilości 3 kg o temperaturze 130°C sprężono przy stałej objętości do ciśnienia 0,5 MPa, a następnie izobarycznie odprowadzono 6837 kJ ciepła. Określić parametry pary (p , v , T , h , s , x) w stanach skrajnych obu przemian. Obliczyć pracę techniczną obu przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach w układach: $p-v$, $T-s$ i $h-s$.

Rozwiązanie

Z wykresu $h-s$ odczytano parametry pary w stanie 1 dla danych: $x_1=1$ i $t_1=130^\circ\text{C}$, w stanie 2 dla danych: $p_2=0,5\text{MPa}$ i $v_2=v_1$, a w stanie 3 dla danych: $p_3=p_2$. Obliczamy h_3 i pozostałe parametry, wykorzystując dane z tabeli 7.1.

parametr stan	p MPa	v m^3/kg	t $^\circ\text{C}$	h kJ/kg	s $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	x
1	0,26	0,7	130	2724	7,04	1,0
2	0,5	0,7	500	3488	8,08	-
3	0,5	0,102	151,84	1209	3,2	0,27



Określenie stanu 3:

$$Q_{2-3} = m(h_3 - h_2) \quad h_3 = h_2 + \frac{Q_{2-3}}{m} = 3488 + \frac{-6837}{3} = 1209 \text{ kJ/kg}$$

Z tabeli 7.1 dla ciśnienia $p_3 = p_2 = 0,5 \text{ MPa}$ odczytano parametry:

- temperatura $t_3 = 151,84^\circ\text{C}$
- objętość właściwa wody $v_3' = 1,0927 \text{ dm}^3/\text{kg}$
- objętość właściwa pary $v_3'' = 0,3747 \text{ m}^3/\text{kg}$
- entalpia właściwa wody $h_3' = 640,1 \text{ kJ/kg}$
- entalpia właściwa pary $h_3'' = 2749 \text{ kJ/kg}$
- entropia właściwa wody $s_3' = 1,860 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
- entropia właściwa pary $s_3'' = 6,822 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Pozostałe parametry stanu 3:

$$s_3 = s_3' + x_3(s_3'' - s_3') = 1,860 + 0,27 \cdot (6,822 - 1,860) = 3,2 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

$$v_3 = v_3' + x_3(v_3'' - v_3') = 1,0927 \cdot 10^{-3} + 0,27 \cdot (0,3747 - 1,0927 \cdot 10^{-3}) = 0,102 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Praca techniczna:

$$L_{t1-2} = -m \cdot v_{1,2} \cdot (p_2 - p_1) = -3 \cdot 0,7 \cdot (0,5 - 0,26) \cdot 10^3 = -504 \text{ kJ} \quad L_{t2-3} = 0$$

Zadanie 7.9

Para wodna pod ciśnieniem $p_1 = 0,01 \text{ MPa}$ i o $x_1 = 0,22$ została izochorycznie podgrzana. Ciśnienie pary w zbiorniku wzrosło do $p_2 = 0,02 \text{ MPa}$. Następnie doprowadzono parę izobarycznie do stanu pary suchej nasyconej. Określić parametry pary wodnej (p , v , t , h , s , x) w stanach krańcowych oraz obliczyć ciepło jednostkowe, jednostkową pracę objętościową i jednostkową pracę techniczną obu przemian. Narysować przebieg przemian w układach $p-v$, $T-s$, $h-s$.

*Rozwiązanie*Z tabeli 7.1 dla ciśnienia $p_1 = 0,01 \text{ MPa}$ odczytano parametry:temperatura $t_1 = 45,84^\circ\text{C}$

$$v_1' = 1,0103 \text{ dm}^3/\text{kg}$$

$$v_1'' = 14,68 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1' = 191,9 \text{ kJ/kg}$$

$$h_1'' = 2584 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1' = 0,6492 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$s_1'' = 8,149 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

Parametry pary w stanie 1:

$$v_1 = v_1' + x_1(v_1'' - v_1') = 1,0103 \cdot 10^{-3} + 0,22 \cdot (14,68 - 1,0103 \cdot 10^{-3}) = 3,23 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = h_1' + x_1(h_1'' - h_1') = 191,9 + 0,22 \cdot (2584 - 191,9) = 718 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = s_1' + x_1(s_1'' - s_1') = 0,6492 + 0,22 \cdot (8,149 - 0,6492) = 2,3 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

Z tabeli 7.1 dla ciśnienia $p_2 = 0,02 \text{ MPa}$ odczytano parametry:temperatura $t_2 = 60,08^\circ\text{C}$

$$v_2' = 1,0171 \text{ dm}^3/\text{kg}$$

$$v_2'' = 7,647 \text{ m}^3/\text{kg}$$

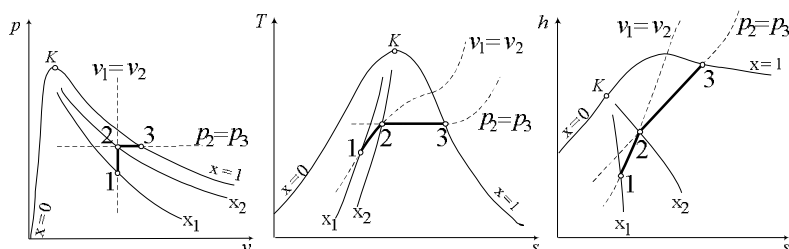
$$h_2' = 251,4 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2'' = 2609 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2' = 0,8321 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$s_2'' = 7,907 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

parametr stan	p MPa	v m^3/kg	t $^\circ\text{C}$	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,01	3,23	45,84	718	2,3	0,22
2	0,02	3,23	60,08	1241,6	3,8	0,42
3	0,02	7,8	60,08	2612	7,91	1,0



Parametry pary w stanie 2:

$$v_2 = v_2' + x_2(v_2'' - v_2') \quad x_2 = \frac{v_2 - v_2'}{v_2'' - v_2'} = \frac{3,2 - 1,0171 \cdot 10^{-3}}{7,647 - 1,0171 \cdot 10^{-3}} = 0,42$$

$$h_2 = h_2' + x_2(h_2'' - h_2') = 251,4 + 0,42 \cdot (2609 - 251,4) = 1241,6 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2 = s_2' + x_2(s_2'' - s_2') = 0,8321 + 0,42 \cdot (7,907 - 0,8321) = 3,8 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

Bilans przemiany izochorycznej 1 – 2:

$$l_{1-2} = 0 \quad l_{11-2} = -v_{1,2} \cdot (p_2 - p_1) = -3,23 \cdot (0,02 - 0,01) \cdot 10^3 = -32,3 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{1-2} = \Delta h_{1,2} + l_{11-2} = h_2 - h_1 + l_{11-2} = 1241,6 - 718 + (-32,3) = 491,3 \text{ kJ/kg}$$

Bilans przemiany izobarycznej 2 – 3:

$$l_{12-3} = 0 \quad l_{2-3} = p_{2,3} \cdot (v_3 - v_2) = 0,02 \cdot 10^3 \cdot (7,8 - 3,23) = 91,4 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{2-3} = \Delta h_{2,3} = h_3 - h_2 = 2612 - 1241,6 = 1370,4 \text{ kJ/kg}$$

Zadanie 7.10

Wodę pod ciśnieniem 0,1 MPa ogrzano izobarycznie od temperatury 20°C do 200°C. Obliczyć dostarczone ciepło jednostkowe. Określić ile ciepła zużyto na podgrzanie wody do temperatury wrzenia, odparowanie i przegrzanie otrzymanej pary, określić udziały.

Rozwiązanie

dla $t_1 = 20^\circ\text{C}$ $h_1 = 83,9 \text{ kJ/kg}$ (wielkość z tablic)

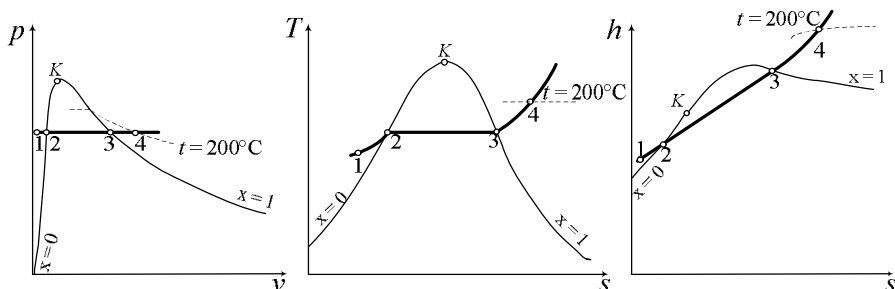
lub obliczając $h_1 = c_w \cdot t_1 = 4,19 \cdot 20 = 83,9 \text{ kJ/kg}$

dla $t_2 = 100^\circ\text{C}$ $h_2 = h' = 417,4 \text{ kJ/kg}$ (wielkość z tabeli 7.1)

dla $t_3 = 100^\circ\text{C}$ $h_3 = h'' = 2675 \text{ kJ/kg}$ (wielkość z tabeli 7.1 lub z wykresu)

dla $t_4 = 200^\circ\text{C}$ $h_4 = 2875 \text{ kJ/kg}$ (wielkość z tabeli 7.1 lub z wykresu)

parametr \ stan	p MPa	t °C	h kJ/kg	x
1	0,1	20	83,9	-
2	0,1	100	417,4	0
3	0,1	100	2675	1
4	0,1	200	2875	-



Dla przemiany izobarycznej $l_i = 0$ czyli $q = \Delta h$

Ciepło jednostkowe do podgrzania wody od temperatury 20°C do 100°C:

$$q_{1-2} = h_2 - h_1 = h' - h_1 = 417,4 - 83,9 = 333,5 \text{ kJ/kg}$$

Ciepło jednostkowe do odparowania wody

$$q_{2-3} = h_3 - h_2 = h'' - h' = r = 2675 - 417,4 = 2257,6 \text{ kJ/kg}$$

Ciepło do przegrzania pary $q_{3-4} = h_4 - h_3 = h_4 - h'' = 2875 - 2675 = 200 \text{ kJ/kg}$

Sumaryczne ciepło jednostkowe potrzebne do otrzymania pary przegrzanej

$$q_{1-4} = q_{1-2} + q_{2-3} + q_{3-4} = 333,5 + 2257,6 + 200 = 2791,1 \text{ kJ/kg}$$

Udziały ciepła potrzebnego do:

$$- \text{ podgrzania wody} - \frac{q_{1-2}}{q_{1-4}} = \frac{333,5}{2791,1} = 0,12$$

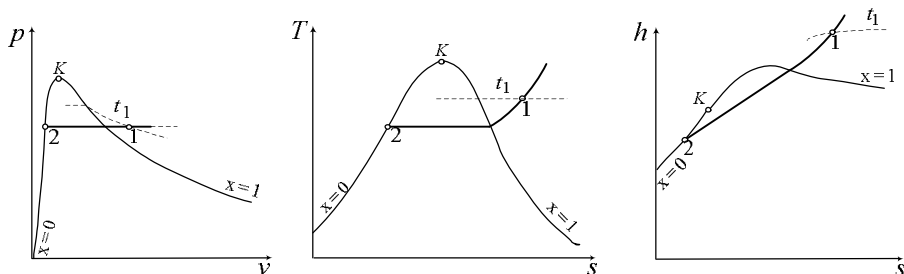
$$- \text{ odparowania wody} - \frac{q_{2-3}}{q_{1-4}} = \frac{2257,6}{2791,1} = 0,81$$

$$- \text{ przegrzania pary} - \frac{q_{3-4}}{q_{1-4}} = \frac{200}{2791,1} = 0,07$$

Zadanie 7.11

W skraplaczu skroplono parę wodną pod ciśnieniem atmosferycznym 0,1 MPa i w temperaturze początkowej 400°C, otrzymując 5 m³ wody. Obliczyć, ile ciepła zostało odebrane oraz ile m³ pary skroplono. Określić parametry pary (p , v , T , h , s , x) w stanach skrajnych przemiany. Narysować przebieg przemiany na wykresach w układach: $p-v$, $T-s$ i $h-s$.

Rozwiązanie



parametr stan	p MPa	v m ³ /kg	t °C	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,1	3,1	400	3284	8,54	-
2	0,1	1,0432	99,64	417,4	1,3026	0

Masa 5 m³ wody wynosi $m = \frac{V}{v_2} = \frac{5000}{1,0432} = 4793 \text{ kg}$

Objętość pary wodnej, którą skroplono $V = mv_1 = 4793 \cdot 3 = 14379 \text{ m}^3$

Ciepło przemiany: $q_{1-2} = h_2 - h_1 = 3284 - 417,4 = 2866,6 \text{ kJ/kg}$

$Q_{1-2} = mq_{1-2} = 4793 \cdot 2866,6 = 13739614 \text{ kJ} = 13,7 \text{ GJ}$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 7.12

Para wodna pod ciśnieniem 0,01 MPa i temperaturze 120°C zajmuje objętość 54 m³. Parę tę schłodzono pod stałym ciśnieniem, odprowadzając 1716 kJ ciepła, po czym ogrzano przy stałej objętości do temperatury 375°C. Określić parametry pary (p , v , T , h , s , x) w stanach skrajnych obu przemian. Obliczyć pracę objętościową, techniczną i ciepło przemian. Narysować przebieg przemian na wykresach $p-v$, $T-s$ i $h-s$.

Odpowiedź:

Parametr Stan	p MPa	v m ³ /kg	t °C	h kJ/kg	s kJ/(kg·K)	x
1	0,01	18	120	2728	8,53	-
2	0,01	12	48	2156	6,81	0,82
3	0,025	12	375	3232	9,10	-

$$L_{1-2} = -180 \text{ kJ} \quad L_{t1-2} = 0 \quad L_{2-3} = 0 \quad L_{t2-3} = -540 \text{ kJ} \quad Q_{2-3} = 2688 \text{ kJ}$$

Zadanie 7.13

Para wodna przegrzana o masie $m = 5 \text{ kg}$ rozpręża się izentropowo, wykonując jednostkową pracę techniczną $l_{t1-2} = 200 \text{ kJ/kg}$, osiągając stan pary mokrej o objętości $V_2 = 2,25 \text{ m}^3$ i stopniu suchości $x_2 = 0,96$. Parę tę poddano przemianie izotermicznej do stanu, który uzyskano kosztem wykonanej pracy objętościowej 200 kJ, po której para jest nadal parą wilgotną. Na końcu parę sprężono izentropowo, wykonując jednostkową pracę techniczną 400 kJ/kg. Określić parametry pary w stanach pośrednich i w stanie końcowym (p , v , t , h , s , x). Obliczyć sumaryczną pracę techniczną i łączną ilość ciepła. Narysować przebieg przemian na wykresach $p-v$, $T-s$ i $h-s$.

Odpowiedź:

parametr stan	p MPa	v m^3/kg	t $^{\circ}\text{C}$	h kJ/kg	s $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	x
1	1,1	0,19	212	2856	6,71	-
2	0,4	0,45	145	2656	6,71	0,96
3	0,4	0,35	145	2232	5,68	0,76
4	35	0,0075	510	3055	5,68	-

$$L_{t1-4} = -1000 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-4} = -2155 \text{ kJ}$$

Zadanie 7.14

Parę wodną o parametrach początkowych: $p_1 = 7 \text{ bar}$ i $v_1 = 0,25 \text{ m}^3/\text{kg}$ poddano następującym przemianom:

- dostarczono 700 kJ/kg ciepła przy stałej temperaturze,
- rozprężono izentropowo do ciśnienia $0,05 \text{ bar}$,
- izobarycznie odprowadzono ciepło tak, że przyrost entropii tej przemiany był równy co do wartości bezwzględnej przyrostowi entropii przemiany izotermicznej.

Określić parametry pary (p , v , t , h , s , x) w stanach charakterystycznych przemian. Przedstawić przebieg przemian na wykresach w układach: $h - s$, $p - v$ i $T - s$. Obliczyć jednostkową pracę techniczną wszystkich przemian.

Odpowiedź:

parametr stan	p MPa	v m^3/kg	t $^{\circ}\text{C}$	h kJ/kg	s $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	x
1	0,6	0,3	160	2636	6,48	0,94
2	0,04	5	160	2804	8,09	-
3	0,005	30	33	2472	8,09	0,96
4	0,005	27	33	2468	6,48	0,76

$$l_{t1-2} = 532 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{t2-3} = 332 \text{ kJ/kg}$$

$$l_{t3-4} = 0.$$

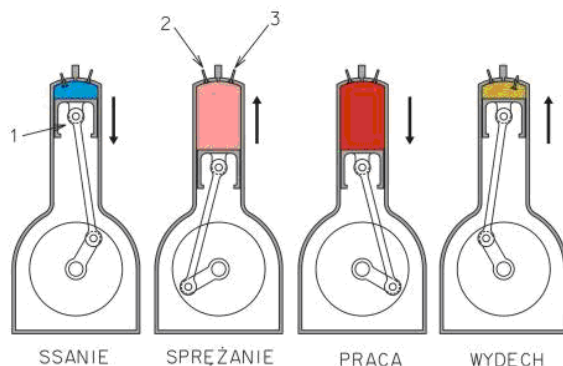
8. OBIEGI TERMODYNAMICZNE

8.1. Teoretyczne obiegi silników gazowych

Teoretyczny obieg silnika gazowego można określić jako powtarzający się cyklicznie zbiór następujących po sobie przemian czynnika gazowego, po dokonaniu których czynnik powraca do stanu początkowego. Ciepło doprowadzone do czynnika w czasie trwania jednego obiegu jest przekazywane do otoczenia częściowo jako praca, a częściowo jako ciepło odprowadzone.

W cylindrze silnika spalinowego jest sprężany zasysany czynnik gazowy (często jest nim powietrze zasysane z otoczenia). W wyniku sprężania uzyskuje się wzrost ciśnienia i temperatury czynnika (poza sprężaniem izotermicznym). Do sprężonego czynnika, podczas spalania, doprowadzane jest ciepło, a następnie jest on rozprężany w cylindrze z ruchomym tłokiem. W wyniku rozprężania uzyskiwana jest praca.

Przykład działania silnika spalinowego z zapłonem iskrowym (obieg Otto) został przedstawiony na rys. 8.1.



Rys. 8.1. Fazy działania czterosurowego silnika spalinowego o spalaniu wewnętrznym

Silnik czterosurowy – kolejne fazy działania to:

- wpływ powietrza lub mieszanki paliwowo-powietrznej,
- sprężanie,
- praca,
- wydmuch spalin.

Pełny cykl obejmuje dwa obroty wału korbowego, co odpowiada czterem ruchom posuwisto-zwrotnym tłoka w cyklu roboczym.

	$\eta_{tC} = 1 - \frac{T_0}{T}$
Obieg Carnota	
	$\eta_{tJB} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$ $\varepsilon = \frac{v_2}{v_1}, \quad \pi = \frac{p_2}{p_1}$
Obieg Joule'a-Braytona	
	$\eta_{tO} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} =$ $= 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$ $\varepsilon = \frac{v_2}{v_1}, \quad \pi = \frac{p_2}{p_1}$
Obieg Otto	
	$\eta_{tD} = 1 - \frac{1}{\kappa \varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\varphi^{\kappa} - 1}{\varphi - 1}$ $\varepsilon = \frac{v_2}{v_1}, \quad \varphi = \frac{v_3}{v_2}$
Obieg Diesla	
	$\eta_{tS} =$ $= 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\alpha \varphi^{\kappa} - 1}{\alpha - 1 + \alpha \kappa (\varphi - 1)}$ $\varepsilon = \frac{v_2}{v_1}, \quad \alpha = \frac{p_3}{p_2}, \quad \varphi = \frac{v_4}{v_3}$
Obieg Sabathe'a-Seiligera	

Rys. 8.2. Teoretyczne obiegi silnikowe

Zatem obieg, w którym część doprowadzonego ciepła zostaje zamieniona na pracę, oddawaną na zewnątrz układu, jest nazywany obiegiem silnikowym, a kierunek zachodzących przemian jest zgodny z ruchem wskazówek zegara. W związku z tym taki obieg nazywamy również obiegiem „w prawo” lub „wprzód”.

Sprawność teoretyczna obiegu silnikowego jest wyrażona stosunkiem jednostkowej pracy obiegu l_{ob} do jednostkowego ciepła doprowadzonego q_{dop}

$$\eta_t = \frac{l_{ob}}{q_{dop}} \quad (8.1)$$

Jednostkowa praca wykonywana w trakcie jednego obiegu

$$l_{ob} = q_{ob} = q_{dop} + q_{odp} \quad (8.2)$$

wynika z różnicy pomiędzy ciepłem doprowadzonym i wartością bezwzględną ciepła odprowadzonego.

Można wykazać, że praca wykonana przez silnik podczas jednego obiegu (cyklu) równa jest polu zamkniętemu przez przemiany obiegu w układzie $p - v$ lub $T - s$. Wielkość tego pola można obliczyć przez sumowanie (z uwzględnieniem znaków + lub -) wartości jednostkowych prac technicznych l_i , objętościowych l lub ciepła jednostkowego q w poszczególnych przemianach

$$l_{ob} = \sum_i l_i = \sum_i l_{t_i} = \sum_i q_i \quad (8.3)$$

gdzie i oznacza kolejne przemiany.

Moc teoretyczna N_t jest mocą silnika, który realizowałby teoretyczny obieg porównawczy silnika spalinowego

$$N_t = \eta_t \cdot \dot{Q}_o = \eta_t \cdot \dot{m}_{pal} \cdot Q_w \quad (8.4)$$

gdzie: $\dot{Q}_o$ – moc cieplna uzyskiwana ze spalania paliwa, czyli dostarczony strumień ciepła,

$\dot{m}_{pal}$ – strumień masy paliwa zużywanego w jednostce czasu, kg/s,

Q_w – wartość opałowa paliwa, kJ/kg.

Sprawność ogólna η_o jest miarą wykorzystania energii zawartej w paliwie i wyraża ją stosunek mocy użytecznej do mocy cieplnej doprowadzonej do silnika

$$\eta_o = \eta_i \cdot \eta_m \cdot \eta_t = \frac{N_u}{\dot{Q}_o} \quad (8.5)$$

gdzie **sprawność indykowana** η_i jest stosunkiem mocy indykowanej N_i do mocy teoretycznej N_t

$$\eta_i = \frac{N_i}{N_t} = \frac{N_i}{\eta_t \cdot \dot{Q}_o} \quad (8.6)$$

Sprawność mechaniczna η_m jest miarą strat mechanicznych spowodowanych tarcieniem i napędem urządzeń pomocniczych

$$\eta_m = \frac{N_u}{N_i} \quad (8.7)$$

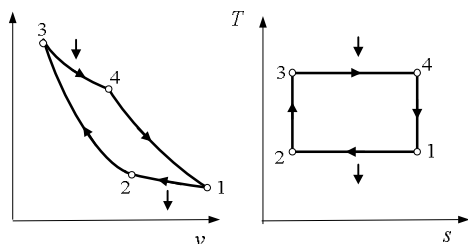
ZADANIA

Zadanie 8.1

Czynnikiem roboczym w teoretycznym silniku, realizującym obieg Carnota, jest powietrze ($R = 287 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, $c_p = 1004,5 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$). Najniższa temperatura czynnika w obiegu wynosi 310 K . Ciśnienie początkowe (najniższe) wynosi $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$, sprawność silnika $\eta = 0,65$, a stopień sprężania izotermicznego $\varepsilon = 4,6$. Obliczyć: parametry w stanach charakterystycznych obiegu i sporządzić formularz obiegu, ciepło jednostkowe potrzebne do jego realizacji i pracę jednostkową obiegu. Naszkicować obieg w układach o współrzędnych: $p - v$ i $T - s$.

Rozwiązanie

$$T_1 = T_2 = T_0 = 310 \text{ K} \quad T_3 = T_4 = T$$



stan	1	2	3	4
parametr				
$p \text{ [MPa]}$	0,1	0,461	12,68	2,68
$v \text{ [m}^3\text{/kg]}$	0,89	0,193	0,018	0,085
$T \text{ [K]}$	310	310	795	795

Z równania stanu gazu doskonałego

$$v_1 = \frac{R T_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 310}{0,1 \cdot 10^6} = 0,89 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Temperaturę $T_1 = T_3$ można wyznaczyć ze sprawności obiegu Carnota

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{T_0}{T} \quad T_3 = T_1 = T = \frac{T_0}{1 - \eta} = \frac{310}{1 - 0,61} = 795 \text{ K}$$

Wykorzystując stopień sprężania $\varepsilon = 4,6$

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,89}{4,6} = 0,193 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{287 \cdot 310}{0,193} = 0,461 \text{ MPa}$$

Przemiana 4 – 1 jest adiabatą odwracalną (izentropą), a więc

$$T_1 v_1^{\kappa-1} = T_4 v_4^{\kappa-1} \quad \left(\frac{v_4}{v_1} \right)^{\kappa-1} = \frac{T_1}{T_4}$$

Po wyznaczeniu $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R} = \frac{1004,5}{1004,5 - 287} = 1,4$ obliczono v_3

$$v_3 = v_4 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 0,89 \left(\frac{310}{795} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 0,085 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$p_4 = \frac{RT_4}{v_4} = \frac{287 \cdot 795}{0,085} = 2,68 \text{ MPa}$$

Dla adiabaty odwracalnej 2 – 3 (izentropy) $T_2 v_2^{\kappa-1} = T_3 v_3^{\kappa-1}$ i stąd

$$\left(\frac{v_3}{v_2} \right)^{\kappa-1} = \frac{T_2}{T_3} \quad v_3 = v_2 \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 0,193 \left(\frac{310}{795} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 0,018 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$p_3 = \frac{RT_3}{v_3} = \frac{287 \cdot 795}{0,018} = 12,68 \text{ MPa}$$

Ciepło jednostkowe potrzebne do realizacji obiegu oblicza się z zależności dla przemiany izotermicznej 3 – 4

$$q_{dop} = RT \ln \frac{v_4}{v_3} = 287 \cdot 795 \cdot \ln \frac{0,085}{0,018} = 354176 \text{ J}$$

Zaś ciepło jednostkowe odprowadzonego w trakcie przemiany 3 – 4 wynosi

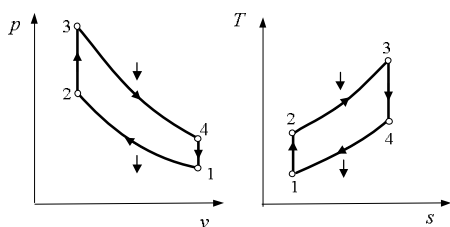
$$q_{odp} = RT_0 \ln \frac{v_2}{v_1} = 287 \cdot 310 \cdot \ln \frac{0,193}{0,89} = -135993 \text{ J}$$

Praca jednostkowa obiegu

$$l_{ob} = q_{dop} + q_{odp} = 354176 - 135993 = 218183 \text{ J} \cong 218,2 \text{ kJ}$$

Zadanie 8.2

Teoretyczny silnik realizuje obieg Otto. Parametry na ssaniu wynoszą $p_1 = 0,1$ MPa i $T_0 = 303$ K, zaś maksymalna temperatura obiegu 680 K. Zakładając parametry mieszanki, traktowanej jako gaz doskonały ($R = 0,32$ kJ/(kg·K) i $\kappa = 1,38$), obliczyć: brakujące parametry w stanach charakterystycznych obiegu, wymienione ciepła jednostkowe, pracę jednostkową obiegu oraz jego sprawność. Obliczyć także sprawność obiegu Carnota, który pracowałby między skrajnymi temperaturami obiegu Otto, gdy praca jednostkowa będzie maksymalna. Naskicować wykresy obiegu w układach o współrzędnych: $p - v$ i $T - s$.

Rozwiązanie

stan	1	2	3	4
parametr				
p [MPa]	0,1	0,435	0,651	0,15
v [m ³ /kg]	0,97	0,334	0,334	0,97
T [K]	303	454	680	455

Objętość właściwą zasysanego czynnika oblicza się z równania stanu gazu doskonałego

$$v_1 = \frac{R T_1}{p_1} = \frac{320 \cdot 303}{0,1 \cdot 10^6} = 0,97 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Dla obiegu Otto: $v_2 = v_3 = 0,879 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$, praca teoretyczna obiegu: $l_t = l_{1-2} + l_{3-4}$,

a jednostkowe prace izentropowego sprężania i rozprężania wynoszą odpowiednio:

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-\kappa} \right] = \frac{R T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-\kappa} \right]$$

$$l_{3-4} = \frac{p_3 v_3}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_4}{v_3} \right)^{1-\kappa} \right] = \frac{R T_3}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_4}{v_3} \right)^{1-\kappa} \right]$$

Oznaczając: $v_1 = v_4 = v$, $v_2 = v_3 = v_0$, $T_1 = T_0$ i $T_3 = T_{\max} = T$, $\varepsilon = \frac{v}{v_0}$ równanie

na jednostkową pracę sprężania l_{1-2} można zapisać w postaci

$$l_{1-2} = \frac{R T_0}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{1-\kappa} \right],$$

a na jednostkową pracę rozprężania l_{3-4}

$$l_{3-4} = \frac{RT}{\kappa - 1} \left[1 - (\varepsilon)^{1-\kappa} \right]$$

Po zsumowaniu otrzymuje się

$$l_{ob} = \frac{RT_0}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{1-\kappa} \right] + \frac{RT}{\kappa - 1} \left[1 - (\varepsilon)^{1-\kappa} \right]$$

Maksymalną pracę jednostkową obiegu uzyska się, gdy $\frac{dl_{ob}}{d\varepsilon} = 0$, a więc

$$\frac{dl_{ob}}{d\varepsilon} = \frac{RT_0}{\kappa - 1} (\kappa - 1) (-1) \varepsilon^{\kappa-2} + \frac{RT}{\kappa - 1} (1 - \kappa) (-1) \varepsilon^{1-\kappa-1} = 0$$

Porządkując

$$\frac{T_0}{\kappa - 1} (1 - \kappa) \varepsilon^{\kappa-2} + T \varepsilon^{-\kappa} = 0$$

Stąd

$$\varepsilon = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2(\kappa-1)}} = \left(\frac{680}{303} \right)^{\frac{1}{2(1,38-1)}} = 2,9$$

Zatem

$$v_0 = v_2 = v_3 = \frac{v}{\varepsilon} = \frac{0,97}{2,9} = 0,334 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{320 \cdot 680}{0,334} = 651497 \text{ Pa} \approx 0,651 \text{ MPa}$$

Z równania izentropy 1 – 2 $p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = p_1 \varepsilon^\kappa = 0,1 \cdot 2,9^{1,38} = 0,435 \text{ MPa}$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{0,435 \cdot 10^6 \cdot 0,334}{320} = 454 \text{ K}$$

Z równania izentropy rozprężania 3 – 4 $p_3 v_3^\kappa = p_4 v_4^\kappa$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\kappa = \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^\kappa = 0,651 \frac{1}{2,9^{1,38}} = 0,15 \text{ MPa}$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = \frac{0,15 \cdot 10^6 \cdot 0,97}{320} = 455 \text{ K}$$

Po uwzględnieniu, że

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{320}{1,38 - 1} = 842 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

dostarczone ciepło jednostkowe

$$q_{2-3} = q_{dop} = c_v (T_3 - T_2) = 0,842(680 - 454) = 190,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowe ciepło odprowadzone

$$q_{4-1} = q_{odp} = c_v (T_1 - T_4) = 0,833 \cdot (303 - 455) = -126,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowa praca obiegu

$$l_{ob} = q_{dop} + q_{odp} = 190,3 - 126,6 = 63,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Sprawność obiegu Otto

$$\eta_o = \frac{l_{ob}}{q_{dop}} = \frac{63,7}{190,3} = 0,335$$

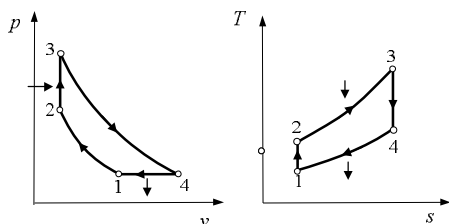
Sprawność obiegu Carnota, pracującego między skrajnymi temperaturami obiegu Otto, wynosi

$$\eta_c = 1 - \frac{T_0}{T} = 1 - \frac{303}{680} = 0,554$$

Zadanie 8.3

Silnik powietrzny realizuje obieg Humphreya. Najwyższa temperatura obiegu wynosi 1600 K, zaś najniższe ciśnienie 1 bar. Izentropowe sprężanie wykonano kosztem 450 kJ/kg pracy, zaś w trakcie izochorycznego sprężania dostarczono 350 kJ/kg ciepła. Obliczyć: parametry powietrza w punktach charakterystycznych obiegu, jednostkową pracę rozprężania izentropowego, jednostkowe ciepło odprowadzone podczas przemiany izobarycznej oraz sprawność obiegu.

Rozwiązanie



stan \ parametr	1	2	3	4
p [MPa]	0,1	1,825	2,624	0,1
v [m ³ /kg]	1,392	0,175	0,175	1,804
T [K]	485	1112	1600	629

Praca jednostkowa izentropowego sprężania: $l_{1-2} = -450 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Ciepło jednostkowe doprowadzone w czasie izochorycznego sprężania

$$q_{2-3} = 350 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Korzystając z zależności na ciepło jednostkowe wymienione w czasie przemiany izochorycznej, oblicza się temperaturę T_2

$$q_{2-3} = c_v(T_3 - T_2) \quad \text{stad} \quad T_2 = T_3 - \frac{q_{2-3}}{c_v} = 1600 - \frac{350 \cdot 10^3}{\frac{5}{2} \cdot 287} = 1112 \text{ K}$$

Praca jednostkowa sprężania izentropowego l_{1-2} wynosi

$$l_{1-2} = \frac{R}{\kappa - 1}(T_2 - T_1)$$

$$\text{stad} \quad T_1 = T_2 + \frac{\kappa - 1}{R} l_{1-2} = 1112 + \frac{1,4 - 1}{287} \cdot (-450 \cdot 10^3) = 485 \text{ K}$$

Z równania stanu gazu doskonałego $p_1 v_1 = R T_1$

$$v_1 = \frac{R T_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 485}{0,1 \cdot 10^6} = 1,392 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania izentropy 1 – 2 $T_1 p_1^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_2 p_2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,1 \cdot \left(\frac{1112}{485} \right)^{1,4-1} = 1,825 \text{ MPa}$$

Z równania stanu gazu doskonałego $p_2 v_2 = R T_2$

$$v_2 = \frac{R T_2}{p_2} = \frac{287 \cdot 1112}{1,825 \cdot 10^6} = 0,175 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Wiedząc, że $v_2 = v_3$

$$p_3 = \frac{R T_3}{v_3} = \frac{287 \cdot 1600}{0,175} = 2,624 \text{ MPa}$$

Z równania izentropy rozprężania 3 – 4 $p_3 v_3^\kappa = p_4 v_4^\kappa$

$$\text{stad} \quad v_4 = v_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,175 \cdot \left(\frac{2,624}{0,1} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 1,804 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego:

$$p_4 v_4 = R T_4 \quad T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 1,804}{287} = 629 \text{ K}$$

Ciepło odprowadzone q_{odp} w czasie przemiany izobarycznej 4 – 1 wynosi

$$q_{odp} = q_{4-1} = c_p (T_1 - T_4) = \frac{7}{2} \cdot 287 (485 - 629) = -144,6 \text{ kJ}$$

Praca jednostkowa rozprężania l_{3-4} wynosi

$$l_{3-4} = -c_v (T_4 - T_3) = c_v (T_3 - T_4) = \frac{5}{2} \cdot 287 (1600 - 629) = 696,7 \text{ kJ}$$

Praca jednostkowa obiegu l_{ob}

$$l_{ob} = q_{dop} + q_{odp} = 350 - 144,6 = 205,4 \text{ kJ}$$

Zatem

$$\eta = \frac{l_{ob}}{q_{dop}} = \frac{205,4}{350} = 0,587$$

lub

$$\eta = 1 - \frac{\kappa (T_3 - T_4)}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1,4 (629 - 485)}{1600 - 1112} = 0,587$$

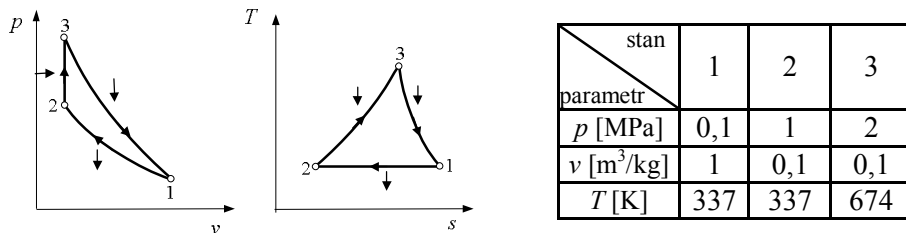
Zadanie 8.4

Znane są wartości ciśnienia we wszystkich stanach charakterystycznych obiegu składającego się z trzech przemian: $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$, $p_2 = 1 \text{ MPa}$, $p_3 = 2 \text{ MPa}$. Obieg tworzą przemiany: politropa sprężania 1 – 2, izochora 2 – 3 i politropa rozprężania 3 – 1. Sprężanie politropowe powoduje zmianę objętości właściwej z $v_1 = 1 \text{ m}^3/\text{kg}$ do $v_2 = 0,1 \text{ m}^3/\text{kg}$. Należy znaleźć brakujące parametry w stanach charakterystycznych obiegu, wykładniki politrop, wymienione ciepła jednostkowe (dostarczone i odprowadzone), jednostkową pracę obiegu i jego sprawność. Czynnikiem obiegowym jest azot (gaz doskonały).

Rozwiązanie

$$R_{N_2} = \frac{\bar{R}}{M_{N_2}} = \frac{8314}{28} = 296,7 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_v = \frac{5}{2} R_{N_2} = 2,5 \cdot 296,7 = 741,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad c_p = \kappa \cdot c_v = 1,4 \cdot 741,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$



Korzystając z równania politropy $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n = p v^n = \text{idem}$, można wyznaczyć wykładnik politropy sprężania 1 – 2

$$n_1 = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{10}{1}\right)}{\ln\left(\frac{1}{0,1}\right)} = 1$$

co świadczy, że sprężanie odbywa się przy stałej temperaturze.

Wykładnik politropy rozprężania 3 – 1 z równania ($p_3 v_3^{n_2} = p_1 v_1^{n_2}$)

$$n_2 = \frac{\ln\left(\frac{p_3}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{v_1}{v_3}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{2}{0,1}\right)}{\ln\left(\frac{1}{0,1}\right)} = 1,3$$

Z równania stanu gazu doskonałego

$$T_1 = T_2 = \frac{p_1 v_1}{R_{N_2}} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1}{296,7} = 337 \text{ K}$$

Dla izochory

$$T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_1} = 337 \frac{20}{10} = 674 \text{ K}$$

Ciepło jednostkowe wymienione w czasie sprężania przy wykładniku politropy $n = 1$, czyli w procesie izotermicznego sprężania jest równe

$$q_{1-2} = R T_1 \ln \frac{v_3}{v_1} = 296,7 \cdot 337 \cdot \ln \frac{0,1}{1} = -230 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

i jest ciepłem odprowadzonym.

Ciepło wymienione w czasie przemiany 2 – 3 wynosi

$$q_{2-3} = c_v(T_3 - T_2) = 741,8 \cdot (674 - 337) = 250 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Ciepło jednostkowe wymienione w czasie politropowego rozprężania 3 – 1 wynosi:

$$q_{3-1} = c(T_1 - T_3) = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_1 - T_3) = 741,8 \cdot \frac{1,3 - 1,4}{1,3 - 1} (337 - 674) = 83,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

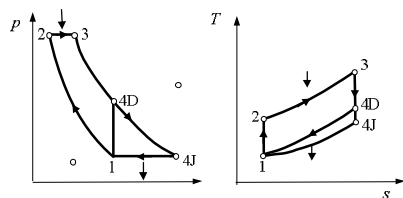
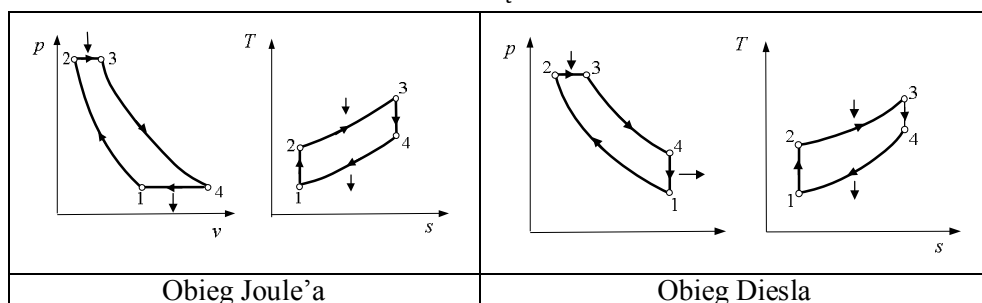
$$c = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} = 741,8 \cdot \frac{1,3 - 1,4}{1,3 - 1} = -0,247 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Ciepła jednostkowe q_{2-3} i q_{3-1} są ciepłami doprowadzonymi.

Zadanie 8.5

Porównać sprawność obiegów Joule'a i Diesla posiadających wspólne parametry czynnika: koniec sprężania izentropowego ($p_2 = 2,2 \text{ MPa}$ i $T_2 = 1200 \text{ K}$) oraz początek rozprężania izentropowego. Stopień sprężania wynosi $\varepsilon = 10$, a najwyższa temperatura obiegu 1950 K . Podać również parametry czynnika roboczego w stanach charakterystycznych, ciepła jednostkowe doprowadzone i odprowadzone oraz pracę jednostkową obiegu. Czynnikiem roboczym jest argon (gaz doskonały).

Rozwiązanie



stan	1	2	3	4D	4J
parametr					
$p \text{ [MPa]}$	0,047	2,2	2,2	0,106	0,047
$v \text{ [m}^3/\text{kg]}$	1,130	0,113	0,184	1,130	1,841
$T \text{ [K]}$	256	1200	1950	576	416

Stała gazowa argonu wynosi

$$R = R_{Ar} = \frac{\bar{R}}{M_{Ar}} = \frac{8314}{40} = 207,85 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Z równania stanu gazu doskonałego:

$$p_2 v_2 = R T_2 \quad v_2 = \frac{R T_2}{p_2} = \frac{207,85 \cdot 1200}{2,2 \cdot 10^6} = 0,113 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$p_3 v_3 = R T_3 \quad v_3 = \frac{R T_3}{p_3} = \frac{207,85 \cdot 1950}{2,2 \cdot 10^6} = 0,184 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Ponieważ stopień sprężania $\varepsilon = \frac{v_4}{v_1} = 10$, to

$$v_1 = 10 v_2 = 10 \cdot 0,113 = 1,130 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równań izentrop sprężania 1 – 2 oraz rozprężania 3-4D i 3-4J, otrzymuje się:

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \quad p_1 = p_2 \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^\kappa = 2,2 \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{1,67} = 0,047 \text{ MPa}$$

$$p_3 v_3^\kappa = p_{4D} v_{4D}^\kappa \quad p_{4D} = p_3 \left(\frac{v_3}{v_{4D}} \right)^\kappa = 2,2 \left(\frac{0,184}{1,130} \right)^{1,67} = 0,106 \text{ MPa}$$

$$p_3 v_3^\kappa = p_{4J} v_{4J}^\kappa \quad v_{4J} = v_3 \left(\frac{p_3}{p_{4J}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,184 \left(\frac{2,2}{0,047} \right)^{\frac{1}{1,67}} = 1,841 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Temperatury T_{4D} , T_{4J} i T_1 wynoszą odpowiednio:

$$T_{4D} = \frac{p_{4D} v_{4D}}{R} = \frac{0,106 \cdot 10^6 \cdot 1,130}{207,85} = 576 \text{ K}$$

$$T_{4J} = \frac{p_{4J} v_{4J}}{R} = \frac{0,047 \cdot 10^6 \cdot 1,841}{207,85} = 416 \text{ K}$$

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{R} = \frac{0,047 \cdot 10^6 \cdot 1,130}{207,85} = 256 \text{ K}$$

Ciepło jednostkowe doprowadzone w trakcie przemiany 2 – 3 (przy stałym ciśnieniu)

$$q_{dop} = q_{2-3} = c_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \cdot 207,85 (1950 - 1200) = 389,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ciepło jednostkowe odprowadzone w obiegu Diesla

$$q_{odpD} = q_{4D-1} = c_v (T_1 - T_{4D}) = \frac{3}{2} \cdot 207,85 (256 - 576) = -99,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ciepło jednostkowe odprowadzone w obiegu Joule'a

$$q_{odpJ} = q_{4J-1} = c_p(T_1 - T_{4J}) = \frac{5}{2} \cdot 207,85(256 - 416) = -83,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Praca jednostkowa obiegu

$$l_{ob} = q_{dop} + q_{odp}$$

Praca jednostkowa obiegu Diesla $l_{oD} = 389,7 - 99,8 = 289,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Praca jednostkowa obiegu Joule'a $l_{oJ} = 389,7 - 83,1 = 306,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Sprawność obiegu $\eta = \frac{l_{ob}}{q_{dop}}$

Dla obiegu Diesla $\eta_D = \frac{289,9}{389,7} = 0,744$

Dla obiegu Joule'a $\eta_J = \frac{306,6}{389,7} = 0,787$

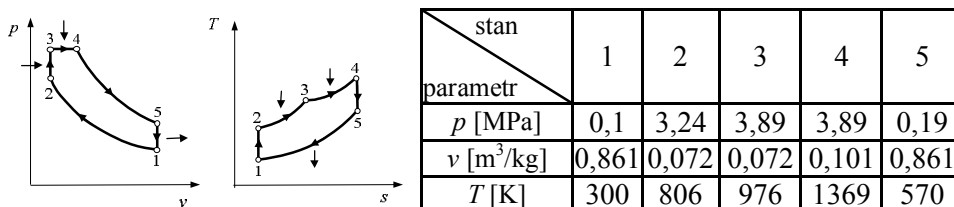
lub $\eta_D = 1 - \frac{T_{3D} - T_4}{\kappa(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{576 - 256}{1,67(1950 - 1200)} = 0,744$

$$\eta_J = 1 - \frac{T_4}{T_1} = 1 - \frac{256}{1200} = 0,787$$

Zadanie 8.6

Silnik pracuje według teoretycznego obiegu Sabathe'a. Czynnik roboczy o własnościach powietrza, traktowany jako gaz kalorycznie doskonały ($R = 287 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, $\kappa = 1,4$), znajduje się pod ciśnieniem $0,1 \text{ MPa}$ i ma temperaturę 300 K . Wielkości charakterystyczne obiegu to: stopień sprężania $\epsilon = 12$, stopień podwyższenia ciśnienia $\alpha = 1,2$ i stopień obciążenia $\phi = 1,4$. Obliczyć parametry czynnika w stanach charakterystycznych, ciepła jednostkowe doprowadzone i odprowadzone, pracę jednostkową oraz sprawność teoretyczną obiegu.

Rozwiązanie



Oblicza się kolejno:

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{287}{1,4 - 1} = 717,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad c_p = \kappa c_v = 1,4 \cdot 717,5 = 1004,5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 300}{0,1 \cdot 10^6} = 0,861 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} \quad v_2 = v_3 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,861}{12} = 0,072 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania izentropy 1 – 2 $p_2 v_2^\kappa = p_1 v_1^\kappa$ wynika:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = 0,1(\varepsilon)^{1,4} = 3,24 \text{ MPa}$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{3,24 \cdot 10^6 \cdot 0,072}{287} = 806 \text{ K}$$

$$p_3 = \alpha p_2 = 1,2 \cdot 3,24 = 3,89 \text{ MPa}$$

$$T_3 = \frac{p_3 v_3}{R} = \frac{3,89 \cdot 10^6 \cdot 0,072}{287} = 976 \text{ K}$$

$$v_4 = \varphi v_3 = 1,4 \cdot 0,072 = 0,101 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = \frac{3,89 \cdot 10^6 \cdot 0,101}{287} = 1369 \text{ K}$$

Z równania izentropy 4 – 5 $p_5 v_5^\kappa = p_4 v_4^\kappa$:

$$p_5 = p_4 \left(\frac{v_4}{v_5} \right)^\kappa = 3,89 \left(\frac{0,101}{0,861} \right)^{1,4} = 0,19 \text{ MPa}$$

$$T_5 = \frac{p_5 v_5}{R} = \frac{0,19 \cdot 10^6 \cdot 0,861}{287} = 570 \text{ K}$$

Ciepło jednostkowe doprowadzone przy stałej objętości w przemianie 2 – 3

$$q_{2-3} = c_v (T_3 - T_2) = 717,5 \cdot (976 - 806) = 122 \text{ kJ}$$

Ciepło jednostkowe dostarczone przy stałym ciśnieniu w przemianie 3 – 4

$$q_{3-4} = c_p (T_4 - T_3) = 1004,5 \cdot (1369 - 976) = 395 \text{ kJ}$$

Całkowite jednostkowe ciepło dostarczone q_{dop}

$$q_{dop} = q_{2-3} + q_{3-4} = 122 + 395 = 517 \text{ kJ}$$

Ciepło jednostkowe odprowadzone przy stałej objętości q_{odp}

$$q_{odp} = q_{4-5} = c_v (T_5 - T_4) = 717,5 \cdot (300 - 570) = -194 \text{ kJ}$$

Praca jednostkowa obiegu

$$l_{ob} = q_{dop} + q_{odp} = q_{2-3} + q_{3-4} + q_{4-5} = 122 + 395 - 194 = 323 \text{ kJ}$$

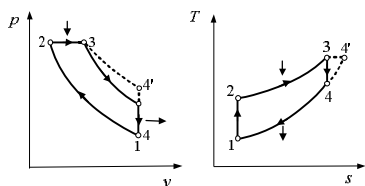
Sprawność obiegu

$$\eta = \frac{l_{ob}}{q_{dop}} = \frac{323}{517} = 0,625$$

Zadanie 8.7

W silniku spalinowym: sprężanie 1 – 2 odbywa się izentropowo, doprowadzanie ciepła 2-3 izobarycznie, rozprężanie 3 – 4 może odbywać się politropowo, przy czym wykładnik politropy jest zmienny i zawarty w granicach $1 \leq n \leq \kappa$, odprowadzanie ciepła 4 – 1 odbywa się izochorycznie. W silniku tym stopień sprężania $\varepsilon = v_1/v_2 = 12$, a stopień rozprężania wstępnego (stopień obciążenia) $\varphi = v_3/v_2 = 1,6$. Wiedząc, że parametry w stanie 1 wynoszą: ciśnienie $p_1 = 0,09 \text{ MPa}$, temperatura $T_1 = 273 \text{ K}$, obliczyć parametry w pozostałych stanach charakterystycznych obiegu, sprawność cieplną, pracę jednostkową obiegu oraz ciepła jednostkowe: doprowadzone i odprowadzone. Przeanalizować wpływ wykładnika politropy rozprężania na sprawność obiegu. Narysować obieg w układach: $p - v$ i $T - s$. Czynnikiem roboczym jest powietrze (gaz doskonały): $R = 287 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, $\kappa = 1,4$.

Rozwiązanie



stan \ parametr	1	2	3	4	4''
$p \text{ [MPa]}$	0,09	2,92	2,92	0,174	0,389
$v \text{ [m}^3\text{/kg]}$	0,871	0,0726	0,116	0,871	0,871
$T \text{ [K]}$	273	738	1181	528	1181

1. Przemiana 3 – 4 jest izentropą. Silnik pracuje wg teoretycznego obiegu porównawczego Diesla:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 273}{0,09 \cdot 10^6} = 0,871 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,871}{12} = 0,0726 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Korzystając z równania izentropy 1 – 2, tzn. $T_1 v_1^{\kappa-1} = T_2 v_2^{\kappa-1}$, otrzymuje się

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = \varepsilon^{\kappa-1}, \text{ a więc } T_2 = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} = 273 \cdot 12^{1,4-1} = 738 \text{ K}$$

$$p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{287 \cdot 738}{0,0726} = 2,92 \text{ MPa}$$

Uwzględniając stopień rozprężania wstępnego

$$v_3 = v_2 \varphi = 0,0726 \cdot 1,6 = 0,116 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania izobary wynika

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \varphi \quad \text{stąd} \quad T_3 = T_2 \cdot \varphi = 738 \cdot 1,6 = 1184 \text{ K}$$

Dla przemiany 3 – 4 otrzymuje się

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{v_4}{v_2} \frac{v_2}{v_3} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \frac{v_2}{v_3} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{\varepsilon}{\varphi} \right)^{\kappa-1}$$

Stąd:

$$T_4 = T_3 \left(\frac{\varphi}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1} = 1181 \left(\frac{1,6}{12} \right)^{1,4-1} = 528 \text{ K}$$

$$p_4 = \frac{RT_4}{v_4} = \frac{RT_4}{v_1} = \frac{287 \cdot 528}{0,871 \cdot 10^6} = 0,174 \text{ MPa}$$

Ciepło jednostkowe potrzebne do realizacji tego obiegu wynosi

$$q_{dop} = q_{2-3} = c_p (T_3 - T_2) = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} (T_3 - T_2) = \frac{1,4 \cdot 287}{1,4 - 1} (1181 - 738) \cdot 10^{-3} = 445 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ciepło jednostkowe odprowadzone jest równe

$$q_{odp} = q_{4-1} = c_v (T_1 - T_4) = \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_4) = \frac{287}{1,4 - 1} (273 - 528) \cdot 10^{-3} = -183 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Sprawność obiegu

$$\eta_D = 1 - \frac{q_{odp}}{q_{dop}} = 1 - \frac{183}{445} = 0,589$$

Sprawność obiegu Carnota, realizowanego między tymi samymi źródłami ciepła, wynosiłaby

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{273}{1181} = 0,769$$

a więc zgodnie z zasadami termodynamiki $\eta_C > \eta_D$.

2. Rozwiązanie przy założeniu, że przemiana 3 – 4' jest izotermą (na rysunku linia przerywana 3 – 4'),

wtedy $q_{3-4''} = RT_3 \ln \frac{p_3}{p_{4''}}$, a zatem $q_{dop} = q_{2-3} + q_{3-4'}$. Wartości parametrów zmieniają się odpowiednio z p_4 na $p_{4'}$ i T_4 na $T_{4'} = T_3$. Z zależności dla izoterm

$$\frac{p_3}{p_{4'}} = \frac{v_{4'}}{v_3} = \frac{v_1}{\varphi v_2} = \frac{\varepsilon}{\varphi} \text{ otrzymuje się}$$

$$p_{4'} = p_3 \frac{\varphi}{\varepsilon} = 2,92 \cdot \frac{1,6}{12} = 0,389 \text{ MPa}$$

Objętość właściwa w punkcie 4'' wynosi

$$v_{4'} = \frac{RT_{4'}}{p_{4'}} = \frac{287 \cdot 1181}{0,389 \cdot 10^6} = v_4 = v_1 = 0,871 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Ciepło jednostkowe doprowadzone jest równe

$$q'_{dop} = q_{2-3} + q_{3-4'}$$

gdzie
$$q_{3-4'} = RT_3 \ln \frac{p_3}{p_{4'}} = 287 \cdot 1181 \cdot \ln \frac{2,92}{0,389} \cdot 10^{-3} = 683 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

zatem
$$q'_{dop} = q_{2-3} + q_{3-4'} = 445 + 683 = 1128 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

a ciepło jednostkowe odprowadzone

$$q'_{odp} = q_{1-4'} = \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_{4'}) = \frac{287}{(1,4 - 1)} (273 - 1181) \cdot 10^{-6} = 651 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

i sprawność

$$\eta' = 1 - \frac{q'_{odp}}{q'_{dop}} = 1 - \frac{651}{1128} = 0,423$$

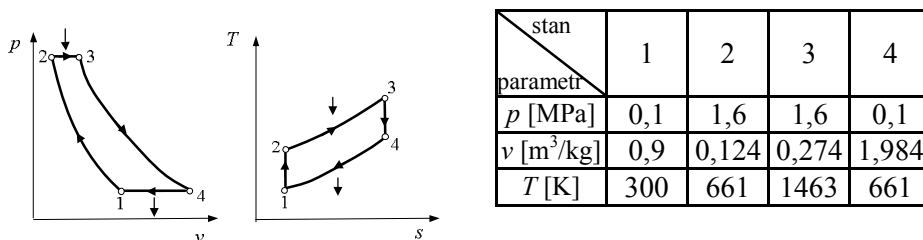
Otrzymane wyniki świadczą o tym, że mimo wzrostu ilości doprowadzonego ciepła w stosunku do obiegu z izentropowym rozprężaniem oraz wzrostu pola, które obrazuje pracę jednostkową obiegu, sprawność zmalała z 0,589 do 0,423. Wynika stąd, że w silnikach spalinowych niekorzystne jest przewlekłe spalanie, rozciągające się na suw rozprężania. Kolejnym niekorzystnym zjawiskiem jest to, że cylinder silnika opuszczają spaliny o bardzo wysokiej temperaturze. W danym przykładzie $T_4 = 1181 \text{ K}$ zamiast $T_4 = 528 \text{ K}$ przy izentropowym rozprężaniu, co powoduje przepalenie zaworów wylotowych, przewodów wydechowych i tłumików, jak również zwiększenie ilości tlenków azotu w spalinach.

Zadanie 8.8

Silnik gazowy realizuje obieg Joule'a (Barytona), którego skrajne temperatury są również skrajnymi temperaturami obiegu Carnota o sprawności $\eta = 0,795$.

Na początku sprężania ciśnienie czynnika roboczego wynosi 0,1 MPa, a temperatura 300 K. Określić parametry w stanach węzłowych, sprawność obiegu Joule'a oraz ciśnienie, przy którym praca jednostkowa techniczna będzie największa. Czynnik roboczy traktować jako gaz doskonały ($R = 300 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $\kappa = 1,4$).

Rozwiązanie



Korzystając z zależności na sprawność obiegu Carnota

$$\eta_C = 1 - \frac{T_3}{T_1} \text{ otrzymujemy } T_3 = \frac{T_1}{1 - \eta_C} = \frac{300}{1 - 0,795} = 1463 \text{ K}$$

Dla przemian 2-3 i 4-1 $l_{t_{2-3}} = l_{t_{4-4}} = 0$

Jednostkowe prace techniczne przemian 1-2 i 3-4 wynoszą:

$$l_{t_{1-2}} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

$$l_{t_{3-4}} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_3 \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \text{ (wiedząc, że } p_2 = p_3 \text{ i } p_4 = p_1)$$

Praca jednostkowa techniczna obiegu

$$l_{to} = l_{t_{1-2}} + l_{t_{3-4}} = + \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left[1 - \left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] + \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_3 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

osiągnie największą wartość, gdy $\frac{dl_{to}}{dp_3} = 0$

$$\text{czyli } \frac{dl_{to}}{dp_3} = R T_3 p_1^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \cdot p_3^{\frac{1 - 2\kappa}{\kappa}} - R T_1 p_1^{\frac{1 - \kappa}{\kappa}} \cdot p_3^{\frac{1}{\kappa}} = 0$$

$$\text{a więc } p_3 = p_1 \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa - 1)}} = 0,1 \left(\frac{1463}{300} \right)^{\frac{1,4}{2(1,4 - 1)}} = 1,6 \text{ MPa}$$

Z równania stanu gazu doskonałego $p_1 v_1 = R T_1$

$$v_1 = \frac{R T_1}{p_1} = \frac{300 \cdot 300}{0,1 \cdot 10^6} = 0,9 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Temperaturę w punkcie 3 otrzymuje się z równania $p_3 v_3 = R T_3$

$$v_3 = \frac{R T_3}{p_3} = \frac{300 \cdot 1463}{1,6 \cdot 10^6} = 0,274 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

lub z równania $\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2}$ stąd $T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2}$

Dla izentropy 1 – 2

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \quad \text{stąd} \quad v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,9 \left(\frac{1}{1,6} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,124 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania $p_2 v_2 = R T_2$ $T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{1,6 \cdot 10^6 \cdot 0,124}{300} = 661 \text{ K}$

Z równania $p_3 v_3^\kappa = p_4 v_4^\kappa$ oblicza się

$$v_4 = v_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,274 \left(\frac{1,6}{0,1} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 1,984 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Z równania $p_4 v_4 = R T_4$ wynika

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 1,984}{300} = 661 \text{ K}$$

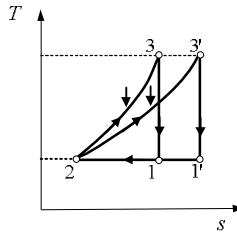
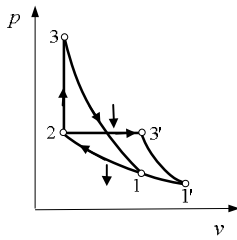
Sprawność obiegu Joule'a

$$\eta_J = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{300}{661} = 0,546$$

Zadanie 8.9

Obieg składa się z trzech przemian. Sprężanie odbywa się przy stałej temperaturze, doprowadzenie ciepła pod stałym ciśnieniem bądź przy stałej objętości, a rozprężanie odbywa się izentropowo. Po sprężaniu izotermicznym ciśnienie wynosi 1 MPa, a temperatura 300 K. Maksymalna temperatura obiegu jest równa 1000 K. Czynnikiem roboczym jest gaz doskonały ($R = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, $\kappa = 1,4$). Znaleźć brakujące parametry w stanach charakterystycznych obiegu, jednostkowe ciepło doprowadzone i odprowadzone, jednostkową pracę obiegu i jego sprawność.

Rozwiązanie



stan \ parametr	1	1'	2	3	3'
p [MPa]	0,049	0,015	1	3,34	1
v [m ³ /kg]	1,757	5,74	0,086	0,086	0,287
T [K]	300	300	300	1000	1000

Oblicza się kolejno:

$$v_2 = \frac{RT_2}{P_2} = \frac{287 \cdot 300}{1 \cdot 10^6} = 0,086 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_2 = v_3$$

$$p_3 = \frac{RT_3}{v_3} = \frac{287 \cdot 1000}{0,086} = 3,34 \text{ MPa}$$

$$v_{3'} = \frac{RT_{3'}}{P_{3'}} = \frac{287 \cdot 1000}{1 \cdot 10^6} = 0,287 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$p_1 = p_3 \left(\frac{T_1}{T_3} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 3,34 \cdot \left(\frac{300}{1000} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,049 \text{ MPa}$$

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{287 \cdot 300}{0,049 \cdot 10^6} = 1,757 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$p_{1'} = p_{3'} \left(\frac{T_{1'}}{T_{3'}} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1 \cdot \left(\frac{300}{1000} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,015 \text{ MPa}$$

$$v_{1'} = \frac{RT_{1'}}{P_{1'}} = \frac{287 \cdot 300}{0,015 \cdot 10^6} = 5,74 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$q_{2-3'} = c_p (T_{3'} - T_2) = \frac{\kappa R}{\kappa-1} (T_{3'} - T_2) = \frac{1,4 \cdot 287}{1,4-1} (1000 - 300) = 703150 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$q_{1'-2} = R T \ln \frac{p_{1'}}{p_2} = 287 \cdot 300 \cdot \ln \frac{0,015}{1} = -361595 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$q_{2-3} = c_v (T_3 - T_2) = \frac{R}{\kappa-1} (T_3 - T_2) = \frac{287}{1,4-1} (1000 - 300) = 502250 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$q_{1-2} = R T \ln \frac{p_1}{p_2} = 287 \cdot 300 \cdot \ln \frac{0,049}{1} = -259672 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$l_{1'-2-3'-1'} = q_{2-3'} - |q_{1'-2}| = 703150 - 361595 = 341555 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$l_{1-2-3-1} = q_{2-3} - |q_{1-2}| = 502250 - 259672 = 242578 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Sprawność obiegu z izobarycznym doprowadzeniem ciepła wynosi

$$\eta = \frac{l_{1'-2-3'-1'}}{q_{2-3'}} = \frac{341555}{703150} = 0,486$$

Sprawność obiegu z izochorycznym doprowadzeniem ciepła

$$\eta = \frac{l_{1-2-3-1}}{q_{2-3}} = \frac{242578}{502250} = 0,483$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 8.10

Obieg silnikowy tworzą dwie politropy: 1 – 2 sprężania, 3 – 4 rozprężania, izobara 2 – 3 oraz izochora 4 – 1. Wykładnik obu politrop wynosi 1,35. Czynnikiem roboczym jest roztwór gazów doskonałych, którego masa molowa wynosi 24,6 kg/kmol, a wykładnik $\kappa = 1,4$. Parametry czynnika na początku sprężania $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ i temperatura $t_1 = 75^\circ\text{C}$. Podczas politropowego sprężania temperatura rośnie do 900 K, zaś rozprężanie politropowe powoduje dziesięciokrotny wzrost objętości. Obliczyć: parametry w stanach charakterystycznych obiegu, ciepła jednostkowe: doprowadzone i odprowadzone, pracę jednostkową, sprawność obiegu oraz przyrosty entropii dla poszczególnych przemian. Narysować wykres obiegu w układach: $p - v$ i $T - s$.

Odpowiedź:

stan parametr	1	2	3	4
$p \text{ [MPa]}$	0,1	3,9	3,9	1,7
$v \text{ [m}^3\text{/kg]}$	1,176	0,078	0,118	1,18
$T \text{ [K]}$	348	348	900	1361

$$q_{dop} = 638,3 \text{ kJ/kg}; q_{odp} = -271 \text{ kJ/kg}$$

$$l_o = 366,4 \text{ kJ/kg}; \eta = 0,574$$

$$\Delta s_{1,2} = -115 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\Delta s_{2,3} = 489 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\Delta s_{3,4} = 101 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\Delta s_{4,1} = -447 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Zadanie 8.11

Najwyższa temperatura silnikowego obiegu Carnota wynosi 500 K, jego sprawność $\eta_{IC} = 0,5$, a ciśnienie na początku izotermicznego sprężania $p_1 = 0,25$ MPa. Ponadto wiadomo, że objętość początkowa przy izentropowym rozprężaniu jest równa objętości końcowej izotermicznego sprężania. Czynnikiem roboczym jest gaz doskonały o właściwościach wodoru H_2 ($M_{H_2} = 2$ kg/kmol). Obliczyć parametry w stanach charakterystycznych obiegu, ciepła jednostkowe: doprowadzone i odprowadzone oraz pracę jednostkową obiegu. Narysować wykres obiegu w układach: $p - v$ i $T - s$.

Odpowiedź:

stan parametri	1	2	3	4
p [MPa]	0,250	1,414	15,99	2,828
v [m ³ /kg]	4,157	0,735	0,130	0,735
T [K]	250	250	500	500

$$q_{dop} = 3600 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{odp} = 1800 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$l_{ob} = 1800 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Zadanie 8.12

Rozwiązać zadanie dla poprzednich danych (zadanie 7.11) przy założeniu, że ciśnienie początkowe rozprężania izentropowego równe jest ciśnieniu końcowemu sprężania izotermicznego.

Odpowiedź:

stan parametri	1	2	3	4
p [MPa]	0,250	2,828	31,995	2,828
v [m ³ /kg]	4,157	0,368	0,065	0,735
T [K]	250	250	500	500

$$q_{dop} = 5042 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{odp} = 2521 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$l_{ob} = 2521 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Zadanie 8.13

W silniku gazowym ciepło jest dostarczane i odprowadzane przy stałej objętości, a sprężanie i rozprężanie odbywa się izotermicznie. Czynnikiem roboczym jest gaz doskonały o właściwościach powietrza ($R = 287$ J/(kg·K), $\kappa = 1,4$), którego parametry na początku izotermicznego sprężania, to: ciśnienie $p_1 = 0,1$ MPa i temperatura $t_1 = 47^\circ\text{C}$. Stopień izochorycznego podwyższenia ciśnienia $\alpha = p_3/p_2 = 2,4$, a stopień sprężania $\varepsilon = v_2/v_1 = 6,5$. Obliczyć: parametry w stanach węzłowych obiegu, ciepło jednostkowe potrzebne do realizacji obiegu, pracę jednostkową obiegu oraz po wyprowadzaniu zależności na sprawność obiegu – obliczyć jej wartość. Narysować wykres obiegu w układach: $p - v$ i $T - s$.

Odpowiedź:

stan parametr	1	2	3	4
p [MPa]	0,1	0,65	2,465	0,379
v [m ³ /kg]	0,918	0,142	0,142	0,918
T [K]	320	320	768	768

$$q_{dop} = 734 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad l_t = 240,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \eta = 0,328$$

Zadanie 8.14

Silnik gazowy pracuje wg obiegu Otto. Czynnikiem roboczym jest mieszanina powietrza i metanu, traktowana jako gaz doskonały, w stosunku objętościowym 1:0,12. Na początku izentropowego sprężania parametry czynnika wynoszą $p_1 = 0,1$ MPa i $T_1 = 293$ K. Stopień sprężania w silniku, który jest dwusuwem, wynosi $\varepsilon = 6$. Obroty silnika $n = 250$ obr/min, średnica cylindra $d = 0,4$ m, skok $s = 0,6$ m. Silnik rozwija na wale moc $N_e = 40$ kW. Średnie ciśnienie indykowane wynosi $p_i = 1,59$ MPa, moc teoretyczna $N_t = 80$ kW. Obliczyć: parametry w stanach charakterystycznych obiegu, pracę oraz wszystkie sprawności. Narysować obieg w układach: $p - v$ i $T - s$.

Odpowiedź:

stan parametr	1	2	3	4
p [MPa]	0,1	1,192	2,18	0,183
v [m ³ /kg]	0,882	0,147	0,147	0,882
T [K]	293	582	1064	535

$$l_t = 187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \eta_t = 0,494 \quad \eta_i = 0,625$$

$$\eta_m = 0,8 \quad \eta = \eta_t \cdot \eta_i \cdot \eta_m = 0,247$$

Zadanie 8.15

Silnik wysokoprężny pracuje wg obiegu Diesla. Czynnik roboczy należy traktować jako gaz doskonały o parametrach powietrza ($R = 287$ J/(kg·K), $\kappa = 1,4$). Jednostkowa praca obiegu wynosi $l_{ob} = 210$ kJ/kg, stosunek ciśnień podczas sprężania izentropowego $\alpha = 21,5$, a stosunek ciepła dostarczonego do odprowadzonego $\varphi = 2,2$. Parametry czynnika na ssaniu $p_1 = 0,1$ MPa i $T_1 = 293$ K. Obliczyć: parametry w stanach charakterystycznych obiegu, ciepła jednostkowe: doprowadzone i odprowadzone, sprawność obiegu i sprawność obiegu Carnota pracującego między skrajnymi temperaturami obiegu Diesla. Narysować obieg w układach: $p - v$ i $T - s$.

Odpowiedź:

stan parametr	1	2	3	4
p [MPa]	0,1	2,15	2,15	0,184
v [m ³ /kg]	0,841	0,094	0,145	0,841
T [K]	293	704	1087	539

$$q_{dop} = 385 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad q_{odp} = 175 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_D = 0,545 \quad \eta_C = 0,73$$

8.2. Obieg porównawczy siłowni parowych

Obiegiem o najwyższej sprawności przebiegającym pomiędzy dwoma źródłami ciepła o stałej temperaturze jest obieg Carnota.

Trudności w realizacji przemian pary w obiegu Carnota i nieodwracalność poszczególnych przemian w siłowni parowej spowodowały, że **obieg Clausiusa-Rankina** uznano za podstawowy obieg porównawczy dla siłowni parowych.

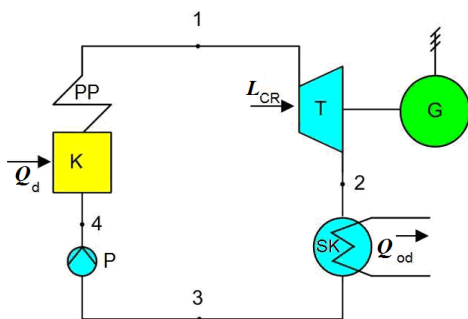
Najbardziej rozpowszechnionym czynnikiem roboczym (termodynamicznym) w obiegu Rankine'a jest – w zastosowaniach technicznych (energetyce) – woda. Wynika to z wielu względów, m.in. z jej dostępności i obojętności dla środowiska.

Obecnie stosuje się także tzw. obiegi ORC, Organic Rankine Cycle, tj. obiegi Rankine'a wykorzystujące węglowodory jako czynnik roboczy, które pozwalają na pracę przy niższych temperaturach górnego źródła ciepła obiegu. Możliwe jest wtedy wykorzystanie np. ciepła geotermalnego do produkcji energii elektrycznej.

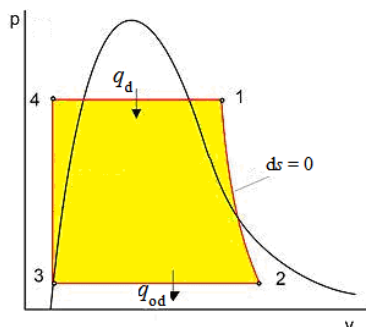
8.2.1. Obieg Clausiusa-Rankine'a jako porównawczy obieg siłowni parowych

Na rysunkach 8.3÷8.6 zilustrowano obieg Clausiusa-Rankine'a dla pary wodnej, który składa się z następujących przemian:

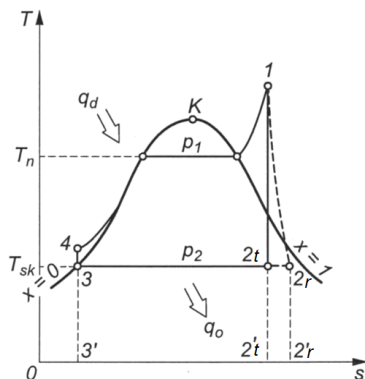
- 1 – 2 – izentropowego (adiabatycznego) rozprężania pary w turbinie parowej,
- 2 – 3 – izobarycznego skraplania rozprężonej pary (odprowadzenia ciepła w skraplaczu),
- 3 – 4 – izochorycznego pompowania kondensatu w pompie,
- 4 – 1 – izobarycznego podgrzewania cieczy (wody), jej odparowania i przegrzewania powstałej pary w kotle parowym.



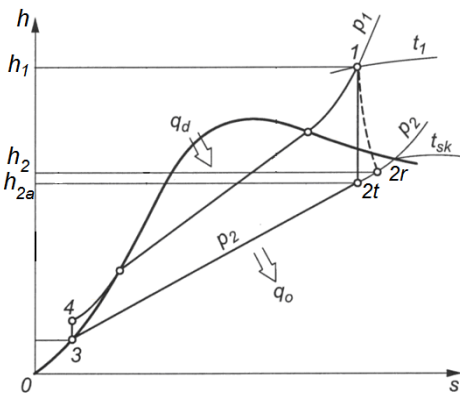
Rys. 8.3. Schemat obiegu cieplnego Clausiusa-Rankine'a elektrowni parowej kondensacyjnej: K – kocioł, PP – przegrzewacz pary, T – turbina, G – prądnica (generator), SK – skraplacz (kondensator), P – pompa skroplin



Rys. 8.4. Obieg Clausiusa-Rankine'a dla pary wodnej w układzie $p-v$



Rys. 8.5. Obieg Clausiusa-Rankine'a dla pary wodnej w układzie $T-s$



Rys. 8.6. Obieg Clausiusa-Rankine'a dla pary wodnej w układzie $h-s$

Gdy ciśnienie w kotle nie jest zbyt wysokie, a zatem praca sprężania cieczy w pompie (odcinek 3 – 4) jest nieznaczna w porównaniu z pracą rozprężania w silniku (odcinek 1 – 2t lub 1 – 2r), przyjmuje się, że punkt 4 pokrywa się z punktem 3 (w układzie $T-s$ oraz $h-s$), a w układzie $p-v$ linia 3 – 4 pokrywa się z kierunkiem osi p .

Obliczenie podstawowych wielkości obiegu:

– sprawność termiczna obiegu

$$\eta_{CR} = \frac{l_{CR}}{q_d} = \frac{h_1 - h_{2t}}{h_1 - h_3} \quad (8.8)$$

– ciepło jednostkowe doprowadzone do obiegu q_d :

$$q_d = h_1 - h_3 \quad h_3 = h_{wz} \quad (8.9)$$

gdzie: h_{wz} – entalpia właściwa wody zasilającej kocioł;

– praca jednostkowa obiegu Clausiusa-Rankine'a – l_{CR}

$$l_{CR} = h_1 - h_{2t} - v'_2(p_1 - p_2) \quad (8.10)$$

Ze względu na małą wartość $v'_2(p_1 - p_2)$

$$l_{CR} = h_1 - h_{2t}$$

– jednostkowy rozchód pary na 1 kWh

$$d = \frac{3600}{l_{CR}} = \frac{3600}{h_1 - h_{2s}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \right] \quad (8.11)$$

Sprawność termiczna obiegu rzeczywistego jest stosunkiem pracy wewnętrznej turbiny do ciepła doprowadzonego do obiegu w kotle

$$\eta_{ob} = \frac{l_{ob}}{q_d} = \frac{h_1 - h_{2r}}{h_1 - h_3} \quad (8.12)$$

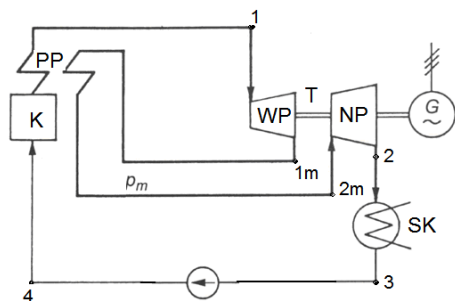
Wyrażenie powyższe można zapisać następująco

$$\eta_{ob} = \frac{l_{CR}}{q_d} \frac{l_{ob}}{l_{CR}} = \eta_{CR} \eta_{turb} \quad (8.13)$$

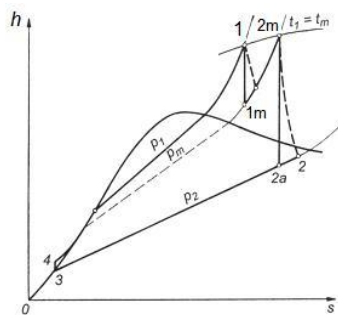
Sprawność termiczna obiegu rzeczywistej siłowni parowej jest iloczynem uproszczonej sprawności obiegu Clausiusa-Rankine'a (bez pracy pompy) η_{CR} oraz sprawności turbiny parowej η_{turb} .

8.2.2. Obieg siłowni parowej z przegrzewem międzystopniowym

Stosowanie przegrzewu (rys. 8.7, 8.8) pozwala na zwiększenie sprawności obiegu, która jest funkcją ciśnienia międzystopniowego przegrzewu pary – w stosunku do sprawności η_{CR}



Rys. 8.7. Schemat obiegu ciepłego z międzystopniowym przegrzewaniem pary: K – kocioł, WP – część wysokoprężna turbiny, NP – część niskoprężna turbiny, PP – międzystopniowy przegrzewacz pary



Rys. 8.8. Obieg Clausiusa-Rankine'a z międzystopniowym przegrzewem pary w układzie $h-s$ (na wykresie naniesiono także rzeczywiste przebiegi rozprężania pary w obu częściach turbiny)

Obliczenie podstawowych wielkości dla ww. obiegu:

– ciepło jednostkowe doprowadzone do obiegu q_d :

$$q_d = q_1 + q_m \quad (8.14)$$

$$q_1 = h_1 - h_3 \quad (8.15)$$

– ciepło jednostkowe doprowadzone w podgrzewaczu międzystopniowym obiegu q_m

$$q_m = h_{2m} - h_{1m} \quad (8.16)$$

– praca jednostkowa obiegu:

$$l_{ob} = l_I + l_{II}$$

$$l_I = h_1 - h_{1m} \quad (\text{I stopień}) \quad (8.17)$$

$$l_{II} = h_{2m} - h_{2a} \quad (\text{II stopień})$$

– sprawność termiczna obiegu z międzystopniowym przegrzewaniem pary

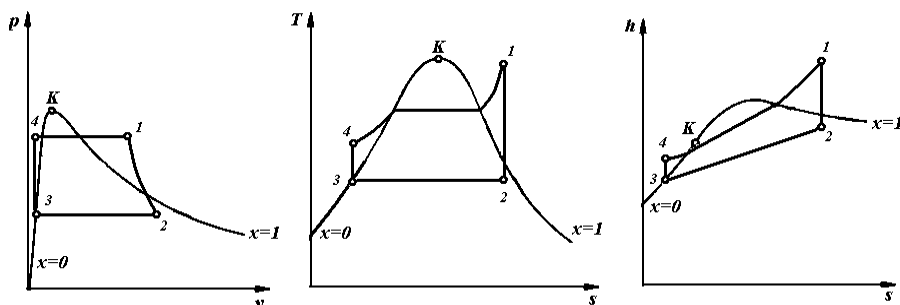
$$\eta_t = \frac{(h_1 - h_{1m}) + (h_{2m} - h_{2a})}{(h_1 - h_3) + (h_{2m} - h_{1m})} \quad (8.18)$$

ZADANIA

Zadanie 8.16

Strumień masy pary zasilającej turbinę wynosi $\dot{m} = 50 \text{ t/h}$. Parametry pary na wejściu do turbiny to $p_1 = 10 \text{ MPa}$ i $t_1 = 550^\circ\text{C}$, a ciśnienie w skraplaczu, $p_2 = 0,02 \text{ MPa}$. Obliczyć sprawność teoretyczną obiegu Rankine'a, moc teoretyczną turbiny, strumień ciepła doprowadzony do czynnika w kotle oraz moc cieplną skraplacza. Narysować obieg w układach $p-v$, $T-s$ i $h-s$.

Rozwiązanie



Z wykresu $h-s$ odczytano: $h_1 = 3505 \text{ kJ/kg}$, $h_2 = 2490 \text{ kJ/kg}$. Natomiast $t_3 = 60^\circ\text{C}$, $h_3 = h' = 251 \text{ kJ/kg}$ – dla $p_2 = 0,02 \text{ MPa}$ to wartości odczytane z tablicy 7.1.

Sprawność obiegu Rankine'a $\eta_{CR} = \frac{q_{3-1} - q_{2-3}}{q_{3-1}} = \frac{l_R}{q_{3-1}}$

gdzie $l_t = l_R = l_{1-2} - l_{3-4}$

Pomijając bardzo małą jednostkową pracę pompowania l_{3-4} , sprawność teoretyczna obiegu

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{3505 - 2490}{3505 - 251} = 0,312$$

Moc turbiny

$$N = \dot{m}(h_1 - h_2) = \frac{50 \cdot 10^3}{3600} \cdot (3505 - 2490) = 14100 \text{ kW} = 14,1 \text{ MW}$$

Strumień ciepła dostarczony w kotle

$$\dot{Q}_{3-1} = \dot{m}(h_1 - h_3) = \frac{50 \cdot 10^3}{3600} \cdot (3505 - 251) = 45194 \text{ kW} = 45,2 \text{ MW}$$

Moc cieplna skraplacza

$$\dot{Q}_{2-3} = \dot{m}(h_2 - h_3) = \frac{50 \cdot 10^3}{3600} \cdot (2490 - 251) = 31097 \text{ kW} = 31,1 \text{ MW}$$

Zadanie 8.17

Dla warunków poprzedniego zadania sprawdzić, jak zmieni się sprawność obiegu Rankine'a, gdy:

- zmienia się parametry pary dolotowej do turbiny: $p_1 = 7 \text{ MPa}$
i $t_1 = 400^\circ\text{C}$,
- ciśnienie w skraplaczu wzrośnie do $0,1 \text{ MPa}$.

Rozwiązanie

Sprawność obiegu:

- dla warunków: $p_1 = 7 \text{ MPa}$, $t_1 = 400^\circ\text{C}$, $p_2 = 0,1 \text{ MPa}$
 $h_1 = 3160 \text{ kJ/kg}$, $h_2 = 2574 \text{ kJ/kg}$, $t_3 = 60^\circ\text{C}$, $h_3 = h' = 251 \text{ kJ/kg}$
– dla ciśnienia $p_2 = 0,02 \text{ MPa}$ wartości odczytane z tablicy 7.1

$$\eta_{CR} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{3160 - 2574}{3160 - 251} = 0,20$$

- dla warunków: $p_1 = 10 \text{ MPa}$, $t_1 = 550^\circ\text{C}$, $p_2 = 0,1 \text{ MPa}$

$$h_1 = 3505 \text{ kJ/kg} \quad h_2 = 2450 \text{ kJ/kg}$$

Z tablicy 7.1 dla ciśnienia $0,1 \text{ MPa}$ $h'_3 = h_3 = 417,4 \text{ kJ/kg}$

$$\eta_R = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{3505 - 2450}{3505 - 417,4} = 0,313$$

Zadanie 8.18

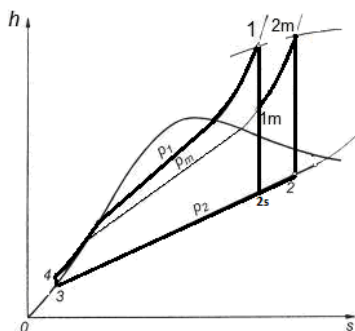
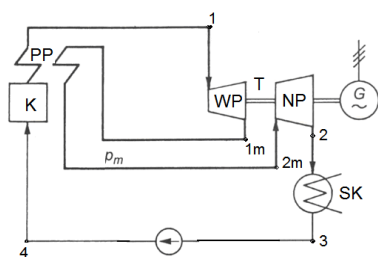
Turbina parowa pracuje wg obiegu z przegrzewem międzystopniowym pary. Parametry pary dolotowej do części wysokoprężnej to: 200 bar i 600°C . Po przegrzewie międzystopniowym, para znajduje się pod ciśnieniem 30 bar i ma temperaturę 550°C . Ciśnienie w skraplaczu wynosi $0,1 \text{ bar}$. Obliczyć:

- sprawność teoretyczną obiegu Rankine'a i obiegu z przegrzewem międzystopniowym,
- przyrost sprawności obiegu teoretycznego wywołany wprowadzeniem przegrzewu wtórnego,
- ciepło doprowadzone i pracę teoretyczną obiegu dla 1 kg czynnika.

Rozwiązanie

Wartości parametrów stanów pary odczytane z wykresu $h-s$:

- dla $p_1 = 200 \text{ bar}$ i $t_1 = 600^\circ\text{C}$ $h_1 = 3540 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ $s_1 = 6,5 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
- dla ciśnienia $p_2 = 0,01 \text{ MPa}$ i $s_{2s} = s_1 = 6,5 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ $h_{2s} = 2060 \text{ kJ/kg}$
- dla $p_m = 30 \text{ bar}$ i $t_{2m} = 550^\circ\text{C}$ $h_{2m} = 3570 \text{ kJ/kg}$
- dla $p_m = 30 \text{ bar}$ i $s_{1m} = s_1 = 6,5 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ $h_{1m} = 2980 \text{ kJ/kg}$
- dla ciśnienia $p_2 = p_3 = 0,1 \text{ MPa}$ $t_2 = t_3 = 45,8^\circ\text{C}$ $h_2 = 2340 \text{ kJ/kg}$
 $h_3 = 4,19 \cdot 45,8 = 192 \text{ kJ/kg}$



Obliczenia:

- sprawność termiczna obiegu Clasiusa-Rankine'a

$$\eta_R = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_3} = \frac{3540 - 2060}{3540 - 192} = 0,44$$

- ciepło jednostkowe doprowadzone do obiegu q_d

$$q_d = q_I + q_m = (h_1 - h_3) + (h_{2m} - h_{1m}) = (3540 - 192) + (3570 - 2980) = 3938 \text{ kJ/kg}$$

- praca jednostkowa obiegu

$$l_{ob} = l_I + l_{II} = (h_1 - h_{1m}) + (h_{2m} - h_{2s}) = (3540 - 2980) + (3570 - 2340) = 1840 \text{ kJ/kg}$$

- sprawność termiczna obiegu z międzystopniowym przegrzewem pary:

$$\eta_{ob} = \frac{(h_1 - h_{1m}) + (h_{2m} - h_{2s})}{(h_1 - h_3) + (h_{2m} - h_{1m})} = \frac{(3540 - 2980) + (3570 - 2340)}{(3540 - 192) + (3570 - 2980)} = \frac{560 + 1280}{3348 + 590} = 0,47$$

$$\Delta\eta = \eta_{ob} - \eta_{CR} = 0,47 - 0,44 = 0,03 = 3\%$$

Zadanie 8.19 (do samodzielnego rozwiązania)

Do turbiny doprowadzono parę o ciśnieniu 26 bar i temperaturze 420°C . Skraplacz pracuje pod ciśnieniem 0,04 bar. Turbina posiada upust regeneracyjny, z którego para pod ciśnieniem 1,2 bar jest kierowana do pogrzewacza, mieszając się

z wodą zasilającą. Obliczyć sprawność teoretyczną obiegu bez upustu oraz sprawność obiegu z regeneracją (upust otwarty).

Odpowiedź: $\eta_{tR} = 0,365$, $\eta_{tRu} = 0,386$.

8.3. Obiegi chłodnicze i pomp ciepła

Urządzenia chłodnicze pracują w celu obniżenia temperatury ciał poniżej temperatury otoczenia lub utrzymania temperatury niższej od temperatury otoczenia w przestrzeni chłodzonej. Realizują one obiegi lewobieżne (czyli kierunek przebiegu przemian jest przeciwny do ruchu wskazówek zegara), w których przekazywane jest ciepło ze źródła o temperaturze niższej do źródła o temperaturze wyższej, co możliwe jest kosztem energii doprowadzenia z zewnątrz (zgodnie z II zasadą termodynamiki). Różnica między obiegiem chłodniczym a obiegiem realizującym obieg pompy ciepła (grzejnym) polega tylko na pożądanym efekcie energetycznym. W przypadku obiegu chłodniczego dąży się do utrzymania określonej temperatury w przestrzeni chłodzonej, natomiast zadaniem pompy ciepła jest przekazanie jak największej ilości ciepła pobieranego z otoczenia (dolnego źródła ciepła) i oddanie go do źródła górnego.

Do realizacji obiegu lewobieżnego może być zużywana praca mechaniczna (chłodziarki sprężarkowe), ciepło doprowadzone przy temperaturze wyższej od temperatury otoczenia (chłodziarki absorpcyjne) lub energia elektryczna (chłodziarki termoelektryczne).

Ocena pracy urządzenia jest definiowana przez sprawność, czyli stosunek efektu działania do środków zużytych w tym celu. Sprawność energetyczna obiegu chłodniczego (ang. Coefficient Of Performance – COP) jest równa stosunkowi ciepła doprowadzonego do obiegu do bezwzględnej wartości pracy obiegu

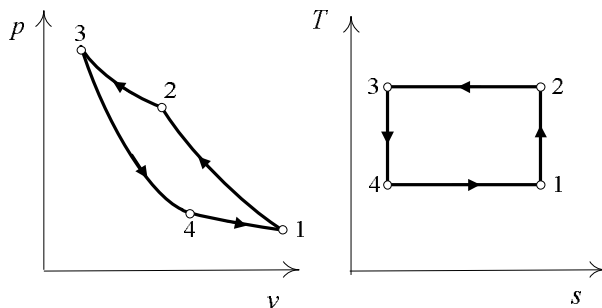
$$\varepsilon_{ch} = COP = \frac{Q_d}{|L_{zob}|} = \frac{Q_d}{|Q_{od}| - Q_d} > 0 \quad (8.19)$$

Sprawność energetyczna obiegu grzejnego (pompy ciepła) jest równa stosunkowi bezwzględnej wartości ciepła odprowadzonego od obiegu do bezwzględnej wartości pracy obiegu

$$\varepsilon_g = COP = \frac{|Q_{od}|}{|L_{zob}|} = \frac{|Q_{od}|}{|Q_{od}| - Q_d} > 1 \quad (8.20)$$

Poniżej omówiono obiegi chłodnicze: Carnota, Joule’a i Lindego. Obieg Carnota jest teoretycznym obiegiem porównawczym dla wszystkich obiegu chłodniczych i odbywa się przy stałych temperaturach źródeł. Obieg Joule’a jest obiegiem gazowym, w praktyce rzadko stosowanym. Obieg Lindego jest obiegiem teoretycznym, który jest bazą dla stosowanych w praktyce obiegu rzeczywistych. Realizowany jest z pomocą czynników, które podlegają zmianom fazy tj. odparowaniu i skraplaniu (np. NH_3 , freony).

Obieg Carnota składa się z przemian odwracalnych: dwóch izotermicznych i dwóch izentropowych.



Rys. 8.9. Obieg Carnota lewobieżny

Obieg tworzą następujące przemiany odwracalne:

- 1 – 2 – izentropowe sprężanie od temperatury źródła dolnego T_0 do temperatury źródła górnego T , w czasie którego doprowadza się pracę sprężania,
- 2 – 3 – izotermiczne oddawanie ciepła do źródła górnego z jednoczesnym doprowadzeniem pracy sprężania,
- 3 – 4 – izentropowe rozprężanie czynnika od temperatury T do temperatury T_0 , w czasie którego odzyskuje się pracę rozprężania,
- 4 – 1 – izotermiczne pobieranie ciepła od źródła dolnego, w czasie którego czynnik wykonuje pracę rozprężania.

Jednostkowa praca sprężania izentropowego (1 – 2)

$$l_{\text{spr}} = -(h_2 - h_1), \quad (8.21)$$

a dla gazów doskonałych

$$\begin{aligned} l_{\text{spr}} &= c_p (T_0 - T) = c_p T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0} \right) = \frac{c_p}{R} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = \\ &= \frac{\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \end{aligned} \quad (8.22)$$

Praca izentropowego rozprężania (3 – 4)

$$l_r = h_3 - h_4 = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_3 v_3 \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (8.23)$$

Ciepło jednostkowe wymienione ze źródłem górnym przy $T = \text{idem}$ przedstawia zależność

$$q = RT \ln \frac{p_2}{p_3} = T(s_0 - s) \quad (8.24)$$

Ciepło jednostkowe wymienione ze źródłem dolnym (jest nazywane jednostkowym skutkiem chłodzenia lub jednostkową wydajnością chłodzenia)

$$q_{0m} = T_0(s - s_0) \quad (8.25)$$

a dla gazów doskonałych

$$q_{0m} = RT_0 \ln \frac{p_4}{p_1} \quad (8.26)$$

Praca jednostkowa obiegu

$$|l_{ob}| = |q| - q_{0m} \quad (8.27)$$

Praca jednostkowa obiegu Carnota jest określana z następującej zależności

$$l_{ob} = (T - T_0)(s - s_0) \quad (8.28)$$

a dla gazów doskonałych

$$l_{ob} = R(T - T_0) \ln \frac{p_3}{p_2} \quad (8.29)$$

Jeśli natężenie strumienia masy czynnika chłodniczego wynosi $\dot{m}$, to:

– strumień cieplny wymieniony ze źródłem górnym (wydajność cieplna wymiennika)

$$\Phi = \dot{m} \cdot q \quad (8.30)$$

– wydajność chłodnicza (moc chłodnicza)

$$\Phi_0 = \dot{m} \cdot q_{0m} \quad (8.31)$$

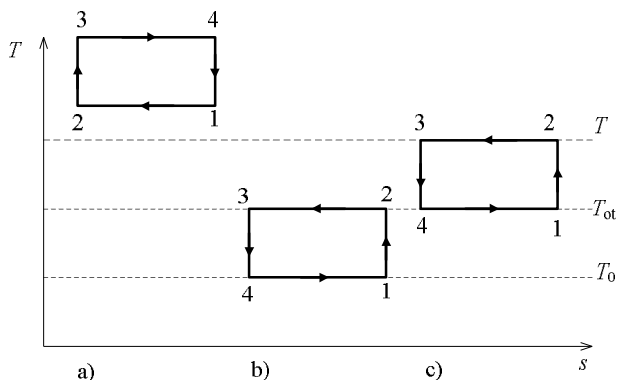
– moc napędowa obiegu

$$P_{ob} = \dot{m} \cdot l_{ob} \quad (8.32)$$

Miarą efektywności obiegu chłodniczego jest stosunek wydajności chłodniczej do wewnętrznej mocy napędowej obiegu

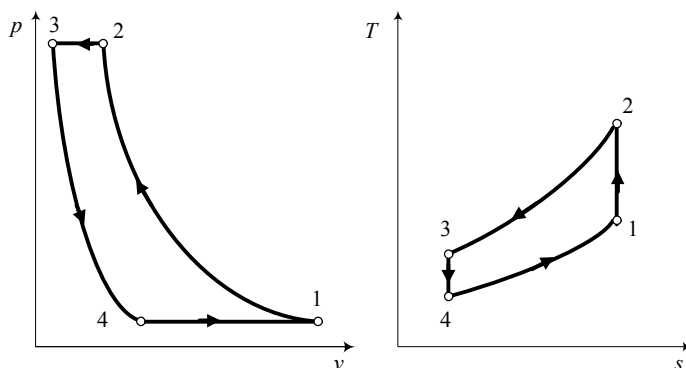
$$\varepsilon_z = \frac{\Phi_o}{|P_{ob}|} = \frac{\dot{m} \cdot q_{0m}}{\dot{m} \cdot |l_{ob}|} = \frac{q_{0m}}{|l_{ob}|} = \frac{q_{0m}}{|q| - q_{0m}} \quad (8.33)$$

Odwracalny obieg Carnota w zależności od przeznaczenia przedstawiono na rysunku 8.10.



Rys. 8.10. Odwracalny obieg Carnota:
a) silnikowy, b) chłodniczy, c) grzewczy (pompy ciepła)

Obieg gazowy lewobieżny Joule'a jest obiegiem powietrznym o zmiennych temperaturach źródeł. Obieg składa się z dwóch przemian izentropowych i dwóch przemian izobarycznych.



Rys. 8.11. Obieg lewobieżny Joule'a

Sprężarka zasysa powietrze o stanie 1 i spręża izentropowo do stanu 2. Traktując powietrze jako gaz kalorycznie doskonały, jednostkowa praca izentropowego sprężania wynosi

$$l_{1-2} = \frac{RT_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (8.34)$$

a jednostkowa praca techniczna

$$l_t = \kappa \cdot l_{1-2} \quad (8.35)$$

Powietrze po sprężeniu wymienia ciepło ze źródłem górnym w czasie przemiany izobarycznej. Jednostkowe ciepło oddane do źródła górnego

$$q = h_3 - h_2 \quad (8.36)$$

a jednostkowa praca techniczna

$$l_{2-3} = 0 \quad (8.37)$$

Jednostkowa praca doprowadzona do czynnika

$$l_{2-3} = R(T_3 - T_2) \quad (8.38)$$

Powietrze jako czynnik roboczy o parametrach w stanie 3 rozpręża się izentropowo, wykonując pracę, która jest odzyskiwana. Praca jednostkowa

$$l_{3-4} = \frac{RT_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad (8.39)$$

zaś praca techniczna

$$l_t = \kappa \cdot l_{3-4} = l_r \quad (8.40)$$

Powietrze o stanie 4 wymienia ciepło ze źródłem dolnym w przemianie izobarycznej. Ciepło pobrane z tego źródła, czyli jednostkowy skutek chłodzenia

$$q_{0m} = h_1 - h_4 \quad (8.41)$$

Praca techniczna tej przemiany jest $l_t = 0$, zaś jednostkowa praca wynosi

$$l_{4-1} = R(T_1 - T_4) \quad (8.42)$$

Bilans energii obiegu Joule'a dla 1 kg czynnika roboczego przyjmuje postać

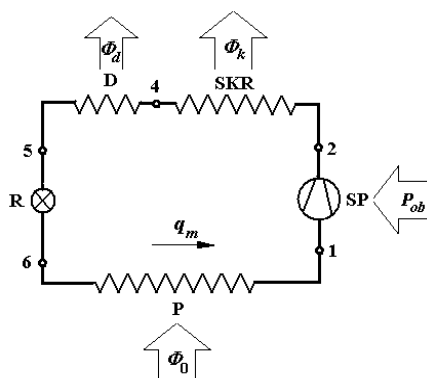
$$|l_s| + q_{0m} = l_r + |q| \quad (8.43)$$

a po przekształceniu

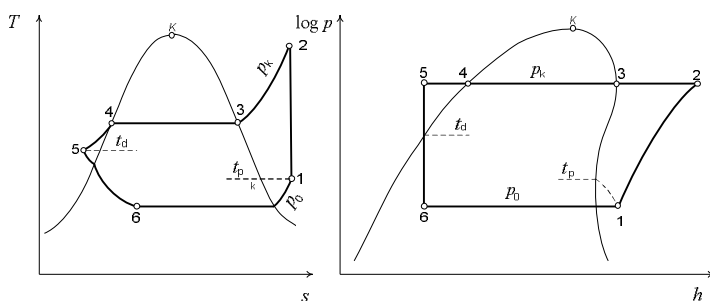
$$l_{ob} = |l_s| - l_r = |q| - q_{0m} \quad (8.44)$$

Przy założonym strumieniu masy czynnika krążącego w obiegu, sprawność obiegu Joule'a przedstawia zależność (8.33).

Obieg lewobieżny Lindego jest obiegiem parowym i składa się z dwóch przemian izobarycznych, jednej izentropowej i jednej izentalpowej. Realizację obiegu przedstawia rys. 8.12. Czynnik kolejno przepływa przez: sprężarkę (Spr), skraplacz (Skr), zawór rozprężny (R) i parownik (P). Czynnik zasysany jest do sprężarki i sprężany wg przemiany izentropowej, po czym przepływa do skraplacza, a stąd do dochładzacza (przemiana izobaryczna), którego zadaniem jest dochłodzenie skroplonego czynnika, co poprawia wskaźniki energetyczne obiegu. Skraplacz i dochładzacz są łączone szeregowo i w ten sposób temperatura czynnika wpływającego do zaworu rozprężnego (przemiana izentalpowa) jest niższa. Jak widać na rys. 8.13, jednostkowy skutek chłodzenia został zwiększony. Można go dodatkowo zwiększyć, wymuszając przegrzanie czynnika chłodniczego w parowniku (przemiana izobaryczna).



Rys. 8.12. Schemat ideowy urządzenia chłodniczego



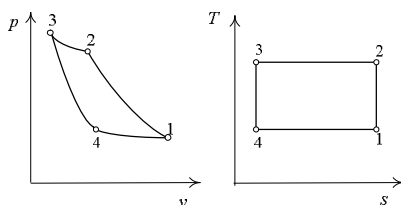
Rys. 8.13. Teoretyczny obieg Lindego

ZADANIA

Zadanie 8.20

Powietrzne urządzenie chłodnicze pracuje wg obiegu Carnota. Sprężarka zasysa z chłodnicy powietrze o ciśnieniu $p_1 = 2$ bar i $t_1 = -23^\circ\text{C}$. Stan powietrza na wejściu do rozprężarki: $p_3 = 5$ bar, $t_3 = +27^\circ\text{C}$. Przedstawić szkic obiegu w układach $p-v$ i $T-s$ oraz obliczyć parametry powietrza w węzłowych stanach obiegu, pracę jednostkową obiegu l_{ob} , jednostkowy skutek chłodzenia q_{0m} , jednostkową objętościową wydajność chłodzenia q_{0v} i współczynnik wydajności chłodniczej ε . Stała gazowa $R = 287$ J/(kg·K), $\kappa = 1,4$.

Rozwiązanie



stan \ parametr	1	2	3	4
p [MPa]	0,2	0,38	0,5	0,26
v [m ³ /kg]	0,359	0,227	0,172	0,276
T [K]	250	300	300	250

Objętość właściwa w stanach 1 i 3:

$$pv = RT \quad v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 250}{0,2 \cdot 10^6} = 0,359 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = \frac{287 \cdot 300}{0,5 \cdot 10^6} = 0,172 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Ciśnienie w stanach 2 i 4:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,2 \cdot \left(\frac{300}{250} \right)^{1,4} = 0,38 \text{ MPa}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,5 \cdot \left(\frac{250}{300} \right)^{1,4} = 0,26 \text{ MPa}$$

Objętości właściwa w stanach 2 i 4:

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{287 \cdot 300}{0,38 \cdot 10^6} = 0,227 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_4 = \frac{RT_4}{p_4} = \frac{287 \cdot 250}{0,26 \cdot 10^6} = 0,276 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Praca jednostkowa obiegu

$$l_{ob} = R(T - T_0) \cdot \ln \frac{p_3}{p_2} = 287(300 - 250) \ln \frac{0,5}{0,21} = 12,45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowy skutek chłodzenia

$$q_{0m} = RT_0 \ln \frac{p_4}{p_1} = RT \ln \frac{p_3}{p_2} = 287 \cdot 250 \ln \frac{0,5}{0,21} = 62,24 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowa objętościowa wydajność chłodzenia

$$q_{0v} = \frac{q_{0m}}{v_1 - v_3} = \frac{62,24}{0,359 - 0,172} = 332,8 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$$

Współczynnik wydajności chłodniczej

$$\varepsilon = \frac{q_{0m}}{l_{ob}} = \frac{62,24}{12,45} = 5$$

Zadanie 8.21

Powietrzne urządzenie chłodnicze pracuje wg obiegu Joule'a. Sprężarka zasysa powietrze pod ciśnieniem $p_1 = 1$ bar i temperaturze $t_1 = -10^\circ\text{C}$. Stan powietrza na wejściu do rozprężarki $p_3 = 5$ bar i $t_3 = +10^\circ\text{C}$. Stała gazowa $R = 287$ J/(kg·K), $\kappa = 1,4$, $c_p = 1,007$ kJ/(kg·K). Wykonać szkic obiegu w układzie $p-v$ i $T-s$ oraz obliczyć parametry w węzłowych stanach, jednostkową pracę techniczną sprężania i rozprężania, pracę jednostkową obiegu, jednostkowy skutek chłodzenia q_{om} , jednostkową objętościową wydajność chłodzenia q_{0v} oraz współczynnik wydajności chłodniczej ε .

Rozwiązanie

Wykres obiegu na rys. 8.11.

stan parametr	1	2	3	4
p [MPa]	0,1	0,5	0,5	0,1
v [m ³ /kg]	0,755	0,239	0,162	0,514
T [K]	263	416	283	179

$$pv = RT \quad v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 263}{1 \cdot 10^5} = 0,755 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = \frac{287 \cdot 283}{5 \cdot 10^5} = 0,162 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 263 \cdot \left(\frac{0,5}{0,1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 416 \text{ K}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 283 \cdot \left(\frac{0,1}{0,5} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 179 \text{ K}$$

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{287 \cdot 416}{5 \cdot 10^5} = 0,239 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$v_4 = \frac{RT_4}{p_4} = \frac{287 \cdot 179}{1 \cdot 10^5} = 0,514 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Praca techniczna sprężania i rozprężania:

$$l_{s1,2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R(T_1 - T_2) = \frac{1,4}{1,4 - 1} 287(263 - 416) = -153,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$l_{r3,4} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R(T_3 - T_4) = \frac{1,4}{1,4 - 1} 287(283 - 179) = 104,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Praca jednostkowa obiegu

$$l_{ob} = |l_s| - l_r = |-153,7| - 104,5 = 49,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowy skutek chłodzenia

$$q_{0m} = c_p(T_1 - T_4) = 1,007 \cdot (263 - 179) = 84,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowa objętościowa wydajność chłodzenia

$$q_{0v} = \frac{q_{0m}}{v_1 - v_3} = \frac{84,6}{0,755 - 0,162} = 142,7 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$$

Współczynnik wydajności chłodniczej

$$\varepsilon = \frac{q_{0m}}{w_{ob}} = \frac{84,6}{49,2} = 1,72$$

Zadanie 8.22

Urządzenie chłodnicze pracuje z czynnikiem R12 lub HFC134a, realizując teoretyczny obieg Lindego.

Parametry obiegu:

- temperatura parowania $t_0 = -20^\circ\text{C}$,
- przegrzanie $\Delta t = 10^\circ\text{C}$,
- temperatura skraplania $t_k = +40^\circ\text{C}$,
- temperatura dochłodzenia $t_d = +30^\circ\text{C}$.

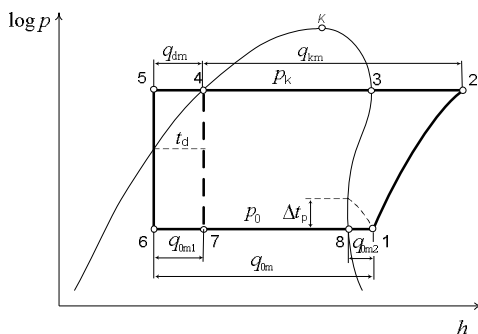
Narysować schemat urządzenia i wykres obiegu w układzie $\lg p - h$.

Obliczyć:

- skutek chłodzenia q_{0m} ,
- zyski q_{0m1} i q_{0m2} ,
- jednostkową pracę obiegu w_{ob} ,
- jednostkowe ciepło odprowadzone w skraplaczu q_{km} ,
- jednostkowe ciepło odprowadzone w dochładzaczu q_{dm} ,
- jednostkowy objętościowy skutek chłodzenia q_{vom} ,
- współczynnik efektywności chłodniczej (sprawność):
 - gdy obieg pracuje jako chłodniczy,
 - gdy obieg pracuje jako grzejny.

Obliczyć strumień masy krążącego czynnika, jeśli wydajność chłodnicza wynosi $\Phi_0 = 10 \text{ kW}$. Sporządzić bilans cieplny obiegów.

Rozwiązanie



Czynnik R12

stan parametr	1	2	3	4	5	6	7	8
$p \text{ [MPa]}$	0,15	0,95	0,95	0,95	0,95	0,15	0,15	0,15
$t \text{ [}^\circ\text{C]}$	-10	60	40	40	30	-20	-20	-20
$h \text{ [kJ/kg]}$	998	1032	1017	888	877	877	888	992

Czynnik HFC134a

stan parametr	1	2	3	4	5	6	7	8
$p \text{ [MPa]}$	0,132	1,02	1,02	1,02	1,02	0,132	0,132	0,132
$t \text{ [}^\circ\text{C]}$	-10	60	40	40	30	-20	-20	-20
$h \text{ [kJ/kg]}$	395	440	420	256	242	242	256	385

Czynnik R12

$$v_1 = 0,115 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Czynnik HFC134a

$$v_1 = \frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{6,5} = 0,153 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Zysk jednostkowego skutku chłodzenia wynikający z dochłodzenia:

$$q_{0m1} = h_7 - h_6 = 888 - 877 = 11 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad q_{0m1} = h_7 - h_6 = 256 - 242 = 14 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Zysk jednostkowego skutku chłodzenia wynikający z przegrzania:

$$q_{0m2} = h_1 - h_8 = 998 - 992 = 6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad q_{0m2} = h_1 - h_8 = 395 - 385 = 10 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowy skutek chłodzenia:

$$q_{0m} = h_1 - h_6 = 998 - 877 = 121 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad q_{0m} = h_1 - h_6 = 395 - 242 = 153 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowe ciepło odprowadzone w dochładzacz:

$$|q_{dm}| = h_4 - h_5 = 888 - 877 = 11 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad |q_{dm}| = h_4 - h_5 = 256 - 242 = 14 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowe ciepło odprowadzone w skraplaczu:

$$|q_{km}| = h_2 - h_4 = 1032 - 888 = 144 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad |q_{km}| = h_2 - h_4 = 440 - 256 = 184 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Jednostkowa praca obiegu:

$$|l_{ob}| = h_2 - h_1 = 1032 - 998 = 34 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad |l_{ob}| = h_2 - h_1 = 440 - 395 = 45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Strumień masy czynnika krążącego w obiegu:

$$\dot{m} = \frac{\Phi_0}{q_{0m}} = \frac{10}{121} = 0,083 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \dot{m} = \frac{\Phi_0}{q_{0m}} = \frac{10}{153} = 0,065 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Sprawność obiegu grzewczego:

$$\varepsilon_{grzew} = \frac{|q_{km}|}{|l_{ob}|} = \frac{144}{34} = 4,23 \quad \varepsilon_{grzew} = \frac{|q_{km}|}{|l_{ob}|} = \frac{184}{45} = 4,08$$

Sprawność obiegu chłodniczego (współczynnik wydajności chłodniczej):

$$\varepsilon_{ch} = \frac{q_{0m}}{|l_{ob}|} = \frac{121}{34} = 3,55 \quad \varepsilon_{ch} = \frac{q_{0m}}{|l_{ob}|} = \frac{153}{45} = 3,4$$

Jednostkowy objętościowy skutek chłodzenia:

$$q_{v0m} = \frac{q_{0m}}{v_1} = \frac{121}{0,115} = 1052 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \quad q_{v0m} = \frac{q_{0m}}{v_1} = \frac{153}{0,153} = 1000 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$$

Bilans cieplny:

$$\begin{aligned} |l_{ob}| + q_{0m} &= |q_{km}| + |q_{dm}| \\ 34 + 121 &= 144 + 11 & 45 + 153 &= 184 + 14 \\ 155 &= 155 & 198 &= 198 \end{aligned}$$

8.4. Sprężarki tłokowe

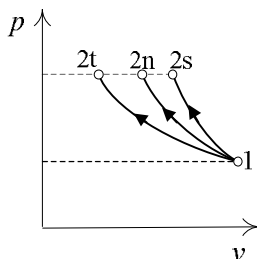
Urządzenia mające na celu zwiększenie ciśnienia czynnika gazowego lub parowego i przemieszczenie go z przestrzeni o niższym ciśnieniu do przestrzeni o wyższym ciśnieniu nazywamy urządzeniami sprężającymi. Wśród

urządzeń sprężających wyróżnić można: sprężarki, dmuchawy, wentylatory, przy czym wzrost ciśnienia odbywa się kosztem pobranej energii.

Teoretyczna praca potrzebna do sprężenia 1 kg czynnika równa jest jednostkowej pracy technicznej przemiany

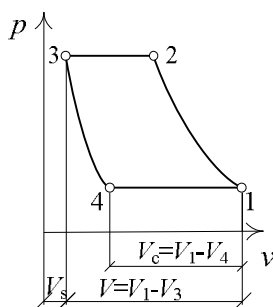
$$l_{sp} = l_{t1,2} \quad (8.45)$$

Wielkość tej pracy zależy od rodzaju przemiany. Sprężanie może odbywać wg przemiany izotermicznej 1 – 2 t, politropowej 1 – 2 n lub izentropowej 1 – 2 s (rys. 8.14).



Rys. 8.14. Teoretyczny przebieg sprężania w sprężarce tłokowej

Rzeczywista sprężarka tłokowa zasysa do cylindra mniej czynnika niż objętość cylindra, jak i objętość skokowa na skutek istnienia tzw. przestrzeni szkodliwej V_s (rys. 8.15).



Rys. 8.15. Teoretyczny cykl pracy sprężarki tłokowej z uwzględnieniem przestrzeni szkodliwej

Objętość czynnika rzeczywiście zassanego przez sprężarkę

$$V_c = V_1 - V_4 \quad (8.46)$$

Objętość skokowa

$$V = V_1 - V_3 \quad (8.47)$$

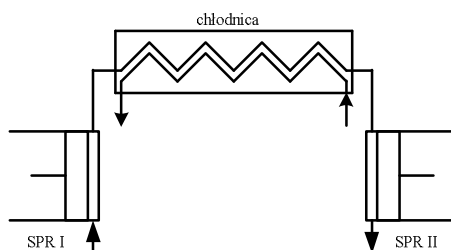
Względna przestrzeń szkodliwa ε jest stosunkiem objętości szkodliwej do objętości skokowej

$$\varepsilon = \frac{V_s}{V} \quad (8.48)$$

Pracę teoretyczną sprężarki rzeczywistej z uwzględnieniem przestrzeni szkodliwej określa się wzorem

$$l_{sp} = l_{t1-2} - l_{t3-4} \quad (8.49)$$

Sprężanie wielostopniowe stosuje się wówczas, gdy osiągnięcie ciśnienia końcowego jest niemożliwe dla danego typu sprężarki ze względów technicznych lub ekonomicznych. Sprężanie to polega na połączeniu szeregowym przestrzeni roboczych jednej lub kilku sprężarek, przy czym po każdym stopniu, lub co kilka stopni, czynnik roboczy jest chłodzony (rys. 8.16).



Rys. 8.16. Schemat połączenia sprężarek w układzie dwustopniowym

ZADANIA

Zadanie 8.23

W sprężarce tłokowej sprężane jest powietrze od ciśnienia 0,1 MPa i temperatury 20°C do ciśnienia 0,7 MPa. Określić, w odniesieniu do warunków normalnych, ile powietrza będzie przetłaczać ta sprężarka, jeżeli proces będzie przebiegać izotermicznie, politropowo ($n = 1,32$) i izentropowo (rys. 8.14), a moc teoretyczna napędu jest stała i wynosi 200 kW. Jaką temperaturę osiągnie czynnik na końcu sprężania i ile ciepła odprowadzić musi woda chłodząca cylinder.

Rozwiązanie

Sprężanie izotermiczne

Praca techniczna: $l_{t1-2t} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \quad L_{t1-2t} = p_1 V_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$

Moc teoretyczna $N_{t1-2t} = p_1 \dot{V}_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$

Objętość zasysana $\dot{V}_1 = \frac{N_{t1-2t}}{p_1 \ln \frac{p_2}{p_1}} = \frac{200 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 10^6 \ln \frac{0,7}{0,1}} = 1,03 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

W warunkach normalnych:

$$\frac{p_n \dot{V}_n}{T_n} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{T_1} \quad \dot{V}_n = \frac{p_1}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T_1} \cdot \dot{V}_1 = \frac{0,1 \cdot 10^6}{1,013 \cdot 10^5} \cdot \frac{273}{293} \cdot 1,03 = 0,95 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Temperatura na końcu sprężania

$$T_{2t} = T_1 = 293 \text{ K}$$

Ilość ciepła odebrane przez wodę chłodzącą dla przemiany izotermicznej

$$\dot{Q}_{1-2t} = N_{1-2t} = 200 \text{ kW}$$

Sprężanie politropowe

$$\text{Praca techniczna: } l_{t1-2n} = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$L_{t1-2n} = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$\text{Moc teoretyczna } N_{t1-2n} = \frac{n}{n-1} p_1 \dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Objętość zasysana

$$\dot{V}_1 = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{N_{t1-2n}}{p_1 \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]} = \frac{1,32-1}{1,32} \cdot \frac{200 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 10^6 \cdot \left[\left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1,32-1}{1,32}} - 1 \right]} = 0,80 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

W warunkach normalnych:

$$\frac{p_n \dot{V}_n}{T_n} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{T_1} \quad \dot{V}_n = \frac{p_1}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T_1} \cdot \dot{V}_1 = \frac{0,1 \cdot 10^6}{1,013 \cdot 10^5} \cdot \frac{273}{293} \cdot 0,80 = 0,74 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Temperatura na końcu sprężania:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_{2n}}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad T_{2n} = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 293 \cdot \left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1,32-1}{1,32}} = 470 \text{ K}$$

Ciepło odebrane przez wodę chłodzącą:

$$q_{1-2n} = c(T_{2n} - T_1) - l_{t1-2n} = \frac{n}{n-1} R(T_{2n} - T_1)$$

$$q_{1-2n} = \frac{5}{2} R \cdot \frac{n-\kappa}{n-1} \cdot (T_{2n} - T_1)$$

$$q_{1-2n} = \frac{5}{2} \frac{\kappa - n}{n} l_{t1-2n}$$

$$\dot{Q}_{1-2n} = \frac{5}{2} \frac{\kappa - n}{n} N_{t1-2n} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1,4 - 1,32}{1,32} \cdot 200 = 30,3 \text{ kW}$$

Sprężanie izentropowe

Praca techniczna: $l_{t1-2s} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$

$$L_{t1-2s} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 \dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

Moc teoretyczna $N_{t1-2s} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 \dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$

Objętość zasysana

$$\dot{V}_1 = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{N_{t1-2s}}{p_1 \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} = \frac{1,4 - 1}{1,4} \cdot \frac{200 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 10^6 \cdot \left[\left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right]} = 0,77 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

W warunkach normalnych:

$$\frac{p_n \dot{V}_n}{T_n} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{T_1} \quad \dot{V}_n = \frac{p_1}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T_1} \cdot \dot{V}_1 = \frac{0,1 \cdot 10^6}{1,013 \cdot 10^5} \cdot \frac{273}{293} \cdot 0,77 = 0,71 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Temperatura na końcu sprężania:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_{2s}}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad T_{2s} = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293 \cdot \left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 511 \text{ K}$$

Ciepło odebrane przez wodę chłodzącą

$$\dot{Q}_{1-2s} = 0$$

Zadanie 8.24

Dwie sprężarki: jedno- i dwustopniowa sprężają powietrze od ciśnienia $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ do ciśnienia $p_3 = 1 \text{ MPa}$, zawsze przy wykładniku $n = 1,31$. W sprężarce dwustopniowej zainstalowano chłodnicę międzystopniową, która izobarycznie schładza powietrze do temperatury początkowej na ssaniu pierwszego stopnia (rys. 8.16). Obliczyć zapotrzebowanie mocy do sprężania

powietrza w przypadku sprężarki jedno- i dwustopniowej. Przyjąć, że ciśnienie międzystopniowe określamy zgodnie z zależnością: $p_2 = \sqrt{p_1 \cdot p_3}$.

Rozwiązanie

Moc sprężarki jednostopniowej

$$|N_i| = \frac{n}{n-1} p_1 \dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] =$$

$$= \frac{1,31}{1,31-1} \cdot 0,1 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cdot \left[\left(\frac{1}{0,1} \right)^{\frac{1,31-1}{1,31}} - 1 \right] = 15,31 \text{ kW}$$

Moc sprężarki dwustopniowej

$$|N_i| = \frac{n}{n-1} p_1 \dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + \frac{n}{n-1} p_2 \dot{V}_2 \left[\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Ciśnienie międzystopniowe $p_2 = \sqrt{p_1 \cdot p_3} = \sqrt{0,1 \cdot 1} = 0,316 \text{ MPa}$

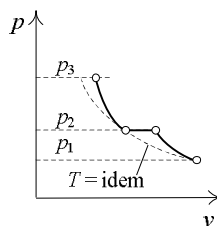
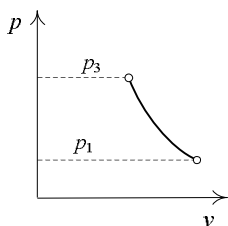
Ponieważ temperatury na ssaniu obu sprężarek są jednakowe, więc:

$$p_1 \dot{V}_1 = p_2 \dot{V}_2 \quad \dot{V}_2 = \dot{V}_1 \frac{p_1}{p_2} = 0,05 \cdot \frac{0,1}{1} = 0,005 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

a stąd

$$N_{II} = \frac{1,31}{1,31-1} \cdot 0,1 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cdot \left[\left(\frac{0,316}{0,1} \right)^{\frac{1,31-1}{1,31}} - 1 \right] +$$

$$+ \frac{1,31}{1,31-1} \cdot 0,316 \cdot 10^6 \cdot 0,005 \cdot \left[\left(\frac{1}{0,316} \right)^{\frac{1,31-1}{1,31}} - 1 \right] = 8,7 \text{ kW}$$



Wykonane obliczenia wykazały zmniejszenie pobieranej mocy w przypadku sprężania wielostopniowego.

9. SPALANIE PALIW

Spalaniem nazywamy zmianę energii chemicznej paliwa na ciepło w wyniku egzotermicznego gwałtownego utleniania, któremu towarzyszy, oprócz wydzielania się ciepła, zjawisko świetlne. Proces ten polega na szybkim utlenianiu substancji, połączonym ze znacznym wzrostem temperatury produktów spalania w stosunku do temperatury substratów. Obecnie większość użytkowanej energii pochodzi ze **spalania paliw**, czyli substancji palnych, łatwo dostępnych, tanich i mających właściwości zapewniające prawidłowy przebieg spalania w silniku, komorze spalania lub palenisku, dla którego są przeznaczone.

Głównymi składnikami palnymi paliw są: węgiel, wodór i ich związki chemiczne. Siarka, która występuje w niewielkiej ilości, jest składnikiem niepożądanym. Składniki palne paliwa są utleniane najczęściej przez tlen zawarty w powietrzu. W wyjątkowych przypadkach stosuje się sprężony tlen (spawanie) lub ciekły tlen (silniki rakietowe).

9.1. Bilansowanie ilości substancji i równania stechiometryczne

Obliczenia dotyczące procesów spalania wiążą się z bilansowaniem ilości substancji oraz energii. Do sporządzenia bilansów ilościowych konieczna jest znajomość składu chemicznego paliwa i utleniacza.

Masowy skład elementarny paliw stałych i ciekłych określa się za pomocą udziałów masowych pierwiastków, oznaczonych ich symbolami chemicznymi bez liczby atomów w cząsteczce. Udziały masowe w paliwie: węgla C , wodoru H , siarki S , tlenu O , azotu N , wilgoci W , popiołu P dają po zsumowaniu

$$C + H + S + O + N + W + P = 1 \quad (9.1)$$

gdzie: $C + H + S$ to substancje palne, $O + N + W + P$ nazywa się balastem. Ponieważ znany jest tylko przybliżony skład paliwa, do obliczeń stosujemy przybliżone masy molowe składników.

Skład chemiczny paliwa płynnego jest często określany wzorem chemicznym w postaci $C_mH_nO_k$.

Analiza chemiczna paliwa gazowego przeprowadzona w temperaturze pokojowej daje w wyniku objętościowy skład paliwa suchego, tj. niezawierającego pary wodnej. Skład suchych paliw gazowych jest określany przez udziały objętościowe składników, oznaczone ich symbolami chemicznymi ujętymi w nawias kwadratowy z indeksem p (paliwo): tlenek węgla- $[CO]_p$, wodór- $[H_2]_p$, metan- $[CH_4]_p$, etan- $[C_2H_6]_p$, etylen- $[C_2H_4]_p$, acetylen- $[C_2H_2]_p$, tlen- $[O_2]_p$, dwutlenek węgla- $[CO_2]_p$, azot- $[N_2]_p$ [1].

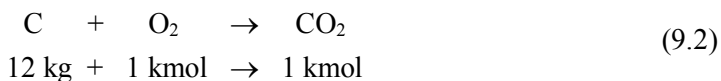
W wyniku spalania powstają na ogół lotne produkty spalania. Lotne produkty spalania wraz z domieszką gazów niebiorących udziału w reakcjach chemicznych (azot, nadmiar tlenu, para wodna z paliwa) noszą nazwę **spalin**.

W celu maksymalnego wykorzystania paliwa pod względem energetycznym dąży się do **spalania całkowitego**, gdy w produktach nie ma stałych składników palnych, oraz do **spalania zupełnego**, czyli spalania na produkty niepalne. **Spalanie niezupełne** może być spowodowane zbyt małą ilością powietrza doprowadzonego do spalania.

Zależności między ilościami reagentów biorących udział w procesie spalania wynikają z bilansowania ilości substancji w reakcjach chemicznych na podstawie **równań stechiometrycznych**, gdzie symbole chemiczne oznaczają 1 kmol pierwiastka lub związku chemicznego, zaś liczba przed nim, **współczynnik stechiometryczny**, wyraża liczbę kilomoli danej substancji.

Masa substratów jest zawsze równa masie produktów. Liczba kilomoli produktów może być większa, równa lub mniejsza od liczby kilomoli substratów. Zmiana objętości reagentów podczas spalania jest wynikiem nie tylko przyrostu temperatury, ale i zmiany liczby kilomoli składników lotnych.

Procesy spalania poszczególnych składników paliwa można zbilansować względem ilości substancji dzięki odpowiedniej interpretacji równań stechiometrycznych, np. spalania węgla do dwutlenku węgla:



Z zapisu tego wynika, że do spalania całkowitego i zupełnego 12 kg węgla potrzeba 1 kmol tlenu, a w wyniku powstanie 1 kmol dwutlenku węgla. Jeżeli w paliwie jest C kg pierwiastka węgla, to:

$$\begin{array}{rcl} C \text{ kg} + \frac{C}{12} \text{ kmol} & \rightarrow & \frac{C}{12} \text{ kmol} \\ C \text{ kg} + \frac{32}{12} C \text{ kg} & \rightarrow & \frac{44}{12} C \text{ kg} \end{array} \quad (9.3)$$

9.2. Zapotrzebowanie powietrza do spalania

Znając skład chemiczny paliwa, na podstawie podanych uprzednio równań stechiometrycznych spalania, można określić ilość tlenu potrzebną do spalania całkowitego i zupełnego jednostki ilości paliwa, czyli **teoretyczne zapotrzebowanie tlenu** do spalania, a następnie **teoretyczne zapotrzebowanie powietrza**.

Teoretyczne zapotrzebowanie tlenu do spalania 1 kg paliwa stałego lub płynnego, przy uwzględnieniu tlenu zawartego w paliwie, wynosi:

$$O_{t \text{ kmol}} = \frac{C}{12} + \frac{H}{4} + \frac{S}{32} - \frac{O}{32} \frac{\text{kmol O}_2}{\text{kg paliwa}} \quad (9.4)$$

$$O_{t \text{ kg}} = 32 O_{t \text{ kmol}} = \frac{8}{3} C + 8H + S - O \frac{\text{kg O}_2}{\text{kg paliwa}} \quad (9.5)$$

Przybliżony udział objętościowy tlenu w powietrzu wynosi 0,210, zaś udział masowy 0,232. Teoretycznej ilości tlenu odpowiada teoretyczne zapotrzebowanie powietrza do spalania jednostki paliwa:

$$L_{t \text{ kmol}} = \frac{O_t}{0,210} \frac{\text{kmol powietrza}}{\text{kg paliwa}} \quad L_{t \text{ kg}} = \frac{O_{t \text{ kg}}}{0,232} \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg paliwa}} \quad (9.6)$$

Wymieszanie paliwa z powietrzem nie jest doskonałe. W celu uzyskania spalania całkowitego i zupełnego należy doprowadzić więcej tlenu i powietrza niż to wynika z równań stechiometrycznych. Ilość powietrza L lub tlenu rzeczywiście doprowadzonego do spalania O_{rz} różni się od ilości teoretycznej.

Współczynnikiem nadmiaru powietrza (tlenu) nazywamy stosunek ilości powietrza L (tlenu O_{rz}) rzeczywiście doprowadzonego do spalania do teoretycznej ilości powietrza L_t (tlenu O_t) wynikającej z zależności stechiometrycznych

$$\lambda = \frac{L}{L_t} = \frac{O_{rz}}{O_t} \quad (9.7)$$

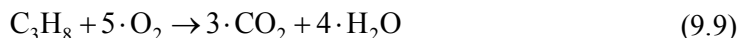
Współczynnik nadmiaru powietrza dobiera się w zależności od rodzaju paliwa i paleniska lub komory spalania, w której przebiega proces spalania.

Parametrem, który jest zależny od ilości powietrza rzeczywiście użytego w procesie spalania, jest także stosunek masy powietrza do masy paliwa – **AF (air-fuel ratio)**. Stosowana jest również odwrotność tego współczynnika, czyli stosunek masy paliwa do masy powietrza – **FA (fuel-air ratio)**:

$$AF = \frac{m_{\text{powietrza}}}{m_{\text{paliwa}}} \quad FA = \frac{m_{\text{paliwa}}}{m_{\text{powietrza}}} \quad (9.8)$$

Należy pamiętać, że do procesu spalania wykorzystujemy powietrze, czyli do strefy reakcji doprowadzamy także „neutralny” azot, który w tych warunkach, jak zakładamy, ignorując w pewnym stopniu złożoność zjawiska, nie podlega żadnym reakcjom chemicznym i przechodzi bez zmian do spalin.

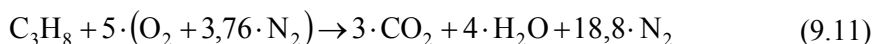
Weźmy na przykład prostą reakcję spalania propanu w środowisku czystego tlenu



W rzeczywistości proces ten zachodzi w powietrzu. Do naszych celów możemy założyć, że zawiera ono 21% tlenu i 79% azotu (objętościowo), czyli na każdy kmol tlenu O_2 do reakcji wprowadzamy

$$\frac{79}{21} = 3,76 \frac{\text{kmol N}_2}{\text{kmol O}_2} \quad (9.10)$$

A zatem, przy upraszczającym założeniu, że azot nie podlega żadnym chemicznym reakcjom podczas procesu spalania, możemy równanie reakcji zapisać jako



Taki zapis ułatwia pamiętanie o tym, że azot znajduje się w spalinach.

9.3. Ilość i skład spalin

Ilość i skład spalin powstałych ze spalania jednostki ilości paliwa zależą od składu chemicznego paliwa, współczynnika nadmiaru powietrza, temperatury i ciśnienia. Przy wysokich temperaturach, cząsteczki składników spalin ulegają **dysocjacji termicznej**, rozpadając się częściowo na składniki prostsze. Przy temperaturach niższych od 1500°C można pominąć dysocjację i przyjąć, że skład spalin nie zależy od temperatury i ciśnienia. Podane uprzednio równania stechiometryczne pozwalają określić skład i ilość spalin w temperaturach, w których można pominąć dysocjację. Temperatura spalin w urządzeniach technicznych jest tak wysoka, że woda występuje w spalinach w postaci pary. Spaliny zawierające parę wodną są nazywane **spalinami wilgotnymi lub mokrymi**. **Spaliny suche** nie zawierają pary wodnej.

Spalanie paliw zawierających węglowodory lub wodór prowadzi do pojawienia się w spalinach pary wodnej H_2O . Obliczenia temperatury punktu rosy spalin, czyli temperatury nasycenia dla ciśnienia cząstkowego pary wodnej, często stanowią ważny wskaźnik eksploatacyjny.

Udziały objętościowe składników spalin mokrych oznacza się symbolem chemicznym w nawiasie okrągłym z indeksem m.

Udziały objętościowe składników spalin suchych oznacza się symbolem chemicznym w nawiasie kwadratowym z indeksem s.

9.4. Bilans energii przy spalaniu

Procesy spalania w typowych urządzeniach technicznych przebiegają najczęściej pod stałym ciśnieniem. Dla takiego przypadku (pierwsza zasada termodynamiki) ciepło reakcji Q równa się entalpii reakcji ΔH_{Reak} , którą można określić jako różnicę entalpii produktów H_P i substratów H_S

$$Q = \Delta H_{Reak} = H_P - H_S \quad (9.12)$$

Dodatkowo przyjmuje się, że proces spalania przebiega w stałej temperaturze. Oznacza to, że podczas reakcji egzotermicznej, w której wydzielą się ciepło, konieczne jest jego odprowadzenie, aby zapewnić warunek izotermiczności. Odwrotnie wygląda sytuacja z reakcją endotermiczną, do której konieczne jest doprowadzenie ciepła z zewnątrz. Zachowując umowę dotyczącą doprowadzonego i odprowadzonego ciepła do układu otrzymamy, że dla reakcji egzotermicznych $Q < 0$ i $Q > 0$ dla reakcji endotermicznych.

Wiele parametrów chemicznych zależy od temperatury i ciśnienia. Aby ułatwić ich porównanie, wprowadzono tzw. stan standardowy przy temperaturze odniesienia $T_0 = 298,15 \text{ K}$ (25°C) i ciśnieniu $p_0 = 0,10133 \text{ MPa}$ (1 atm).

Entalpia (ciepło) tworzenia $\Delta \bar{h}_f^\circ$ może być zdefiniowana jako ilość ciepła potrzebna do formowania 1 mola (lub 1 kg) substancji z jej elementów znajdujących

się w stanie standardowym w reakcji przebiegającej pod stałym ciśnieniem oraz z początkową i końcową temperaturą równą T_0 . Przyjęto, że entalpie tworzenia pierwiastków chemicznych w ich stanach stabilnych są równe 0, np. dla O_2 i N_2 . Standardowe entalpie tworzenia dla kilku materiałów przedstawiono w poniższej tabeli.

Jeżeli produkty i substraty składają się z kilku składników, to równanie (9.12) przyjmuje postać

$$Q = \Delta H_{Reak} = \sum_{i-Prod} n_i \left(\Delta \bar{h}_f^\circ \right)_i - \sum_{j-Sub} n_j \left(\Delta \bar{h}_f^\circ \right)_j \quad (9.13)$$

gdzie n_i i n_j reprezentują ilości moli produktów i oraz substratów j .

Tabela 9.1. Entalpie tworzenia kilku wybranych materiałów [17]

<i>Materiał</i>	<i>Formuła</i>	$\Delta \bar{h}_f^\circ$ (kJ/mol)
Tlen	O_2 (gaz)	0
Wodór	H_2 (gaz)	0
Woda (para wodna)	H_2O (gaz)	-241,81
Woda	H_2O (ciecz)	-285,83
Węgiel	C (ciało stałe)	0
Tlenek węgla	CO (gaz)	-110,53
Dwutlenek węgla	CO ₂ (gaz)	-393,50
Metan	CH ₄ (gaz)	-74,85
Propan	C ₃ H ₈ (gaz)	-103,85

Zwykle temperatura składników (substratów i produktów) różni się od standardowej temperatury odniesienia (T_0). Temperatura początkowa poszczególnych substratów T_i może być większa lub mniejsza od T_0 , natomiast temperatura produktów spalania wynosi T_f . W takim przypadku zależność (9.13) można zapisać jako [14]

$$Q = \Delta H_{Reak} = \sum_{i-Prod} n_i \left[\left(\bar{h}_{T_f} - \bar{h}_{T_0} \right)_i + \Delta \bar{h}_f^\circ \right]_i - \sum_{j-Sub} n_j \left[\left(\bar{h}_{T_i} - \bar{h}_{T_0} \right)_j + \Delta \bar{h}_f^\circ \right]_j \quad (9.14)$$

Różnica entalpii (fizycznej) dla poszczególnego składnika $\left(\bar{h}_{T_f} - \bar{h}_{T_0} \right)_i$ w powyższym równaniu może być odczytana z odpowiednich tablic lub obliczona z następującej zależności

$$\left(\bar{h}_{T_f} - \bar{h}_{T_0} \right)_i = \int_{T_0}^{T_f} \bar{c}_{p,i}(T) dT \quad (9.15)$$

gdy znana jest zależność ciepła właściwego pod stałym ciśnieniem $\bar{c}_{p,i}$ dla składnika i od temperatury.

W analizach reakcji chemicznych bardzo często jest wykorzystywane **prawo Hessa**, które mówi, że ciepło reakcji chemicznej przebiegającej pod stałym ciśnieniem (lub w stałej objętości) nie zależy od drogi reakcji, a tylko od stanu początkowego i końcowego.

W obliczeniach technicznych stosuje się pojęcia ciepła spalania i wartości opałowej. **Ciepło spalania** Q_c (a w zasadzie – entalpia spalania) jest to ciepło otrzymywane ze spalania całkowitego i zupełnego jednostki ilości paliwa pod stałym ciśnieniem, gdy spaliny zostaną ochłodzone do temperatury początkowej substratów.

Natomiast **wartość opałowa** Q_w jest to ciepło otrzymane ze spalania całkowitego i zupełnego jednostki ilości paliwa pod stałym ciśnieniem, gdy spaliny zostaną ochłodzone do temperatury początkowej substratów, a para wodna zawarta w spalinach nie zostanie skroplona.

Wynika z tego, że ciepło określone z zależności (9.14) dla reakcji egzotermicznych odpowiada ciepłu spalania ($Q_c = -\Delta H_{reak}$) w przypadku, gdy woda występująca w produktach spalania jest cieczą, i wartości opałowej ($Q_w = -\Delta H_{reak}$) – gdy jest w postaci pary.

Ponieważ temperatura spalin w urządzeniach technicznych jest na ogół wyższa od temperatury wrzenia wody pod danym ciśnieniem, więc wygodnie jest posługiwać się wartością opałową mniejszą od ciepła spalania o entalpię parowania wody zawartej w spalinach, wynoszącą $r \approx 2500$ kJ/kg przy 0°C .

Wartość opałowa i ciepło spalania są ze sobą powiązane zależnością

$$Q_w = Q_c - 2500(9H + W) \frac{\text{kJ}}{\text{kg paliwa}} \quad (9.16)$$

Wartość opałową paliw stałych i ciekłych można w przybliżeniu określić ze znanego składu elementarnego paliwa, np. ze **wzoru związkowego** (VDI) [1] lub innych wzorów podawanych w literaturze

$$Q_w = 33900C + 121400\left(H - \frac{O}{8}\right) + 10400S - 2500W \frac{\text{kJ}}{\text{kg paliwa}} \quad (9.17)$$

Ciepło spalania oraz wartość opałową paliw gazowych oblicza się zgodnie z ogólną regułą obliczania wielkości ekstensywnych dla roztworów przy znanym składzie objętościowym

$$Q_w = \sum_{i=1}^s r_i Q_{wi} \quad (9.18)$$

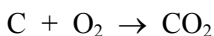
ZADANIA

Zadanie 9.1

Spalono w sposób całkowity i zupełny $m = 7$ kg paliwa, którym jest czysty pierwiastek węgiel (C). Obliczyć teoretyczne zapotrzebowanie powietrza do tego procesu.

Rozwiązanie

Węgiel spala się zupełnie do dwutlenku węgla zgodnie z równaniem reakcji stechiometrycznego spalania



Uwzględniając masy cząsteczkowe poszczególnych substratów i produktów reakcji, dostajemy zapis bilansu masowego czynników biorących udział w procesie spalania:

$$12 \text{ kg} + 32 \text{ kg} = 44 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg} + \frac{32}{12} \text{ kg} = \frac{44}{12} \text{ kg}$$

Z zapisu tej reakcji wynika, że do spalenia 12 kg węgla potrzeba 32 kg tlenu, czyli 1 kilomol tlenu, a z proporcji uzyskujemy, że do spalenia 1 kg węgla należy dostarczyć 32/12 kg tlenu, czyli 1/12 kilomol tlenu:

$$O_{t \text{ kmol}} = \frac{1 \text{ kmol O}_2}{12 \text{ kg paliwa}}$$

$$O_{t \text{ kg}} = \frac{32 \text{ kg O}_2}{12 \text{ kg paliwa}}$$

Przybliżony udział objętościowy tlenu w powietrzu wynosi 0,210, a udział masowy 0,232, tak więc zapotrzebowanie powietrza do spalania jednostki masy paliwa (kilomolowe i masowe) wynosi odpowiednio:

$$L_{t \text{ kmol}} = \frac{O_{t \text{ kmol}}}{0,210} \frac{\text{kmol powietrza}}{\text{kg paliwa}} = 0,40 \frac{\text{kmol powietrza}}{\text{kg paliwa}}$$

$$L_{t \text{ kg}} = \frac{O_{t \text{ kg}}}{0,232} \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg paliwa}} = 11,49 \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg paliwa}}$$

Skoro masa paliwa $m = 7 \text{ kg}$, to teoretyczne zapotrzebowanie masowe powietrza wynosi

$$m_{\text{pow.}} = L_{t \text{ kg}} \cdot m = 11,49 \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg paliwa}} \cdot 7 \text{ kg} = 80,43 \text{ kg}$$

Ponieważ w warunkach normalnych fizycznych 1 kilomol dowolnego gazu doskonałego zajmuje objętość 22,42 m³, to szukana objętość powietrza jest równa

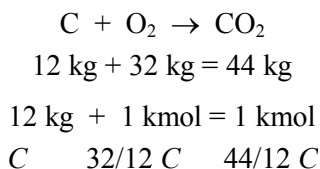
$$V_{\text{pow.}} = L_{t \text{ kmol}} \cdot m \cdot V_{\text{kmol}} = 0,40 \frac{\text{kmol powietrza}}{\text{kg paliwa}} \cdot 7 \text{ kg} \cdot 22,42 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} = 62,78 \text{ m}_n^3$$

Zadanie 9.2

Spalono w sposób całkowity i zupełny paliwo, którego analiza masowa składu wykazała $C = 0,68$. Natomiast podczas analizy wolumetrycznej spalin suchych stwierdzono, że $[\text{CO}_2]_s = 0,12$. Obliczyć objętość spalin suchych i teoretyczne zapotrzebowanie powietrza.

Rozwiązanie

Węgiel spala się całkowicie i zupełnie na dwutlenek węgla zgodnie z równaniem reakcji stechiometrycznego spalania:



Zapotrzebowanie masowe tlenu wynosi

$$O_{\text{t kg}} = \frac{32}{12} \cdot C \frac{\text{kg O}_2}{\text{kg pal.}} = 1,81 \frac{\text{kg O}_2}{\text{kg paliwa}}$$

Zapotrzebowanie (masowe) powietrza do spalania jednostki masy paliwa (masowe) jest więc równe

$$L_{\text{t kg}} = \frac{O_{\text{t kg}}}{0,232} \frac{\text{kg pow.}}{\text{kg pal.}} = \frac{1,81}{0,232} = 7,82 \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg paliwa}}$$

Przy założeniach upraszczających, że CO_2 jest gazem doskonałym, a temperaturę spalin obniżyliśmy do 0°C , możemy zapisać

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{44}{12} \cdot C \cdot \frac{22,42 \text{ m}^3}{44 \text{ kg}} = \frac{44}{12} \cdot 0,68 \cdot \frac{22,42}{44} = 1,27 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Udział objętościowy CO_2 w spalinach suchych jest dany wzorem

$$[\text{CO}_2]_s = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_{ss}}$$

Wobec tego szukana objętość spalin suchych wynosi

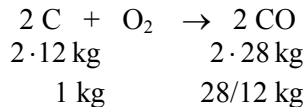
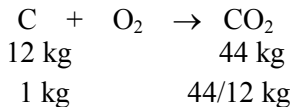
$$V_s = \frac{V_{\text{CO}_2}}{[\text{CO}_2]_s} = \frac{1,27}{0,12} = 10,58 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Zadanie 9.3

Paliwo stałe o następującym składzie masowym: $C = 0,78$, $N = 0,03$, $W = 0,09$, reszta popiół, spalono w taki sposób, że analiza wolumetryczna spalin suchych wykazała następujący skład objętościowy: $[\text{CO}_2]_s = 0,12$, $[\text{CO}]_s = 0,03$, $[\text{O}_2]_s = 0,05$, $[\text{N}_2]_s = 0,80$. Jaka część węgla (udział masowy) produkuje w wyniku spalania CO_2 , a jaka CO ?

Rozwiązanie

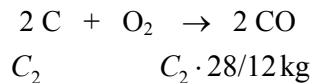
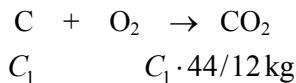
Część węgla spala się zupełnie, produkując CO_2 i tę część oznaczmy C_1 , zaś druga część spala się niezupełnie, produkując CO i oznaczamy ją C_2 . Reakcje spalania można zapisać w postaci:



Jeżeli założymy, że spalamy 1 kg paliwa o danym składzie masowym, to

$$C = C_1 + C_2 = 0,78 \text{ kg}$$

Wtedy z reakcji spalania wynika, że uzyskuje się:



Zakładając, że gazy spalinowe zostają sprowadzone do normalnych warunków fizycznych i traktujemy je jako gazy doskonałe, to możemy obliczyć powstające w wyniku spalania objętości dwutlenku i tlenku węgla z następujących wzorów:

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{C_1 \cdot 44}{12} \cdot \frac{22,42}{44} = C_1 \cdot \frac{22,42}{12} \quad V_{\text{CO}} = \frac{C_2 \cdot 28}{12} \cdot \frac{22,42}{28} = C_2 \cdot \frac{22,42}{12}$$

Wobec tego sumaryczna objętość tlenków węgla w spalinach wynosi

$$V_{\text{CO}_2} + V_{\text{CO}} = (C_1 + C_2) \cdot \frac{22,42}{12} = C \cdot \frac{22,42}{12} = 0,78 \cdot \frac{22,42}{12} = 1,46 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Wychodząc z definicji udziałów objętościowych poszczególnych składników spalin, mamy:

$$[\text{CO}_2]_s + [\text{CO}]_s = \frac{V_{\text{CO}_2} + V_{\text{CO}}}{V_s}$$

$$V_s = \frac{V_{\text{CO}_2} + V_{\text{CO}}}{[\text{CO}_2]_s + [\text{CO}]_s} = \frac{1,46}{0,12 + 0,03} = \frac{1,46}{0,15} = 9,73 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Szukane udziały masowe węgla produkującego w wyniku spalania CO_2 i CO wynoszą odpowiednio:

$$V_{\text{CO}_2} = [\text{CO}_2]_s \cdot V_s \quad C_1 = \frac{12}{22,42} \cdot [\text{CO}_2]_s \cdot V_s = \frac{12}{22,42} \cdot 0,12 \cdot 9,73 = 0,62$$

$$V_{\text{CO}} = [\text{CO}]_s \cdot V_s \quad C_2 = \frac{12}{22,42} \cdot [\text{CO}]_s \cdot V_s = \frac{12}{22,42} \cdot 0,03 \cdot 9,73 = 0,16$$

Zadanie 9.4

Spalono paliwo stałe o masie $m = 100 \text{ kg}$ i następującym składzie masowym: $C = 0,70$, $N = 0,03$, $H = 0,06$, $W = 0,10$, reszta popiół, przy współczynniku nadmiaru powietrza $\lambda = 1,35$. Obliczyć teoretyczne zapotrzebowanie tlenu i rzeczywistą ilość dostarczonego powietrza, a także objętość spalin suchych i mokrych, jeżeli analiza wolumetryczna spalin suchych wykazała $[\text{CO}]_s = 0,05$.

Rozwiązanie

Wprowadza się stałe C_1 i C_2 , jak w zadaniu 9.3. Jeżeli spala się $m = 100$ kg paliwa o danym składzie masowym, to

$$m \cdot C = m \cdot C_1 + m \cdot C_2 = m \cdot (C_1 + C_2) = 70 \text{ kg}$$

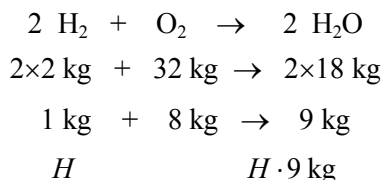
Zakładając, że gazy spalinowe zostają sprowadzone do normalnych warunków fizycznych i traktuje się je jako gazy doskonałe, dostaje się:

$$V_{\text{CO}_2} = m \cdot \frac{C_1 \cdot 44}{12} \cdot \frac{22,42}{44} = m \cdot C_1 \cdot \frac{22,42}{12} \quad V_{\text{CO}} = m \cdot \frac{C_2 \cdot 28}{12} \cdot \frac{22,42}{28} = m \cdot C_2 \cdot \frac{22,42}{12}$$

Sumaryczna objętość tlenków węgla w spalinach wynosi

$$V_{\text{CO}_2} + V_{\text{CO}} = m \cdot (C_1 + C_2) \cdot \frac{22,42}{12} = m \cdot C \cdot \frac{22,42}{12} = 70 \cdot \frac{22,42}{12} = 130,8 \text{ m}^3$$

W paliwie występuje wodór, a reakcja jego utleniania jest następująca:



Objętość pary wodnej w spalinach mokrych będzie wynosić:

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = m \cdot H \cdot \frac{18}{2} \cdot \frac{22,42}{18} + m \cdot W \cdot \frac{22,42}{18} = m \cdot \frac{22,42}{18} \cdot (9H + W)$$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = 100 \cdot \frac{22,42}{18} \cdot (9 \cdot 0,06 + 0,1) = 79,7 \text{ m}^3$$

Teoretyczne zapotrzebowanie objętościowe tlenu do spalania całkowitego i zupełnego wynosi

$$O_t = m \cdot \left(\frac{8}{3} C + 8H \right) \cdot \frac{22,42}{32} = 100 \cdot \left(\frac{8}{3} \cdot 0,70 + 8 \cdot 0,06 \right) \cdot \frac{22,42}{32} = 164,4 \text{ m}^3$$

Rzeczywista ilość dostarczonego tlenu jest równa

$$O_{tz} = \lambda \cdot O_t = 1,35 \cdot 164,4 = 221,9 \text{ m}^3$$

Objętość azotu z powietrza w spalinach

$$(V_{\text{N}_2})_{\text{powietrze}} = \frac{79}{21} \cdot \lambda \cdot O_t = \frac{79}{21} \cdot 1,35 \cdot 164,4 = 834,9 \text{ m}^3$$

Objętość azotu z paliwa w spalinach

$$(V_{\text{N}_2})_{\text{paliwo}} = m \cdot N \cdot \frac{22,42}{28} = 100 \cdot 0,03 \cdot \frac{22,42}{28} = 2,40 \text{ m}^3$$

Sumaryczna objętość azotu w spalinach

$$V_{N_2} = (V_{N_2})_{powietrze} + (V_{N_2})_{paliwo} = 834,9 + 2,40 = 837,3 \text{ m}^3$$

Objętość nadmiaru tlenu w spalinach określa się w następujący sposób

$$(V_{O_2})_s = O_{rz} - (V_{O_2})_{zuzyte} = O_{rz} - \left(O_t - \frac{1}{2} V_{CO} \right) = \lambda \cdot O_t - O_t + \frac{1}{2} V_{CO}$$

gdyż na powstanie tej samej objętości CO, co i CO₂, potrzeba o połowę mniej tlenu, co wynika z reakcji spalania.

Wychodząc z definicji udziału objętościowego składnika spalin suchych, mamy:

$$[CO]_s = \frac{V_{CO}}{V_s} = 0,05 \qquad V_{CO} = [CO]_s \cdot V_s$$

Objętość spalin suchych

$$V_s = V_{CO} + V_{CO_2} + (V_{O_2})_s + V_{N_2} = V_{CO} + V_{CO_2} + (\lambda - 1)O_t + \frac{1}{2} V_s \cdot [CO]_s$$

wynosi

$$V_s = \frac{V_{CO} + V_{CO_2} + V_{N_2} + (\lambda - 1)O_t}{1 - \frac{1}{2} [CO]_s} = \frac{130,8 + 837,3 + (1,35 - 1) \cdot 164,4}{1 - \frac{1}{2} \cdot 0,05} = 1051,9 \text{ m}^3$$

Szukana objętość spalin mokrych jest równa

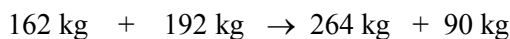
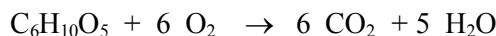
$$V_{sm} = V_s + V_{H_2O} = 1051,9 + 79,7 = 1131,6 \text{ m}^3$$

Zadanie 9.5

Skrobia (C₆H₁₀O₅)_n, czyli wielocukier szeroko rozpowszechniony w przyrodzie, po rozpyleniu w powietrzu tworzy mieszanekę palną. Skład i zakres występowania palnych mieszanek pyłowych zazwyczaj określa się, jako masę rozpylonego pyłu w kg odniesioną do objętości powietrza w m³ (x [kg pyłu/ m³ powietrza]). Obliczyć skład stechiometryczny mieszanki palnej skrobi kukurydzianej C₆H₁₀O₅ z powietrzem. Określić teoretyczne zapotrzebowanie powietrza L_t [kg powietrza/kg skrobi].

Rozwiązanie

Równanie stechiometryczne reakcji spalania całkowitego i zupełnego skrobi kukurydzianej ma postać:



Z zapisu tego wynika, że 1 kilomol skrobi o masie 162 kg łączy się z 6 kmol tlenu o masie 192 kg, tworząc 6 kmol dwutlenku węgla CO₂ o masie 264 kg

i 5 kmol pary wodnej. W normalnych warunkach fizycznych 6 kmol tlenu zajmuje objętość

$$V_{O_2} = n_{O_2} \cdot \bar{V}_{\text{kmol}} = 6 \text{ kmol} \cdot 22,42 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} = 134,4 \text{ m}^3$$

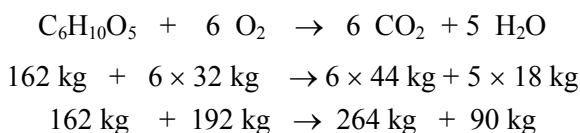
Powietrze, z którym dostarczany jest tlen (21% objętościowo), zajmuje więc objętość

$$V_{\text{pow.}} = \frac{V_{O_2}}{0,21} = \frac{134,4}{0,21} \text{ m}^3 = 640 \text{ m}^3$$

Wobec tego można teraz obliczyć szukany skład mieszanki palnej w następujący sposób

$$x = \frac{m_{C_6H_{10}O_5}}{V_{\text{pow.}}} = \frac{162 \text{ kg}}{640 \text{ m}^3} = 0,253 \frac{\text{kg } C_6H_{10}O_5}{\text{m}^3 \text{ powietrza}}$$

Teoretyczne zapotrzebowanie tlenu i powietrza oblicza się korzystając z równania stechiometrycznego reakcji spalania:



Zatem teoretyczne zapotrzebowanie tlenu wynosi

$$O_{t \text{ kg}} = \frac{6 \cdot 32}{162} = \frac{192}{162} = 1,19 \frac{\text{kg } O_2}{\text{kg skrobi}}$$

Stąd szukane teoretyczne zapotrzebowanie powietrza wynosi

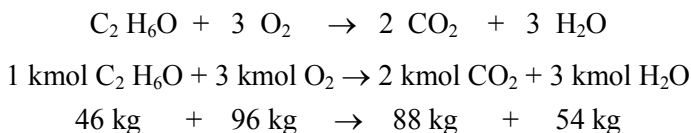
$$L_{t \text{ kg}} = \frac{O_{t \text{ kg}}}{0,232} = \frac{1,19}{0,232} \frac{\text{kg pow.}}{\text{kg skrobi}} = 5,13 \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg skrobi}}$$

Zadanie 9.6

Spalono całkowicie i zupełnie 1 litr spirytusu etylowego (95,57% – alkohol etylowy i 4,43% – woda) o gęstości $\rho = 0,785 \text{ kg/dm}^3$ (w temperaturze 20°C). Obliczyć teoretyczne zapotrzebowanie tlenu w m_n^3 (normalne m^3) oraz objętość powstałego dwutlenku węgla.

Rozwiązanie

Rozwiązanie zaczynamy od zapisania równania reakcji stechiometrycznego spalania alkoholu etylowego ($\text{CH}_3 \cdot \text{CH}_2\text{OH} \equiv \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} \equiv \text{C}_2\text{H}_6\text{O}$):



Przy spalaniu teoretycznym z cząsteczki etanolu otrzymuje się 2 cząsteczki dwutlenku węgla ze spalania czystego pierwiastka węgla, a ze spalania wodoru uzyskuje się 3 cząsteczki wody. Do uzyskania tych tlenków trzeba zużyć $2 \text{ O}_2 + 3 \text{ O} = 7$ atomów tlenu, ale ponieważ paliwo zawiera 1 atom tlenu, to trzeba dostarczyć z zewnątrz 6 atomów, czyli 3 cząsteczki tlenu.

Z treści zadania wynika, że 1 liter = 1 dm^3 spirytusu ma masę 0,785 kg (gęstość $\rho = 0,785 \text{ kg/dm}^3$), a w tej objętości mamy 95,57% czystego alkoholu etylowego, czyli masa danego paliwa jest równa

$$m_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = V \cdot \rho \cdot r_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 1 \text{ dm}^3 \cdot 0,785 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,9557 = 0,75 \text{ kg}$$

Wracamy do reakcji spalania i bilansu mas:

$$0,75 \text{ kg C}_2\text{H}_6\text{O} + \frac{96}{46} \cdot 0,75 \text{ kg O}_2 = \frac{88}{46} \cdot 0,75 \text{ kg CO}_2 + \frac{54}{46} \cdot 0,75 \text{ kg H}_2\text{O}$$

$$0,75 \text{ kg C}_2\text{H}_6\text{O} + 1,57 \text{ kg O}_2 = 1,44 \text{ kg CO}_2 + 0,88 \text{ kg H}_2\text{O}$$

Ponieważ zapis ten dotyczy 1 litra spirytusu etylowego, to zapotrzebowanie masowe tlenu wynosi:

$$O_{t \text{ kg}} = 1,57 \frac{\text{kg O}_2}{1 \text{ liter paliwa}}$$

$$O_{t \text{ kg}} = \frac{1,57}{0,75} \cdot \frac{\text{kg O}_2}{\text{kg C}_2\text{H}_6\text{O}} = 2,09 \frac{\text{kg O}_2}{1 \text{ kg C}_2\text{H}_6\text{O}}$$

Jako że objętość właściwa tlenu w warunkach normalnych wynosi

$$(v_{\text{O}_2})_n = \frac{\bar{v}_n}{M_{\text{O}_2}} = \frac{22,4}{32} = 0,7 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

to teoretyczna objętość tlenu jest równa

$$(V_{\text{O}_2})_t = O_{t \text{ kg}} \cdot (v_{\text{O}_2})_n = 1,57 \frac{\text{kg O}_2}{1 \text{ liter paliwa}} \cdot 0,7 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} = 1,10 \frac{\text{m}^3}{\text{liter paliwa}}$$

W czasie spalania powstanie CO_2 w ilości

$$(m_{\text{CO}_2}) = 1,44 \frac{\text{kg}}{\text{liter paliwa}}$$

Ponieważ objętość właściwa dwutlenku węgla wynosi

$$(v_{\text{CO}_2})_n = \frac{22,4}{44} = 0,51 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

to objętość CO_2 jest równa

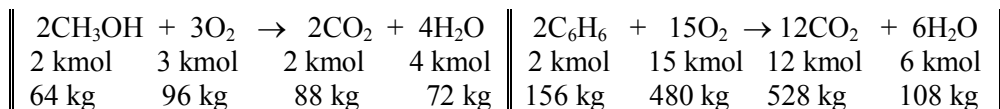
$$(V_{\text{CO}_2})_n = (m_{\text{CO}_2}) \cdot (v_{\text{CO}_2})_n = 1,44 \cdot 0,51 = 0,73 \frac{\text{m}^3}{\text{liter paliwa}}$$

Zadanie 9.7

Paliwo płynne będące mieszanką alkoholu metylowego i benzenu spalono całkowicie i zupełnie. Skład masowy mieszanki: $\text{CH}_3\text{OH} = 0,6$ i $\text{C}_6\text{H}_6 = 0,4$. Proces spalania przebiegał przy współczynniku nadmiaru powietrza $\lambda = 1,2$. Obliczyć skład objętościowy spalin suchych i mokrych.

Rozwiązanie

Równania reakcji stechiometrycznych spalania rozpatrywanej mieszanki są następujące:



Uwzględniając masy cząsteczkowe poszczególnych substratów i produktów reakcji, dostajemy zapis bilansu masowego czynników biorących udział w procesie spalania. Zapis oznacza, że do spalenia 64 kg węgla potrzeba 96 kg tlenu, czyli 3 kilomole tlenu, a z proporcji uzyskujemy, że do spalenia 1 kg węgla należy dostarczyć $96/64$ kg tlenu, czyli $3/2$ kg lub $3/2$ kmol tlenu. Powstaje 88 kg dwutlenku węgla, czyli 2 kmol. Jeżeli założymy, że spalamy 1 kg paliwa, to mamy w nim $\text{CH}_3\text{OH} = 0,6$ kg czystego alkoholu metylowego, czyli 0,6 kg alkoholu łączy się z $0,6 \cdot 96/64$ kg tlenu, tworząc $0,6 \cdot 88/64$ kg CO_2 . Analogicznie postępujemy z równaniem spalania benzenu.

Teoretyczne zapotrzebowanie tlenu (masowe) znajdujemy ze wzoru:

$$O_{t \text{ kg}} = \text{CH}_3\text{OH} \cdot \frac{n_{\text{O}_2}}{n_{\text{CH}_3\text{OH}}} \cdot \frac{M_{\text{O}_2}}{M_{\text{CH}_3\text{OH}}} + \text{C}_6\text{H}_6 \cdot \frac{n_{\text{O}_2}}{n_{\text{C}_6\text{H}_6}} \cdot \frac{M_{\text{O}_2}}{M_{\text{C}_6\text{H}_6}}$$

$$O_{t \text{ kg}} = 0,6 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{32}{32} + 0,4 \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{32}{78} = 0,9 + 1,23 = 2,13 \frac{\text{kg}}{\text{kg paliwa}}$$

Objętościowe zapotrzebowanie tlenu wynosi

$$O_{t \text{ m}^3} = O_{t \text{ kg}} \cdot \frac{\bar{V}_{\text{kmol}}}{M_{\text{O}_2}} = 2,13 \cdot \frac{22,42}{32} = 1,49 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Zapotrzebowanie powietrza do spalania jest więc równe:

$$L_t = \frac{O_{t \text{ m}^3}}{0,210} = \frac{1,49}{0,210} = 7,10 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

$$L = \lambda \cdot L_t = 1,2 \cdot 7,10 = 8,52 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Objętość nadmiaru tlenu przechodząca do spalin wynosi

$$V_{\text{O}_2 \text{ nad}} = 0,210 \cdot (L - L_t) = 0,210 \cdot (8,52 - 7,10) = 0,30 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Objętości pozostałych składników spalin są następujące:

$$V_{N_2} = 0,790 \cdot L = 0,790 \cdot 8,52 = 6,73 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

$$V_{CO_2} = 0,6 \cdot \frac{88}{64} \cdot \frac{22,42}{44} + 0,4 \cdot \frac{528}{156} \cdot \frac{22,42}{44} = 1,11 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

$$V_{H_2O} = 0,6 \cdot \frac{72}{64} \cdot \frac{22,42}{18} + 0,4 \cdot \frac{108}{156} \cdot \frac{22,42}{18} = 1,18 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Objętość spalin suchych

$$V_s = V_{CO_2} + V_{N_2} + V_{O_{2\text{ nad}}} = 1,11 + 6,73 + 0,30 = 8,14 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Spaliny mokre

$$V_{sm} = V_s + V_{H_2O} = 8,14 + 1,18 = 9,32 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Szukany skład objętościowy spalin suchych:

$$[CO_2]_s = \frac{V_{CO_2}}{V_s} = \frac{1,11}{8,14} = 0,14 \qquad [N_2]_s = \frac{V_{N_2}}{V_s} = \frac{6,73}{8,14} = 0,83$$

$$[O_2]_s = \frac{V_{O_{2\text{ nad}}}}{V_s} = \frac{0,30}{8,14} = 0,04$$

Szukany skład objętościowy spalin mokrych:

$$(CO_2)_s = \frac{V_{CO_2}}{V_{sm}} = \frac{1,11}{9,32} = 0,12 \qquad (N_2)_s = \frac{V_{N_2}}{V_{sm}} = \frac{6,73}{9,32} = 0,72$$

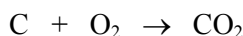
$$(O_2)_s = \frac{V_{O_{2\text{ nad}}}}{V_{sm}} = \frac{0,30}{9,32} = 0,03 \qquad (H_2O)_s = \frac{V_{H_2O}}{V_{sm}} = \frac{1,18}{9,32} = 0,13$$

Zadanie 9.8

Spalono $m = 1$ kg benzyny o przybliżonym składzie masowym: $C = 0,820$ i $H = 0,180$. Z jakim współczynnikiem nadmiaru powietrza przeprowadzono proces spalania, jeżeli $[CO_2]_s = 0,07$? Obliczyć objętość spalin suchych i mokrych oraz rzeczywistą ilość dostarczonego powietrza.

Rozwiązanie

Spalanie jest całkowite i zupełne. Objętość CO_2 oblicza się z następującego równania stechiometrycznego spalania:



$$\begin{array}{rcl}
 & 12 \text{ kg} & 44 \text{ kg} \\
 & 1 \text{ kg} & 44/12 \text{ kg} \\
 V_{\text{CO}_2} = C \cdot \frac{44}{12} \cdot \frac{22,42}{44} = C \cdot \frac{22,42}{12} = 0,820 \cdot \frac{22,42}{12} = 1,53 \frac{\text{m}^3 \text{CO}_2}{\text{kg paliwa}}
 \end{array}$$

Objętość pary wodnej H_2O oblicza się z równania stechiometrycznego utleniania wodoru:

$$\begin{array}{rcl}
 2 \text{ H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{ H}_2\text{O} \\
 4 \text{ kg} & 36 \text{ kg} & \\
 1 \text{ kg} & 36/4 \text{ kg} & \\
 V_{\text{H}_2\text{O}} = H \cdot \frac{36}{4} \cdot \frac{22,42}{18} = H \cdot \frac{22,42}{2} = 0,180 \cdot \frac{22,42}{2} = 2,02 \frac{\text{m}^3 \text{H}_2\text{O}}{\text{kg paliwa}}
 \end{array}$$

Teoretyczne zapotrzebowanie tlenu do spalania oblicza się z równań stechiometrycznych:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 & 2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} \\
 12 \text{ kg} & 32 \text{ kg} & 4 \text{ kg} & 32 \text{ kg} \\
 1 \text{ kg} & 32/12 \text{ kg} & 1 \text{ kg} & 32/4 \text{ kg} \\
 O_t = C \cdot \frac{32}{12} \cdot \frac{22,42}{32} + H \cdot \frac{32}{4} \cdot \frac{22,42}{32} = 22,42 \left(\frac{C}{12} + \frac{H}{4} \right) = 2,54 \frac{\text{m}^3 \text{O}_2}{\text{kg paliwa}}
 \end{array}$$

Teoretyczne zapotrzebowanie objętościowe powietrza do spalania jest więc równe

$$L_t = \frac{O_t}{0,21} = \frac{2,54}{0,21} = 12,10 \frac{\text{m}^3 \text{powietrza}}{\text{kg paliwa}}$$

Zgodnie z definicją i treścią zadania, udział objętościowy CO_2 w spalinach suchych wynosi

$$[\text{CO}_2]_s = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_s} = 0,07$$

Stąd szukana objętość spalin suchych

$$V_s = \frac{V_{\text{CO}_2}}{[\text{CO}_2]_s} = \frac{1,53}{0,07} = 21,86 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

a objętość spalin mokrych jest równa

$$V_{\text{sm}} = V_s + V_{\text{H}_2\text{O}} = 21,86 + 2,02 = 23,88 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$$

Objętość spalin suchych jest sumą objętości poszczególnych składników:

$$V_s = V_{\text{CO}_2} + V_{\text{N}_2} + (V_{\text{O}_2})_{\text{nad}} = V_{\text{CO}_2} + \frac{79}{100} \cdot L + (O_{\text{rz}} - O_{\text{t}})$$

$$V_s = V_{\text{CO}_2} + 0,79 \cdot \lambda \cdot L_{\text{t}} + O_{\text{t}} \cdot (\lambda - 1) = V_{\text{CO}_2} + 0,79 \cdot \lambda \cdot L_{\text{t}} + 0,21 \cdot L_{\text{t}} \cdot (\lambda - 1)$$

$$V_s = V_{\text{CO}_2} + L_{\text{t}} \cdot (\lambda - 0,21)$$

Poszukiwany współczynnik nadmiaru powietrza jest równy

$$\lambda = \frac{V_s - V_{\text{CO}_2}}{L_{\text{t}}} + 0,21 = \frac{21,86 - 1,53}{12,10} + 0,21 = 1,89$$

Rzeczywista ilość powietrza dostarczonego do spalania wynosi

$$L = \lambda \cdot L_{\text{t}} = 1,89 \cdot 12,10 = 22,87 \frac{\text{m}^3 \text{ powietrza}}{\text{kg paliwa}}$$

Zadanie 9.9

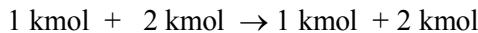
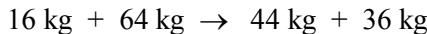
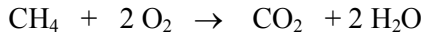
Objęściowy skład gazowych mieszanek palnych określa się zwykle w postaci % udziału objętości zajmowanej przez paliwo w całej objętości mieszanki. Obliczyć stechiometryczny skład mieszanki palnej metanu CH_4 z powietrzem

$\left(x = \frac{V_{\text{CH}_4}}{V_{\text{mieszanki}}} \right)$ oraz teoretyczne masowe zapotrzebowanie powietrza do procesu

spalania wyrażone jako $L_{\text{t kg}} = \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg CH}_4}$

Rozwiązanie

Równanie stechiometryczne procesu spalania tej mieszanki ma postać:



Z zapisu tej reakcji wynika, że teoretyczne zapotrzebowanie molowe tlenu do spalania jest równe

$$O_{\text{t kmol}} = 2 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}}$$

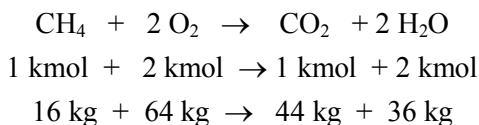
Teoretyczne zapotrzebowanie molowe powietrza do spalania wynosi

$$L_{\text{t}} = \frac{O_{\text{t kmol}}}{0,210} = \frac{2}{0,210} = 9,52 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}}$$

Poszukiwany skład gazowej mieszanki palnej można obliczyć z zależności

$$x = \frac{V_{\text{CH}_4}}{V_{\text{mieszanki}}} \cdot 100\% = \frac{\text{liczba kmol CH}_4}{\text{liczba kmol mieszanki}} \cdot 100\% = \frac{1}{9,52 + 1} \cdot 100\% = 9,51\%$$

Wracamy do równania stechiometrycznego procesu spalania i obliczamy teoretyczne masowe zapotrzebowanie powietrza:



Teoretyczne masowe zapotrzebowanie tlenu wynosi

$$O_{t\text{kg}} = \frac{2 \cdot 32}{16} = 4 \frac{\text{kg tlenu}}{\text{kg paliwa}}$$

a teoretyczne masowe zapotrzebowanie powietrza do spalania jednostki paliwa jest więc równe

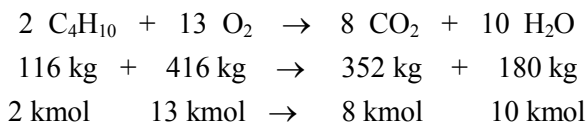
$$L_{t\text{kg}} = \frac{O_{t\text{kg}}}{0,232} = \frac{4}{0,232} = 17,24 \frac{\text{kg powietrza}}{\text{kg CH}_4}$$

Zadanie 9.10

Obliczyć maksymalny udział objętościowy CO_2 w spalinach suchych powstałych przy spalaniu 1 kg butanu C_4H_{10} .

Rozwiązanie

Maksymalny udział $[\text{CO}_2]_{s\text{ max}}$ w spalinach suchych występuje przy spalaniu całkowitym i zupełnym paliwa. Równanie reakcji stechiometrycznego spalania butanu ma postać:



Ponieważ dla gazów doskonałych udziały objętościowe składników roztworów są zawsze równe udziałom molowym tych składników, to przy rozwiązaniu możemy posługiwać się ilością kmoli zamiast objętością. Stąd:

$$\begin{aligned}n_{\text{CO}_2} &= \frac{8}{2} = 4 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} & n_{\text{O}_2} &= \frac{13}{2} = 6,5 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} \\ n_{\text{N}_2} &= n_{\text{O}_2} \cdot \frac{0,79}{0,21} = 6,5 \cdot 3,76 = 24,4 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}}\end{aligned}$$

Sumaryczna liczba kmoli dla spalin suchych jest równa

$$n_s = n_{\text{CO}_2} + n_{\text{N}_2} = 4 + 24,4 = 28,4 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}}$$

A maksymalny udział objętościowy CO_2 w spalinach suchych wynosi

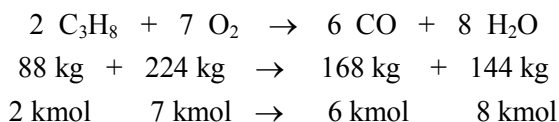
$$[\text{CO}_2]_{s\text{ max}} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n_s} = \frac{4}{28,4} = 0,141$$

Zadanie 9.11

Obliczyć maksymalny udział objętościowy CO w spalinach suchych powstałych przy spalaniu 1 kg propanu C_3H_8 .

Rozwiązanie

Maksymalny udział $[CO]_{s \max}$ w spalinach suchych występuje przy spalaniu niezupełnym paliwa. Równanie reakcji stechiometrycznego spalania propanu ma następującą postać:



Zamiast objętości można posłużyć się liczbą kilomoli, wtedy:

$$\begin{aligned} n_{CO} &= \frac{6}{2} \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} = 3 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} & n_{O_2} &= \frac{7}{2} \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} = 3,5 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} \\ n_{N_2} &= n_{O_2} \cdot \frac{0,79}{0,21} = 3,5 \cdot 3,76 = 13,16 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}} \end{aligned}$$

Sumaryczna liczba kmoli spalin suchych wynosi

$$n_s = n_{CO} + n_{N_2} = 3 + 13,16 = 16,16 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol paliwa}}$$

Maksymalny udział objętościowy CO w spalinach suchych wynosi

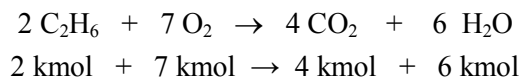
$$[CO]_{s \max} = \frac{n_{CO}}{n_s} = \frac{3}{16,16} = 0,186$$

Zadanie 9.12

Sporządzić wykres Ostwalda dla paliwa, którym jest etan C_2H_6 .

Rozwiązanie

W celu sporządzenia trójkąta Ostwalda dla danego paliwa, w trójkącie prostokątnym na boku poziomym odkłada się udziały objętościowe tlenu w spalinach, a na boku pionowym – udziały objętościowe dwutlenku węgla w spalinach suchych. Największy udział tlenu w spalinach wynosi $[O_2]_{\max} = 0,21$ przy $\lambda = \infty$. Największy udział dwutlenku węgla w spalinach jest przy spalaniu całkowitym i zupełnym, a możemy go określić z reakcji stechiometrycznego spalania:

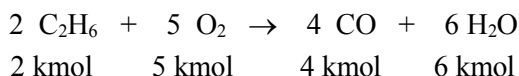


Dla gazów doskonałych udziały molowe poszczególnych składników mieszaniny są takie same jak ich udziały objętościowe. Wobec tego w oparciu o powyżej zapisaną reakcję i definicje udziałów poszczególnych składników mieszaniny, możemy zapisać

$$[\text{CO}_2]_{\text{s max}} = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_{\text{s}}} = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_{\text{CO}_2} + V_{\text{N}_2}} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n_{\text{CO}_2} + \frac{79}{21} \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{4}{4 + 3,76 \cdot 7} = 0,132$$

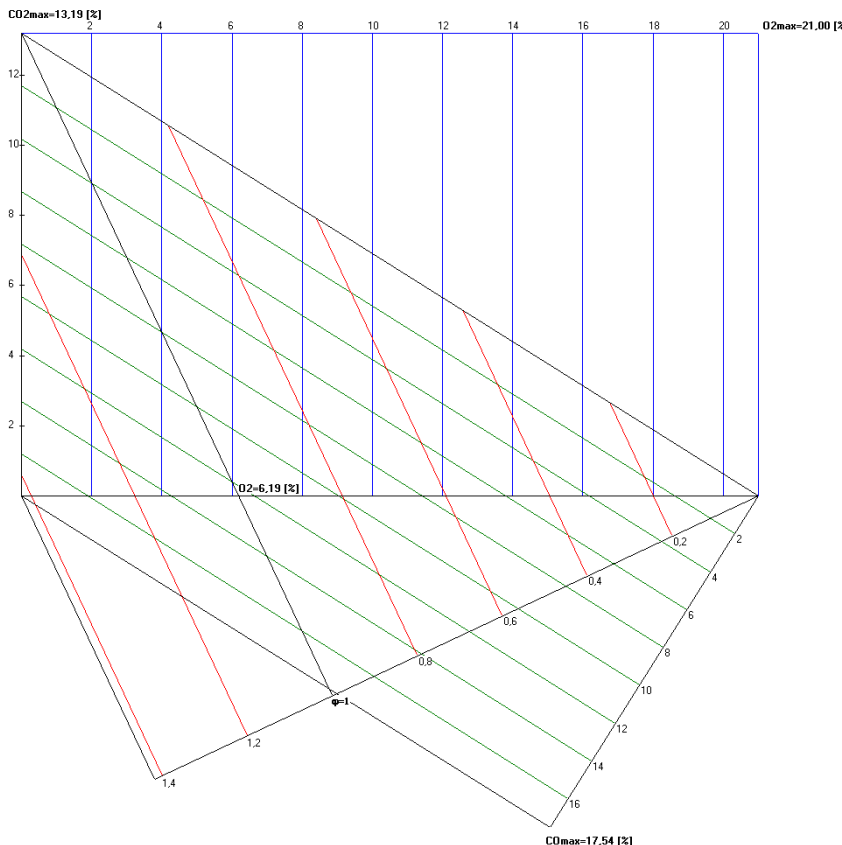
gdzie n oznacza liczbę kilomoli danego składnika.

Przeciwprostokątna w trójkącie, łącząca punkty odpowiadające maksymalnej zawartości tlenu i dwutlenku węgla w spalinach, wyznacza skład spalin przy spalaniu zupełnym, gdy zawartość tlenu węgla jest równa zero. Oś zawartości tlenu węgla jest prostopadła do tej linii. Maksymalny udział tlenu węgla określa się z równania reakcji spalania niezupełnego

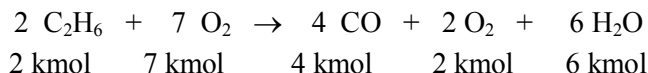


Szukany udział maksymalny tlenu węgla wyniesie

$$[\text{CO}]_{\text{s max}} = \frac{V_{\text{CO}}}{V_{\text{s}}} = \frac{V_{\text{CO}}}{V_{\text{CO}} + V_{\text{N}_2}} = \frac{n_{\text{CO}}}{n_{\text{CO}} + n_{\text{N}_2}} = \frac{n_{\text{CO}}}{n_{\text{CO}} + \frac{79}{21} \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{4}{4 + 3,76 \cdot 5} = 0,175$$



Na wykres Ostwalda można także nanieść linie stałego współczynnika nadmiaru powietrza, które są liniami prostymi równoległymi w obszarze trójkąta. W celu znalezienia położenia linii $\lambda = 1$, pisze się reakcję takiego spalania niezupełnego, aby w spalinach występował tylko tlenek węgla i tlen, ale przy zachowaniu proporcji paliwa i utleniacza



Linia ta przecina oś zawartości tlenu w punkcie o następującej wartości

$$[\text{O}_2]_s = \frac{V_{\text{O}_2 \text{ sp}}}{V_s} = \frac{n_{\text{O}_2 \text{ sp}}}{n_{\text{O}_2 \text{ sp}} + n_{\text{CO}} + \frac{79}{21} \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{2}{2 + 4 + 3,76 \cdot 7} = 0,062$$

Punkt obrazujący skład spalin odpowiadających takiemu spalaniu leży na poziomym boku trójkąta. Kreśląc prostą przez punkt $[\text{CO}_2]_{s \text{ max}}$ i punkt określony przez $[\text{O}_2]_s$ i $[\text{CO}_2] = 0$, uzyskujemy linię $\lambda = 1$, do której prowadzimy pod kątem prostym oś współczynnika $\varphi = 1/\lambda$ przez punkt $[\text{O}_2]_{\text{max}}$. Powstały wykres pokazano na załączonym rysunku.

Zadanie 9.13

W kotle z palnikami gazowymi jest spalana mieszanina gazów „propan-butan” o składzie podanym w dołączonej tabeli. Analiza wolumetryczna spalin wykonana uproszczonym aparatem Orsata wykazała: $[\text{O}_2]_s = 0,082$, $[\text{CO}_2]_s = 0,080$.

Dane mieszaniny propanowo-butanowej

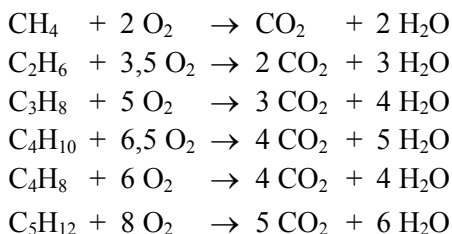
Węglowodór	Wzór chemiczny	Masa molowa $M[\text{kg/kmol}]$	Skład masowy $x_i[\%]$	Udziały molowe $z_i[\%]$
Metan	CH_4	16,04	0,1	0,31
Etan	C_2H_6	30,07	4,0	6,62
Propan	C_3H_8	44,09	40,0	45,18
Butan	C_4H_{10}	58,12	49,6	42,49
Buten	C_4H_8	56,10	5,3	4,71
i-Pentan	C_5H_{12}	72,15	1,0	0,69

Wykorzystując dane z tabeli, zbudować wykres Ostwalda dla danego paliwa i odczytać z niego wartości $[\text{CO}]_s$ i λ .

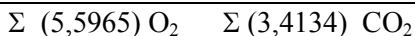
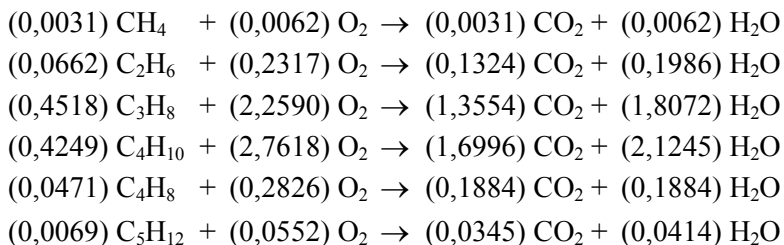
Rozwiązanie

Postępuje się zgodnie ze wskazówkami z zadania 9.12.

Obliczamy $[\text{CO}_2]_{\text{max}}$ dla danego paliwa. Równania stechiometrycznych reakcji spalania zupełnego składników tego paliwa są następujące:



Jeżeli założy się, że spalamy 1 kmol paliwa, to wtedy te równania można, zgodnie z danymi o składzie molowym paliwa, zapisać w postaci:

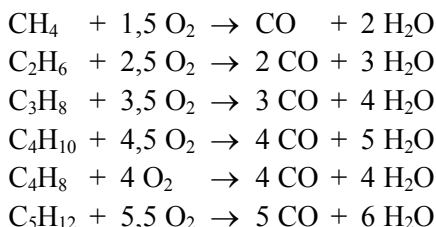


W oparciu o powyżej zapisane reakcje i definicje udziałów poszczególnych składników mieszaniny, mamy

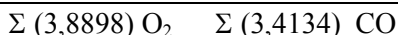
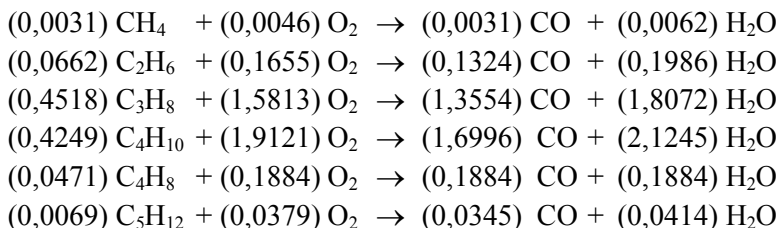
$$[\text{CO}_2]_{\text{s max}} = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_{\text{s}}} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n_{\text{CO}_2} + 3,76 \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{3,4134}{3,4134 + 3,76 \cdot 5,5965} = 0,139$$

gdzie n oznacza liczbę kilomoli danego składnika.

Maksymalny udział tlenku węgla określa się z następujących reakcji spalania niezupełnego:



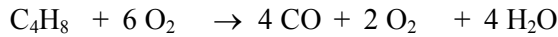
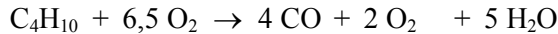
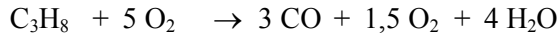
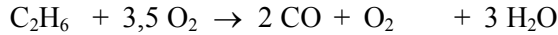
Przy założeniu, że spalany jest 1 kmol paliwa w sposób niezupełny, to równania reakcji chemicznych można zapisać, zgodnie ze składem molowym, jako:



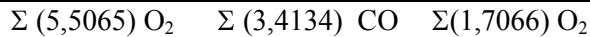
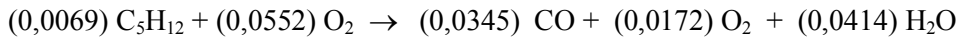
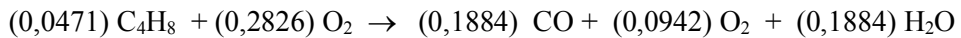
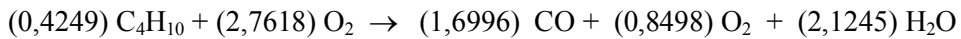
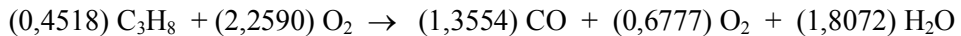
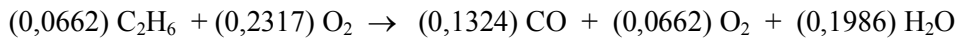
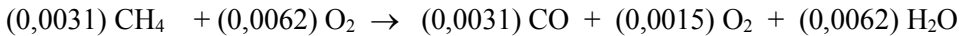
Szukany udział maksymalny tlenku węgla wyniesie

$$[\text{CO}]_{\text{s max}} = \frac{V_{\text{CO}}}{V_{\text{s}}} = \frac{n_{\text{CO}}}{n_{\text{CO}} + n_{\text{N}_2}} = \frac{n_{\text{CO}}}{n_{\text{CO}} + 3,76 \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{3,4134}{3,4134 + 3,76 \cdot 3,8898} = 0,189$$

W celu znalezienia położenia linii $\lambda = 1$ piszemy reakcję takiego spalania niezupełnego, aby w spalinach występował tylko tlenek węgla i tlen, ale przy zachowaniu proporcji paliwa i utleniacza:



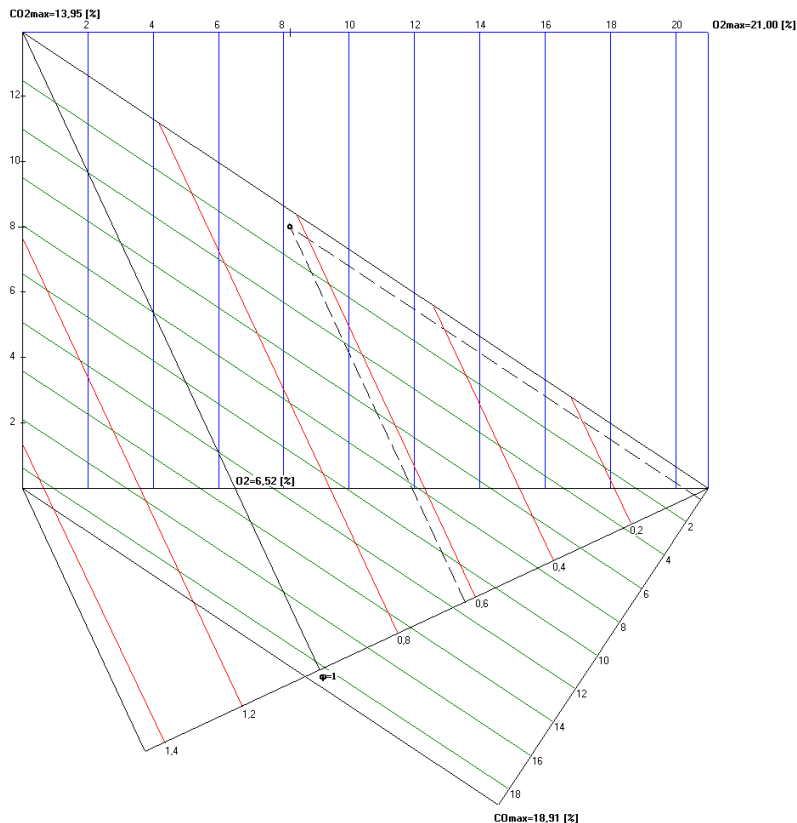
Przy założeniu, że spalamy 1 kmol paliwa, równania te, zgodnie z danymi o składzie molowym, można zapisać w postaci:



Linia ta przecina oś zawartości tlenu w punkcie o następującej wartości

$$[\text{O}_2]_{\text{s}} = \frac{n_{\text{O}_{2\text{s}}}}{n_{\text{CO}} + n_{\text{O}_{2\text{s}}} + 3,76 \cdot n_{\text{O}_{2\text{p}}}} = \frac{1,7066}{3,4134 + 1,7066 + 3,76 \cdot 5,5965} = 0,065$$

Punkt obrazujący skład spalin odpowiadających takiemu spalaniu leży na poziomym boku trójkąta. Kreśląc prostą przez punkt $[\text{CO}_2]_{\text{s max}}$ i punkt określony przez $[\text{O}_2]_{\text{s}}$ i $[\text{CO}_2] = 0$, uzyskujemy linię $\lambda = 1$, do której prowadzimy pod kątem prostym oś współczynnika $\varphi = 1/\lambda$ przez punkt $[\text{O}_2]_{\text{max}}$. Powstanie szukany wykres pokazany na rysunku. Z wykresu odczytujemy szukane wartości $[\text{CO}]_{\text{s}} = 0,007$, $\lambda = 1,6$.



Wykres Ostwalda dla mieszaniny propanowo-butanowej

Zadanie 9.14

Do spawania wykorzystywane są gazy acetylen i tlen, pobierane z butli o objętości 100 l. Obliczyć masowe zapotrzebowanie acetyleny, C_2H_2 , który ma być spalony przy współczynniku nadmiaru tlenu $\lambda = 1,2$. Naciski wskazane przez manometr zainstalowany na butli z tlenem zmieniło się od $p_{n1} = 13,5$ MPa do $p_{n2} = 3,5$ MPa, zaś temperatura gazu była stała i równa $t = 25^\circ C$. Barometr wskazywał ciśnienie atmosferyczne równe $p_b = 760$ mm Hg. Tlen należy potraktować jako gaz dwuatomowy doskonały, dla którego $M_{O_2} = 32$ kg/kmol.

Rozwiązanie

Stała gazowa tlenu O_2 jest równa

$$R_{O_2} = \frac{\bar{R}}{M_{O_2}} = \frac{83,14}{32} \cdot \frac{\frac{J}{\text{kmol} \cdot K}}{\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 260 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$$

Objętość butli z tlenem: $V = 0,1 \text{ m}^3$, temperatura tlenu w butli: $T = T_1 = T_2 = 298 \text{ K}$, ciśnienie barometryczne: $p_b = 760 \text{ mm Hg} = 101\,396 \text{ Pa}$. Z równania stanu gazu doskonałego można obliczyć masę tlenu dla stanu początkowego i stanu końcowego:

$$p_1 V = m_1 R_{O_2} T \quad \text{gdzie} \quad p_1 = p_{n1} + p_b$$

$$m_1 = \frac{p_1 V}{R_{O_2} T}$$

$$p_2 V = m_2 R_{O_2} T \quad \text{gdzie} \quad p_2 = p_{n2} + p_b$$

$$m_2 = \frac{p_2 V}{R_{O_2} T}$$

Masa zużytego tlenu wynosi:

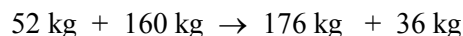
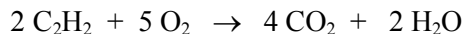
$$m = m_1 - m_2 = (p_1 - p_2) \frac{V}{R_{O_2} T}$$

$$m = (p_{n1} - p_{n2}) \frac{V}{R_{O_2} \cdot T} = (13,5 - 3,5) \cdot 10^6 \cdot \frac{0,1}{260 \cdot 298} = 12,91 \text{ kg}$$

Masa tlenu teoretycznie potrzebnego do procesu spalania

$$m_t = \frac{m}{\lambda} = \frac{12,91}{1,2} = 10,76 \text{ kg}$$

Równanie stechiometrycznego spalania acetyleny:



W tym przypadku teoretycznie potrzebne jest $m_t = 10,76 \text{ kg}$ tlenu, a więc szukaną masę zużytego acetyleny liczy się z proporcji

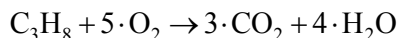
$$m_{\text{C}_2\text{H}_2} = \frac{52 \cdot 10,76}{160} = 3,50 \text{ kg}$$

Zadanie 9.15

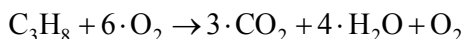
Propan (C_3H_8) został spalony z taką ilością powietrza suchego, że na każdy kmol paliwa gazowego przypadało 6 kmol tlenu (O_2). Obliczyć współczynnik nadmiaru powietrza i temperaturę punktu rosy dla powstałych spalin.

Rozwiązanie

Równanie stechiometryczne spalania propanu



Dla procesu spalania podanego w treści zadania



Współczynnik nadmiaru powietrza λ wynosi

$$\lambda = \frac{V_{O_{2\text{rz}}}}{V_{O_{2t}}} = \frac{n_{O_{2\text{rz}}}}{n_{O_{2t}}} = \frac{6}{5} = 1,2$$

gdzie V oznacza objętość, a n liczbę kilomoli.

W celu wyznaczenia temperatury punktu rosy spalin, oblicza się ciśnienie cząstkowe pary wodnej w spalinach, przy założeniu że ciśnienie atmosferyczne wynosi 0,1 MPa. Zgodnie z prawem Daltona:

$$p_p = (H_2O)_s \cdot p_b = 0,131 \cdot 10^5 = 1,31 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$(H_2O)_s = \frac{V_{H_2O}}{V_{H_2O} + V_{CO_2} + V_{O_{2s}} + V_{N_2}} = \frac{n_{H_2O}}{n_{H_2O} + n_{CO_2} + n_{O_{2s}} + n_{N_2}}$$

$$(H_2O)_s = \frac{n_{H_2O}}{n_{H_2O} + n_{CO_2} + n_{O_{2s}} + \frac{79}{21} n_{O_2}} = \frac{4}{4 + 3 + 1 + \frac{79}{21} \cdot 6} = 0,131$$

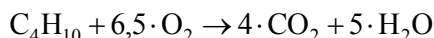
Z tablic [1, 3] lub wykresu Moliera dla powietrza wilgotnego [1] odczytuje się temperaturę punktu rosy dla spalin $t_R = 51^\circ\text{C}$.

Zadanie 9.16

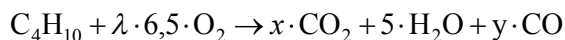
Butan (C_4H_{10}) został spalony przy współczynniku nadmiaru powietrza $\lambda = 0,95$. Obliczyć udział objętościowy CO w spalinach suchych. Założyć, że w produktach spalania nie ma węglowodorów.

Rozwiązanie

Równanie stechiometryczne dla spalania butanu



Przy spalaniu niezupełnym ($\lambda < 1$) w spalinach pojawi się CO i reakcję można zapisać następująco

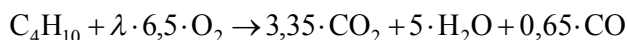


Z bilansu atomów węgla i tlenu mamy:

$$\begin{array}{l} \text{C:} \\ \text{O:} \end{array} \quad \begin{cases} 4 = x + y \\ 0,95 \cdot 6,5 \cdot 2 = 2 \cdot x + 5 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2 \cdot x + y = 7,35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3,35 \\ y = 0,65 \end{cases}$$



W oparciu o powyżej zapisaną reakcję i definicje udziałów poszczególnych składników mieszaniny

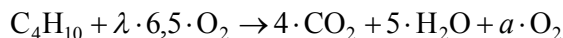
$$[\text{CO}]_s = \frac{V_{\text{CO}}}{V_s} = \frac{n_{\text{CO}}}{n_{\text{CO}_2} + n_{\text{CO}} + \frac{79}{21} \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{0,65}{3,35 + 0,65 + \frac{79}{21} \cdot 0,95 \cdot 6,5} = 0,24$$

Zadanie 9.17

Butan (C_4H_{10}) został spalony w suchym powietrzu przy współczynniku nadmiaru $\lambda = 1,3$. Obliczyć udział objętościowy CO_2 w spalinach suchych i temperaturę punktu rosy dla spalin.

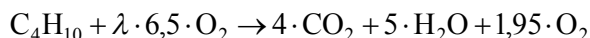
Rozwiązanie

Równanie stechiometryczne spalania butanu podano w zadaniu 9.16. Przy spalaniu zupełnym z nadmiarem powietrza ($\lambda > 1$) w spalinach pojawi się O_2 i reakcję można zapisać następująco



Z bilansu atomów tlenu mamy:

$$\begin{array}{l} \text{O:} \\ \lambda \cdot 6,5 \cdot 2 = 4 \cdot 2 + 5 + a \cdot 2 \\ 1,3 \cdot 6,5 \cdot 2 = 4 \cdot 2 + 5 + a \cdot 2 \\ a = 1,95 \end{array}$$



W oparciu o powyżej zapisaną reakcję i definicje udziałów poszczególnych składników mieszaniny można zapisać

$$[\text{CO}_2]_s = \frac{V_{\text{CO}_2}}{V_s} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n_{\text{CO}_2} + n_{\text{O}_2s} + \frac{79}{21} \cdot n_{\text{O}_2}} = \frac{4}{4 + 1,95 + \frac{79}{21} \cdot 8,45} = 0,106$$

Ciśnienie cząstkowe pary wodnej w spalinach liczy się ze wzoru

$$p_p = (\text{H}_2\text{O})_s \cdot p_b$$

Zakłada się, że ciśnienie barometryczne wynosi

$$p_b = 760 \text{ mm Hg} = 101325 \text{ Pa}$$

Udział objętościowy pary wodnej w spalinach mokrych jest równy

$$(H_2O)_s = \frac{n_{H_2O}}{n_{sm}} = \frac{n_{H_2O}}{n_{CO_2} + n_{O_{2s}} + \frac{79}{21} n_{O_2} + n_{H_2O}} = \frac{5}{4 + 1,95 + \frac{79}{21} \cdot 8,45 + 5} = 0,117$$

Ciśnienie cząstkowe pary wodnej wynosi

$$p_p = (H_2O)_s \cdot p_b = 0,117 \cdot 101325 = 11855 \text{ Pa}$$

Z tablic [1, 3] lub z wykresu Moliera dla powietrza wilgotnego [1] odczytuje się:
 $t_R = 49^\circ\text{C}$.

Zadanie 9.18

Obliczyć wartość opałową płynnej mieszaniny palnej o następującym składzie masowym: 85% benzyny i 15% benzenu (C_6H_6), jeżeli ciepło spalania benzenu równe jest $Q_{s1} = 42 \text{ MJ/kg}$, zaś wartość opałowa benzyny wynosi $Q_{w2} = 46 \text{ MJ/kg}$.

Rozwiązanie

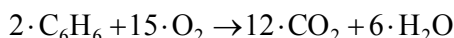
Wartość opałową mieszanin paliw gazowych oblicza się ze wzoru

$$Q_w = \sum_{i=1}^n r_i \cdot Q_{wi}$$

Stąd

$$Q_w = r_1 \cdot Q_{w1} + r_2 \cdot Q_{w2}$$

Wartość opałowa Q_w jest mniejsza od ciepła spalania Q_s o ciepło parowania wody zawartej w spalinach, dlatego należy teraz określić ilość pary wodnej powstałej podczas spalania paliwa. Równanie reakcji stechiometrycznego spalania dla składnika mieszanki – benzenu, w wyniku którego powstaje woda, jest następujące:



$$2 \cdot 78 \text{ kg} + 15 \cdot 32 \text{ kg} \rightarrow 12 \cdot 44 \text{ kg} + 6 \cdot 18 \text{ kg}$$

$$C_6H_6 + \frac{15 \cdot 32}{2 \cdot 78} C_6H_6 \rightarrow \frac{12 \cdot 44}{2 \cdot 78} C_6H_6 + \frac{6 \cdot 18}{2 \cdot 78} C_6H_6$$

$$0,15 \text{ kg} + 0,15 \cdot \frac{15 \cdot 32}{2 \cdot 78} \text{ kg} \rightarrow 0,15 \cdot \frac{12 \cdot 44}{2 \cdot 78} \text{ kg} + 0,15 \cdot \frac{6 \cdot 18}{2 \cdot 78} \text{ kg}$$

Jeżeli założymy, że spalono 1 kg paliwa, to masa benzenu $m_{C_6H_6} = 0,15 \text{ kg}$, a masa wody powstałej ze spalania tego składnika wynosi

$$m_{H_2O} = 0,15 \cdot \frac{6 \cdot 18}{2 \cdot 78} \text{ kg} = 0,104 \text{ kg/kg paliwa}$$

Zależność wartości opałowej od ciepła spalania jest następująca

$$Q_{wi} = Q_{si} - r \cdot m_{H_2O}$$

gdzie: $r = 2512 \text{ kJ/kg}$ oznacza ciepło parowania wody [3],

m_{H_2O} – jest masą pary wodnej zawartej w spalinach.

Wartość opałowa dla spalania benzenu wynosi

$$Q_{w1} = Q_{s1} - r \cdot m_{H_2O} = 42 \cdot 10^6 - 2,512 \cdot 10^6 \cdot 0,104 = 41,74 \text{ MJ/kg}$$

Wartość opałowa analizowanej mieszaniny palnej wynosi

$$Q_{wM} = Q_{w1} \cdot 0,15 + Q_{w2} \cdot 0,85 = 46 \cdot 0,85 + 41,74 \cdot 0,15 = 45,36 \text{ MJ/kg}$$

Zadanie 9.19

W gazowym kotle grzewczym wodnym jest spalana mieszanka palna o składzie podanym w tabeli. Jaka jest wartość opałowa tej mieszanki? W czasie 20 minut zostaje zużyte $0,226 \text{ m}^3$ gazu o temperaturze 19°C i nadciśnieniu $298 \text{ mm H}_2\text{O}$ (ciśnienie barometryczne – 1001 hPa). Jaka jest sprawność kotła, jeżeli przepływ wody wynosi 698 l/h , jej temperatura na wyjściu wynosi 70°C , a na powrocie 50°C .

Dane mieszaniny propanowo-butanowej

Węglowodór	Wzór chemiczny	Masa molowa $M[\text{kg/kmol}]$	Skład masowy $x_i[\%]$	Udziały molowe $z_i[\%]$	Wartość opałowa $Q_w[\text{kJ/kg}]$
Metan	CH_4	16,04	0,1	0,31	49 916
Etan	C_2H_6	30,07	4,0	6,62	47 491
Propan	C_3H_8	44,09	40,0	45,18	46 360
i-Butan	C_4H_{10}	58,12	15,6	13,36	45 573
n-Butan	C_4H_{10}	58,12	34,0	29,13	45 716
1-Buten	C_4H_8	56,10	3,0	2,66	45 301
2-Buten-trans	C_4H_8	56,10	2,0	1,78	45 040
2-Buten-cis	C_4H_8	56,10	0,3	0,27	45 176
i-Pentan	C_5H_{12}	72,15	1,0	0,69	45 242

Rozwiązanie

Wartość opałową mieszanin paliw gazowych oblicza się ze wzoru

$$Q_w = \sum_{i=1}^n r_i \cdot Q_{wi} = \sum_{i=1}^n z_i \cdot Q_{wi}$$

Dla danego paliwa szukana wartość opałowa wynosi:

$$Q_w = r_{\text{CH}_4} \cdot Q_{w\text{CH}_4} + r_{\text{C}_2\text{H}_6} \cdot Q_{w\text{C}_2\text{H}_6} + r_{\text{C}_4\text{H}_{10}} \cdot Q_{w\text{C}_4\text{H}_{10}} + r_{\text{C}_3\text{H}_8} \cdot Q_{w\text{C}_3\text{H}_8} + \\ + r_{\text{C}_4\text{H}_{10}} \cdot Q_{w\text{C}_4\text{H}_{10}} + r_{\text{C}_4\text{H}_8} \cdot Q_{w\text{C}_4\text{H}_8} + r_{\text{C}_4\text{H}_8} \cdot Q_{w\text{C}_4\text{H}_8} + r_{\text{C}_4\text{H}_8} \cdot Q_{w\text{C}_4\text{H}_8} + r_{\text{C}_5\text{H}_{12}} \cdot Q_{w\text{C}_5\text{H}_{12}}$$

$$Q_w = 0,0031 \cdot 49\,916 + 0,0662 \cdot 47\,491 + 0,1336 \cdot 45\,573 + 0,4518 \cdot 46\,360 + \\ + 0,2913 \cdot 45\,716 + 0,0266 \cdot 45\,301 + 0,0178 \cdot 45\,040 + 0,0027 \cdot 45\,176 + \\ + 0,0069 \cdot 45\,242 = 46\,090,58 \text{ kJ/kg}$$

Dotyczy ona warunków normalnych fizycznych, wobec czego zużycie gazu należy również przeliczyć na takie warunki:

$$p_{gn} = 298 \text{ mm H}_2\text{O} = 2923 \text{ Pa}$$

$$p_g = p_b + p_{gn} = 100\,100 \text{ Pa} + 2923 \text{ Pa} = 103\,023 \text{ Pa}$$

$$V_N = V_g \cdot \frac{p_g}{p_N} \cdot \frac{T_N}{T_g} = 0,226 \cdot \frac{103\,023}{101\,325} \cdot \frac{273}{292} = 0,215 \text{ m}^3$$

Oblicza się masowe zużycie gazowej mieszanki palnej w kg/s

$$\dot{m}_{gaz} = \frac{V_N \cdot \rho_g}{\tau} = \frac{0,215 \cdot 2,2}{1200} \frac{\text{m}^3 \cdot \text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} = 3,94 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$$

Ilość doprowadzonego ciepła ze spalonego paliwa wynosi

$$Q_g = \dot{m}_{gaz} \cdot Q_w = 3,94 \cdot 10^{-4} \cdot 46\,090,58 = 18,17 \text{ kJ/s} = 18,17 \text{ kW}$$

Ilość ciepła pobrana przez wodę krążącą w układzie

$$Q_D = \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (t_{\text{wyjś}} - t_{\text{wejś}})$$

gdzie: $c_{\text{H}_2\text{O}}$ – średnie ciepło właściwe wody równe $4,19 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$,

$\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}}$ – strumień masy wody przepływającej przez kocioł,

t – temperatura wody na wejściu i wyjściu z kotła.

$$\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} = 698 \text{ l/h} = \frac{698}{3600} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 0,194 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Wobec tego

$$Q_D = \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (t_{\text{wyjś}} - t_{\text{wejś}}) = 0,194 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ K} = 16,26 \text{ kW}$$

Sprawność termiczna kotła wynosi

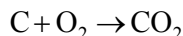
$$\eta = \frac{Q_D}{Q_g} = \frac{16,26}{18,17} = 0,89 = 89\%$$

Zadanie 9.20

Porównać ciepło spalania węgla C podczas reakcji chemicznej z tlenem prowadzącej, raz do powstania CO_2 , a drugim razem do CO. Założyć, że temperatura substratów i produktów jest równa $298,15 \text{ K}$ (ciśnienie 1 atm).

Rozwiązanie

Dla pierwszego przypadku obowiązuje reakcja



gdzie:

$$\begin{aligned} n_{\text{CO}_2} &= 1 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,\text{CO}_2}^{\circ} &= -393,5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\ n_{\text{C}} &= 1 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,\text{C}}^{\circ} &= 0 \\ n_{\text{O}_2} &= 1 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,\text{O}_2}^{\circ} &= 0 \end{aligned}$$

Ciepło reakcji

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{Reak}} &= H_P - H_S = n_{\text{CO}_2} \Delta \bar{h}_{f,\text{CO}_2}^{\circ} - n_{\text{C}} \Delta \bar{h}_{f,\text{C}}^{\circ} - n_{\text{O}_2} \Delta \bar{h}_{f,\text{O}_2}^{\circ} = \\ &= 1 \cdot (-393,5) - 1 \cdot 0 - 1 \cdot 0 = -393,5 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Ciepło spalania $Q_C = -\Delta H_{\text{Reak}} = 393,5 \text{ kJ}$

Dla drugiego przypadku obowiązuje reakcja:



gdzie:

$$\begin{aligned} n_{\text{CO}} &= 1 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,\text{CO}}^{\circ} &= -110,53 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\ n_{\text{C}} &= 1 \text{ mol} \\ n_{\text{O}_2} &= 0,5 \text{ mol} \end{aligned}$$

Ciepło reakcji

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{Reak}} &= H_P - H_S = n_{\text{CO}} \Delta \bar{h}_{f,\text{CO}}^{\circ} - n_{\text{C}} \Delta \bar{h}_{f,\text{C}}^{\circ} - n_{\text{O}_2} \Delta \bar{h}_{f,\text{O}_2}^{\circ} = \\ &= 1 \cdot (-110,53) - 1 \cdot 0 - 0,5 \cdot 0 = -110,53 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Ciepło spalania $Q_C = -\Delta H_{\text{Reak}} = 110,53 \text{ kJ}$

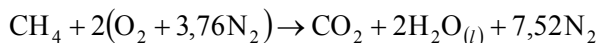
Spalając C do CO₂ można otrzymać ponad trzy razy więcej ciepła niż gdyby produktem spalania było CO.

Zadanie 9.21

Obliczyć ciepło reakcji spalania metanu CH₄ z powietrzem – temperatura substratów i produktów wynosi 298,15 K (ciśnienie 1 atm).

Rozwiązanie

Zakładamy, że stosunek paliwa do powietrza odpowiada stosunkowi stechiometrycznemu



Skoro temperatura produktów spalania jest niska, to woda w produktach spalania jest w postaci cieczy, indeks (l).

W danym przypadku:

$$\begin{aligned}
 n_{CO_2} &= 1 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,CO_2}^{\circ} &= -393,5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\
 n_{H_2O} &= 2 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,H_2O(l)}^{\circ} &= -285,83 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\
 n_{N_2} &= 7,52 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,CH_4}^{\circ} &= -74,85 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\
 n_{CH_4} &= 1 \text{ mol} \\
 n_{O_2} &= 2 \text{ mol}
 \end{aligned}$$

Pominięto entalpie tworzenia tlenu i azotu, ponieważ równają się zeru. Ciepło reakcji można obliczyć następująco

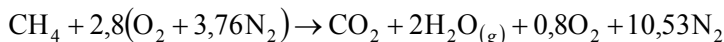
$$\begin{aligned}
 \Delta H_{Reak} &= H_P - H_S = n_{CO_2} \Delta \bar{h}_{f,CO_2}^{\circ} + n_{H_2O(l)} \Delta \bar{h}_{f,H_2O(l)}^{\circ} - n_{CH_4} \Delta \bar{h}_{f,CH_4}^{\circ} \\
 &= 1 \cdot (-393,5) + 2 \cdot (-285,83) - 1 \cdot (-74,85) = -890,31 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

Zadanie 9.22

Obliczyć ciepło reakcji spalania metanu CH_4 z 40% nadwyżką powietrza w stosunku do składu stechiometrycznego. Temperatury metanu i powietrza wynoszą odpowiednio: 298,15 K i 400 K. Temperatura produktów spalania wynosi 800 K. Proces spalania przebiega pod stałym ciśnieniem 1 atm.

Rozwiązanie

Skoro spalanie przebiega z nadmiarem powietrza, to w spalinach pojawi się tlen. Równanie stechiometryczne ma postać



Temperatura produktów spalania jest wysoka, a więc woda jest w postaci pary. Wiąże się to z inną wartością entalpii tworzenia – dla odróżnienia zastosowano indeks (g). W danym przypadku:

$$\begin{aligned}
 n_{CO_2} &= 1 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,CO_2}^{\circ} &= -393,5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\
 n_{H_2O} &= 2 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,H_2O(g)}^{\circ} &= -241,81 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\
 n_{O_2(p)} &= 0,8 \text{ mol} & \Delta \bar{h}_{f,CH_4}^{\circ} &= -74,85 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\
 n_{N_2} &= 10,53 \text{ mol} \\
 n_{CH_4} &= 1 \text{ mol} \\
 n_{O_2(s)} &= 2,8 \text{ mol}
 \end{aligned}$$

Temperatura powietrza dostarczonego do spalania, jak i temperatura spalin różnią się od temperatury standardowej (298,15 K). Należy więc uwzględnić różnicę entalpii powietrza i produktów spalania – entalpię fizyczną. W takim razie entalpie produktów i substratów można zapisać odpowiednio:

$$\begin{aligned}
H_P &= n_{CO_2} \left[\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,CO_2}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,CO_2}^{\circ} \right] + n_{H_2O} \left[\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,H_2O}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,H_2O}^{\circ} \right] + \\
&+ n_{O_2(p)} \left[\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,O_2}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,O_2}^{\circ} \right] + n_{N_2} \left[\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,N_2}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,N_2}^{\circ} \right] \\
&= n_{CO_2} \left[\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,CO_2}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,CO_2}^{\circ} \right] + n_{H_2O} \left[\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,H_2O}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,H_2O}^{\circ} \right] + \\
&+ n_{O_2(p)} \int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,O_2}(T) dT + n_{N_2} \int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,N_2}(T) dT \\
H_S &= n_{CH_4} \Delta \bar{h}_{f,CH_4}^{\circ} + n_{O_2(s)} \left[\int_{298,15}^{400} \bar{c}_{p,O_2}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,O_2}^{\circ} \right] + n_{N_2} \left[\int_{298,15}^{400} \bar{c}_{p,N_2}(T) dT + \Delta \bar{h}_{f,N_2}^{\circ} \right] = \\
&= n_{CH_4} \Delta \bar{h}_{f,CH_4}^{\circ} + n_{O_2(s)} \int_{298,15}^{400} \bar{c}_{p,O_2}(T) dT + n_{N_2} \int_{298,15}^{400} \bar{c}_{p,N_2}(T) dT
\end{aligned}$$

Ciepła właściwe pod stałym ciśnieniem wszystkich składników w funkcji temperatury można wyrazić w postaci wielomianów piątego stopnia

$$c_{p,i} = a_{0,i} + a_{1,i}T + a_{2,i}T^2 + a_{3,i}T^3 + a_{4,i}T^4 + a_{5,i}T^5$$

Współczynniki (dla temperatury w zakresie 200 K÷1500 K) zebrano w tabeli 3.1. Ze względu na to, że powyższe równanie opisuje ciepło właściwe [J/(kg·K)], a nie molowe ciepło właściwe [J/(kg·K)] – konieczne jest pomnożenie go przez masę molową danego składnika.

Entalpię fizyczną dla poszczególnego składnika można policzyć w następujący sposób

$$\begin{aligned}
\int_{T_0}^{T_f} \bar{c}_{p,i}(T) dT &= \int_{T_0}^{T_f} c_{p,i}(T) dT \cdot M_i = \\
&= \left[a_{0,i}T + \frac{a_{1,i}}{2}T^2 + \frac{a_{2,i}}{3}T^3 + \frac{a_{3,i}}{4}T^4 + \frac{a_{4,i}}{5}T^5 + \frac{a_{5,i}}{6}T^6 \right]_{T_0}^{T_f} \cdot M_i
\end{aligned}$$

Po podstawieniu danych otrzymuje się:

$$\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,CO_2}(T) dT = 22,81 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,H_2O}(T) dT = 17,98 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,O_2}(T) dT = 15,83 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,N_2}(T) dT = 15,04 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,O_2}(T) dT = 3,03 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\int_{298,15}^{800} \bar{c}_{p,N_2}(T) dT = 2,97 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

Entalpie produktów i substratów wynoszą:

$$H_p = 1 \cdot [22,81 + (-393,5)] + 2 \cdot [17,98 + (-241,81)] + 0,8 \cdot 15,83 + 10,53 \cdot 15,04 = -647,31 \text{ kJ}$$

$$H_s = 1 \cdot (-74,85) + 2,8 \cdot 3,03 + 10,53 \cdot 2,97 = -35,12 \text{ kJ}$$

$$\Delta H_{Reak} = H_p - H_s = -647,31 - (-35,12) = -612,18 \text{ kJ}$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 9.23

Spalono całkowicie i zupełnie paliwo stałe o udziale masowym czystego pierwiastka węgla $C = 0,80$. W spalinach suchych zmierzono udział objętościowy CO_2 wynoszący 11%. Jaka będzie objętość powstałych spalin suchych? Ile trzeba dostarczyć powietrza?

Odpowiedź: $L_{t\text{ kg}} = 9,18 \text{ kg powietrza/kg paliwa}$, $V_s = 13,55 \text{ m}^3/\text{kg paliwa}$.

Zadanie 9.24

W palenisku kotła centralnego ogrzewania jest spalane paliwo stałe w ilości $\dot{m} = 500 \text{ kg/h}$. Analiza składu paliwa wykazała, że: $C = 0,70$, $H = 0,04$, $O = 0,10$, $W = 0,09$, reszta popiół. Określić objętościowe natężenie przepływu spalin mokrych w odniesieniu do warunków normalnych, jeżeli analiza wolumetryczna spalin suchych za kotłem dała wynik: $[CO_2]_s = 0,12$, $[CO]_s = 0,01$, $[O_2]_s = 0,08$. Obliczyć współczynnik nadmiaru powietrza, z jakim spalono paliwo, przy założeniu szczelności kotła i przewodów kominowych.

Odpowiedź: $V_{sm} = 5320 \text{ m}^3/\text{h}$, $\lambda = 1,85$.

Zadanie 9.25

Spalono w sposób całkowity i zupełny $V = 7$ litrów spirytusu metylowego CH_3OH o gęstości $\rho = 0,8090 \text{ kg/dm}^3$ (w temperaturze 20°C), występującego w roztworze 96,02%. Obliczyć teoretyczne zapotrzebowanie tlenu do spalania całkowitego i zupełnego tego paliwa.

Odpowiedź: $O_{t \text{ rozt.}} = 5,71 \text{ kg}$.

Zadanie 9.26

Spalono całkowicie i zupełnie benzynę o masie $m = 1 \text{ kg}$ i o następującym przybliżonym składzie masowym: $C = 0,85$ i $H = 0,15$. Analiza spalin suchych wykazała: $[\text{CO}_2]_s = 0,125$, $[\text{O}_2]_s = 0,040$, reszta azot. Ile powietrza rzeczywiście doprowadzono do spalania? Obliczyć objętość spalin suchych i mokrych powstałych w tym procesie spalania.

Odpowiedź: $V_s = 12,72 \text{ m}^3/\text{kg}$ paliwa, $V_{sm} = 14,40 \text{ m}^3/\text{kg}$ paliwa,

$L = 13,56 \text{ m}^3/\text{kg}$ paliwa.

Zadanie 9.27

Objętościowy skład gazowych mieszanek palnych określa się zwykle w postaci % udziału objętości zajmowanej przez paliwo w całej objętości mieszanki. Obliczyć stechiometryczny skład mieszanki palnej będącej mieszaniną propanowo-butanową (propan C_3H_8 – udział molowy $n_{\text{propan}} = 40\%$; butan C_4H_{10} – udział molowy $n_{\text{butan}} = 60\%$) z powietrzem $[x = (V_{\text{paliwa}}/V_{\text{mieszanki}}) \cdot 100\%]$ i teoretyczne masowe zapotrzebowanie powietrza do procesu spalania wyrażone jako $L_{t \text{ kg}}$ [kg powietrza/kg paliwa].

Odpowiedź: $x = 3,44\%$, $L_{t \text{ kg}} = 15,52 \text{ kg}$ powietrza/kg paliwa.

Zadanie 9.28

Podać skład objętościowy spalin suchych powstałych w wyniku spalania całkowitego i zupełnego 1 kg heptanu C_7H_{16} .

Odpowiedź: $[\text{N}_2]_s = 0,855$, $[\text{CO}_2]_s = 0,145$.

Zadanie 9.29

Zbudować wykres Ostwalda dla paliwa, którym jest benzyna o przybliżonym składzie masowym: $C = 0,85$, $H = 0,15$.

Odpowiedź: $[\text{CO}_2]_{s \text{ max}} = 0,148$, $[\text{CO}]_{s \text{ max}} = 0,205$, $[\text{O}_2]_s = 0,069$.

Zadanie 9.30

Jaki udział objętościowy azotu N_2 wykaże analiza wolumetryczna składu spalin suchych powstałych w wyniku spalania całkowitego i zupełnego oktanu C_8H_{18} .

Odpowiedź: $[N_2]_s = 0,855$.

Zadanie 9.31

Rozwiązać zadanie 9.29 dla paliwa, którym jest metan.

Odpowiedź: $[CO_2]_{s \max} = 0,117$, $[CO]_{s \max} = 0,151$, $[O_2]_s = 0,055$.

Zadanie 9.32

Rozwiązać zadanie 9.10 dla paliwa, którym jest oktan C_8H_{18} .

Odpowiedź: $[CO_2]_{s \max} = 0,145$.

Zadanie 9.33

Rozwiązać zadanie 9.27 dla mieszanki propanu C_3H_8 z powietrzem.

Odpowiedź: $x = 4,03\%$, $L_{t \text{ kg}} = 15,69 \text{ kg powietrza/kg } C_3H_8$.

Zadanie 9.34

Butan (C_4H_{10}) spalono w suchym powietrzu, a analiza wolumetryczna spalin suchych wykazała: $[CO_2]_s = 0,10$, $[CO]_s = 0,02$, $[O_2]_s = 0,037$, $[N_2]_s = 0,836$. Obliczyć współczynnik nadmiaru powietrza λ .

Odpowiedź: $\lambda = 1,15$.

Zadanie 9.35

Określić ciepło spalania CO do postaci CO_2 . Temperatura substratów i produktów spalania równa się 298,15 K (ciśnienie 1 atm).

Odpowiedź: $Q_C = -\Delta H_{reak} = 282,97 \text{ kJ}$.

Zadanie 9.36

W celu określenia wpływu różnych paliw na środowisko naturalne często analizuje się produkty spalania. Nieznane paliwo spalono w powietrzu, zaś analiza spalin suchych wykazała: $[CO_2]_s = 0,12$, $[O_2]_s = 0,02$, $[CO]_s = 0,03$, $[N_2]_s = 0,83$. Znaleźć wzór chemiczny paliwa.

Odpowiedź: Szukanym paliwem jest węglowodór o równoważnym wzorze chemicznym: $C_{15}H_{26,28}$ lub $C_{60}H_{105,12}$.

Zadanie 9.37

Analiza wolumetryczna spalin aparatem Orsata dała następujący wynik: $[\text{CO}_2]_s = 0,08$, $[\text{CO}]_s = 0,01$, $[\text{O}_2]_s = 0,087$ i $[\text{N}_2]_s = 0,823$. Określić wzór chemiczny paliwa, którym jest węglowodór.

Odpowiedź: Szukanym paliwem jest węglowodór o równoważnym wzorze chemicznym: $\text{C}_9\text{H}_{18,8}$ lub $\text{C}_{45}\text{H}_{94}$.

Zadanie 9.38

Paliwo o masie $m = 10$ kg i składzie masowym: $C = 0,55$, $H = 0,05$, $W = 0,20$, reszta popiół, spalono przy współczynniku nadmiaru powietrza $\lambda = 1,5$. Analiza spalin suchych wykazała udział objętościowy $[\text{CO}]_s = 0,02$. Obliczyć objętość spalin suchych i mokrych.

Odpowiedź: $V_s = 9,17 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$, $V_{sm} = 9,98 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$.

Zadanie 9.39

Spalono butan C_4H_{10} . Obliczyć maksymalny udział CO w spalinach suchych powstałych ze spalania tego paliwa.

Odpowiedź: $[\text{CO}]_{s \max} = 0,121$.

Zadanie 9.40

Obliczyć skład objętościowy spalin suchych i objętość spalin mokrych powstałych ze spalania całkowitego i zupełnego 1 kg benzyny o składzie: $C = 0,9$ i $H = 0,1$ z 15 m^3 (w odniesieniu do warunków normalnych fizycznych) powietrza atmosferycznego. Obliczyć również współczynnik nadmiaru powietrza oraz teoretyczne zapotrzebowanie tlenu i powietrza do spalania.

Odpowiedź: $[\text{O}_2]_s = 0,063$, $[\text{CO}_2]_s = 0,116$, $[\text{N}_2]_s = 0,821$,

$V_{sm} = 15,56 \frac{\text{m}^3}{\text{kg paliwa}}$, $\lambda = 1,41$, $O_t = 2,24 \frac{\text{m}^3 \text{O}_2}{\text{kg paliwa}}$, $L_t = 10,67 \frac{\text{m}^3 \text{O}_2}{\text{kg paliwa}}$.

10. ZAGADNIENIA WYMIANY CIEPŁA

10.1. Podstawowe sposoby wymiany ciepła

Wyróżnia się trzy podstawowe mechanizmy wymiany ciepła:

- przewodzenie, tj. transport energii wewnętrznej (ciepła) w ciele stałym poprzez ruch swobodnych elektronów i drgania siatki krystalicznej oraz molekularny transport energii kinetycznej atomów i cząsteczek w płynach,
- konwekcja, inaczej unoszenie, jest to przenoszenie ciepła w ośrodku w wyniku mieszania się makroskopowych elementów płynu o różnych temperaturach,
- promieniowanie, tj. przenoszenie energii przez promieniowanie elektromagnetyczne o pewnym zakresie długości fal.

Przewodzenie ciepła

Podstawowym prawem rządzącym przewodzeniem ciepła jest prawo Fouriera, które dla przypadku jednowymiarowego ma postać

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad (10.1)$$

Definiuje ono natężenie (gęstość) strumienia ciepła, które jest proporcjonalne do gradientu temperatury mierzonego w kierunku jego przepływu i współczynnika proporcjonalności, zależnego od rodzaju materiału i określanego mianem przewodności cieplnej.

Ścianka płaska

Po scałkowaniu równania (10.1) dla ścianki płaskiej jednowarstwowej otrzymujemy

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2) = \frac{t_1 - t_2}{r_\lambda} \quad (10.2)$$

gdzie $r_\lambda = \delta/\lambda$.

Natomiast dla ścianki wielowarstwowej o różnych grubościach δ_i i przewodnościach cieplnych λ_i poszczególnych n warstw, gęstość strumienia ciepła wynosi

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} = \frac{t_1 - t_2}{r_{\lambda_1} + r_{\lambda_2} + \dots + r_{\lambda_n}} \quad (10.3)$$

Ścianka cylindryczna

W tym przypadku bardziej dogodne jest posługiwanie się wielkością q_l [W/m], odnoszącą się do ilości ciepła przewodzonego na jednostkę długości ścianki w kierunku osiowym i jednostkę czasu, niż natężeniem strumienia cieplnego odniesionym do pola powierzchni.

Zgodnie z zależnością (10.1), ilość ciepła przewodzonego przez warstwę cylindryczną o elementarnej grubości dr i długości 1 m wynosi

$$q_l = -\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{dt}{dr} \quad (10.4)$$

Po scałkowaniu otrzymuje się liniowy strumień ciepła przewodzonego przez ściankę cylindryczną odniesiony do długości 1 m [W/m]

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda}{\ln\left(\frac{r_z}{r_w}\right)} \cdot (t_1 - t_2) = \frac{t_1 - t_2}{R_{\lambda,l}} \quad (10.5)$$

gdzie

$$R_{\lambda,l} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{r_z}{r_w}\right)$$

Dla ścianki cylindrycznej wielowarstwowej (n warstw), liniowy strumień ciepła można zapisać analogicznie do równania (10.3)

$$q_l = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2} + \dots + \frac{\ln\left(\frac{r_{n+1}}{r_n}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_n}} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{R_{\lambda_1,l} + R_{\lambda_2,l} + \dots + R_{\lambda_n,l}} \quad (10.6)$$

Zależność pomiędzy liniowym strumieniem ciepła q_l a natężeniem strumienia cieplnego q jest dana wzorem

$$q = \frac{q_l}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (10.7)$$

Przejmowanie (wnikanie) ciepła

Przejmowanie ciepła to zjawisko wymiany ciepła między płynem (cieczą lub gazem) a ciałem stałym. Gęstość strumienia ciepła jest opisana równaniem Newtona

$$q = \alpha \cdot (t_f - t_w) \quad (10.8)$$

Współczynnik α zależy od wielu parametrów, m.in.: charakteru przepływu (laminarny, przejściowy czy burzliwy), właściwości fizycznych płynu oraz geometrii i rodzaju powierzchni wymiany ciepła. Wyznaczanie tego współczynnika dla prostych kształtów geometrycznych kanałów cieplnych dokonuje się na podstawie tzw. teorii podobieństwa, wykorzystując równanie kryterialne

$$Nu = f(Re, Pr, Gr, d/L) \quad (10.9)$$

Nu – liczba Nusselta (stosunek szybkości wymiany ciepła w płynie w wyniku konwekcji do szybkości wymiany ciepła przez przewodzenie)

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l_{ch}}{\lambda_p} \quad (10.10)$$

Re – liczba Reynoldsa (stosunek sił bezwładności do sił lepkości)

$$Re = \frac{w \cdot l_{ch}}{\nu} \quad (10.11)$$

Pr – liczba Prandtla (stosunek szybkości molekularnego przenoszenia pędu do szybkości przewodzenia ciepła w płynie)

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (10.12)$$

gdzie

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$$

Gr – liczba Grashofa (stosunek siły wyporu do siły tarcia wewnętrznego)

$$Gr = \frac{g \cdot l_{ch}^3 \cdot \beta \cdot \Delta t}{\nu^2} \quad (10.13)$$

Przejmowanie ciepła na powierzchni poziomego cylindra w przestrzeni nieograniczonej opływającego poprzecznie

Dla warunków *konwekcji swobodnej* obowiązuje zależność

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n = C \cdot Ra^n \quad (10.14)$$

przy czym wartości stałych C i n zależą od wartości liczby Rayleigha ($Ra = Gr \cdot Pr$) [13]:

dla $10^{-10} < Ra < 10^{-2}$	$C = 0,675, n = 0,058$
dla $10^{-2} < Ra < 10^2$	$C = 1,020, n = 0,148$
dla $10^2 < Ra < 10^4$	$C = 0,850, n = 0,188$
dla $10^4 < Ra < 10^7$	$C = 0,480, n = 0,250$
dla $10^7 < Ra < 10^{12}$	$C = 0,125, n = 0,133$

Przyjmuje się, że turbulentny ruch konwekcyjny zaczyna się przy $Ra \approx 10^9$.

Dla warunków *konwekcji wymuszonej* obowiązuje zależność

$$Nu = D \cdot Re^m \cdot Pr^{1/3} \quad (10.15)$$

przy czym wartości stałych D i m zależą od wartości liczby Reynoldsa [13]:

dla $0,4 < Re < 4$	$D = 0,989, m = 0,33$
dla $4 < Re < 40$	$D = 0,911, m = 0,385$
dla $40 < Re < 4000$	$D = 0,683, m = 0,466$
dla $4000 < Re < 4 \cdot 10^4$	$D = 0,193, m = 0,681$
dla $4 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$	$D = 0,027, m = 0,805$

Przejmowanie ciepła w kanałach zamkniętych

Dla przepływu w pełni rozwiniętego w rurze obowiązują następujące zależności:

– przepływ laminarny:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_p} = 3,65 \quad (10.16)$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_p} = 4,36 \quad (10.17)$$

Wzór (10.16) obowiązuje dla stałej temperatury ścianki rury, natomiast (10.17) dla stałego strumienia ciepła na ściance rury.

– przepływ przejściowy i turbulentny ($Re > 2300$)

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \quad (10.18)$$

Zależność (10.18) obowiązuje także dla kanałów o przekroju niekołowym, gdzie wymiarem charakterystycznym jest średnica hydrauliczna kanału

$$d_h = \frac{4 \cdot F}{P} \quad (10.19)$$

Promieniowanie ciepłe

Ten sposób przekazywania ciepła polega na przenoszeniu energii przez kwanty promieniowania elektromagnetycznego o określonym zakresie długości fal i nie wymaga ośrodka materialnego, tak więc jest jedynym mechanizmem przenoszenia ciepła w próżni. Wszystkie ciała mające temperaturę wyższą od zera bezwzględnego emitują promieniowanie ciepłe, natomiast ilość wypromieniowanej energii zależy od powierzchni ciała i temperatury bezwzględnej.

Ciałem doskonale czarnym nazywamy takie ciało, które nie odbija ani nie przepuszcza energii padającej na nie, tylko całkowicie ją pochłania.

Zgodnie z prawem Stefana-Boltzmanna, natężenie (intensywność) promieniowania emitowanego przez ciało szare jest proporcjonalne do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej tego ciała oraz emisyjności powierzchni ε

$$q = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (10.20)$$

gdzie $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ – stała Stefana-Boltzmanna (stała promieniowania ciała doskonale czarnego), lub w innym zapisie

$$q = \varepsilon \cdot C_b \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (10.21)$$

gdzie $C_b = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ – techniczna stała promieniowania ciała doskonale czarnego ($C_b = 10^8 \cdot \sigma$).

Jeśli wymiana ciepła przez promieniowanie zachodzi między dwiema równoległymi powierzchniami płaskimi, to gęstość wymienianego strumienia ciepła jest równa

$$q_{1-2} = \varepsilon_{1-2} \cdot C_b \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (10.22)$$

gdzie $\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$ – emisyjność wzajemna.

ZADANIA

Zadanie 10.1

Wyznaczyć spadki i wartości gradientów temperatury dla ścianki płaskiej o grubości $\delta = 0,3$ m wykonanej z różnych materiałów, przez którą przepływa strumień ciepła o gęstości $q = 150$ W/m². Przewodności cieplne wynoszą:

- a) duraluminium $\lambda_{Al} = 164,5$ W/(m·K),
 b) żelazo $\lambda_Z = 78,6$ W/(m·K),
 c) beton ze żwirem kamiennym $\lambda_B = 1,279$ W/(m·K),
 d) mur ceglany $\lambda_C = 0,814$ W/(m·K).

Rozwiązanie

Obliczenia wykonujemy korzystając z zależności:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda}$$

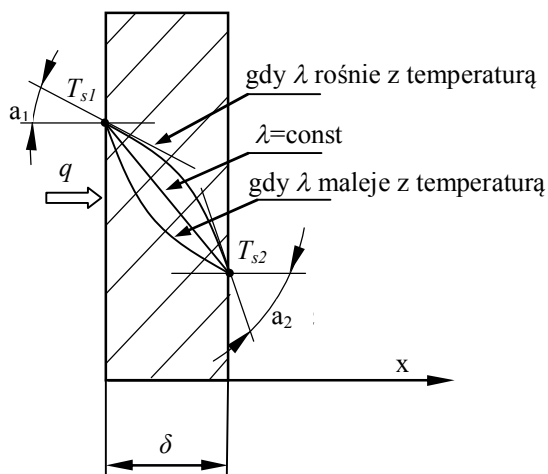
$$q = \frac{\lambda}{\delta} (T_{s1} - T_{s2})$$

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \vec{\text{grad}}(T) \Rightarrow \vec{\text{grad}}(T) = -\frac{\vec{q}}{\lambda}$$

$$\Delta T = (T_{s1} - T_{s2})$$

$$\text{a) } \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda_{Al}} = \frac{150 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 0,3 \text{ m}}{164,5 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 0,274 \text{ K}$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (\Delta T) \Rightarrow \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda}$$



Dla jednowymiarowego przewodzenia mamy:

$$\text{grad}(T) = -\frac{q}{\lambda_{Al}} = -\frac{150}{164,5} = -0,91 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

$$\text{b) } \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda_Z} = \frac{150 \cdot 0,3}{78,6} = 0,57 \text{ K}$$

$$\text{grad}(T) = -\frac{q}{\lambda_z} = -\frac{150}{78,6} = -1,91 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

$$\text{c) } \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda_B} = \frac{150 \cdot 0,3}{1,279} = 35,18 \text{ K}$$

$$\text{grad}(T) = -\frac{q}{\lambda_B} = -\frac{150}{1,279} = -117,27 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

$$\text{d) } \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda_C} = \frac{150 \cdot 0,3}{0,814} = 55,28 \text{ K}$$

$$\text{grad}(T) = -\frac{q}{\lambda_C} = -\frac{150}{0,814} = -184,27 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

Zadanie 10.2

Ustalona różnica temperatur powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej ścianki płaskiej o grubości $\delta = 0,15 \text{ m}$ wynosi 15°C ($\Delta t = t_w - t_z$). Obliczyć gęstość strumienia ciepła, gdy ścianka jest wykonana z:

- 1) miedzi $\lambda_M = 340 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$,
- 2) żeliwa $\lambda_Z = 51,9 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$,
- 3) muru z kamienia $\lambda_{MK} = 3,2 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$,
- 4) żelazobetonu $\lambda_{ZB} = 1,548 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$,
- 5) cegły czerwonej $\lambda_C = 0,768 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$,
- 6) korka płytowego $\lambda_K = 0,05 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$.

Rozwiązanie

Gęstość strumienia ciepła w rozpatrywanej ścianie określamy z zależności

$$q = \frac{\Delta t}{r_\lambda}$$

Zależność $r_\lambda = \frac{\delta}{\lambda}$ jest nazywana właściwym oporem przewodzenia przez ściankę

płaską. Po podstawieniu otrzymuje się $q = \frac{\Delta t}{\delta} \lambda = \frac{15}{0,15} \lambda = 100 \lambda$

Wstawiając dane otrzymujemy:

- | | |
|---|---|
| 1) $q_M = 100 \cdot 340 = 34000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ | 2) $q_Z = 100 \cdot 51,9 = 5190 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ |
| 3) $q_{MK} = 100 \cdot 3,2 = 320 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ | 4) $q_{ZB} = 100 \cdot 1,548 = 154,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ |
| 5) $q_C = 100 \cdot 0,768 = 76,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ | 6) $q_K = 100 \cdot 0,05 = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ |

Zadanie 10.3

Płaską ściankę pieca służącego do wygrzewania elementów maszyn wykonano z trzech warstw:

- wewnętrznej z gliny ogniotrwałej, która osiąga maksymalną temperaturę powierzchni wewnętrznej ścianki $t_W = 900^\circ\text{C}$, przewodności cieplnej $\lambda_{GO} = 0,931 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,
- środkowej z cegły szamotowej o grubości $\delta_{CS} = 0,1 \text{ m}$ i $\lambda_{CS} = 0,838 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,
- zewnętrznej z cegły czerwonej o grubości $\delta_C = 0,15 \text{ m}$, $\lambda_C = 0,768 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ i temperaturze jej powierzchni zewnętrznej $t_Z = 35 \text{ K}$.

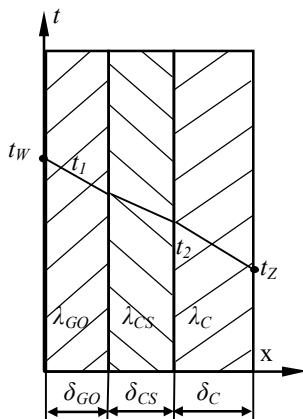
Obliczyć:

- gęstość strumienia ciepła przekazywanego do otoczenia,
- minimalną grubość warstwy gliny ogniotrwałej δ_{GOmin} , aby temperatura na granicy pomiędzy nią a cegłą szamotową $t_1 < 650^\circ\text{C}$,
- δ_{GO} – grubość ścianki z gliny ogniotrwałej w przypadku, gdy między nią a cegłą szamotową istnieje szczelina o grubości $\delta_{CS} = 0,005 \text{ m}$, dla której zastępcza przewodność cieplna wynosi $\lambda_{SZ} = 0,1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$.

Rozwiązanie

Wykorzystuje się ciągłość gęstości strumienia ciepła przewodzonego przez

ściankę z gliny ogniotrwałej i cegłę $\frac{\lambda_{CS}}{\delta_{CS}}(t_1 - t_2) = \frac{\lambda_C}{\delta_C}(t_2 - t_Z)$



Rozwiązując, otrzymujemy:

$$t_2 = \frac{\frac{\lambda_{CS}}{\delta_{CS}} t_1 + \frac{\lambda_C}{\delta_C} t_Z}{\frac{\lambda_C}{\delta_C} + \frac{\lambda_{CS}}{\delta_{CS}}} = \frac{\frac{0,838}{0,1} 650 + \frac{0,768}{0,15} 35}{\frac{0,768}{0,15} + \frac{0,838}{0,1}} = \frac{5626,2}{13,5} = 416,75^\circ\text{C}$$

$$q_C = \frac{\lambda_C}{\delta_C} (t_2 - t_Z) = \frac{0,768}{0,15} (416,75 - 35) = 1954,56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\delta_{GO\min} = \frac{\lambda_{GO}}{q_{GO}}(t_w - t_1) = \frac{0,931}{1954,56}(900 - 650) = 0,119 \text{ m}$$

$$\frac{\delta_{GO}'}{\lambda_{GO}} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} = \frac{\delta_{GO\min}}{\lambda_{SK}}$$

Finalnie dostajemy

$$\delta_{GO}' = \left(\frac{\delta_{GO\min}}{\lambda_{GO}} - \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right) \cdot \lambda_{GO} = \left(\frac{0,119}{0,931} - \frac{0,005}{0,1} \right) \cdot 0,931 = 0,072 \text{ m}$$

Zadanie 10.4

Rurociąg przemysłowy, którego temperatura zewnętrznej powierzchni rury wynosi 175°C , zaizolowano przylegającą do rury warstwą waty mineralnej, której przewodność cieplna wynosi $\lambda_w = 0,0558 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, a grubość $\delta_w = 50 \text{ mm}$. Wykonując pomiary temperatury powierzchni zewnętrznej izolacji stwierdzono, że średnia jej temperatura wynosiła 25°C . Znając niektóre wymiary zaizolowanego rurociągu: średnicę zewnętrzną $d_z = 150 \text{ mm}$, grubość ścianki rurociągu $\delta = 10 \text{ mm}$ i długość $L = 20 \text{ m}$, określić straty ciepłe.

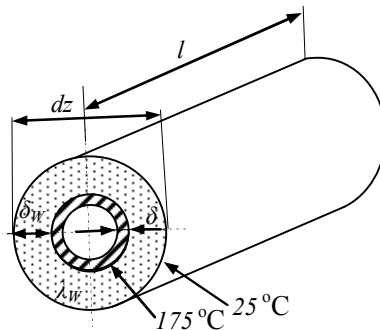
Rozwiązanie

Ponieważ warstwa izolacji ma kształt ścianki walcowej, to linową gęstość strumienia ciepła (strumień ciepła w odniesieniu do metra bieżącego rury)

oblicza się z równania $q = \frac{2\pi\lambda_w L}{\ln \frac{r_{w2}}{r_{w1}}}(t_{w1} - t_{w2})$. Promień wewnętrzny izolacji

$r_{w1} = d_z/2 = 0,075 \text{ m}$. Znając promień wewnętrzny i grubość izolacji obliczamy jej promień zewnętrzny $r_{w2} = r_{w1} + \delta_w = 0,075 + 0,05 = 0,125 \text{ m}$. Straty ciepłe

$$q = \frac{2\pi \cdot 0,0558 \cdot 20}{\ln \frac{0,125}{0,075}}(175 - 25) = 2059,03 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$



Zadanie 10.5

W hali elektrociepłowni zbudowano rurociąg stalowy o $\lambda_S = 60,5 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ oraz wymiarach poprzecznych $d_w = 150 \text{ mm}$ i $d_z = 160 \text{ mm}$, którym tłoczy się wodę o temperaturze $t_w = 90^\circ\text{C}$. Współczynnik przejmowania ciepła od strony wody wynosi $\alpha_w = 150 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$. Dla zmniejszenia strat cieplnych, rurociąg pokryto kolejno trzema warstwami izolacji o następujących wartościach przewodności cieplnej i grubości:

- warstwę gipsu $\lambda_G = 0,7 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\delta_G = 50 \text{ mm}$,
- tkaniny wełnianej $\lambda_T = 0,52 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\delta_T = 35 \text{ mm}$,
- warstwy szklanej $\lambda_{WS} = 0,0372 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\delta_{WS} = 15 \text{ mm}$.

Temperatura w hali elektrociepłowni wynosi $t_P = 25^\circ\text{C}$, a współczynnik przejmowania ciepła od strony powietrza $\alpha_P = 10 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$.

Obliczyć:

- liniowe straty ciepła wynikające z tak zaizolowanego rurociągu,
- temperaturę powierzchni wewnętrznej rury ciepłowniczej t_l i temperaturę powierzchni zewnętrznej izolacji t_5 ,
- temperatury styku: gipsu z rurą stalową t_2 , tkaniny wełnianej z gipsem t_3 , waty szklanej z tkaniną wełnianą t_4 .

Rozwiązanie

Liniową gęstość strumienia ciepła przenikającego przez wielowarstwową ściankę cylindryczną obliczamy z zależności $q_l = \frac{t_w - t_P}{r_L}$, gdzie r_L – liniowy opór

cieplny przenikania ciepła przez ściankę walcową wielowarstwową. Sumując wszystkie liniowe opory cieplne dla przenikania ciepła przez ściankę wielowarstwową, otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 q_l &= \frac{t_w - t_P}{r_w + r_s + r_G + r_T + r_{WS} + r_P} = \\
 &= \frac{t_w - t_P}{\frac{1}{2\pi \cdot r_1 \cdot \alpha_w} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \lambda_S} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi \lambda_G} + \frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi \lambda_T} + \frac{\ln \frac{r_5}{r_4}}{2\pi \lambda_{WS}} + \frac{1}{2\pi \cdot r_5 \cdot \alpha_P}} \\
 q_l &= \frac{t_w - t_P}{r_w + r_s + r_G + r_T + r_{WS} + r_P} = \\
 &= \frac{t_w - t_P}{\frac{1}{2\pi \cdot r_1 \cdot \alpha_w} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \lambda_S} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi \lambda_G} + \frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi \lambda_T} + \frac{\ln \frac{r_5}{r_4}}{2\pi \lambda_{WS}} + \frac{1}{2\pi \cdot r_5 \cdot \alpha_P}}
 \end{aligned}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymuje się liniowy strumień ciepła przenikającego przez powierzchnię rurociągu:

$$q_l = \frac{90 - 25}{\frac{1}{2\pi \cdot 0,075 \cdot 150} + \frac{\ln \frac{0,08}{0,075}}{2\pi \cdot 60,5} + \frac{\ln \frac{0,13}{0,08}}{2\pi \cdot 0,7} + \frac{\ln \frac{0,165}{0,13}}{2\pi \cdot 0,52} + \frac{\ln \frac{0,18}{0,165}}{2\pi \cdot 0,0372} + \frac{1}{2\pi \cdot 0,18 \cdot 10}}$$

$$q_l = \frac{65}{0,014 + 0,00017 + 0,11 + 0,73 + 0,37 + 0,088} = \frac{65}{1,31} = 49,62 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Temperatura powierzchni wewnętrznej rury stalowej wynosi

$$q_l = \frac{t_w - t_1}{r_w} \Rightarrow t_1 = t_w - q_l \cdot r_w = 90 - 49,6 \cdot 0,014 = 89,3^\circ\text{C}$$

Analogicznie uzyskuje się:

$$t_2 = t_w - q_l(r_w + r_s) = 90 - 49,6 \cdot (0,014 + 0,00017) = 89,3^\circ\text{C}$$

$$t_3 = t_w - q_l(r_w + r_s + r_g) = 90 - 49,6 \cdot (0,014 + 0,00017 + 0,11) = 83,8^\circ\text{C}$$

$$t_4 = t_w - q_l(r_w + r_s + r_g + r_t) = 90 - 49,6 \cdot (0,014 + 0,00017 + 0,11 + 0,37) = 65,5^\circ\text{C}$$

$$t_5 = t_p + q_l \cdot r_p = 25 + 49,6 \cdot 0,088 = 29,36^\circ\text{C}$$

Zadanie 10.6

Hala zakładu produkcyjnego jest wykonana z kamienia o grubości $\delta = 40$ cm i przewodności cieplnej $\lambda_K = 3,2$ W/(m·K). Mając daną temperaturę powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej ściany: $t_w = 25^\circ\text{C}$, $t_z = -10^\circ\text{C}$, obliczyć gęstość strumienia ciepła i strumień ciepła dla ściany o powierzchni $A = 30$ m². Obliczeń dokonać również w przypadku, gdy ściana z kamienia zostałaby zastąpiona ścianą o tej samej grubości, lecz wykonaną z cegły czerwonej, dla której przewodność cieplna wynosi $\lambda_C = 0,879$ W/(m·K).

Rozwiązanie

Obliczenia dla ściany wykonanej z kamienia:

– gęstość strumienia ciepła: $q = \frac{\lambda_K}{\delta}(t_w - t_z) = \frac{3,2}{0,4}(25 + 10) = 280 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$,

– strumień ciepła $\dot{Q} = q \cdot A = 280 \cdot 30 = 8,4$ kW.

Obliczenia dla ściany wykonanej z cegły czerwonej:

$$q = \frac{\lambda_C}{\delta}(t_1 - t_2) = \frac{0,879}{0,4}(25 + 10) = 76,9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad \dot{Q} = q \cdot A = 76,9 \cdot 30 = 2,3 \text{ kW}$$

Zadanie 10.7

W budynku mieszkalnym wstawiono okno o parametrach szyb $\lambda_S = 0,71$ W/(m·K), $\delta_S = 4$ mm. Obliczyć gęstość strumienia ciepła, współczynnik przenikania ciepła

oraz temperaturę powierzchni szyb dla okna wykonanego z dwóch szyb i z jednej szyby. Dla pierwszego przypadku szyby są oddzielone warstwą powietrza o grubości $\delta_p = 5 \text{ mm}$ i $\lambda_p = 0,0259 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. Temperatury powietrza wewnętrznego i zewnętrznego są równe temperaturom ścian hali produkcyjnej z poprzedniego zadania. Współczynnik przejmowania wewnątrz i na zewnątrz pomieszczenia wynosi odpowiednio $\alpha_w = 10 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$, $\alpha_z = 23 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$.

Rozwiązanie

a) Obliczenia dla okna zawierającego dwie szyby

Gęstość strumienia ciepła: $q = k(t_w - t_z)$, gdzie k – współczynnik przenikania ciepła, wynosi

$$k = \left[\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} + \frac{\delta_p}{\lambda_p} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_z} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{10} + \frac{0,004}{0,71} + \frac{0,01}{0,0259} + \frac{0,004}{0,71} + \frac{1}{23} \right]^{-1} = 1,848 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}$$

Podstawiając dane liczbowe, otrzymuje się $q = 1,848 \cdot (25 + 10) = 64,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Temperatury powierzchni szyb: $t_w - t_{s1} = \frac{q}{\alpha_w}$

$$t_{s1} = t_w - \frac{q}{\alpha_w} = 25 - \frac{64,7}{10} = 18,5^\circ\text{C}$$

$$t_{s2} = t_w - q \cdot \left[\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right] = 25 - 64,7 \cdot \left[\frac{1}{10} + \frac{0,004}{0,71} \right] = 18,2^\circ\text{C}$$

$$t_{s3} = t_z + q \cdot \left[\frac{1}{\alpha_z} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right] = -10 + 64,68 \cdot \left[\frac{1}{23} + \frac{0,004}{0,71} \right] = -6,8^\circ\text{C}$$

$$t_{s4} = t_z + \frac{q}{\alpha_z} = -10 + \frac{64,68}{23} = -7,2^\circ\text{C}$$

b) Obliczenia dla okna z jedną szybą: $q = k(t_p - t_z)$

$$k = \left[\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_z} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{10} + \frac{0,004}{0,71} + \frac{1}{23} \right]^{-1} = 6,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}$$

Podstawiając dane liczbowe, uzyskuje się $q = 6,7 \cdot (25 + 10) = 234,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Temperatury powierzchni szyb:

$$t'_{s1} = t_w - \frac{q}{\alpha_w} = 25 - \frac{234,7}{10} = 1,5^\circ\text{C}$$

$$t'_{s2} = t_z + \frac{q}{\alpha_z} = -10 + \frac{234,7}{23} = 0,2^\circ\text{C}$$

Zadanie 10.8

Ściana domku jednorodzinnego jest wykonana z dwóch warstw cegły czerwonej o grubości $\delta_1 = \delta_3 = 25$ cm i przewodności cieplnej $\lambda_1 = \lambda_3 = 0,879$ W/(m·K) oddzielonych warstwą izolacji o grubości $\delta_2 = 15$ cm. Temperatury powierzchni ściany wewnętrznej i zewnętrznej wynoszą odpowiednio: $t_W = 25^\circ\text{C}$, $t_Z = -5^\circ\text{C}$. Obliczyć właściwy opór cieplny przewodzenia przez ścianę oraz gęstość strumienia ciepła dla przypadku, gdy warstwa izolacji w kanale rozdzielającym cegły wykonana jest:

- tylko ze styropianu o $\lambda_2' = 0,025$ W/(m·K),
- z tego samego styropianu o $\lambda_2' = 0,025$ W/(m·K) o wysokości $A = 135$ cm oraz wełny mineralnej o $\lambda_2'' = 0,0558$ W/(m·K) i wysokości $B = A = 135$ cm.

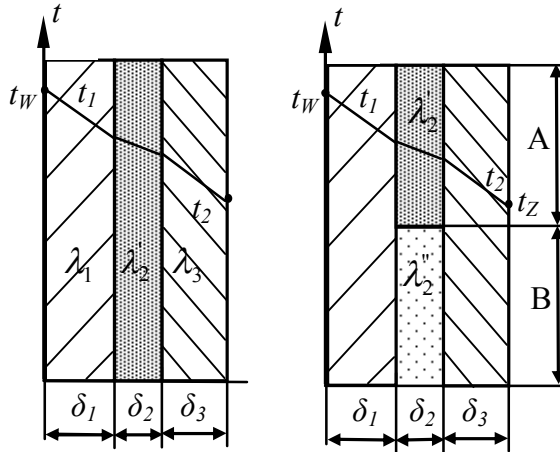
Rozwiązanie

- Jest to przykład szeregowego łączenia oporów cieplnych i właściwy całkowity opór przewodzenia ciepła wynosi

$$r_\lambda = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} = \frac{0,25}{0,879} + \frac{0,15}{0,025} + \frac{0,25}{0,879} = 6,57 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Gęstość strumienia ciepła określa się z zależności

$$q_s = \frac{t_W - t_Z}{r_\lambda} = \frac{25 + 5}{6,57} = 4,57 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



- Warstwa tak zbudowanej izolacji jest przykładem równoległego łączenia oporów cieplnych, dla której całkowity właściwy opór cieplny odcinka A + B wynosi

$$\frac{1}{r_{\lambda_2}} = \frac{1}{r_{\lambda_2}'} + \frac{1}{r_{\lambda_2}''} = \frac{1}{\frac{\delta_2}{\lambda_2' A}} + \frac{1}{\frac{\delta_2}{\lambda_2'' B}}$$

czyli

$$r_{\lambda_2} = \frac{\delta_2}{\lambda_2' A + \lambda_2'' B}$$

Opór cieplny ścianki o szerokości $(A + B)$ wynosi:

$$r_R = r_1 + r_2 + r_3 = \frac{\delta_1}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{A+B} + \frac{\delta_2}{\lambda_2' A + \lambda_2'' B} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \cdot \frac{1}{A+B}$$

$$r_R = \frac{0,25}{0,879} \cdot \frac{1}{1,35+1,35} + \frac{0,15}{0,025 \cdot 1,35 + 0,0558 \cdot 1,35} + \frac{0,25}{0,879} \cdot \frac{1}{1,35+1,35} = 1,58 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Gęstość strumienia ciepła określa się analogicznie jak w poprzednim przypadku

$$q_R = \frac{t_W - t_Z}{r_R} = \frac{25 + 5}{1,58} = 18,98 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Zadanie 10.9

Strop pomieszczenia o wymiarach 7 x 4 m został wykonany w postaci płyty wielowarstwowej składającej się z: gontu bitumicznego ($\delta_{gb} = 5 \text{ mm}$), płyty pilśniowej o ($\delta_{pp} = 20 \text{ mm}$) i betonu ($\delta_b = 100 \text{ mm}$). Wiedząc, że temperatura zewnętrzna $t_z = -7^\circ\text{C}$, a wewnętrzna $t_w = 7^\circ\text{C}$, obliczyć:

- 1) straty ciepła przez strop pomieszczenia w czasie 1 godziny – Q_0 [MJ],
- 2) stratę ciepła Q_1 , jeżeli strop został przykryty warstwą śniegu o grubości 60 mm,
- 3) maksymalną grubość warstwy śniegu, która dla warunków zadania może utrzymać się na stropie pomieszczenia.

Założyć, że temperatura ściany jest równa temperaturze otoczenia.

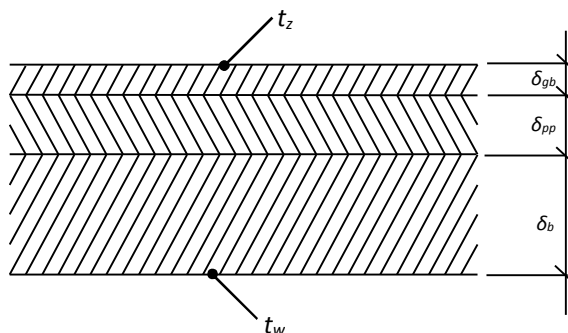
Przewodności cieplne poszczególnych materiałów wynoszą odpowiednio:

$\lambda_{gb} = 0,3 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ – gont bitumiczny

$\lambda_{pp} = 0,24 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ – płyta pilśniowa

$\lambda_b = 1,28 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ – beton

$\lambda_s = 0,47 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ – śnieg



Rozwiązanie

1) Ciepło tracone przez strop pomieszczenia:

$$Q_0 = q_0 \cdot F \cdot \tau$$

$$q_0 = \frac{t_w - t_z}{\sum \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} \right)} = \frac{t_w - t_z}{\frac{\delta_{gb}}{\lambda_{gb}} + \frac{\delta_{pp}}{\lambda_{pp}} + \frac{\delta_b}{\lambda_b}} = \frac{7 - (-7)}{\frac{0,005}{0,3} + \frac{0,02}{0,24} + \frac{0,1}{1,28}} = 78,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$F = 7 \cdot 4 = 28 \text{ m}^2$$

$$\tau = 3600 \text{ s}$$

$$Q_0 = 78,6 \cdot 28 \cdot 3600 = 7,92 \text{ MJ}$$

2) Strata ciepła po przykryciu stropu warstwą śniegu o grubości 60 mm:

$$Q_1 = q_1 \cdot F \cdot \tau$$

$$q_1 = \frac{t_w - t_z}{\frac{\delta_{gb}}{\lambda_{gb}} + \frac{\delta_{pp}}{\lambda_{pp}} + \frac{\delta_b}{\lambda_b} + \frac{\delta_s}{\lambda_s}} = \frac{7 - (-7)}{\frac{0,005}{0,3} + \frac{0,02}{0,24} + \frac{0,1}{1,28} + \frac{0,06}{0,47}} = 45,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$Q_1 = 45,8 \cdot 28 \cdot 3600 = 4,6 \text{ MJ}$$

3) Warunkiem, aby śnieg nie topniał na stropie, jest utrzymywanie się temperatury powierzchni styku śniegu i gontu bitumicznego nie większej niż 0°C

$$q_2 = \frac{t_w - t_{sty}}{\frac{\delta_{gb}}{\lambda_{gb}} + \frac{\delta_{pp}}{\lambda_{pp}} + \frac{\delta_b}{\lambda_b}} = \frac{7 - 0}{\frac{0,005}{0,3} + \frac{0,02}{0,24} + \frac{0,1}{1,28}} = 39,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Znając gęstość strumienia ciepła na styku gontu bitumicznego i śniegu można obliczyć maksymalną grubość warstwy śniegu, która może się stale utrzymywać na stropie

$$q_2 = \frac{t_{sty} - t_z}{\frac{\delta_s}{\lambda_s}} \Rightarrow \delta_s = \frac{\lambda_s}{q_2} (t_{sty} - t_w) = \frac{0,47}{39,3} (0 + 7) = 0,083 \text{ m}$$

Zadanie 10.10

Rura kompozytowa składa się z trzech warstw materiałów o różnych grubościach i różnych przewodnościach cieplnych. Wiadomo, że temperatura ścianki wewnętrznej wynosi $t_w = 80^\circ\text{C}$, a zewnętrznej $t_z = 7^\circ\text{C}$. Znając grubości ścianek i ich właściwości cieplne, obliczyć strumień ciepła przewodzonego przez ściankę o długości 1 m oraz temperaturę na styku drugiej i trzeciej warstwy:

$$\lambda_1 = 3,5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

$$r_1 = 0,02 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 1,2 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

$$r_2 = 0,06 \text{ m}$$

$$\lambda_3 = 0,28 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

$$r_3 = 0,1 \text{ m}$$

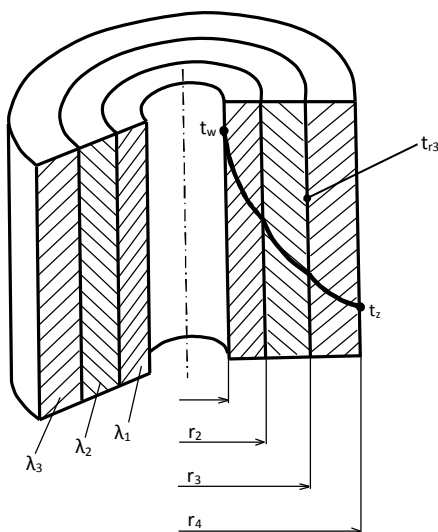
$$r_4 = 0,15 \text{ m}$$

Rozwiązanie

Liniowy strumień ciepła przewodzony przez pojedynczą ściankę cylindryczną oblicza się ze wzoru:

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda}{\ln\left(\frac{r_z}{r_w}\right)} \cdot (t_z - t_w)$$

$$q_l = \frac{t_z - t_w}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2} + \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3}} = \frac{7 - 80}{\frac{\ln\left(\frac{0,06}{0,02}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 3,5} + \frac{\ln\left(\frac{0,1}{0,06}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 1,2} + \frac{\ln\left(\frac{0,15}{0,1}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 0,28}} = -209,7 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$



Mając strumień ciepła przewodzonego przez ściankę, można obliczyć temperaturę w dowolnym miejscu przekroju rury:

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3}{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} \cdot (t_z - t_{r3}) \Rightarrow t_{r3} = t_z - q_l \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3} =$$

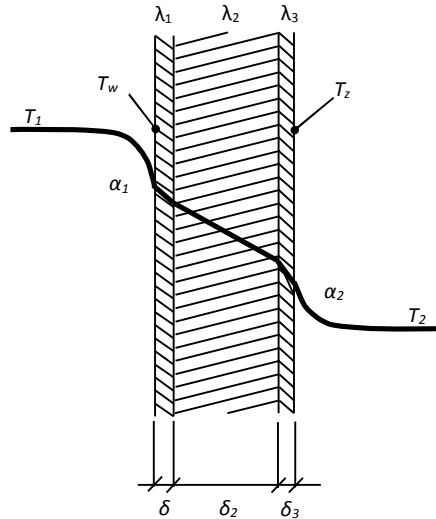
$$= 7 - (-209,7) \cdot \frac{\ln\left(\frac{0,15}{0,1}\right)}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,28} = 55,3^\circ\text{C}$$

Zadanie 10.11

Ściana budynku składa się z trzech warstw: muru ceglanego o grubości $\delta_2 = 0,4$ m, tynku zewnętrznego ($\delta_3 = 0,03$ m) i drewnianej boazerii ($\delta_1 = 0,015$ m) wewnątrz. Współczynniki przejmowania ciepła wynoszą odpowiednio: $\alpha_1 = 5$ W/(m²·K) od wewnątrz i $\alpha_2 = 75$ W/(m²·K) na zewnątrz budynku. Obliczyć ilość ciepła przepływającego przez 10 m² ściany w czasie jednej doby, jeżeli temperatura w pomieszczeniu wynosi 293 K, a na zewnątrz 263 K. Wyznaczyć temperatury powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej ściany. Przyjąć: $\lambda_1 = 0,15$ W/(m·K), $\lambda_2 = 0,86$ W/(m·K), $\lambda_3 = 0,8$ W/(m·K), $T_1 = 293$ K, $T_2 = 263$ K.

Rozwiązanie

Ilość przepływającego ciepła obliczamy z zależności $Q = k \cdot F \cdot (T_1 - T_2) \cdot \tau$



$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{0,015}{0,15} + \frac{0,4}{0,86} + \frac{0,03}{0,8} + \frac{1}{75}} = 1,23 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$F = 10 \text{ m}^2$$

$$\tau = 24 \cdot 3600 = 86400 \text{ s}$$

$$Q = 1,23 \cdot 10 \cdot (293 - 263) \cdot 86400 = 31,88 \text{ MJ}$$

Gęstość strumienia ciepła przejmowanego na powierzchni wewnętrznej

$$q = \frac{Q}{F \cdot \tau} = \alpha_1 \cdot (T_1 - T_w)$$

Stąd wyznacza się temperaturę ścianki wewnętrznej

$$T_w = T_1 - \frac{Q}{F \cdot \tau \cdot \alpha_1} = 293 - \frac{31,88 \cdot 10^6}{10 \cdot 86400 \cdot 5} = 285,6 \text{ K}$$

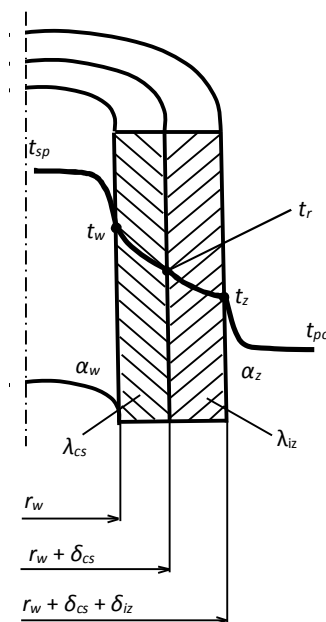
Analogicznie oblicza się temperaturę ścianki zewnętrznej:

$$q = \frac{Q}{F \cdot \tau} = \alpha_2 \cdot (T_z - T_2) \Rightarrow T_z = \frac{Q}{F \cdot \tau \cdot \alpha_2} + T_2$$

$$T_z = \frac{31,88 \cdot 10^6}{10 \cdot 86400 \cdot 75} + 263 = 263,5 \text{ K}$$

Zadanie 10.12

Komin o średnicy wewnętrznej 1 m jest zbudowany z dwóch warstw cegły: szamotowej od wewnątrz ($\delta_{cs} = 12,5 \text{ cm}$) i izolacyjnej na zewnątrz. Znając temperaturę spalin w kominie 1050°C oraz współczynnik przejmowania ciepła wewnątrz komina $\alpha_w = 85 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, obliczyć, jaka powinna być grubość cegły izolacyjnej, przy której maksymalny liniowy strumień ciepła będzie nie większy niż $q_{max} = 1800 \text{ W/m}$. Uwzględnić także warunek, by maksymalna temperatura ścianki zewnętrznej komina wynosiła nie więcej niż temperatura dopuszczalna równa 50°C . Obliczenia odnieść do 1 m bieżącego komina. Dane: $\lambda_{cs} = 1,3 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ – cegła szamotowa, $\lambda_i = 0,11 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ – cegła izolacyjna.



Rozwiązanie

Gęstość strumienia ciepła na powierzchni walcowej (wewnętrznej)

$$q = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_w} \cdot q_l \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Gęstość strumienia ciepła przejmowanego wewnątrz komina

$$q = \alpha_w \cdot (t_{sp} - t_w),$$

co daje

$$q_l = \alpha_w \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_w \cdot (t_{sp} - t_w)$$

Po przekształceniu możemy obliczyć temperaturę ściany wewnętrznej dla zadanych warunków

$$t_w = \frac{-q_{l \max}}{\alpha_w \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_w} + t_{sp} = \frac{-1800}{85 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5} + 1050 = 1043^\circ\text{C}$$

Z równania przewodzenia dla ścianki walcowej obliczamy temperaturę na styku warstw:

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{cs} \cdot (t_w - t_r)}{\ln\left(\frac{r_w + \delta_{cs}}{r_w}\right)} \Rightarrow t_r = t_w - \frac{q_{l \max} \cdot \ln\left(\frac{r_w + \delta_{cs}}{r_w}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{cs}}$$

$$t_r = 1043 - \frac{1800 \cdot \ln\left(\frac{0,5 + 0,125}{0,5}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 1,3} = 993,8^\circ\text{C}$$

Znając maksymalną dopuszczalną temperaturę ścianki zewnętrznej komina, można określić minimalną grubość warstwy cegły izolacyjnej:

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz} \cdot (t_r - t_z)}{\ln\left(\frac{r_w + \delta_{cs} + \delta_{iz}}{r_w + \delta_{cs}}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta_{iz} = \left[\exp\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz} \cdot (t_r - t_z)}{q_{l \max}}\right) \cdot (r_w + \delta_{cs}) \right] - (r_w + \delta_{cs})$$

$$\delta_{iz} = \left[\exp\left(\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,11 \cdot (993,8 - 50)}{1800}\right) \cdot (0,5 + 0,125) \right] - (0,5 + 0,125) = 0,273 \text{ m}$$

Zadanie 10.13

Rurociąg poziomy o średnicy $d = 0,35 \text{ m}$, którego temperatura powierzchni ściany wynosi $T_s = 720 \text{ K}$, jest omywany przez powietrze o temperaturze $T_p = 313 \text{ K}$ w warunkach konwekcji swobodnej. Określić gęstość strumienia ciepła odbieranego przez powietrze z 1 m bieżącego rurociągu.

Rozwiązanie

Dla warunków konwekcji swobodnej $Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n = C \cdot Ra^n$.

Dla danych w zadaniu, średnia temperatura powietrza wynosi

$$T_{sr} = 0,5 \cdot (T_s + T_p) = 0,5 \cdot (720 + 313) = 516,5 \text{ K}$$

i dla niej odczytuje się (z tablic „Właściwości fizyczne powietrza”):

liczbę Prandtla	– $Pr = 0,677$
przewodność cieplną	– $\lambda = 0,0427 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
lepkość kinematyczną	– $\nu = 40,61 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
współczynnik rozszerzalności	– $\beta = 1/T_{sr} = 1,936 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

Następnie oblicza się liczbę Grashofa

$$Gr = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot (T_s - T_p)}{\nu^2} = \frac{9,81 \cdot 0,35^3 \cdot 1,936 \cdot 10^{-3} \cdot (720 - 313)}{(40,61 \cdot 10^{-6})^2} = 5,74 \cdot 10^8$$

i liczbę Rayleigha

$$Ra = Gr \cdot Pr = 5,74 \cdot 10^8 \cdot 0,667 = 3,38 \cdot 10^8$$

Wobec powyższego wiadomo, że odpowiednie współczynniki wynoszą: $C = 0,125$

i $n = 0,333$. Stąd:

$$Nu = 0,125 \cdot (3,38 \cdot 10^8)^{0,333} = 90,18$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \Rightarrow \alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{90,18 \cdot 0,0427}{0,35} = 11 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Liniowa gęstość strumienia ciepła wynosi

$$q_l = \pi \cdot d \cdot \alpha \cdot (T_s - T_p) = 3,14 \cdot 0,35 \cdot 11 \cdot (720 - 313) = 4920 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Zadanie 10.14

Dane jak w poprzednim zadaniu. Przyjąć, że rurociąg jest omywany w warunkach konwekcji wymuszonej przez powietrze o prędkościach: 2, 4 i 8 m/s. Dla każdej z tych prędkości obliczyć liniową gęstość strumienia ciepła odbieranego przez powietrze.

Rozwiązanie

Aby określić charakter przepływu, oblicza się liczbę Reynoldsa dla różnych prędkości powietrza

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{2 \cdot 0,35}{40,61 \cdot 10^{-6}} = 17240$$

dla $w = 2 \text{ m/s}$, $Re = 17240$ dla $w = 4 \text{ m/s}$, $Re = 34470$ dla $w = 8 \text{ m/s}$, $Re = 68950$.

Następnie, korzysta się z korelacji (10.15), tj. $Nu = D \cdot Re^m \cdot Pr^{0,4}$ i dobiera współczynniki D i m , które zależą od liczby Re :

$$Nu_{(2\text{ m/s})} = 0,193 \cdot 17240^{0,681} \cdot 0,677^{1/3} = 130,1$$

$$Nu_{(4\text{ m/s})} = 0,193 \cdot 34470^{0,681} \cdot 0,677^{1/3} = 208,5$$

$$Nu_{(8m/s)} = 0,027 \cdot 68950^{0,805} \cdot 0,677^{1/3} = 186,2$$

$$\alpha_{(2m/s)} = \frac{Nu_{(2m/s)} \cdot \lambda}{d} = \frac{130,1 \cdot 0,0427}{0,35} = 15,8 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$\alpha_{(4m/s)} = \frac{Nu_{(4m/s)} \cdot \lambda}{d} = \frac{208,5 \cdot 0,0427}{0,35} = 25,4 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$\alpha_{(8m/s)} = \frac{Nu_{(8m/s)} \cdot \lambda}{d} = \frac{186,2 \cdot 0,0427}{0,35} = 22,7 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Liniowa gęstość strumienia ciepła wynosi:

$$q_l = \pi \cdot d \cdot \alpha \cdot (T_s - T_p) = 3,14 \cdot 0,35 \cdot 15,8 \cdot (720 - 313) = 7067 \frac{W}{m} \quad \text{dla } w = 2 \text{ m/s}$$

$$q_l = 3,14 \cdot 0,35 \cdot 24,5 \cdot (720 - 313) = 10960 \frac{W}{m} \quad \text{dla } w = 4 \text{ m/s}$$

$$q_l = 3,14 \cdot 0,35 \cdot 22,7 \cdot (720 - 313) = 10150 \frac{W}{m} \quad \text{dla } w = 8 \text{ m/s}$$

Zadanie 10.15

Rurociągiem o średnicy wewnętrznej $d = 0,12 \text{ m}$ płynie woda z prędkością $1,2 \text{ m/s}$. Temperatura wody wynosi 353 K . Przepływ jest w pełni rozwinięty i można pominąć wpływ długości rurociągu. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła: 1) na wewnętrznej ścianie rury; 2) dla kanału prostokątnego o wymiarach $0,05 \times 0,226 \text{ m}$ (jednakowe pole powierzchni przekroju jak przy $d = 0,12 \text{ m}$) – pozostałe dane niezmiennione.

Rozwiązanie

Właściwości wody o temperaturze 353 K :

liczba Prandtla	– $Pr = 2,21$
przewodność cieplna	– $\lambda = 0,674 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
lepkość kinematyczna	– $\nu = 0,365 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Ad 1)

Oblicza się liczbę Reynoldsa

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{1,2 \cdot 0,12}{0,365 \cdot 10^{-6}} = 394520$$

Przepływ jest turbulentny, więc Nu określa się z równania

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,333} = 0,023 \cdot 394520^{0,8} \cdot 2,21^{0,333} = 898$$

Stąd, współczynnik przejmowania ciepła

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{898 \cdot 0,674}{0,12} = 5044 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Ad 2)

Dla kanału niekołowego oblicza się zastępczą średnicę hydrauliczną (10.19)

$$d_h = \frac{4 \cdot F}{P} = \frac{4(a \cdot b)}{2(a + b)} = \frac{2(a \cdot b)}{a + b} = \frac{2(0,05 \cdot 0,226)}{0,05 + 0,226} = 0,082 \text{ m}$$

a następnie wyznacza liczbę Reynoldsa

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d_h}{\nu} = \frac{1,2 \cdot 0,082}{0,365 \cdot 10^{-6}} = 269589$$

Przepływ jest turbulentny, więc do obliczenia Nu ma również zastosowanie równanie

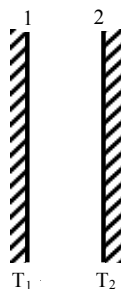
$$\text{Nu} = 0,023 \cdot \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}^{0,333} = 0,023 \cdot 269589^{0,8} \cdot 2,21^{0,333} = 662,1$$

Stąd, współczynnik przejmowania ciepła

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{d_h} = \frac{662,1 \cdot 0,674}{0,082} = 5442 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Zadanie 10.16

Dwie żelazne płyty o jednakowej wielkości (3 x 3 m) są umieszczone równolegle blisko siebie (promieniowanie na boki można pominąć). Pierwsza z nich ma temperaturę 300°C, a druga –20°C. Obliczyć, ile ciepła wymienia te płyty między sobą na drodze promieniowania. Emisyjność żelaza $\varepsilon_1 = 0,82$.

*Rozwiązanie*

Ilość ciepła wymieniona między dwiema płytami (jak na rysunku) może być obliczona ze wzoru (10.22)

$$Q_{1-2} = \varepsilon_{1-2} \cdot C_b \cdot F \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Dla płyt równoległych o jednakowej powierzchni $F_1 = F_2 = 9 \text{ m}^2$, zastępczą emisyjność obliczamy ze wzoru

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad \text{gdzie } \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,82$$

Stąd

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,82} - 1} = 0,695$$

Ostatecznie otrzymuje się

$$Q_{1-2} = 0,695 \cdot 5,66 \cdot 9 \cdot \left[\left(\frac{573}{100} \right)^4 - \left(\frac{253}{100} \right)^4 \right] = 36,71 \text{ kW}$$

Zadanie 10.17

Dla danych, jak w poprzednim zadaniu, określić, jak wpłynie na wymianę ciepła wstawienie między płyty ekranu o identycznych wymiarach i: 1) takiej samej emisyjności co płyty; 2) mniejszej emisyjności niż płyty stalowej (np.: folia aluminiowa). Obliczyć także temperaturę tego ekranu (przy pominięciu wpływu przewodzenia i konwekcji).

Rozwiązanie

Ad 1)

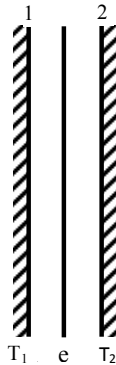
Ciepło wymienione między płytą 1 a ekranem można zapisać równaniem

$$Q_{1-e} = \varepsilon_{1-e} \cdot C_b \cdot F_1 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 \right]$$

Ciepło wymienione z kolei między ekranem a płytą 2

$$Q_{e-2} = \varepsilon_{e-2} \cdot C_b \cdot F_e \cdot \left[\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Ponieważ $F_1 = F_e = F_2$ oraz $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_e$, więc $\varepsilon_{1-e} = \varepsilon_{e-2} = \varepsilon_{1-2} = 0,695$. Wobec tego $q_{1-e} = q_{e-2}$.



Porównując prawe strony powyższych równań, otrzymujemy

$$\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 = \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4$$

Stąd można określić temperaturę ekranu:

$$\left(\frac{T_e}{100}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right]$$

$$T_e = 100 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right]} = 100 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{573}{100}\right)^4 + \left(\frac{253}{100}\right)^4 \right]} = 486 \text{ K}$$

Ciepło wymienione między płytami 1 i 2 równe będzie ciepłu wymienionemu między płytą 1 i ekranem oraz ekranem i płytą 2

$$q_{1-e} = q_{e-2} = 0,695 \cdot 5,66 \cdot 9 \cdot (5,73^4 - 4,86^4) = 18,43 \text{ kW}$$

Przez wstawienie ekranu o tej samej emisyjności co dwa ciała wymieniające ciepło przez promieniowanie, zmniejszamy ilość wymienionego ciepła o połowę $q_{1-e-2} = 0,5 \cdot q_{1-2}$.

Ad 2)

Używając jako ekranu folii aluminiowej o emisyjności $\varepsilon_e = 0,045$, postępuje się podobnie jak w poprzednim punkcie z tym, że porównując prawe strony równań należy uwzględnić różne emisyjności płyty i ekranu. Oblicza się emisyjność zastępczą

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,045} - 1} = 0,045$$

Temperatura ekranu nie zmieni się, wobec tego strumień ciepła wymieniany między płytą a ekranem wynosi

$$q_{1-e} = q_{e-2} = 0,045 \cdot 5,66 \cdot 9 \cdot (5,73^4 - 4,86^4) = 1,2 \text{ kW}$$

Przez wstawienie ekranu z folii aluminiowej zmniejszamy ilość wymienionego ciepła o ok. 30 razy $30 \cdot q_{1-e-2} = q_{1-2}$.

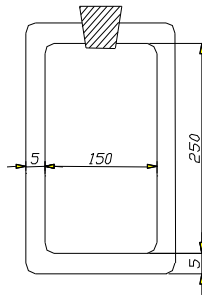
Zadanie 10.18

Wodę o temperaturze 95°C nalano do cylindrycznego naczynia Dewara o wymiarach podanych na rysunku. Ścianki tego naczynia od strony próżni są posrebrzane. Temperatura ścianki zewnętrznej naczynia ma temperaturę otoczenia i wynosi 20°C. Obliczyć, o ile obniży się temperatura wody po upływie 6 godzin, jeżeli jej ciepło właściwe wynosi $c = 4,19 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, a gęstość $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$. Emisyjność posrebrzanej powierzchni wynosi $\varepsilon = 0,04$.

Rozwiązanie

W przestrzeni między ścianami naczynia Dewara jest wysoka próżnia, więc można przyjąć, że wymiana ciepła zachodzi tylko przez promieniowanie. Stąd straconą ilość ciepła oblicza się ze wzoru

$$Q = \varepsilon_{1-2} \cdot C_b \cdot F_1 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$



Temperaturę powierzchni wewnętrznych ścianek naczynia przyjmuje się jako równą temperaturze cieczy $t_1 = 95^\circ\text{C}$. Powierzchnia wewnętrznych ścianek części próżniowej (przyjmując, że jest to cylinder) wynosi

$$F_1 = \pi \cdot 0,15 \cdot 0,25 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} = 0,153 \text{ m}^2$$

Powierzchnia ścianek zewnętrznych od strony próżni wynosi

$$F_2 = \pi \cdot 0,16 \cdot 0,26 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,16^2}{4} = 0,171 \text{ m}^2$$

W przypadku równoległych ścianek o różnych powierzchniach, zastępczą emisyjność obliczamy ze wzoru

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

Ponieważ $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,04$, to po podstawieniu otrzymuje się

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{0,04} + \frac{0,153}{0,171} \cdot \left(\frac{1}{0,04} - 1 \right)} = 0,022$$

Strumień ciepła tracony przez ciecz

$$Q = 0,022 \cdot 5,6693 \cdot 0,171 \cdot (3,68^4 - 2,93^4) = 2,34 \text{ W}$$

Ilość cieczy w naczyniu

$$m = V \cdot \rho = \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} \cdot 0,25 \cdot 998 = 4,409 \text{ kg}$$

Obniżenie temperatury cieczy po 6 godzinach wyniesie

$$\Delta t = \frac{Q \cdot s}{m \cdot c} = \frac{2,34 \cdot 21600}{4,409 \cdot 4190} = 2,74 \text{ K}$$

Zadanie 10.19

O ile zwiększyłyby się straty ciepłe w naczyniu Dewara w warunkach z poprzedniego zadania, gdyby ścianki naczynia wykonanego ze szkła nie były posrebrzane od strony próżni. Emisyjność szkła $\varepsilon = 0,9$.

Rozwiązanie

Zastępcza emisyjność wyniesie w tym przypadku

$$\varepsilon'_z = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{0,9} + \frac{0,153}{0,171} \cdot \left(\frac{1}{0,9} - 1 \right)} = 0,826$$

zaś straty ciepłe w przybliżeniu (nie uwzględniając obniżenia się temperatury ściany)

$$Q' = Q \cdot \frac{\varepsilon'_z}{\varepsilon_z} = 2,34 \cdot \frac{0,826}{0,022} = 87,8 \text{ W}$$

A więc wzrost strat ciepłych jest bardzo duży i po tym czasie ciecz w naczyniu Dewara ochłodzi się do temperatury otoczenia.

Zadania do samodzielnego rozwiązania**Zadanie 10.20**

Obudowa chłodziarki jest wykonana z dwóch warstw: wewnętrznej – korka o przewodności cieplnej $0,07 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ i grubości 6 cm oraz zewnętrznej – drewna o przewodności cieplnej $0,116 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ i grubości 2 cm . Jej średnia powierzchnia wynosi $3,5 \text{ m}^2$. Znając temperaturę na powierzchni ścianki wewnętrznej 272 K i zewnętrznej 288 K , obliczyć strumień ciepła tracony do otoczenia.

Odpowiedź: $54,3 \text{ W}$.

Zadanie 10.21

Ścianka o grubości $0,03 \text{ m}$ przewodzi strumień ciepła $106,3 \text{ W/m}^2$. Wiedząc, że różnica temperatur na powierzchniach wynosi 30°C , obliczyć przewodność cieplną materiału ścianki. Obliczyć ponadto strumień ciepła przewodzony przez tę ściankę, jeżeli jej powierzchnia wynosi 300 m^2 , grubość 10 cm , a różnica temperatur 60°C .

Odpowiedź: $0,116 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $20,88 \text{ kW}$.

Zadanie 10.22

Ścianka z korka o grubości 10 cm i przewodności cieplnej $0,07 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ rozdziela płyny o temperaturach -12°C i 73°C . Obliczyć temperatury powierzchni ścianek, wiedząc, że przewodności cieplne płynów wynoszą odpowiednio: $13,9 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ i $9,3 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$.

Odpowiedź: $67,3^\circ\text{C}$, $-8,8^\circ\text{C}$.

Zadanie 10.23

Temperatura powierzchni izolacji rurociągu wynosi 25°C , a strata ciepła do otoczenia z 1 m rurociągu $40,7 \text{ W/m}$. Wiedząc, że średnica zewnętrzna rurociągu wynosi 20 cm, a współczynnik przejmowania ciepła na zewnątrz $5,8 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, obliczyć temperaturę otoczenia.

Odpowiedź: $16,1^{\circ}\text{C}$.

Zadanie 10.24

Woda o temperaturze 400 K i prędkości 1,5 m/s płynie rurociągiem o promieniu wewnętrznym 5 cm. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni wewnętrznej rury.

Odpowiedź: $7820 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$.

Zadanie 10.25

Powietrze o temperaturze 300 K i prędkości 30 m/s płynie w kanale o przekroju prostokątnym $5 \times 8 \text{ cm}$. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni wewnętrznej kanału.

Odpowiedź: $99 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$.

Zadanie 10.26

Płaską ścianę wanny z olejem, w którym wykonuje się studzenie nagrzaných elementów maszyn, wykonano z trzech warstw: wewnętrznej stalowej o przewodności cieplnej $\lambda_S = 40 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ i grubości $\delta_S = 20 \text{ mm}$; środkowej z cegły szamotowej o $\lambda_{CS} = 0,838 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ i grubości $\delta_{CS} = 150 \text{ mm}$; zewnętrznej z cegły czerwonej o $\lambda_C = 0,768 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ i $\delta_C = 200 \text{ mm}$. Obliczyć gęstość strumienia ciepła, opór właściwy przenikania ciepła, współczynnik przenikania ciepła przez ściankę. Przyjąć, że przewodność cieplna oleju jest równa $\alpha_O = 70 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ i powietrza $\alpha_P = 25 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, a temperatury: oleju $T_O = 200^{\circ}\text{C}$ i powietrza $T_P = 30^{\circ}\text{C}$.

Odpowiedź: $r_k = 0,494 \text{ m}^2\cdot\text{K}/\text{W}$, $k = 2,024 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, $q = 344 \text{ W}/\text{m}^2$.

10.2. Wymienniki ciepła**10.2.1. Wprowadzenie**

Wymienniki ciepła są to urządzenia, które umożliwiają wymianę ciepła pomiędzy dwoma płynami (ośrodkami gazowymi lub ciekłymi) o różnych temperaturach, przy czym są one rozdzielone w ten sposób, że nie ma możliwości ich mieszania. Wymienniki ciepła są powszechnie używane w praktyce, od instalacji grzewczych czy klimatyzacyjnych w budynkach mieszkalnych po przeróbkę chemiczną i produkcję energii w dużych instalacjach przemysłowych. W ciągłym procesie wymiany ciepła (bez rozruchu i przestojów), pola temperatur mogą być stacjonarne albo okresowo niestacjonarne. Spotyka się także aparaty

pracujące w sposób niestacjonarny (autoklawy, krystalizatory), których działanie sprowadza się do rozruchu i wyłączenia aparatu. Cechą charakterystyczną wymienników ciepła jest istnienie przegród pomiędzy czynnikami wymieniającymi ciepło, wykonanych z materiałów obojętnych pod względem fizykochemicznym (przede wszystkim nierozpuszczalnych przez czynniki i niereagujących chemicznie z nimi). Przegrody mogą być wykonane z wielu materiałów konstrukcyjnych, takich jak: stopy metali, ceramika, minerały, drewno itp., odpowiednio do warunków procesu. Na przykład w samochodowej chłodnicy ciepło jest przenoszone od gorącej wody płynącej w rurkach wymiennika do powietrza przemieszczającego się między gęsto upakowanymi cienkimi płytkami na zewnątrz rurek.

Wymiana ciepła w wymienniku zachodzi zazwyczaj drogą konwekcji w każdym z obu płynów oraz przez przewodzenie w ścianie rozdzielającej oba płyny. W czasie analizy wymienników wygodnie jest korzystać z ogólnego współczynnika przenikania ciepła k , który uwzględnia wszystkie te aspekty wymiany ciepła. Natężenie wymiany ciepła między dwoma płynami w danym miejscu wymiennika jest zależne od różnicy temperatury w tym punkcie, a ta zmienia się wzdłuż wymiennika ciepła. Dlatego też wygodnie jest analizować urządzenie, używając średniej logarytmicznej różnicy temperatury Δt_m (LMTD – Logarithmic Mean Temperature Difference), która jest średnią równoważną różnicą temperatury między płynami wymieniającymi ciepło.

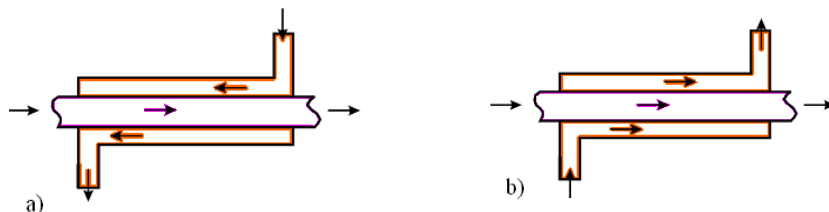
Wymienniki ciepła są produkowane w wielu rodzajach, typach i wersjach. Najczęściej są spotykane rekuperatory, w których czynniki są rozdzielone ścianką. Mogą to być proste płaskie wymienniki lub bardzo złożone układy geometryczne z wieloma nawrotami, ożebrowaniem lub przegrodami. W tym przypadku wymiana ciepła zachodzi drogą przewodzenia i konwekcji, a także promieniowania. Rekuperatory charakteryzują się tym, że przestrzenie wypełnione przez czynniki wymieniające ciepło są oddzielone „przeponami”, tj. ściankami działowymi, przez które (lub za których pośrednictwem) następuje wymiana ciepła o intensywności określonej przez miejscowy spadek temperatur i współczynnik przenikania ciepła k

$$k = \frac{1}{r_{kp}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{\alpha} + \sum \frac{\delta}{\lambda_m}} \quad (10.23)$$

gdzie: k – współczynnik przenikania ciepła, W/(m²·K),
 r_{kp} – opór właściwy przenikania ciepła przez ściankę płaską, m²·K/W,
 α – współczynnik przejmowania ciepła, W/(m²·K),
 δ – grubość ścianki rozdzielającej, m,
 λ_m – przewodność cieplna lub współczynnik przewodzenia ciepła materiału ścianki, W/(m·K).

Różne zastosowania wymiany ciepła wymagają odmiennego oprogramowania różnych konfiguracji urządzeń realizujących dany proces. Najprostszy wymiennik ciepła składa się z dwóch rur współśrodkowych o różnych średnicach,

co pokazano na rys. 10.1, i jest nazywany wymiennikiem typu „rura w rurze”. Jeden z płynów przepływa przez rurę o mniejszej średnicy, natomiast drugi płyn przepływa przestrzenią pierścieniową między dwiema rurami. Możliwe są dwa równoległoprądowe układy przepływowe: przeciwpłądowy (rys. 10.1a) i współpłądowy (rys. 10.1b).



Rys. 10.1. Różne rodzaje przepływu w wymienniku ciepła typu „rura w rurze”:
a) przepływ przeciwpłądowy, b) przepływ współpłądowy

Wymiennik ciepła, który jest specjalnie zaprojektowany, aby uzyskać duże pole powierzchni wymiany ciepła na jednostkę objętości, jest nazywany wymiennikiem kompaktowym. W takich wymiennikach oba płyny poruszają się zazwyczaj prostopadle do siebie i taki układ jest nazywany przepływem krzyżowym. Typem wymiennika być może najbardziej rozpowszechnionym w zastosowaniach przemysłowych jest wymiennik płaszczowo-rurowy. Wymiennik taki jest zbudowany z wielu rurek zamkniętych w obudowie. Jeden z płynów przepływa wewnątrz rur, natomiast drugi przemieszcza się na zewnątrz rurek w obudowie. Innowacyjnym rozwiązaniem wymiennika ciepła, który znalazł szerokie zastosowanie w praktyce, jest wymiennik płytowy, zbudowany z szeregu płyt o pofalowanej powierzchni tworzących kanały przepływowe. Gorący i zimny płyn przemieszczają się w sąsiadujących kanałach w ten sposób, że każdy zimny strumień jest otoczony z obu stron strumieniami ciepłymi.

10.2.2. Obliczenia wymiany ciepła

Podstawowym celem przy projektowaniu cieplnym wymienników jest wyznaczenie pola powierzchni wymaganego do transportu ciepła, przy danym natężeniu przepływu czynnika, dla danych temperatur płynów. Wykorzystuje się tu współczynnik przenikania ciepła k wprowadzony do prawa Pecleta

$$\dot{Q} = k A \Delta \bar{T} \quad (10.24)$$

gdzie: $\Delta \bar{T}$ – średnia efektywna różnica temperatury dla całego wymiennika ciepła,

A – pole powierzchni wymiany ciepła.

10.2.2.1. Ogólny współczynnik przenikania ciepła

Jak wynika z równania przenikania ciepła, współczynnik przenikania k jest proporcjonalny do odwrotności sumy oporów cieplnych. Dla najczęściej spotykanych układów geometrycznych:

a) ściana płaska:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_w}} \quad (10.25)$$

b) ścianka cylindryczna:

$$k_z = \frac{1}{\frac{d_z}{d_w} \cdot \frac{1}{\alpha_z} + \frac{\left[d_z \cdot \ln \left(\frac{d_z}{d_w} \right) \right]}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_z}} \quad (10.26)$$

$$k_w = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\left[d_w \cdot \ln \left(\frac{d_z}{d_w} \right) \right]}{\lambda} + \frac{d_w}{d_z} \cdot \frac{1}{\alpha_z}} \quad (10.27)$$

gdzie d oznacza średnicę ścianki cylindrycznej wymiennika, a subskrypty z i w odnoszą się odpowiednio do zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ścianki.

Należy zauważyć, że powierzchnia konwekcyjnej wymiany ciepła jest inna dla obu płynów przy ścianie cylindrycznej, dlatego też musi być spełnione równanie

$$\dot{Q} = k_z A_z \Delta \bar{T} = k_w A_w \Delta \bar{T} \quad (10.28)$$

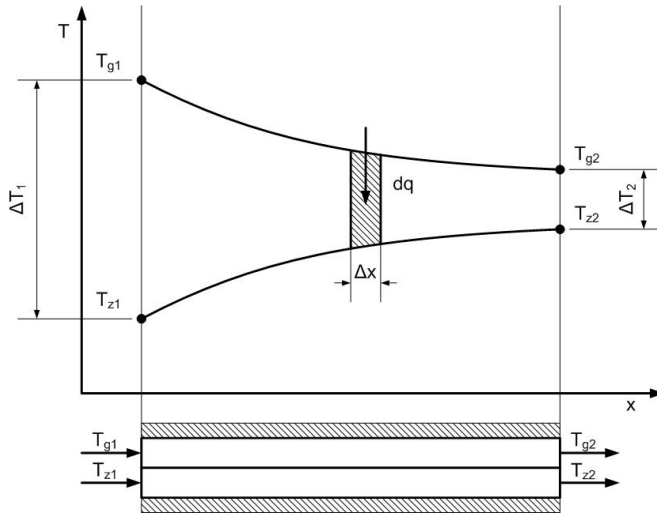
Wówczas wygodnie jest posłużyć się współczynnikiem k_l odniesionym do jednostki długości rury.

Do wstępnych projektów wymienników ciepła wygodnie jest oszacować współczynniki przejmowania ciepła na podstawie danych tablicowych podawanych w literaturze [8]. Szeroki zakres wartości wynika z różnorodności materiałów wymiennika i odmiennych warunków przepływu, jak i układu geometrycznego.

Tabela 10.1. Przybliżone wartości współczynnika k

Płyn	k [W/(m ² ·K)]
Cegła zewnętrzna do ściany wewnętrznej (panel drewniany) bez izolacji	2,2÷2,8
Para wodna do:	
– olej napędowy, ciężki	60÷170
– olej napędowy, lekki	170÷340
– gazy	28÷280
– woda	990÷3400
Woda do:	
– alkohol	280÷850
– solanka	560÷1100
– sprężone powietrze	60÷170
– skraplający się amoniak	850÷1400
– benzyna	340÷510
– woda	850÷1700

Przed rozpoczęciem obliczeń wymiany ciepła konieczne jest określenie wyrażenia $\Delta \bar{T}$ w równaniu (10.24). Załóżmy prosty współprądowy płytowy wymiennik ciepła, dla którego rozkład temperatury pokazano na rys. 10.2.



Rys. 10.2. Rozkład temperatury w wymienniku współprądowym

Założmy, że:

- 1) współczynnik k jest stały na całej długości wymiennika,
 - 2) układ jest adiabatyczny; wymiana ciepła zachodzi tylko między dwoma płynami,
 - 3) temperatury obu płynów są stałe w danym przekroju poprzecznym i mogą być reprezentowane przez wartości średnie dla płynu w całej jego masie,
 - 4) ciepła właściwe płynów są stałe,
- wtedy wymiana ciepła między płynem gorącym i zimnym na elementarnej długości dx wynosi

$$d\dot{Q} = k(T_g - T_z) dA \quad (10.29)$$

gdzie dA jest elementarnym polem powierzchni wymiany ciepła.

Energia pobrana, w postaci ciepła, przez zimny płyn jest równa energii oddanej przez gorący płyn, tzn.

$$d\dot{Q} = \dot{m}_z c_z dT_z = -\dot{m}_g c_g dT_g \quad (10.30)$$

gdzie $\dot{m}$ jest strumieniem masy przepływającego płynu, c jest jego ciepłem właściwym. Po przekształceniach uzyskuje się

$$\Delta \bar{T} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right)} = \Delta T_{\ln} \quad (10.31)$$

Ta średnia efektywna różnica temperatury jest nazywana średnią logarytmiczną różnicą temperatury (LMTD). Równania te można również stosować dla innych prostych konfiguracji wymienników ciepła.

Jeśli w przypadku wymienników dwuczynnikowych nie są znane temperatury czynników w przekrojach wlotowych i wylotowych, to mimo wszystko można zastosować metodę $k - \Delta t_{\ln}$, ale nieznane temperatury trzeba założyć i następnie zastosować metodę kolejnych przybliżeń.

10.2.2.2. Współczynniki korygujące dla wymienników ciepła o złożonej konstrukcji

Dla wymienników o bardziej skomplikowanej budowie, gdy występuje kilka przepływów lub przepływy w płaszczu wymiennika, wyznaczenie średniej efektywnej różnicy temperatury jest na tyle skomplikowane, że zazwyczaj wprowadza się współczynnik korygujący $F < 1$. Wówczas

$$\dot{Q} = k A F \Delta T_{\ln} \quad (10.32)$$

gdzie $\Delta T_{\ln}$ oblicza się jak dla „czystego” przeciwprądu.

Współczynniki korekcyjne dla szeregu układów są podawane w literaturze w postaci wykresów (np. [4, 8, 9, 10, 11, 12]).

10.2.3. Efektywność wymiennika ciepła (metoda NTU)

Jeżeli nie mamy informacji o jednej lub kilku temperaturach na wejściu lub wyjściu z wymiennika, to metoda średniej logarytmicznej różnicy temperatur staje się mało przydatna.

Wówczas stosuje się inną metodę obliczeń wymienników ciepła, wprowadzając efektywność wymiennika ciepła ε

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{\text{rzecz}}}{\dot{Q}_{\text{max}}} \quad (10.33)$$

gdzie $\dot{Q}_{\text{rzecz}}$ i $\dot{Q}_{\text{max}}$ są odpowiednio: rzeczywistym i maksymalnym obciążeniem cieplnym wymiennika.

Maksymalne obciążenie cieplne odpowiada przypadkowi, gdy zmiana temperatury jednego z płynów będzie równa maksymalnemu gradientowi temperatury istniejącemu w wymienniku, którym jest różnica między temperaturami płynów na wlocie do aparatu. W metodzie tej wykorzystuje się efektywność ε do wyeliminowania nieznanych temperatur na wyjściu, co pozwala wyrazić efektywność w zależności od innych znanych parametrów ($\dot{m}$, c , A , k).

Niech $C = \dot{m} \cdot c$, wtedy

$$\dot{Q}_{\text{rzecz}} = C_g (T_{g_1} - T_{g_2}) = C_z (T_{z_2} - T_{z_1}) \quad (10.34)$$

Maksymalna możliwa wymiana ciepła zachodzi wtedy, gdy zmiana temperatury płynu o mniejszej pojemności C , a więc $C_{\min}$ będzie równa maksymalnemu gradientowi temperatury w aparacie $(T_{g_1} - T_{z_1})$, czyli

$$\dot{Q}_{\max} = C_{\min}(T_{g_1} - T_{z_1}) \quad (10.35)$$

Taki strumień ciepła uzyskałoby się w idealnym (bez strat) wymienniku przeciwprądowym o nieskończenie dużej powierzchni, tzn. nieskończenie długim. Łącząc te równania uzyskuje się bazowe równanie do wyznaczania wymiany ciepła w wymiennikach o nieznanych temperaturach płynów na wyjściu

$$\dot{Q}_{\text{rzecz}} = \varepsilon C_{\min}(T_{g_1} - T_{z_1}) \quad (10.36)$$

Rozważmy prosty wymiennik współprądowy, jak na rys. 10.2, przy tych samych założeniach upraszczających co dla średniej logarytmicznej różnicy temperatur. Stąd

$$\varepsilon = \frac{C_g(T_{g_1} - T_{g_2})}{C_{\min}(T_{g_1} - T_{z_1})} = \frac{C_z(T_{z_2} - T_{z_1})}{C_{\min}(T_{g_1} - T_{z_1})} \quad (10.37)$$

Ponieważ oba płyny mogą mieć minimalną wartość C , to mamy dwa możliwe przypadki:

$$\begin{aligned} C_g < C_z & \quad \text{tj. } C_{\min} = C_g \Rightarrow \varepsilon_g = \frac{T_{g_1} - T_{g_2}}{T_{g_1} - T_{z_1}} \\ C_z < C_g & \quad \text{tj. } C_{\min} = C_z \Rightarrow \varepsilon_z = \frac{T_{z_2} - T_{z_1}}{T_{g_1} - T_{z_1}} \end{aligned} \quad (10.38)$$

Z powyższych równań otrzymuje się:

$$\varepsilon_g = \frac{1 - \exp\left[-(k \cdot A / C_g)(1 + C_g / C_z)\right]}{1 + C_g / C_z} \quad (10.39)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1 - \exp\left[-(k \cdot A / C_z)(1 + C_z / C_g)\right]}{1 + C_z / C_g} \quad (10.40)$$

Wzór (10.39) przechodzi w (10.40) poprzez zamianę miejscami C_g i C_z . Równania te można więc zapisać w postaci jednego wyrażenia

$$\varepsilon_z = \frac{1 - \exp\left[-(k \cdot A / C_{\min})(1 + C_{\min} / C_{\max})\right]}{1 + C_{\min} / C_{\max}} \quad (10.41)$$

Dają one zależność ε dla wymiennika z równoległym przepływem od dwóch bezwymiarowych parametrów. Jeden z nich, $(k \cdot A / C_{\min})$, jest nazywany liczbą jednostek wymiany NTU (z angielskiego Number of Transfer Units)

$$\text{NTU} \equiv k \cdot A / C_{\min} \quad (10.42)$$

NTU można uważać za współczynnik wielkości wymiennika. Można zauważyć, że w równaniu (10.42) występuje tylko współczynnik k , pole powierzchni A , własności płynów i strumienie przepływu. Drugi parametr to

$$C = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \quad (10.43)$$

W przypadku ogólnym:

$$\varepsilon = f(\text{NTU}, C, \text{konfiguracja przepływów}) \quad (10.44)$$

Wzory na efektywność dla innych konfiguracji są podawane w tabelach i na wykresach [8, 11, 12].

Tabela 10.2. Zestawienie równań efektywności wymiennika

Typ wymiennika ciepła	Efektywność
Współprąd jedno przejście	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NTU} \cdot (1 + C)]}{1 + C}$
Przeciwnprąd jedno przejście	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NTU} \cdot (1 - C)]}{1 - C \cdot \exp[-\text{NTU} \cdot (1 - C)]}$
Płaszczowo-rurowy jeden przepływ w płaszczu, 2, 4, 6 itd. przepływów w rurach	$\varepsilon_1 = 2 \left[1 + C + \frac{1 + \exp[-\text{NTU}(1 + C^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-\text{NTU}(1 + C^2)^{1/2}]} (1 + C^2)^{1/2} \right]^{-1}$
Płaszczowo-rurowy n - przepływów w płaszczu, $2n$, $4n$, $6n$ itd. przepływów w rurach	$\varepsilon_n = \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 \cdot C}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - 1 \right] \cdot \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 \cdot C}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - C \right]^{-1}$
Przepływ krzyżowy oba strumienie niezmieszane	$\varepsilon = 1 - \exp \left\{ \left(\frac{1}{C} \right) \cdot (\text{NTU})^{0,22} [\exp[-C(\text{NTU})^{0,78}] - 1] \right\}^{-1}$
Współprąd jeden przepływ, $C = 1$	$\varepsilon = \frac{1 - \exp(-2\text{NTU})}{2}$
Przeciwnprąd jeden przepływ, $C = 1$	$\varepsilon = \frac{\text{NTU}}{\text{NTU} + 1}$

Jeśli nie można przyjąć $k = \text{const}$ dla całego wymiennika, to nie da się zastosować ani metody $k - \Delta t_{\ln}$, ani metody $\varepsilon - \text{NTU}$. Wówczas konieczny jest podział wymiennika na mniejsze elementy wymiennika i zastosowanie metod numerycznych.

10.2.4. Metoda Wilsona

Koncepcja wykresu Wilsona wprowadzona w 1915 roku miała na celu określanie indywidualnych współczynników wnikania ciepła na podstawie danych eksperymentalnych wymiany ciepła przepływających wymienników. Metoda ta była i jest stosowana na całym świecie do dziś, chociaż często z różnymi modyfikacjami. Jest ona oparta o szereg założeń i uproszczeń.

Przeanalizujmy przykładowo wymianę ciepła w skraplaczu chłodzonym wodą. Ogólny strumień ciepła wyznaczamy z równania

$$\dot{Q} = \dot{m}_w c_w (t_{w_{wyj}} - t_{w_{wej}}) = kA \Delta t_{\ln} \quad (10.45)$$

Współczynnik przenikania ciepła k obliczamy z równania

$$\frac{1}{k} = \frac{A_{zew}}{\alpha_{wew} A_{wew}} + \frac{A_{zew}}{A_{wew}} \cdot \frac{r_{wew} \ln\left(\frac{d_{zew}}{d_{wew}}\right)}{\lambda_{śc}} + \frac{1}{\alpha_{zew}} \quad (10.46)$$

Jeżeli temperatura wody podczas eksperymentu nie zmieniała się znacząco, to jej właściwości są prawie stałe. Ponieważ zmiany po stronie czynnika skraplanego są nieistotne, to możemy przyjąć, że opory termiczne ścianki rozdzielającej i współczynnik przejmowania ciepła po stronie tego czynnika pozostają stałe dla wszystkich natężeń przepływu wody

$$\frac{1}{k} = C_1 + \frac{C_2}{\alpha_{wew}} \quad (10.47)$$

gdzie C_1 i C_2 są stałymi empirycznymi zależnymi od konstrukcji wymiennika i warunków jego pracy.

Jeżeli przepływ wody jest turbulentny, a zmiana jej właściwości fizycznych jest pomijalna, to możemy zapisać

$$\alpha_{wew} = C_3 w^{0,8} \quad (10.48)$$

Po podstawieniu uzyskujemy

$$\frac{1}{k} = C_1 + \frac{C_4}{w^{0,8}} \quad (10.49)$$

gdzie C_3 i C_4 są stałymi empirycznymi.

Wykres zależności $\left(\frac{1}{k}\right)$ w funkcji $\left(\frac{1}{w^{0,8}}\right)$ jest linią prostą i gdy ten ostatni dąży

do zera, to także $\left(\frac{1}{\alpha_{wew}}\right)$ dąży do zera. Przecięcie z osią daje

$$C_1 = \frac{1}{\alpha_{zew}} + A_{zew} r_{wew} \ln\left(\frac{d_{zew}}{d_{wew}}\right) / A_{wew} \lambda_{śc} \quad (10.50)$$

Jeżeli $A_{zew} = A_{weW}$, to

$$C_1 = \frac{1}{\alpha_{zew}} + \frac{r_{weW} \ln \left(\frac{d_{zew}}{d_{weW}} \right)}{\lambda_{śc}} \quad (10.51)$$

Głównym ograniczeniem metody Wilsona jest to, że stosuje się ją tylko wtedy, gdy opory termiczne po obu stronach wymiennika są tego samego rzędu. Istnieje także konieczność utrzymania natężenia przepływu jednego z czynników na stałym poziomie. Trzeba także znać wartość wykładnika przy liczbie Reynoldsa w zależności na współczynnik przejmowania ciepła. Metodę stosujemy tylko wtedy, gdy dane eksperymentalne dotyczą tego samego charakteru przepływu oraz pomijalny jest wpływ temperatury na stałe C.

ZADANIA

Zadanie 10.27

Stacyjny silnik spalinowy zużywa $\dot{V} = 20$ l/h paliwa o gęstości $\rho = 726$ kg/m³ i o składzie masowym: $C = 0,855$, $H = 0,1445$, $S = 0,0005$. Spalanie odbywa się przy współczynniku nadmiaru powietrza $\lambda = 1,0$, a temperatura spalin wynosi $t_{s1} = 517^\circ\text{C}$. Spaliny te są wykorzystywane w przeponowym wymienniku ciepła do podgrzewania wody użytkowej, oziębiając się do temperatury $t_{s2} = 150^\circ\text{C}$. Przepływ płynów przez wymiennik jest przeciwprądowy, powierzchnia wymiany ciepła wynosi $A = 1$ m², a woda ogrzewa się od $t_{w1} = 15^\circ\text{C}$ do $t_{w2} = 80^\circ\text{C}$. Obliczyć współczynnik przenikania ciepła przez ściankę wymiennika oraz masę wody podgrzewanej w wymienniku w ciągu 1 sekundy.

Do obliczeń przyjąć następujące wartości ciepła właściwego dla poszczególnych składników spalin: $c_{\text{CO}_2} = 1,15$ kJ/(kg·K) $c_{\text{H}_2\text{O}} = 2,13$ kJ/(kg·K)

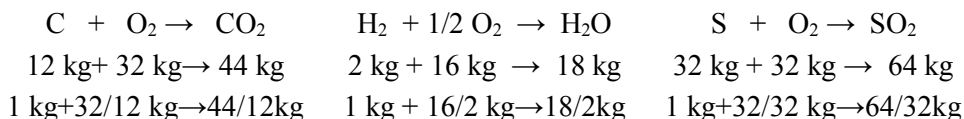
$$c_{\text{SO}_2} = 0,808$$
 kJ/(kg·K) $c_{\text{N}_2} = 1,12$ kJ/(kg·K)

Rozwiązanie

Obliczamy masowe zużycie paliwa

$$\dot{m} = \dot{V}\rho = 0,02 \cdot 726 = 14,52 \text{ kg/h}$$

Szukamy masy poszczególnych składników spalin:



$$\dot{m}_{\text{CO}_2} = C \cdot \dot{m} \cdot \frac{44}{12} = 45,52 \text{ kg/h}$$

$$\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} = H \cdot \dot{m} \cdot \frac{18}{2} = 18,88 \text{ kg/h}$$

$$\dot{m}_{\text{SO}_2} = S \cdot \dot{m} \cdot \frac{64}{32} = 0,015 \text{ kg/h}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{O}_2} &= \dot{m} \left(C \frac{32}{12} + H \frac{16}{2} + S \frac{32}{32} \right) = \\ &= 14,52 \cdot \left(0,855 \cdot \frac{32}{12} + 0,1445 \cdot \frac{16}{2} + 0,0005 \cdot \frac{32}{32} \right) = 49,9 \text{ kg/h} \end{aligned}$$

$$\dot{m}_{\text{powietrza}} = \frac{100}{23} \cdot \dot{m}_{\text{O}_2} = \frac{100}{23} \cdot 49,9 = 216,96 \text{ kg/h}$$

$$\dot{m}_{\text{N}_2} = \frac{77}{100} \cdot \dot{m}_{\text{powietrza}} = \frac{77}{23} \cdot \dot{m}_{\text{O}_2} = \frac{77}{23} \cdot 49,9 = 167,1 \text{ kg/h}$$

Obliczamy masowe natężenie przepływu powstałych spalin mokrych

$$\dot{m}_{\text{sm}} = \dot{m}_{\text{CO}_2} + \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} + \dot{m}_{\text{SO}_2} + \dot{m}_{\text{N}_2} = 45,52 + 18,88 + 0,015 + 167,1 = 231,5 \text{ kg/h}$$

Obliczamy ciepło właściwe powstałych spalin:

$$\begin{aligned} c_{\text{sm}} &= \frac{\dot{m}_{\text{CO}_2}}{\dot{m}_{\text{sm}}} \cdot c_{\text{CO}_2} + \frac{\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}}}{\dot{m}_{\text{sm}}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{\dot{m}_{\text{SO}_2}}{\dot{m}_{\text{sm}}} \cdot c_{\text{SO}_2} + \frac{\dot{m}_{\text{N}_2}}{\dot{m}_{\text{sm}}} \cdot c_{\text{N}_2} \\ c_{\text{sm}} &= \frac{45,52}{231,5} \cdot 1,15 + \frac{18,88}{231,5} \cdot 2,13 + \frac{0,015}{231,5} \cdot 0,808 + \frac{167,1}{231,5} \cdot 1,12 = 1,21 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)} \end{aligned}$$

Ciepło oddawane przez spaliny w wymienniku ciepła

$$\dot{Q} = \dot{m}_{\text{sm}} c_{\text{sm}} (t_{s1} - t_{s2}) = 231,5 \cdot 1,21 \cdot (517 - 150) \cdot \frac{1}{3600} = 28,6 \text{ kW}$$

Średnia logarytmiczna różnica temperatur dla wymiennika przeciwprądowego wynosi:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{ln}} &= \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}} = \frac{(t_{s1} - t_{w2}) - (t_{s2} - t_{w1})}{\ln \frac{(t_{s1} - t_{w2})}{(t_{s2} - t_{w1})}} \\ \Delta t_{\text{ln}} &= \frac{(517 - 80) - (150 - 15)}{\ln \frac{(517 - 80)}{(150 - 15)}} = 257^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Z równania na strumień ciepła przepływający przez wymiennik liczymy współczynnik przenikania ciepła:

$$\dot{Q} = kA\Delta t_{\ln}$$

$$k = \frac{\dot{Q}}{A\Delta t_{\ln}} = \frac{28,6 \cdot 10^3}{1 \cdot 257} = 111 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Z równania na strumień ciepła pobierany przez wodę obliczamy strumień masy wody:

$$\dot{Q} = \dot{m}_w c_w (t_{w2} - t_{w1})$$

$$\dot{m}_w = \frac{\dot{Q}}{c_w (t_{w2} - t_{w1})} = \frac{28,6 \cdot 10^3}{4,19 \cdot 10^3 \cdot (80 - 15)} = 378 \text{ kg/h} = 0,105 \text{ kg/s}$$

Zadanie 10.28

Założmy, że różnice temperatury na obu końcach wymiennika ciepła są takie same, tzn. $\Delta t_1 = \Delta t_2$. Wynika stąd wyrażenie, że w takim przypadku efektywna Δt dla całego wymiennika musi być równa $\Delta t_1 = \Delta t_2$. Czy wartość $\Delta t_{\ln}$ redukuje się do tej wielkości?

Rozwiązanie

Jeżeli podstawimy $\Delta t_1 = \Delta t_2$ do równania na średnią logarytmiczną różnicę temperatury, to otrzymamy

$$\Delta t = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_1}{\ln(\Delta t_1 / \Delta t_1)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{wynik nieoznaczony}$$

Wobec tego konieczne staje się wykorzystanie zasady l'Hospitala, gdzie zamiast wyrażeń w liczniku i mianowniku analizujemy ich pochodne

$$\lim_{\Delta t_1 \rightarrow \Delta t_2} \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\right)} = \frac{\frac{\partial}{\partial t_1}(\Delta t_1 - \Delta t_2) \big|_{\Delta t_1 = \Delta t_2}}{\frac{\partial}{\partial t_1} \ln\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\right) \big|_{\Delta t_1 = \Delta t_2}} = \left(\frac{\frac{1}{\Delta t_1}}{\frac{1}{\Delta t_1}} \right) \bigg|_{\Delta t_1 = \Delta t_2} = \Delta t_1 = \Delta t_2$$

Z tego wynika, że średnia logarytmiczna różnica temperatur redukuje się do intuicyjnie podanej granicy.

Zadanie 10.29

W zakładach przemysłu spożywczego solanka jest podgrzewana od 5°C do 15°C w wymienniku ciepła typu rura w rurze przez wodę dopływającą, przy temperaturze 60°C i opuszczającą wymiennik przy 40°C . Masowe natężenie przepływu wody wynosi $0,175 \text{ kg/s}$, zaś współczynnik przenikania ciepła jest równy $870 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$. Jaki typ wymiennika będzie lepszy współprądowy czy przeciwprądowy?

Rozwiązanie

Ciepło oddawane przez wodę w jednostce czasu

$$\dot{Q} = \dot{m} c_{\text{H}_2\text{O}} (t_{w_{\text{wej}}} - t_{w_{\text{wy}}})$$

gdzie $c_{\text{H}_2\text{O}}$ oznacza ciepło właściwe wody dla średniej temperatury wody:

$$t_{\text{sr}} = (t_{w_{\text{wej}}} + t_{w_{\text{wy}}}) / 2 = 50^\circ\text{C}, \quad c_{\text{H}_2\text{O}}|_{50^\circ\text{C}} = 4,1835 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \text{ (z tablic: [3])}$$

$$\dot{Q} = 0,175 \cdot 4,1835 \cdot (60 - 40) = 14,64 \text{ kW}$$

a) dla współprądu, średnia logarytmiczna różnica temperatur wynosi:

$$\Delta t_{\text{ln}} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln\left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)}$$

$$\Delta t_1 = 60 - 5 = 55^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_2 = 40 - 15 = 25^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\text{ln}} = \frac{25 - 55}{\ln\left(\frac{25}{55}\right)} = \frac{-30}{\ln(0,45)} = 38^\circ\text{C}$$

Ponieważ $\dot{Q} = kA\Delta t_{\text{ln}}$, to stąd mamy

$$A = \frac{\dot{Q}}{k\Delta t_{\text{ln}}} = \frac{14640}{870 \cdot 38} = 0,44 \text{ m}^2$$

b) dla przeciwprądu obliczamy średnią logarytmiczną różnicę temperatur:

$$\Delta t_1 = 60 - 15 = 45^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_2 = 40 - 5 = 35^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\text{ln}} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{35 - 45}{\ln\frac{35}{45}} = \frac{-10}{\ln(0,78)} = 39,8^\circ\text{C}$$

Stąd pole powierzchni wymiany ciepła

$$A = \frac{\dot{Q}}{k\Delta t_{\text{ln}}} = \frac{14640}{870 \cdot 39,8} = 0,42 \text{ m}^2$$

Lepszy będzie wymiennik przeciwprądowy, bo jego pole powierzchni wymiany ciepła jest mniejsze o 0,02 m² w stosunku do wymiennika współprądowego.

Zadanie 10.30

Czynnikiem ogrzewanym w przeciwprądowym wymienniku ciepła typu rura w rurze jest woda, której temperatura wzrasta od 15°C do 35°C, a jej masowe natężenie przepływu wynosi 25 kg/min. Płynem grzewczym jest olej o ciepłe właściwym 1,95 kJ/(kg·K). Dopływa on do wymiennika, mając temperaturę 95°C, a na odpływie 60°C. Wyznaczyć pole powierzchni wymiany ciepła, jeżeli globalny współczynnik przenikania ciepła równy jest 290 W/(m²·K).

Rozwiązanie

Strumień ciepła doprowadzonego do wody $\dot{Q} = \dot{m} c_{\text{H}_2\text{O}} (t_{w_{\text{wyj}}} - t_{w_{\text{wej}}})$,

gdzie $c_{\text{H}_2\text{O}}$ oznacza ciepło właściwe wody dla średniej temperatury wody $t_{sr} = (t_{w_{\text{wej}}} + t_{w_{\text{wyj}}}) / 2 = 25^\circ\text{C}$, $c_{\text{H}_2\text{O}}|_{25^\circ\text{C}} = 4,178 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ (z tablic [3]). Zatem

$$\dot{Q} = \frac{25}{60} \cdot 4,178 \cdot (35 - 15) = 34,8 \text{ kW}$$

Obliczamy średnią logarytmiczną różnicę temperatur dla wymiennika przeciwprądowego:

$$\Delta t_1 = 95 - 35 = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_2 = 60 - 15 = 45^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\ln} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{45 - 60}{\ln \frac{45}{60}} = \frac{-15}{\ln(0,75)} = 52,1^\circ\text{C}$$

Obciążenie cieplne wymiennika

$$\dot{Q} = kA\Delta t_{\ln}$$

Stąd pole powierzchni wymiany ciepła

$$A = \frac{\dot{Q}}{k\Delta t_{\ln}} = \frac{34800}{290 \cdot 52,1} = 2,3 \text{ m}^2$$

Zadanie 10.31

Przez przeciwprądowy wymiennik ciepła przepływa gorący olej o cieple właściwym $2,05 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. Jego masowe natężenie przepływu wynosi $0,72 \text{ kg/s}$. Na wlocie do wymiennika ma on temperaturę 195°C , a na wyjściu 65°C . Czynnikiem ogrzewanym jest inny olej o cieple właściwym $1,69 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, którego masowe natężenie przepływu wynosi $1,1 \text{ kg/s}$ i na wyjściu uzyskuje temperaturę 150°C . Wyznaczyć pole powierzchni wymiany ciepła, wystarczające, aby sprostać obciążeniu cieplnemu, jeżeli współczynnik przenikania ciepła k_w bazowany na wewnętrznej powierzchni wymiany ciepła wynosi $750 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$.

Rozwiązanie

Z równania bilansu cieplnego wymiennika

$$\dot{m}_z c_z (t_{z_{\text{wyj}}} - t_{z_{\text{wej}}}) = \dot{m}_c c_c (t_{c_{\text{wej}}} - t_{c_{\text{wyj}}})$$

wyznaczamy nieznaną temperaturę zimnego oleju na dopływie do aparatu:

$$t_{z_{\text{wej}}} = t_{z_{\text{wyj}}} - \frac{\dot{m}_c c_c}{\dot{m}_z c_z} \cdot (t_{c_{\text{wej}}} - t_{c_{\text{wyj}}})$$

$$t_{z_{\text{wej}}} = 150 - \frac{0,72 \cdot 2,05}{1,1 \cdot 1,69} \cdot (195 - 65) = 46,8^\circ\text{C}$$

Znając teraz temperatury czynników na wlocie i wylocie, możemy kolejno określić:

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_c (t_{c_{wej}} - t_{c_{wyj}}) = 0,72 \cdot 2,05 \cdot (195 - 65) = 191,9 \text{ kW}$$

$$\dot{Q} = kA\Delta t_{ln}$$

$$\Delta t_{ln} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{18,2 - 45}{\ln \frac{18,2}{45}} = 29,61^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_1 = 195 - 150 = 45^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_2 = 65 - 46,8 = 18,2^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = kA\Delta t_{ln}$$

$$A = \frac{\dot{Q}}{k\Delta t_{ln}} = \frac{191,900}{750 \cdot 29,61} = 8,64 \text{ m}^2$$

Zadanie 10.32

Do podgrzewania wody zastosowano wymiennik ciepła typu rura w rurze. Wykonano go z dwóch współśrodkowo zamocowanych rur stalowych o średnicach zewnętrznych $d_{z1} = 50 \text{ mm}$ i $d_{z2} = 100 \text{ mm}$, grubości ścianek zaś wynosiły odpowiednio $\delta_1 = 3,0 \text{ mm}$ i $\delta_2 = 6,70 \text{ mm}$. Określić pole powierzchni wymiany ciepła i długość rur, jeżeli przepływ czynników jest przeciwpływow. Podgrzewano 8500 kg/h wody przepływającej w przestrzeni między rurami. Woda ta zwiększa swą temperaturę od $t_{z1} = 11^\circ\text{C}$ do $t_{z2} = 65^\circ\text{C}$. Czynnikiem grzewczym jest również woda, która, oddając ciepło, oziębia się od $t_{c1} = 95^\circ\text{C}$ do $t_{c2} = 70^\circ\text{C}$.

Rozwiązanie

Obliczamy średnią logarytmiczną różnicę temperatur między czynnikami wymieniającymi ciepło:

$$\Delta t_1 = t_{c1} - t_{z2}$$

$$\Delta t_2 = t_{c2} - t_{z1}$$

$$\Delta t_{ln} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{(95 - 65) - (70 - 11)}{\ln \frac{30}{59}} = 42,9^\circ\text{C}$$

Średnia temperatura wody gorącej wynosi

$$t_{g_{sr}} = \frac{t_{g1} + t_{g2}}{2} = \frac{95 + 70}{2} = 82,5^\circ\text{C}$$

Średnia temperatura wody ogrzewanej wynosi

$$t_{z_{sr}} = t_{g_{sr}} - \Delta t_{ln} = 82,5 - 42,88 = 39,6^\circ\text{C}$$

Dla takich temperatur średnich znajdujemy w tablicach [3] wartości parametrów fizycznych wody.

Woda gorąca	Woda zimna
$\rho_g = 970,0 \text{ kg/m}^3$	$\rho_z = 992,2 \text{ kg/m}^3$
$t_{g_{sr}} = 82,5^\circ\text{C}$	$t_{z_{sr}} = 39,6^\circ\text{C}$
$c_g = 4,196 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$	$c_z = 4,175 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
$\nu_g = 0,352 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$\nu_z = 0,658 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$\mu_g = 340,29 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$	$\mu_z = 661 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
$\lambda_g = 0,671 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$	$\lambda_z = 0,633 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$
$\text{Pr}_g = 2,15$	$\text{Pr}_z = 4,3$

Obliczamy współczynnik przejmowania ciepła od strony czynnika gorącego – α_g , (dla $t_{g_{sr}}$). Zakładamy, że $t_{\dot{s}g} = 78^\circ\text{C}$, wtedy $\mu_{\dot{s}g} = 340,29 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Moc cieplna wymiennika wynosi

$$\dot{Q} = \dot{m}_z c_z (t_{z2} - t_{z1}) = \dot{m}_g c_g (t_{g1} - t_{g2})$$

Masowe natężenie przepływu wody gorącej jest więc równe

$$\dot{m}_g = \dot{m}_z \cdot \frac{c_z (t_{z2} - t_{z1})}{c_g (t_{g1} - t_{g2})} = 8500 \cdot \frac{4,175 \cdot (65 - 11)}{4,196 \cdot (95 - 70)} = 18\,268 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

Prędkość przepływu wody gorącej będzie równa:

$$w_g = \frac{\dot{m}_g}{A_1 \rho_g} = \frac{18.268}{0,00152 \cdot 970 \cdot 3600} = 3,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (d_{z1} - 2 \cdot \delta_1)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,05 - 2 \cdot 0,003)^2 = 0,00152 \text{ m}^2$$

Teraz można obliczyć liczbę Reynoldsa dla przepływu wody gorącej

$$\text{Re}_g = \frac{w_g (d_{z1} - 2\delta_1)}{\nu_g} = \frac{3,44 \cdot 0,0044}{0,352 \cdot 10^{-6}} = 430\,000 > \text{Re}_{kr}$$

Liczbę Nusselta obliczamy według równania Sieder-Tate'a [8]:

$$\text{Nu}_g = (0,027) \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu_g}{\mu_{\dot{s}g}} \right)^{0,14}$$

$$\text{Nu}_g = (0,027) \cdot (430\,000)^{0,8} \cdot (2,15)^{1/3} \cdot \left(\frac{340,29 \cdot 10^{-6}}{360,0 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,14} = 1112$$

Współczynnik przejmowania ciepła α_g wynosi

$$\alpha_g = \frac{\text{Nu}_g \lambda_g}{(d_{z1} - 2\delta_1)} = \frac{1112 \cdot 0,674}{(0,05 - 0,006)} = 17034 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Obliczamy współczynnik przejmowania ciepła od strony wody zimnej – α_z ($t_{zsr} = 39,6^\circ\text{C}$). Zakładamy, że $t_{\dot{\delta}_z} = 70^\circ\text{C}$, a wtedy $\mu_{\dot{\delta}_z} = 404,034 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Prędkość przepływu wody ogrzewanej wynosi:

$$w_z = \frac{\dot{m}_z}{A_2 \rho_z} = \frac{8500}{0,00393 \cdot 992,2 \cdot 3600} = 0,61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} [(d_{z2} - 2\delta_2)^2 - d_{z1}^2] = \frac{\pi}{4} \cdot [(0,1 - 2 \cdot 0,0067)^2 - (0,05)^2] = 0,00393 \text{ m}^2$$

Obliczamy średnicę hydrauliczną dla przepływu w przekroju pierścieniowym:

$$d_H = \frac{4A}{O} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot [(d_{z2} - 2\delta_2)^2 - d_{z1}^2]}{\pi \cdot (d_{z2} - 2\delta_2 + d_{z1})}$$

$$d_H = d_{z2} - 2\delta_2 - d_{z1} = (0,1 - 2 \cdot 0,0067) - 0,05 = 0,0366 \text{ m}$$

Liczba Reynoldsa dla przepływu wody ogrzewanej jest równa:

$$\text{Re}_z = \frac{w_z d_H}{\nu_z} = \frac{0,61 \cdot 0,0366}{0,658 \cdot 10^{-6}} = 33930 > \text{Re}_{kr}$$

Liczbę Nusselta określamy korzystając z równania Sieder-Tate'a [8]:

$$\text{Nu}_z = 0,027 \text{Re}_z^{0,8} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu_z}{\mu_{\dot{\delta}_z}} \right)^{0,14}$$

$$\text{Nu}_z = 0,027 \cdot (33.930)^{0,8} \cdot (4,3)^{1/3} \cdot \left(\frac{661 \cdot 10^{-6}}{404,034 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,14} = 198,2$$

Współczynnik przejmowania ciepła α_z wynosi

$$\alpha_z = \frac{\text{Nu}_z \lambda_z}{d_H} = \frac{198 \cdot 0,633}{0,0366} = 3424 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

W kolejnym kroku obliczamy k_l – współczynnik przenikania ciepła odniesiony do jednostki długości rury:

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_g (d_{z1} - 2\delta_1)} + \frac{1}{2\lambda_{\dot{\delta}}} \cdot \ln \frac{d_{z1}}{d_{z1} - 2\delta} + \frac{1}{\alpha_z d_{z1}}}$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{17034 \cdot 0,044} + \frac{1}{2 \cdot 45} \cdot \ln \frac{0,05}{0,044} + \frac{1}{3424 \cdot 0,05}} = 116,34 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Z tablic [3] odczytujemy $\lambda_{sc} = 45 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ dla stali. Strumień ciepła przenikający przez ściankę cylindryczną rozdzielającą płyny:

$$\dot{Q} = \dot{m}_z c_z (t_{z2} - t_{z1}) = \frac{8500}{3600} \cdot 4,175 \cdot 10^3 \cdot (65 - 11) = 532\,312,5 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = k_l \pi l \Delta t_{\ln}$$

$$l = \frac{\dot{Q}}{k_l \pi \Delta t_{\ln}} = \frac{532\,312,5}{116,34 \cdot \pi \cdot 42,9} = 33,9 \text{ m}$$

Powierzchnia wymiany ciepła wynosi

$$A_0 = \pi d_{z1} l = \pi \cdot 0,05 \cdot 33,9 = 5,32 \text{ m}^2$$

Sprawdzamy założoną temperaturę na wewnętrznej powierzchni ścianki:

$$\dot{Q} = \alpha_g A_{sc1} (t_{g_{sr}} - t_{sc1})$$

$$t_{sc1} = t_{g_{sr}} - \frac{\dot{Q}}{\alpha_g A_{sc1}} = 82,5 - \frac{532\,312,5}{17\,034 \cdot 4,68} = 75,8^\circ \text{C}$$

$$A_{sc1} = \pi (d_{z1} - 2\delta_1) l = \pi \cdot (0,05 - 2 \cdot 0,003) \cdot 33,9 = 4,68 \text{ m}^2$$

To samo robimy dla zewnętrznej powierzchni ścianki:

$$\dot{Q} = \alpha_z A_{sc2} (t_{sc2} - t_{z_{sr}})$$

$$t_{sc2} = t_{z_{sr}} - \frac{\dot{Q}}{\alpha_z A_{sc2}} = 39,6 - \frac{532\,312,5}{3424 \cdot 5,32} = 68,8^\circ \text{C}$$

$$A_{sc2} = A_0 = \pi d_{z1} l = \pi \cdot 0,05 \cdot 33,9 = 5,32 \text{ m}^2$$

Zadanie 10.33

Woda o temperaturze 15°C dopływa do rurek małego wymiennika płaszczowo-rurowego i po pojedynczym przelocie opuszcza je, mając temperaturę 50°C . W przestrzeni między płaszczem obudowy a rurkami skrapla się para wodna w ilości 20 kg/min pod ciśnieniem absolutnym $47,36 \text{ kPa}$. Obliczyć współczynnik przenikania ciepła k i wymagane masowe natężenie przepływu wody, jeżeli pole powierzchni wymiany ciepła ma 10 m^2 .

Rozwiązanie

Z tablic [3] wynika, że jeśli $p_{SKR} = 47,36 \text{ kPa}$, to temperatura skraplania wynosi $t_{SKR} = 80^\circ \text{C}$. Wówczas ciepło skraplania pary wodnej $r_{SKR} = 2308,183 \text{ kJ/kg}$. Obliczamy strumień ciepła wydzielony przy skraplaniu pary

$$\dot{Q} = \dot{m}_{skroplin} r_{SKR} \Big|_{80^{\circ}\text{C}} = \frac{20}{60} \cdot 2308,183 = 769,39 \text{ kW}$$

Średnia logarytmiczna różnica temperatur wynosi:

$$\Delta t_{\ln} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}} = \frac{(t_{SKR} - t_{w_{wej}}) - (t_{SKR} - t_{w_{wyj}})}{\ln \left(\frac{t_{SKR} - t_{w_{wej}}}{t_{SKR} - t_{w_{wyj}}} \right)}$$

$$\Delta t_{\ln} = \frac{(80 - 15) - (80 - 50)}{\ln \left(\frac{80 - 15}{80 - 50} \right)} = 45,27^{\circ}\text{C}$$

Współczynnik przenikania ciepła

$$k = \frac{\dot{Q}}{A \Delta t_{\ln}} = \frac{769,390}{10 \cdot 45,27} = 1699,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Wymagane masowe natężenie przepływu wody chłodzącej:

$$\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\dot{Q}}{c_{\text{H}_2\text{O}} (t_{w_{wyj}} - t_{w_{wej}})} = \frac{769,390}{4,179 \cdot (50 - 15)} = 5,26 \text{ kg/s}$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} \Big|_{32,5^{\circ}\text{C}} = 4,179 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \text{ [3]}.$$

Zadanie 10.34

Do parownika układu chłodniczego dopływa powietrze o temperaturze 15°C , a opuszcza go mając temperaturę 10°C . Jest to wymiennik wykonany z rur ożebrowanych z bezpośrednim odparowaniem czynnika chłodniczego wewnątrz rur przy stałej temperaturze 7°C , a pole powierzchni wymiany ciepła od strony wewnętrznej jest równe 12 m^2 . Natomiast pola powierzchni rur i ożebrowania po stronie powietrznej wynoszą odpowiednio 10 m^2 i 220 m^2 . Obliczyć moc chłodniczą parownika przy założeniu, że po stronie powietrznej występuje tylko wymiana ciepła jawnego, a układ przepływu jest współprądowy. Sprawność żeber od strony powietrza wynosi $0,78$. Średnie współczynniki przejmowania ciepła po stronie czynnika chłodniczego i po stronie powietrza są odpowiednio równe $1800 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ i $35 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.

Rozwiązanie

Jeżeli pomijamy osadzanie się zanieczyszczeń oraz opór termiczny ścianki rury, to

$$\frac{1}{kA} = \frac{1}{\alpha_{\text{pow}} (A_z \eta_z + A_r)} + \frac{1}{\alpha_{\text{cz}} A_{\text{we}}}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych:

$$\frac{1}{kA} = \frac{1}{35 \cdot (220 \cdot 0,78 + 10)} + \frac{1}{1800 \cdot 12} = 2,036 \cdot 10^{-4} \text{ K/W}$$

$$kA = 4911 \text{ W/K}$$

Obliczamy średnią logarytmiczną różnicę temperatury dla wymiennika ze znanych temperatur powietrza i czynnika chłodniczego

$$\Delta t_{\ln} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{(10 - 7) - (15 - 7)}{\ln \frac{3}{8}} = 6,12^\circ\text{C}$$

Wydajność chłodnicza parownika wynosi

$$\dot{Q}_0 = kA \Delta t_{\ln} = 4911 \cdot 6,12 = 30 \text{ kW}$$

Zadanie 10.35

Roztwór solanki jest podgrzewany w płaszczowo-rurowym wymienniku ciepła od temperatury 5°C do temperatury 28°C . Solanka przepływa w rurach z nawrotem (dwukrotny przepływ), a ciepła woda płynie między rurami i płaszczem, przy jednokrotnym przejściu. Woda dopływa, mając temperaturę 60°C , a opuszczając wymiennik mając 42°C . Masowe natężenie przepływu wody wynosi $0,30 \text{ kg/s}$, współczynnik przenikania ciepła zaś jest równy $850 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$. Jaką powierzchnię wymiany ciepła powinien mieć wymiennik?

Rozwiązanie

Strumień ciepła doprowadzonego do wody

$$\dot{Q} = \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{O}} (t_{w_{\text{wyj}}} - t_{w_{\text{wej}}})$$

gdzie $c_{\text{H}_2\text{O}}$ oznacza ciepło właściwe wody dla średniej temperatury wody

$$t_{\text{H}_2\text{O}_{\text{sr}}} = (t_{w_{\text{wej}}} + t_{w_{\text{wyj}}}) / 2 = 51^\circ\text{C} \quad c_{\text{H}_2\text{O}}|_{51^\circ\text{C}} = 4,178 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)} \text{ (z tablic [3])}.$$

Zatem

$$\dot{Q} = 0,30 \cdot 4,178 \cdot (60 - 42) = 22,56 \text{ kW}$$

Obliczamy średnią logarytmiczną różnicę temperatur:

$$\Delta t_1 = 60 - 5 = 55^\circ\text{C} \quad \Delta t_2 = 42 - 28 = 14^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\ln} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{14 - 55}{\ln \frac{14}{55}} = \frac{-41}{\ln(0,25)} = 29,96^\circ\text{C}$$

Obciążenie cieplne wymiennika jest równe

$$\dot{Q} = kAF \Delta t_{\ln}$$

Stąd pole powierzchni wymiany ciepła

$$A = \frac{\dot{Q}}{kF\Delta t_{\ln}}$$

Do wyznaczenia współczynnika F używamy wykresów, pokazanych na rysunku zaczerpniętym z literatury [8, 11]. Temperatury po stronie wody są następujące:

$$t_{w_{wej}} = 60^{\circ}\text{C}$$

$$t_{w_{wyj}} = 42^{\circ}\text{C}$$

a temperatury solanki w rurach:

$$t_{sol_1} = 5^{\circ}\text{C}$$

$$t_{sol_2} = 28^{\circ}\text{C}$$

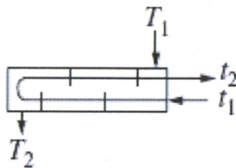
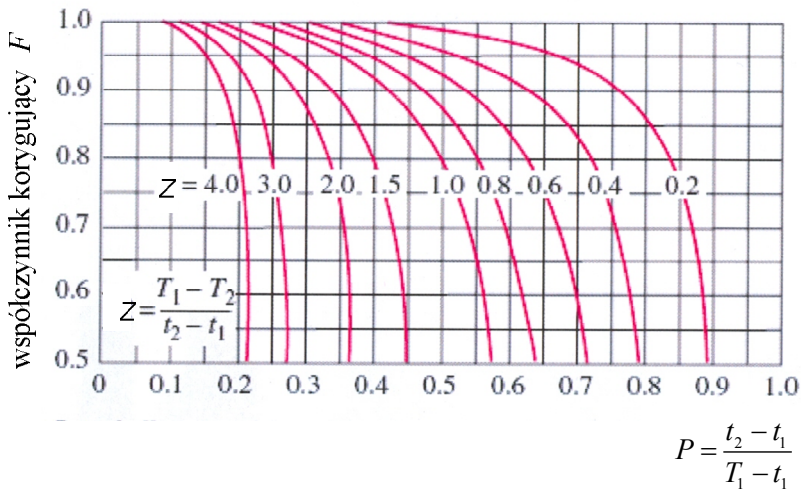
Stąd oblicza się współczynniki P i Z :

$$P = \frac{t_{sol_2} - t_{sol_1}}{t_{w_{wej}} - t_{sol_1}} = \frac{28 - 5}{60 - 5} = 0,426$$

$$Z = \frac{t_{w_{wej}} - t_{w_{wyj}}}{t_{sol_2} - t_{sol_1}} = \frac{60 - 42}{28 - 5} = 0,783$$

Z wykresu odczytujemy $F = 0,92$, a więc pole powierzchni wymiany ciepła wynosi

$$A = \frac{22,56}{850 \cdot 0,92 \cdot 29,96} = 0,96 \text{ m}^2$$



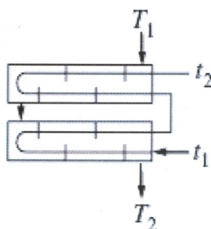
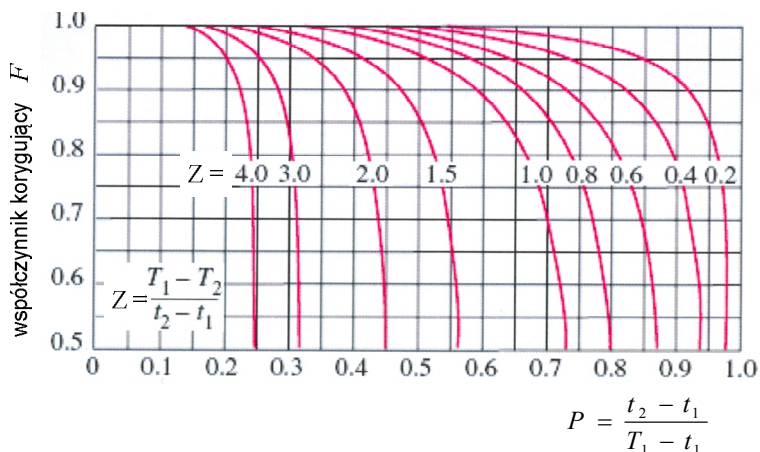
Współczynnik korygujący dla wymiennika ciepła z jednym przepływem w płaszczu i parzystą liczbą przepływów w rurach (według [11])

Zadanie 10.36

Rozwiąż zadanie poprzednie (**zadanie 10.35**) dla zmienionych warunków przepływu, a mianowicie woda przepływa dwukrotnie w płaszczu, a solanka czterokrotnie przepływa przez rury wymiennika.

Rozwiązanie

Parametry bezwymiarowe dla tego przypadku są takie same jak w **zadaniu 10.35**, ale musimy wykorzystać inny wykres (patrz rysunek), z którego odczytujemy $F = 0,99$.



Współczynnik korygujący dla wymiennika ciepła z dwoma przebiegami w płaszczu i parzystą liczbą przebiegów w rurkach [11, 8]

Pole powierzchni wymiany ciepła wynosi

$$A = \frac{\dot{Q}}{kF\Delta t_{\ln}} = \frac{22,56}{850 \cdot 0,99 \cdot 29,96} = 0,89 \text{ m}^2$$

Zadanie 10.37

Chłodnica samochodowa jest kompaktowym, krzyżowym wymiennikiem ciepła typu woda – powietrze, przy czym nie zachodzi tu mieszanie żadnego z płynów. Przeprowadzono badania eksperymentalne takiej chłodnicy w celu wyznaczenia

współczynnika przenikania ciepła. Ten wymiennik jest zbudowany z 60 rurek o średnicy wewnętrznej 4 mm i długości 650 mm, rozmieszczonych w gęsto rozstawionych płytach stanowiących ich ożebrowanie. Gorąca woda ma na dopływie temperaturę 93°C , a jej masowe natężenie przepływu wynosi $0,65 \text{ kg/s}$. Opuszcza ona rurki ochłodzona do temperatury 65°C . Powietrze przepływa przez wymiennik w przestrzeniach między płytkami ożebrowania i zostaje ogrzane od 20°C do 45°C . Wyznaczyć współczynnik przenikania ciepła k_{wew} dla tej chłodnicy, bazując na wewnętrznej powierzchni rur.

Rozwiązanie

Zakładamy, że warunki pracy urządzenia są ustalone; zmiany energii kinetycznej i potencjalnej są pomijalnie małe, a właściwości fizyczne płynów są stałe. Z tablic [3] odczytujemy ciepło właściwe wody dla temperatury średniej $t_{\text{sr}} = (93 + 65)/2 = 79^{\circ}\text{C}$, które wynosi: $c_w = 4,193 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Strumień ciepła wymienianego między czynnikami w chłodnicy wyznacza się z bilansu energii:

$$\dot{Q} = \dot{m}_w c_w (t_{w_{\text{wlot}}} - t_{w_{\text{wyloc}}})$$

$$\dot{Q} = 0,65 \cdot 4,193 \cdot (93 - 65) = 76,3 \text{ kW}$$

Pole powierzchni wymiany ciepła od strony rurek jest równe sumie pól powierzchni wszystkich rurek

$$A_{\text{wew}} = n \pi D_{\text{wew}} l = 60 \cdot \pi \cdot 0,004 \cdot 0,65 = 0,49 \text{ m}^2$$

Znając natężenie wymiany ciepła i pole powierzchni wymiany, możemy obliczyć współczynnik przenikania ciepła

$$\dot{Q} = k_{\text{wew}} A_{\text{wew}} F \Delta t_{\text{ln}} \quad \rightarrow \quad k_{\text{wew}} = \frac{\dot{Q}}{A_{\text{wew}} F \Delta t_{\text{ln}}}$$

Najpierw wyznacza się średnią logarytmiczną różnicę temperatur:

$$\Delta t_1 = t_{w_{\text{wlot}}} - t_{\text{pow}_{\text{wyloc}}} = 93 - 45 = 48^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t_2 = t_{w_{\text{wyloc}}} - t_{\text{pow}_{\text{wlot}}} = 65 - 20 = 45^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t_{\text{ln}} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}} = \frac{48 - 45}{\ln \frac{48}{45}} = 46,5^{\circ}\text{C}$$

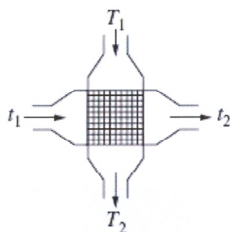
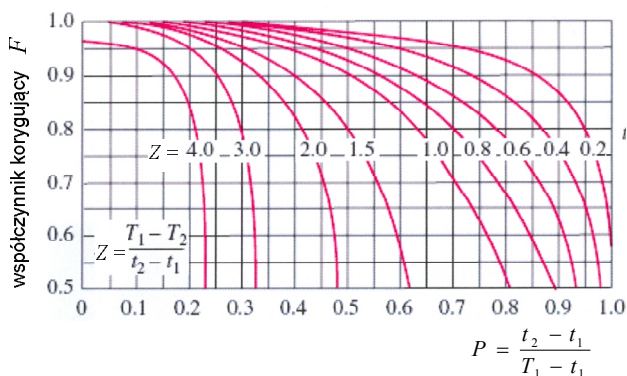
Szukamy wartości współczynnika korygującego F . Zatem:

$$P = \frac{65 - 93}{20 - 93} = 0,38 \quad Z = \frac{20 - 45}{65 - 93} = 0,89 \quad \rightarrow \quad F = 0,96$$

Wartość F odczytujemy z wykresu na rysunku. Po podstawieniu uzyskujemy

$$k_{\text{wew}} = \frac{\dot{Q}}{A_{\text{wew}} F \Delta t_{\text{ln}}} = \frac{76.300}{0,49 \cdot 0,96 \cdot 46,5} = 3488 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Należy zauważyć, że współczynnik przenikania ciepła bazowany na stronie powietrznej będzie znacznie mniejszy ze względu na dużą powierzchnię po tej stronie wymiennika.



Współczynnik korygujący dla wymienników krzyżowo-prądowych
(oba płyny bez mieszania) [8, 11]

Zadanie 10.38

We współprądowym wymienniku ciepła typu rura w rurze przepływa gorąca woda o masowym natężeniu przepływu 15 kg/min, a z drugiej strony woda zimna o wydatku masowym 30 kg/min. Obliczyć pole powierzchni wymiany ciepła, jeżeli współczynniki przejmowania ciepła po obu stronach są równe i wynoszą 1700 W/(m²·K), a temperatura na wylocie gorącej wody powinna wynosić 50°C. Temperatry na wlocie do wymiennika wynoszą odpowiednio 70°C dla gorącej i 25°C dla zimnej wody.

Przyjąć: $c_{(\text{H}_2\text{O})_z} = 4,174 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ $c_{(\text{H}_2\text{O})_g} = 4,181 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Rozwiązanie

Obliczamy:

$$C_g = \dot{m}_g c_{(\text{H}_2\text{O})_g} = \frac{15}{60} \cdot 4,181 = 1,045 \text{ kW/K}$$

$$C_z = \dot{m}_z c_{(\text{H}_2\text{O})_z} = \frac{30}{60} \cdot 4,174 = 2,087 \text{ kW/K}$$

$$C_r = \frac{1045}{2087} = 0,501$$

Liczmy efektywność wymiennika ciepła

$$\varepsilon = \frac{(t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}})}{(t_{g_{wej}} - t_{z_{wej}})} = \frac{70 - 50}{70 - 25} = 0,44$$

Obliczamy liczbę jednostek wymiany NTU ze wzoru dla wymiennika współprądowego

$$NTU = \frac{-\ln\left[1 - \varepsilon\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}{\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)} = \frac{-\ln[1 - 0,44 \cdot (1 + 0,501)]}{1 + 0,501} = 0,719$$

Obliczamy wartość iloczynu kA

$$kA = NTU \cdot C_{\min} = 0,719 \cdot 1045 = 751 \text{ W/K}$$

Współczynnik przenikania ciepła wynosi

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{wew}} + \frac{1}{\alpha_{zew}} = \frac{1}{1700} + \frac{1}{1700} = \frac{1}{850} \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

$$k = 850 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Obliczamy pole powierzchni wymiany ciepła wymiennika

$$A = \frac{kA}{k} = \frac{751}{850} = 0,88 \text{ m}^2$$

Zadanie 10.39

W wymienniku ciepła typu rura w rurze z **zadania 10.38** zwiększono dwukrotnie masowe natężenie przepływu wody gorącej, wskutek czego współczynnik przejmowania ciepła po tej stronie wzrósł o czynnik $(2)^{0,8}$. Oszacować temperatury wyjściowe strumieni wody gorącej i zimnej.

Rozwiązanie

Obliczamy:

$$\alpha_{zew} = 1700 \cdot (2^{0,8}) = 2960 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{wew}} + \frac{1}{\alpha_{zew}} = \frac{1}{1700} + \frac{1}{2960} = 0,000926 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

$$k = 1080 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$C_g = \dot{m}_g c_{(H_2O)_g} = \frac{30}{60} \cdot 4,181 = 2,090 \text{ kW/K}$$

$$C_z = \dot{m}_z c_{(H_2O)_z} = \frac{30}{60} \cdot 4,174 = 2,087 \text{ kW/K}$$

$$C_r = \frac{2087}{2090} = 0,998$$

Obliczamy liczbę jednostek wymiany NTU

$$NTU = \frac{kA}{C_{\min}} = \frac{1080 \cdot 0,605}{2087} = 0,31$$

Liczmy efektywność wymiennika ciepła:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-NTU\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}{\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)} = \frac{1 - \exp[-0,31(1 + 0,998)]}{(1 + 0,998)} = 0,231$$

$$\varepsilon = \left\{ \frac{t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}}}{t_{g_{wej}} - t_{z_{wej}}} \right\} = 0,231 = \frac{70 - t_{g_{wyj}}}{70 - 25}$$

Temperatura wody gorącej na wyjściu wyniesie

$$t_{g_{wyj}} = t_{g_{wej}} - \varepsilon(t_{g_{wej}} - t_{z_{wej}}) = 70 - 0,231 \cdot (70 - 25) = 59,6^\circ\text{C}$$

Temperatura wody zimnej na wyjściu wyniesie

$$t_{z_{wyj}} = t_{z_{wej}} + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}(t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}}) = 25 + \frac{2087}{2090} \cdot (70 - 59,6) = 35,4^\circ\text{C}$$

Zadanie 10.40

Wyznaczyć moc cieplną współprądowego wymiennika ciepła, posiadającego następujące właściwości:

- zimny czynnik ma na dopływie temperaturę 45°C , $C_z = 30 \text{ kW/K}$,
- gorący czynnik ma na dopływie temperaturę 155°C , $C_g = 15 \text{ kW/K}$,
- współczynnik przenikania ciepła wynosi $k = 600 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$,
- pole powierzchni wymiany ciepła wynosi $A = 40 \text{ m}^2$.

Określić także temperatury obu czynników na wylocie z wymiennika.

Rozwiązanie

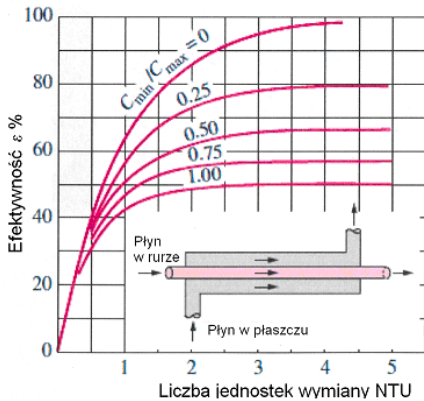
W tym przypadku nie znamy temperatur czynników na wyjściu, wobec czego nie jest możliwe obliczenie średniej logarytmicznej różnicy temperatur. Możemy natomiast wykorzystać wykres efektywności dla przepływu współprądowego (patrz rysunek poniżej) lub równanie

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + C_r)]}{1 + C_r}$$

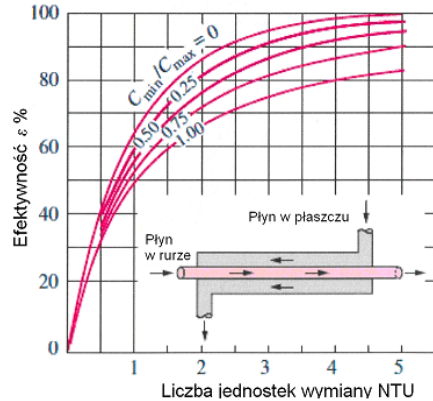
Obliczamy liczbę jednostek wymiany NTU:

$$NTU = \frac{kA}{C_{\min}} = \frac{600 \cdot 40}{15\,000} = 1,6$$

$$C_r = \frac{15\,000}{30\,000} = 0,50$$



a) Przepływ współprądowy



b) Przepływ przeciwnyprądowy

Efektywność w funkcji NTU: a) współprąd, b) przeciwnyprąd

Z wykresu przedstawionego na dołączonym rysunku odczytujemy $\varepsilon \approx 0,6$, a z równania obliczamy

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU \cdot (1 + C_r)]}{1 + C_r} = \frac{1 - \exp[-1,6 \cdot (1 + 0,5)]}{1 + 0,5} = 0,606$$

Obliczmy moc cieplną

$$\dot{Q} = \varepsilon C_{\min} (t_{g_{wej}} - t_{z_{wej}}) = 0,606 \cdot 15\,000 \cdot (155 - 45) = 999\,900 \text{ W} \approx 1000 \text{ kW}$$

Z bilansu energii dla czynnika ciepłego i zimnego mamy:

$$\dot{Q} = C_g (t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}}) = C_z (t_{z_{wyj}} - t_{z_{wej}})$$

$$t_{g_{wyj}} = t_{g_{wej}} - \frac{\dot{Q}}{C_g} = 155 - \frac{1\,000\,000}{15\,000} = 88,3^\circ\text{C}$$

$$t_{z_{wyj}} = t_{z_{wej}} + \frac{\dot{Q}}{C_z} = 45 + \frac{1\,000\,000}{30\,000} = 78,3^\circ\text{C}$$

Zadanie 10.41

Jeżeli rozważamy taki sam wymiennik jak w zadaniu poprzednim (**zadanie 10.40**), ale gdy nie jest znane pole powierzchni wymiany ciepła, albowiem stanowi ono zmienny parametr konstrukcyjny, to naszym zadaniem jest obliczenie tego pola powierzchni przy warunku, że czynnik gorący będzie miał temperaturę 95°C na wylocie z wymiennika.

Rozwiązanie

Ponieważ temperaturę zimnego czynnika na wyjściu z wymiennika da się określić z bilansu cieplnego, to możemy skorzystać zarówno z metody średniej logarytmicznej różnicy temperatur, jak i z metody efektywności NTU. Z bilansu termicznego mamy:

$$\dot{Q} = C_g (t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}}) = C_z (t_{z_{wyj}} - t_{z_{wej}})$$

$$t_{z_{wyj}} = t_{z_{wej}} + \frac{C_g}{C_z} (t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}}) = 45 + \frac{15.000}{30.000} (155 - 95) = 75,0^\circ\text{C}$$

Korzystając z metody NTU (efektywności) mamy

$$\varepsilon = \frac{C_g (t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}})}{C_{\min} (t_{g_{wej}} - t_{z_{wej}})} = \frac{15.000 \cdot (155 - 95)}{15.000 \cdot (155 - 45)} = 0,545$$

Z wykresu na rysunku podanym przy **zadaniu 10.40** odczytujemy:

$$\text{NTU} \cong 1,15 = kA / C_{\min}$$

$$A = \frac{C_{\min} \text{NTU}}{k} = \frac{15.000 \cdot 1,15}{600} = 28,7 \text{ m}^2$$

Możemy także obliczyć średnią logarytmiczną różnicę temperatur

$$\Delta t_{\ln} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \right)} = \frac{(155 - 45) - (95 - 75)}{\ln \frac{110}{20}} = 52,8^\circ\text{C}$$

Z równania na moc cieplną, po przekształceniu, uzyskujemy:

$$\dot{Q} = kA\Delta t_{\ln}$$

$$A = \frac{\dot{Q}}{k\Delta t_{\ln}} = \frac{C_g (t_{g_{wej}} - t_{g_{wyj}})}{k\Delta t_{\ln}} = 28,4 \text{ m}^2$$

Uzyskane wyniki dotyczące pola powierzchni wymiany ciepła różnią się o około 1%, co wynika z małej dokładności wykresu.

Zadanie 10.42

Podczas badań eksperymentalnych zmierzono następujące wartości parametrów pracy skraplacza amoniakalnego chłodzonego wodą:

- 1) prędkość wody przepływającej w rurkach, w [m/s]: $w_1 = 1,44$ m/s,
 $w_2 = 0,72$ m/s,
- 2) współczynnik przenikania ciepła, k [W/(m²·K)]: $k_1 = 2800$ W/(m²·K),
 $k_2 = 1900$ W/(m²·K).

Woda przepływa wewnątrz rur, natomiast czynnik chłodniczy skrapla się na zewnętrznej powierzchni rur. Średnica zewnętrzna rur wynosi 50 mm, a średnica wewnętrzna 44 mm. Przewodność materiału rury ma wartość 45 W/(m·K). Wykorzystując metodę Wilsona, wyznaczyć współczynnik przejmowania ciepła od strony skraplającego się amoniaku. Jaką wartość ma współczynnik przenikania, gdy prędkość wody jest równa 0,44 m/s?

Rozwiązanie

Zgodnie z metodą Wilsona, dla danych uzyskanych podczas eksperymentu można zapisać następujące równanie linii prostej

$$\frac{1}{k} = C_1 + \frac{C_4}{w^{0,8}}$$

Szukamy stałych C_1 i C_4 dla podanych wartości:

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_1} &= C_1 + \frac{C_4}{w_1^{0,8}} & \frac{1}{2800} &= C_1 + \frac{C_4}{1,44^{0,8}} \\ \frac{1}{k_2} &= C_1 + \frac{C_4}{w_2^{0,8}} & \frac{1}{1900} &= C_1 + \frac{C_4}{0,72^{0,8}} \end{aligned}$$

Z tych równań znajdujemy wartości C_1 i C_4 :

$$C_1 = 1,965 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2 \cdot \text{K)/W} \qquad C_4 = 2,150 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^{2,8} \cdot \text{K)/(W} \cdot \text{s}^{-0,8})$$

Stała C_1 równa jest

$$C_1 = \frac{1}{\alpha_{zew}} + \frac{r_{zew} \ln \left(\frac{d_{zew}}{d_{zew}} \right)}{\lambda_{śc}} = 1,965 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2 \cdot \text{K)/W}$$

Podstawiając wartości promieni zewnętrznego i wewnętrznego oraz przewodności cieplnej, uzyskujemy współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni zewnętrznej rury (współczynnik wnikania ciepła przy skraplaniu):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_{zew}} &= C_1 - \frac{r_{zew} \cdot \ln \frac{r_{zew}}{r_{zew}}}{\lambda_{śc}} = 1,965 \cdot 10^{-4} - \frac{44 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{50}{44}}{45} \\ \alpha_{zew} &= 7462,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

Obliczamy teraz współczynnik przenikania ciepła k , gdy prędkość przepływu wody wynosi 0,44 m/s:

$$\frac{1}{k_x} = C + \frac{C_4}{w_x^{0,8}} = 1,965 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2 \cdot \text{K)/W} + \frac{2,150 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^{2,8} \cdot \text{K)/(Ws)}^{-0,8}}{0,44^{0,8} \text{ (m/s)}^{0,8}}$$

$$\frac{1}{k_x} = 6,11 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2 \cdot \text{K)/W}$$

$$k_x = 1636,3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 10.43

Woda o temperaturze 20°C dopływa do rurek małego wymiennika płaszczowo-rurowego i po pojedynczym przełocie opuszcza je, mając 40°C. W przestrzeni między płaszczem obudowy a rurkami skrapla się para wodna w ilości 25 kg/min przy ciśnieniu absolutnym 19,9 kPa. Obliczyć współczynnik przenikania ciepła k i wymagane masowe natężenie przepływu wody, jeżeli pole powierzchni wymiany ciepła ma 12 m².

Odpowiedź: $k = 2838 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$, $\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} = 11,76 \text{ kg/s}$.

Zadanie 10.44

Do podgrzewania wody od temperatury 40°C do 80°C jest wykorzystywany olej przepływający przez wymiennik ciepła typu rura w rurze, przy czym jego wydatek masowy wynosi 0,1 kg/s. Przepływ czynników jest przeciwnyprądowy, a współczynnik przenikania ciepła wynosi 300 W/(m²·K). Znaleźć pole powierzchni wymiany ciepła, wiedząc, że temperatura oleju na wejściu do wymiennika wynosi 105°C, a na wyjściu jest równa 70°C.

Odpowiedź: 2,03 m².

Zadanie 10.45

Jakie pole powierzchni będzie potrzebne dla warunków **zadania 10.44**, jeżeli wymiennik ciepła typu rura w rurze zastąpimy wymiennikiem płaszczowo-rurowym, w którym woda przepływa w płaszczu (jeden przepływ), a olej w rurach (dwa przepływy)?

Odpowiedź: $A = 3,273 \text{ m}^2$.

Uwaga: Współczynnik korekcyjny F należy odczytać z wykresu na rysunku załączonym przy **zadaniu 10.35**.

Zadanie 10.46

Płaszczowo-rurowy wymiennik ciepła o dwóch przepływach w płaszczu i czterech przepływach w rurach został wykorzystany do podgrzania gliceryny od 20°C do 50°C przez gorącą wodę. Wpływa ona do rurek wymiennika o średnicy

20 mm, mając temperaturę 80°C , a wypływa z nich przy 40°C . Sumaryczna długość rurek w wymienniku wynosi 60 m. Współczynniki przejmowania ciepła po stronie gliceryny (płaszcz) i wody (rury) równe są odpowiednio $25 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ oraz $160 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. Obliczyć moc cieplną wymiennika.

Odpowiedź: $\dot{Q} = 1830 \text{ W}$.

Uwaga: Współczynnik korekcyjny F należy odczytać z wykresu na rysunku załączonym przy **zadaniu 10.36**.

Zadanie 10.47

Rozwiąż zadanie poprzednie (**zadanie 10.46**) dla przypadku, gdy występuje osadzanie się zanieczyszczeń na zewnętrznej powierzchni rur przy oporze termicznym warstwy zanieczyszczeń równym $0,0006 \text{ (m}^2\cdot\text{K)/W}$.

Odpowiedź: $\dot{Q} = 1805 \text{ W}$.

Literatura

- [1] **Wiśniewski S.**: Termodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1987.
- [2] **Wiśniewski S.**: Wymiana ciepła. WNT Warszawa 2000.
- [3] **Raznjevic K.**: Tablice cieplne z wykresami. WNT, Warszawa 1966.
- [4] **Bosman R.A., Mueller A.C., Nagle W.M.**: The American Society of Mechanical Engineers, Trans ASME, 62, 283, New York 1940.
- [5] **Moran Michael J., Shapiro Howard N.**: Fundamentals of Engineering Thermodynamics: SI version, 5th ed., John Wiley & Sons, 2006.
- [6] **Szargut J.**: Termodynamika Techniczna, wydanie pierwsze, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1991.
- [7] **Charun H., Czapp M.**: Parowe jednostopniowe urządzenia chłodnicze sprężarkowe. PK Koszalin 1999.
- [8] **Pitts D.R., Sissom L.E.**: Schaum's Outline of Theory and Problems of Heat Transfer. Second Edition. McGraw-Hill, Schaum's Outline Series, 1998.
- [9] **Kays W.M. and London A.L.**: Compact Heat Exchangers. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1984.
- [10] **Kays W.M. and Perkins H.C.**: In Handbook of Heat Transfer, ed. W.M. Rohsenow and J.P. Hartnett. New York: McGraw-Hill, 1972.
- [11] **Çengel Y.A.**: Heat Transfer: A Practical Approach. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 2003.
- [12] **Çengel Y.A. and Boles M.A.**: Thermodynamics. An Engineering Approach. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [13] **Incropera F.P., Dewitt D.P.**: Fundamentals of Heat and Mass Transfer. John Wiley & Sons, 1996.
- [14] **Warnatz J., Maas U., Dibble R.**: Combustion: Physical and Chemical Fundamentals, Modeling and Simulation, Experiments, Pollutant Formation, Springer; 4th ed., 2006.
- [15] Zbiór zadań z termodynamiki, praca zbiorowa pod redakcją **T. Fodemskiego**, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1999.
- [16] **Gąsiorowski J. i inni**: Zbiór zadań z teorii maszyn cieplnych. WNT Warszawa, 1969.
- [17] **JANAF Thermochemical Tables**, 2nd Edition, NSRDS-NBS 37, 1971.

Artur Gutkowski, Tadeusz Kapusta (red.) – Zbiór zadań z termodynamiki technicznej * Nr 2114

ISBN 978-83-7283-629-8